Ph. q 99

Die

harmonikale Symbolik des Alterthums.

Erste Abtheilung.

Die

harmonikale Symbolik des Alterthums

von

Albert Freiherr von Thimus.

Erste Abtheilung.

Die esoterische Zahlenlehre und Harmonik der Pythagoreer in ihren Beziehungen zu älteren griechischen und morgenländischen Quellen insbesondere zur altsemitisch-hebräischen Ueberlieferung.

„Die Sibylle, mit rasendem Munde in Klängen verkündend Unbelachtes, und Ungeschmücktes, und Ungesalbtes, reicht durch die Jahrtausende mit ihrer Stimme, durch den Gott."
Heraklit der Dunkle bei Plutarch: De Pyth. orac. p. 397.

Köln.
Verlag der M. DuMont-Schauberg'schen Buchhandlung.
1868.

131

Staatl. Bibliothek
Bamberg

Vorrede.

Der gegenwärtige erste Band eines unter dem Gesammttitel: Die harmonikale Symbolik des Alterthums erscheinenden Werkes, dessen Umfang auf zwei Bände berechnet ist, von welchen der zweite der Betrachtung der zahlenharmonikalen Symbole der älteren kabbalistischen Weisheitslehre der Hebräer gewidmet sein wird, bezweckt den Versuch einer systematischen Aneinanderreihung und technischen Neubearbeitung der lückenhaften, auf uns gekommenen Nachrichten der griechischen Schriftsteller über die philosophische Zahlenlehre der Pythagoreer und über die mit dieser Zahlenlehre engverschwisterte Musikwissenschaft der pythagorischen Schule und des griechischen Alterthumes überhaupt. Der objective Inhalt dieser beiden Disciplinen ist uns nur bruchstückweise aus älteren änigmatischen Apophthegmen, aus vereinzelten Andeutungen bei Plato, durch die ausführlicheren aber wenig klaren Mittheilungen des Aristoteles, Aristoxenus und der Commentatoren des Ersteren, aus Anführungen bei Plutarch, aus dem arithmetischen und beziehlich musikalischen Inhalte der Schriften des Euclid, Nikomachus, Aristides Quintilian und Claudius Ptolemäus, so wie aus den Compilationen oder selbstständigen Arbeiten der späteren neupythagorischen und neuplatonischen Schriftsteller der alexandrinischen Periode, unter welchen besonders Theo Smyrnäus, Porphyrius und Jamblichus zu nennen sind, bekannt. Die Geschichte der Entstehung und der Schicksale des altpythagorischen Bundes und die Deutung der eigenthümlichen Lehrmeinungen seiner Schule bilden, man darf es kühn behaupten, einen der schwierigsten Zweige und wohl das zur Zeit am wenigsten aufgehellte Gebiet der griechischen Alterthumskunde. Der Verfasser, dessen Lebensberuf ihn zu einer Thätigkeit verpflichtet, welcher die Beschäftigung mit den hier einschlägigen Wissenschaften sehr ferne liegt, betritt daher dies schwierige Gebiet mit grosser Scheu und nur nach langem Zögern. Zu solchem Entschlusse trieb ihn die Ueberzeugung, dass es möglich sein müsse, für die Erklärung des mathematischen, naturwissenschaftlichen und musikalischen Sinnes der verhüllten, überall mit den merkwürdigen Aussprüchen psychogonischen, kosmologischen oder theosophischen Gehaltes in engster Verbindung stehenden technischen Theoreme der alten Schule mehr als bisher die Errungenschaften zu verwerthen, welche seit etwa einem Jahrhundert die musikalische Harmonielehre der Gegenwart und — fussend auf den Entdeckungen des siebenzehnten Jahrhunderts und den verdienstlichen Arbeiten des achtzehnten — die physikalische Klanglehre so wie die mit anderen Phänomenen der undulirenden Bewegung sich beschäftigenden verwandten Zweige der exacten Naturwissenschaften grade in neuester Zeit, Dank den Leistungen genialer Forscher, auf so glänzende Weise sich angeeignet haben. Es befestigte ihn in dieser Ueberzeugung der Gedanke, dass, wie die Wesenheit der Zahl, so auch die natürliche Grundlage des Harmonie-

systemes, Kraft innerer Nothwendigkeit, für die verschiedenen Jahrtausende und für die Völker aller Zeiten und Zonen immerfort nur Eine und dieselbe gewesen sein könne, die Erforschung der Gesetze des musikalischen Wohlklanges aber, wie die Pythagoreer dies gelehrt, unabweisbar an die Betrachtung der akustischen Zahlenverhältnisse der Tonabstufung gebunden sein müsse. Die Lesung der arithmetischen und musikalischen Quellenschriften und das Studium der bezüglichen Arbeiten eines Böckh, Brandis, Ritter, Trendelenburg, Ast, Ideler, Letronne, Creuzer*) über die hier einschlägigen Theile der philosophischen, kosmologischen oder mythologischen Lehren des Alterthums haben ihn aber nicht minder zu der, in ihren Grundzügen längst schon von namhaften Autoritäten vertretenen Anschauung hingeführt, dass die philosophische Zahlenlehre und die speculative Harmonik der Pythagoreer nichts weniger als ein Alleingut dieser Schule, die wichtigsten Lehrsätze und die symbolische Einkleidung auch des technischen Inhaltes des einen und des anderen dieser beiden Wissenszweige keine Erfindung des Pythagoras seien. Die vergleichende Betrachtung verwandter, anderen griechischen und älteren asiatischen Quellen entstammender Räthselsprüche wies auf das Ergebniss hin, dass die Anfänge dieser Lehre nicht in Griechenland, auch nicht in Aegypten zu suchen seien, dass vielmehr die erste Ausbildung derselben jenem Theile Asiens angehöre, der als die Wiege des menschlichen Geschlechtes bezeichnet werden muss. In Ansehung namentlich der, mit den Theoremen der harmonikalen Zahlenlehre verwebten, auf die Gotteslehre bezüglichen Symbole deutete der Inhalt dieser Ueberlieferung, die als eine ursprünglich den verschiedensten Völkern des Alterthums gemeinsame sich kund gibt, allerwärts auf eine einheitliche Quelle hin, welche in eine urzeitliche, jenseits der Anfänge aller Staaten- und Culturgeschichte liegende Vorperiode der Geschichte der Menschheit zurückreicht**).

*) Neben den bekannten und berühmten Werken dieser Gelehrten und abgesehen von den älteren, in den Schriften eines Zarlino, Salinas, Mersenne, Athanasius Kircher, Wallis, Meibomius, Meursius, Bullialdus, Brucker, Padre Martini, Roussier, Holder, Malcolm, Pepusch und Hawkins dargebotenen musikalischen oder philologischen Hülfsmitteln, waren es die neueren, mit den hier in Betracht kommenden Quellenschriften für die Darstellung der betreffenden philosophischen Lehren des Alterthumes oder mit der Technik und Geschichte besonderer Gegenstände der musik-archäologischen Forschung sich beschäftigenden Arbeiten von Kiesling, Parthey, Gruppe, Schaarschmidt, Bellermann, Fortlage, Volkmann, Westphal — in welchen der Verfasser Belehrung gesucht und gefunden hat. Was die Beziehungen des zu bearbeitenden Gegenstandes zu speciellen einschlägigen Ergebnissen der ägyptologischen Forschung anlangt, so waren die erfolgreichen Constatirungen eines Lepsius und das bekannte, immer noch brauchbare Werk von Wilkinson hier seine Führer. In Ansehung Heraklit's schöpfte er Unterweisung aus den Abhandlungen von Bernays über diesen Schriftsteller, dankt manches auch — er scheut sich nicht dies zu sagen — Lassalle. Von Nutzen für ihn waren endlich die literarhistorischen Arbeiten von Fêtis und Ambros neuestes musikgeschichtliches Werk.

**) Bei Plutarch: De Pyth. orac. 397, 6 lesen wir: Σίβυλλα δὲ μαινομένῳ στόματι, καθ' Ἡράκλειτον, ἀγέλαστα καὶ ἀκαλλώπιστα καὶ ἀμύριστα φθεγγομένη, χιλίων ἐτῶν ἐξικνεῖται τῇ φωνῇ διὰ τὸν θεόν. Diesen heraklitischen Ausspruch als Motto für das Titelblatt benutzend, habe ich den Ausdruck des Textes φθεγγομένη durch „in Klängen verkündend“ wiedergegeben. Sowohl die etymologische Abkunft des Wortes (weil φθόγγος so viel als: Laut, Ruf, Stimme, aber auch: Klang, Schall, Ton, bestimmte Tonstufe, besagt) als der Zusammenhang der Stelle bei Plutarch rechtfertigen diese Uebersetzung. Heraklit nennt die Lehre, welche er den Klängen der Jahrtausende alten Stimme der Sibylle vergleicht, eine des lachenden Beifalls der Menge, des Schmuckes und des Salböls entbehrende. Nicht wie in den nächtlichen, einem orgiastischen Naturdienste gewidmeten Mysterien des Dionysos-Zagreus oder der eleusinischen Demeter ward diese Lehre unter den rauschenden Klängen der Cymbeln und Handpauken, im Jubel enthusiastischer Tänze, der Menge der nach vorheriger Salbung in festlicher Tracht erschienenen, mit Myrthen- oder Epheukränzen geschmückten Neophyten dargeboten — jenen Mysten, Bacchen, Bacchantinnen und Nachtschwärmern, denen Heraklit in einem anderen Bruchstücke nach diesem Leben das Feuer androht. Die, den Besseren unter allen Völkern gemeinsame

Der Verfasser hat daher geglaubt, für die Feststellung der Echtheit und der rechten Deutung altpythagorischer Apophthegmen zunächst in umfassenderer Weise, als gewöhnlich zu geschehen pflegt, Gebrauch machen zu dürfen von einer Vergleichung der in ihrer Echtheit nirgend angezweifelten, gleichzeitigen oder nur wenig jüngeren heraklitischen Räthselsprüche, deren innere Verwandtschaft mit dem Inhalte der pythagorischen Lehre sich schon genugsam durch die, dort wie hier, stets wiederkehrende Bezugnahme auf die kosmischen, auch in der Harmonie der Töne in die Erscheinung tretenden Gesetze geordneter Bewegung zu erkennen gibt. Die Aussprüche des Räthsler's Heraklit weisen entschiedener noch als die Unterscheidungslehren der pythagorischen Schule auf einen unzweifelhaft asiatischen Ursprung hin. Bei den Kirchenvätern wird die Abkunft griechischer Philosopheme von der Offenbarungslehre der mosaischen Urkunde und Ueberlieferung vorzugsweise an dem tiefsinnigen Inhalte theosophischer Aussprüche Heraklit's exemplificirt. In der Uebereinstimmung heraklitischer mit pythagorischen Symbolen lag daher eine Aufforderung, als Hülfe für die Erklärung und Ergänzung beider die eigenthümlichen, auf zahlenharmonikale Theoreme sich beziehenden Sätze der semitisch-hebräischen Tradition, so wie der altüberlieferten Weisheitslehre auch des fernsten Volkes des äussersten asiatischen Ostens mitzubenutzen, deren Inhalt durch die verdienstlichen Arbeiten der mit der ältesten Literatur China's vertrauten Missionare des vorigen und vorvorigen Jahrhunderts uns zugänglich geworden sind. Es sind hier in musikalischer Beziehung die Berichte und compilatorischen Zusammenstellungen Amiot's, des musikgelehrten Jesuiten des vorigen Jahrhunderts, gemeint. Eine der ältesten Quellen in Ansehung des speculativen Theiles der frühesten chinesischen Weisheitslehre sind, wie bekannt, die von Confucius zusammengetragenen Commentare zum Y-king. Wo auf deren Inhalt Bezug zu nehmen war, ist die vor einigen Decennien von Julius Mohl neu edirte, von den Jesuitenpatres Regis, de Maillac und du Tartre herrührende lateinische Bearbeitung der Confucius'schen Erklärungen der kurzen Räthselsprüche dieses heiligen Buches der Chinesen benutzt worden. Das wichtigste Material und die wesentlichste Hülfe für die Auffindung der rechten Vergleichungspunkte aber boten die vortrefflichen Arbeiten von Abel Rémusat und Stanislas Julien über Lao-tseu's, des Zeitgenossen des Pythagoras, Tao-te-king, d. i. „das heilige Buch vom Worte und von der Tugend", genannte Schrift*).

Für die Darlegung des Zusammenhanges der harmonikalen Symbolik des Alterthumes mit den Ueberlieferungen der altsemitisch-hebräischen Weisheitslehre musste ganz vorzugsweise auf die älteste erhaltene Schrift der kabbalistischen Literatur des hebräischen Volkes zurückgegangen werden. Wir meinen das an Umfang kleine aber inhaltschwere, kabbalistische Büchlein Sepher J^ezirah („das Buch der Bildung" oder „der Schöpfung"), dessen Abfassung einige Kritiker Akibah beigelegt — somit in das erste oder zweite Jahrhundert der christlichen Zeitrechnung

Ueberlieferung, von welcher Heraklit spricht, verkündete eine überaus ernste uralte Lehre von dem Einen allezeit Selbigen und allein Weisen, dem göttlichen Alles durch Alles leitenden Rathschlusse, von der strafenden und sühnenden Dike und von einem göttlichen Kampfe, der unter dem Symbole der Kreuzeswage sich verbirgt, deren Zünglein zwischen der Schale der Schuld und der Schale der Reinheit den Ausschlag gibt, dort wo ausgleichend das Gute und das Böse abgewogen werden, die Tugend ihren Lohn, der Frevel die verdiente Strafe empfängt.

*) Zur Rechtfertigung der Uebersetzung des Ausdruckes Tao durch Wort (*verbum*, λόγος), statt durch Weg (so Julien), oder durch Vernunft (so Rémusat), beziehe ich mich auf die für diese Weise der Umschreibung im 7. Hauptstücke der vorliegenden Arbeit vorgetragenen Gründe.

zu versetzen gesucht haben, während die Rabbinen des Mittelalters dem Inhalte nach diese, in unzähligen Commentaren von ihnen erläuterte und weiter ausgeführte Schrift auf Abraham selbst, den Erzvater, zurückzuführen gewohnt waren — zwei der bewährtesten neueren Kenner der Kabbalah, Molitor und Joh. Friedr. v. Meyer, aber in unseren Tagen aus überzeugenden Gründen sich dafür aussprachen, dass diese merkwürdige, das Gepräge hohen Alters an sich tragende Urkunde der hebräischen Weisheitslehre nicht von Rabbi Akibah verfasst, sondern durch diesen zweiten Esra nur mehr verbreitet worden sei und in derjenigen Gestalt, in welcher dieselbe vorliegt, wahrscheinlich den letzten Zeiten der, in der babylonischen Gefangenschaft untergegangenen, alten Prophetenschule entstammt*). Neben den (in der Note angeführten) Arbeiten der genannten beiden Gelehrten und der älteren, von Rittangel (Amsterdam 1642) unter Hinzufügung des Commentares von Rabbi Abraham Ben Dior veranstalteten Ausgabe des Buches J^e^zirah mit lateinischer Uebersetzung und Commentar, hat der Verfasser für diesen Theil der Untersuchung insbesondere noch Knorr von Rosenroth's, des gelehrten pfalz-sulzbachischen Geheimrathes und Kanzler's, älteres, in zwei Bänden, unter dem Titel: *Kabbala denudata* (Sulzbach 1677 und Frankfurt 1684) erschienenes Sammelwerk über die kabbalistische Philosophie der Hebräer und die Bearbeitung des Buches *Kosri* von Buxtorf benutzt. Beihülfe gewährten, ausser dem in den *Observat. et emendat. in Problemata Veneti in Genesim* von Mersenne (Paris 1623) vorkommenden Excurse über das Buch J^e^zirah und der im 1. Bande der *Storia della musica* von Padre Martini enthaltenen Dissertation (*Dissertat. terza*) über die Musik der Hebräer, in bibliographischer Beziehung Wolf's *Biblioth. hebraica* (Hamburg und Leipzig 1715) und Joh. Alb. Fabricius *Codex pseudepigraph. Vet. Test.* (daselbst 1713), so wie in paläographischer Hinsicht Lepsius', Kopp's, Hitzig's und Hug's Arbeiten über die Geschichte des semitischen Alphabetes und in Ansehung liturgischer Fragen Bähr's Symbolik des mosaischen Cultus (Heidelberg 1837 und 1839). Erspriessliche Winke aber bezüglich des Zusammenhanges der hebräisch-kabbalistischen Ueberlieferung mit der Entwickelungsgeschichte der pythagorischen Lehre gaben die Noten des englischen Gelehrten Harvey zu den (Cambridge 1857) neu von demselben herausgegebenen fünf Büchern des h. Irenäus gegen die gnostischen Irrlehrer an die Hand. Die Berichte des heiligen Kirchenlehrers über die fantastischen Ausgeburten der heretischen Gnosis mussten mit in den Kreis der Betrachtung gezogen werden, weil unverkennbar die Urheber der letzteren sowohl aus pythagorisch-griechischen als aus hebräisch-kabbalistischen Quellen ihre äussere Bekanntschaft mit den, zu ihren Zahlen- und Buchstabenspielen verwendeten Symbolen harmonikalen Inhaltes einer früheren Zeit geschöpft haben.

Die Beweiskraft der Gründe für das Zutreffende der in den nachfolgenden Untersuchungen den altpythagorischen Aussprüchen gegebenen Deutungen ist in technischer Beziehung wesentlich durch die im Einzelnen nachzuweisende Richtigkeit der Annahme bedingt, dass wie die Wissenden der älteren priesterlichen Körperschaften in Aegypten und anderwärts, oder der orphischen philosophischen Geheimbünde in Griechenland, so insbesondere auch zur Zeit der Blüthe des pythagorischen Ordens die Lehrer dieses letzteren, geleitet von dem Streben den specula-

*) So Molitor, im 1. Bande seines, unter dem Titel „Philosophie der Geschichte oder über die Tradition", in den Jahren 1827—1857 erschienenen umfassenden Werkes über die Kabbalah, S. 63 fgde, und Joh. Friedr. v. Meyer, in der Einleitung zu der von ihm im Jahre 1830 mit Erläuterungen, hebräisch und deutsch, veranstalteten neuen Ausgabe des Buches J^e^zirah, S. III.

tiven und insbesondere den theosophischen Inhalt der von ihnen bewahrten Lehre vor den Augen der Menge zu verbergen, den besten Theil auch des exacten Wissensschatzes ihrer Schule für Nicht-Eingeweihte mit dem Schleier eines undurchdringlichen Geheimnisses umgaben. Weil die Symbole, welche die Hülle der transcendenten Speculationen und der reineren religiösen Lehre bildeten, durch welche der monotheistische Gottesglaube der wissenden Bekenner sich von den noch unentwickelten, halbwahren Vorstellungen der neu hinzugetretenen jüngeren Glieder des Bundes und von dem idolatrischen Irrglauben des entarteten und unwissenden Volkes unterschied, ihre technische Unterlage den mathematischen Disciplinen entnahmen, unter welchen die harmonikale Zahlenlehre eine hervorragende Stelle behauptete, so wurden die Theoreme der betreffenden exacten Wissenszweige nur auf dem Wege der mündlichen, stufenweisen Belehrung den Hörern dargelegt. Um die Befähigung des Neuling's zum selbstständigen Denken uud Finden zu erproben, so wie zum Zwecke der Abwehr unberufener Eindringlinge, wurde neben die erschöpfende, wahre, esoterische Erklärung jedes einzelnen in Räthselform abgefassten Theorem's eine unvollständige, halbwahre, schiefe, oft lächerlich missgestaltete Deutung desselben hingestellt. So ist es gekommen, dass auch den hervorragendsten Männern unter den nicht in die esoterische Lehre des Bundes Eingeweihten der wahre Sinn der Dogmen und das eigentliche technische Wissen der Schule ein Geheimniss blieben. Der Verfasser ist sich vollkommen des Scheines der Thorheit und der Vermessenheit bewusst, deren er sich schuldig macht, indem er es gewagt hat an die Spitze seiner Ausführungen immer wieder von neuem die Behauptung hinzustellen, dass selbst einem Aristoteles für den richtigen Einblick in den wirklichen Inhalt der philosophischen Lehre der Pythagoreer der rechte Schlüssel gefehlt, dass Aristoxenus den Zusammenhang und die wahre Bedeutung der pythagorischen harmonikalen Lehrsätze nicht gekannt, und dass alles, was die neupythagorischen und neuplatonischen Schriftsteller der alexandrinischen Periode über die Zahlenlehre und Musiklehre der alten Pythagoreer vortragen, auf einer buntscheckigen, nachweisbar der ersten Vorbedingungen des Verständnisses entbehrenden Vermischung missdeuteter esoterischer und exoterischer Theoreme der älteren Schule beruht. Zu seinem Glücke befindet er sich in der Lage, einen Namen von gutem Klange als den eines intellectuellen Urhebers und Begünstigers so verwegener Behauptungen nennen zu dürfen. Der grosse Galilei hat sich in weit stärkeren Ausdrücken, als ich es irgendwo gethan, über die sinnlose Albernheit der von den späteren griechischen Schriftstellern als Erfindung der pythagorischen Schule ausgebotenen und seitdem von ernsten und gelehrten Forschern der neuern Zeit den Pythagoreern zugeschriebenen lächerlichen Philosopheme zahlenspeculativen Inhaltes ausgesprochen. In der *giornata prima* des berühmten, der Vergleichung des ptolemäischen und copernicanischen Weltsystemes gewidmeten Dialoges*) legt er dem Vertheidiger des copernicanischen Systemes die Worte in den Mund: „Che i Pittagorici avessero in somma stima la scienza dei numeri, e che Platone stesso ammirasse l'intelletto umano, e lo stimasse partecipe di Divinità, solo per l'intender egli la natura de' numeri, io benissimo lo so, nè sarai lontano del farne l'istesso giudizio: ma che i misteri, per i quali Pittagora e la sua setta avevano in tanta venerazione la scienza de' numeri, sieno le sciochezze che vanno per le bocche e per le carte del volgo, non credo io in veruna maniera: anzi perchè so che essi, acciò le cose mirabili non fussero esposte alle contumelie e al dispregio della plebe, damnavano come sacri-

*) Le opere di Galileo Galilei. Firenze 1842. Tom. I p. 15 sq.

lego il publicar le più recondite proprietà de' numeri e delle quantità incommensurabili e irrazionali de loro investigate, e predicavano che quello che le avesse manifestate era tormentato nell' altro mondo: penso che taluno de loro, per dar pasto alla plebe, e liberarsi dalle sue domande, gli dicesse i misteri loro numerali esser quelle legerezze, che poi si sparsero tra il volgo; e questo con astuzia e con accorgimento simile, a quello del sagace giovane, che per torsi d'attorno l'importunità, non so se della madre o della curiosa moglie, che l'assediava, acciò le conferisse i segreti del senato, compose quella favola, onde essa con molte altre donne rimasero dopoi, con gran risa del medesimo senato, schernite." Die Anekdote von der Mystification der römischen Matrone, auf deren Inhalt die letzte Aeusserung Galilei's sich bezieht, findet sich bei Gellius *Noctes Atticae,* der dieselbe der Rede des alten Cato an seine Soldaten gegen Galba entnimmt; ausserdem bei Macrobius: Saturnal. I, 6, offenbar dem Gellius entlehnt. Es ist nicht der Gatte, welcher der Frau, sondern der Sohn (Papirius Prätextatus), der der Mutter das Mährchen aufbindet, dass man im Senate die Frage erörtere, ob ein Mann zwei Frauen, oder eine Frau zwei Männer nehmen solle. Dass Galilei's Ansicht in Betreff der Entstehungsgeschichte so mancher, heute noch von der wissenschaftlichen, sonst so strenge richtenden Kritik als echte Lehrmeinungen der Pythagoreer anerkannter Sätze auf vollkommner Wahrheit beruhe, dafür möchte als ein indirectes Zeugniss die bei Plutarch: *De Stoïcor. repugnantiis**) im Anschlusse an eine verwandte Aeusserung des Stoikers Chrysippus erwähnte, halb scherzhafte, halb ernsthafte Behauptung der alten Weisen angerufen werden dürfen, dass ihnen erlaubt sei, den gewöhnlichen Sterblichen — den „geringen Leuten", „schlechten Leuten" gegenüber — so lautet der etwas verächtliche Ausdruck, es mit der Wahrheit weniger genau zu nehmen und von „allerhand glaubhaft hergerichteten Trugbildern" Gebrauch zu machen, weil hierdurch ja nicht für sich allein schon die Zustimmung der Hörer erzwungen werde. Der Verfasser wird sich erlauben müssen, auf diese, seines Bedünkens von den Bearbeitern der Geschichte der Philosophie nicht genugsam beachtete, authentische Interpretation so mancher Schein-Theoreme der alten Weisen zu seiner Rechtfertigung am geeigneten Orte zurückzukommen.

Zu den mit scheinbarem Ernste hingestellten „Wahngebilden", welche die alten Weisen den „schlechten, geringen Leuten" — d. i. den Nicht-Eingeweihten — plausibel zu machen nach dem Zeugnisse des Chrysippus oder des Plutarch's kein Bedenken trugen, gehört ganz gewiss auf dem Gebiete der speculativen Zahlenlehre der sonderbare Satz, dass die ungraden Zahlen männlich, die graden Zahlen weiblich seien, und dass aus der Verbindung dieser männlichen und weiblichen Zahlen die Ordnung des All's der Dinge ihr Dasein empfangen habe. Eine der Aufgaben, welche der Verfasser sich gleich in den ersten Capiteln dieser Schrift gestellt hat, ist die, zu zeigen, dass die Begriffsbestimmung ἀριθμοὶ περισσοὶ als ungrader und der ἄρτιοι als grader Zahlen, zu welcher freilich schon ein Aristoteles und die sämmtlichen arithmetischen Schriftsteller der alexandrinischen Periode sich gläubig bekennen, dennoch nicht die wahre, vielmehr nur eine zur Irrung der Exoteriker ausgedachte Erfindung der alten Schule war. Es werden die Beweisgründe dafür beigebracht werden, dass von den beiden an sich sehr

*) 1055, 52 sq. Xylander: (ὁ Χρύσιππος) τὴν γὰρ φαντασίαν βουλόμενος οὐκ οὖσαν αὐτοτελῆ τῆς συγκαταθέσεως αἰτίαν ἀποδεικνύειν, εἴρηκεν, ὅτι βλάψουσιν οἱ σοφοὶ ψευδεῖς φαντασίας ἐμποιοῦντες, ἂν αἱ φαντασίαι ποιῶσιν αὐτοτελῶς τὰς συγκαταθέσεις. πολλάκις γὰρ οἱ σοφοὶ ψεύδει χρῶνται πρὸς τοὺς φαύλους, καὶ φαντασίαν παριστᾶσι πιθανήν, οὐ μὴν αἰτίαν τῆς συγκαταθέσεως.

unbestimmten Ausdrücken: τὸ ἄρτιον und τὸ περισσὸν, in der esoterischen Zahlenlehre der alten Schule der letztere die Bezeichnung für die nach dem Gesetze der arithmetischen aufsteigenden Reihe wachsende Ganzzahlgrösse war, der erstere aber die nach dem Gesetze der harmonischen Proportionalität geordnete absteigende Reihenfolge der stetig sich verkleinernden Aliquotbruchtheile einer gegebenen Einheit bedeutete. Am Anfange der einen und am Ende der anderen Reihe bot sich der Betrachtung die Nullgrösse des Unendlich-Kleinen $\frac{1}{\infty}$ dar. Den Anfang der anderen und das Ende der einen aber bildete die schrankenlose Menge der zur unendlichen Grösse emporgestiegenen Vielheit $\frac{\infty}{1}$. Diese beiden, der Gränze entbehrenden, jenseits des Maasses und der Zahl liegenden äussersten Pole $\frac{1}{\infty}$ und $\frac{\infty}{1}$ aller unter den Begriff von Zahl, Maass und Gewicht (Kraft) zu subsumirenden Grösse und — im Gegensatze zu diesen beiden Formen der unendlichen Grösse — die Einheit 1 oder $^1/_1$, in welcher jene beiden Reihen erst ihr Gemäss und durch bestimmende Begränzung ihr gestaltendes, erkennbares Gesetz empfangen, bilden den Vorwurf des Theoremes von der Einheit und der unbegränzten Zweiheit, dessen richtige Erfassung den Ausgangspunkt für die Deutung der zahlentheoretischen Aussprüche der alten Schule bilden muss. In musikalischer Beziehung entspricht, wie die Betrachtung der Rationen der Ober- und Unterintervalle eines gegebenen Stammtones zeigen wird, den Zahlengebilden der einen Reihe die durtonale Form der accordlichen und melodischen Tonverbindungen, während die Typen der molltonalen Tonverkettungen in der Stufenfolge der anderen Reihe gefunden werden. Im Hinblicke auf den tongeschlechtlichen Gegensatz der auf entgegengesetzte Weise aus ihnen hervorgehenden Abstufungen der Töne mochte figürlich die eine Reihe die männliche, die andere die weibliche genannt werden. Bezüglich der Musiklehre der Schule war wohl das Stärkste, was man den Exoterikern zu bieten gewagt, jenes mit kindlichem Glauben von denselben hingenommene Theorem von einem terzenlosen, des Unterschiedes der Dur- und Molltonalität und der Rationen für die consonirenden Dreiklänge entbehrenden Tonsysteme, mit dessen wunderlichen Schematismen die Musikschriftsteller der alexandrinischen Periode auf eine so völlig unfruchtbare Weise, höchst unbekümmert um wirkliche Klangeffecte wie um die praktischen Anforderungen unseres Ohres und unseres innern musikalischen Empfindungsvermögens, sich so eingehend beschäftigt haben. Der Nachweis, dass die Harmoniker der alten Schule die Rationen der beiden Terzen 5 : 4 und 6 : 5 so wie, neben denen des grösseren Ganztones 9 : 8 und des Limma's 256 : 243, auch jene des kleineren Ganztones 10 : 9, des diatonischen Halbtones 16 : 15, des chromatischen Halbtones 25 : 24 und des Comma's 81 : 80 gekannt und in ihren harmonikalen Rechnungen angewendet haben, dass neben den Primzahlen Zwei und Drei nemlich auch die Fünfzahl ihnen als Rationenbildnerin galt, in den Diagrammen ihrer harmonikalen Formeln sogar die bevorzugteste Stelle einnahm, dass aus der Verbindung der dyadisch-triadischen Rationen mit den pentadischen die auf der Beachtung des Comma's, d. i. auf den Unterschied des Ditonus und der grossen Terze, des grösseren und des kleineren Ganztones, des hemiolischen Anderthalbtones und der kleinen Terze, des Limma's und des reinen diatonischen Halbtones, gebaute System der s. g. enharmonischen Klanggattung ihnen hervorging, bilden in musikalischer Beziehung den wesentlichsten Inhalt der vorliegenden, hiermit dem Urtheile der Fachmänner dargebotenen Untersuchungen. Die zahlreichen Gründe für die Richtigkeit dieser Behauptungen, welche im 3. bis 8. Hauptstücke der gegenwärtigen ersten Abtheilung des Buches zusammengetragen sind, beruhen zunächst auf indirecten Beweisen. Ein unverwerfliches directes Zeugniss wird die Betrachtung des, auch der griechischen Ton-

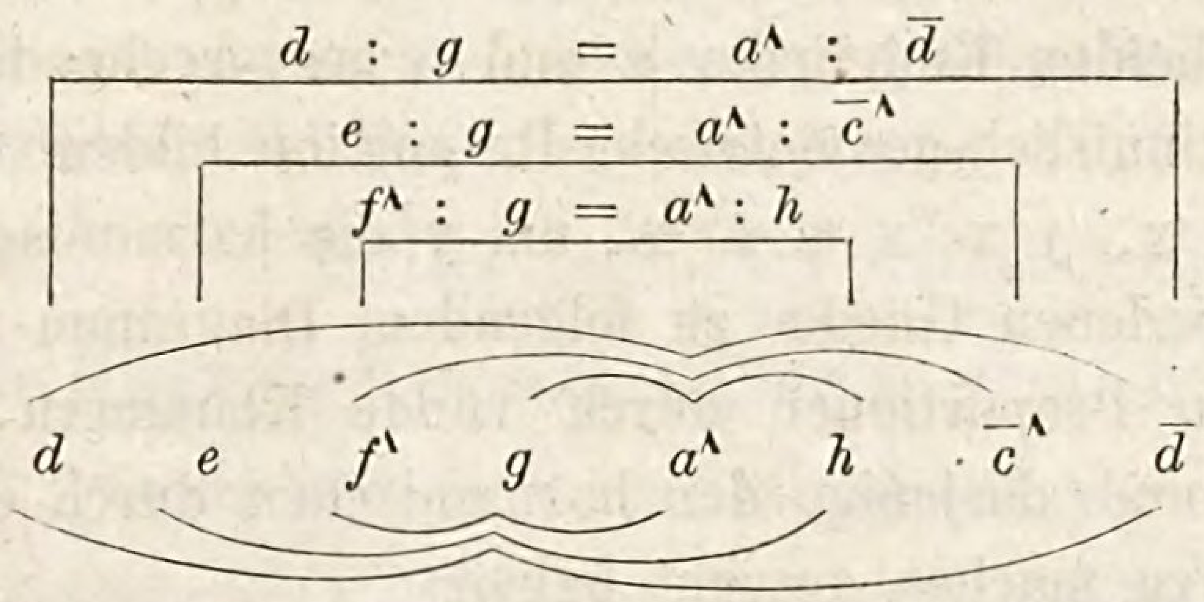
schrift zum Grunde liegenden Ton- und Notensystemes des Buches J^{e}zirah liefern, mit dessen Entwickelung der Verfasser den zweiten Theil seiner Arbeit zu beginnen gedenkt. Das positivste Zeugniss aber dafür, dass die altgriechischen und namentlich die altpythagorischen Harmoniker die Rationen der vorgenannten Intervalle und vor allem jene der beiden Terzen sehr wohl gekannt und von denselben einen umfassenden Gebrauch gemacht haben, findet sich in einer, von den Bearbeitern der Geschichte der griechischen Musik merkwürdiger Weise völlig übersehenen Stelle des Commentares des Jamblichus zur Einführung in die Arithmetik von Nikomachus, deren Besprechung hier in möglichster Kürze vorgreifend gestattet sein möge, weil nach dem Plane des gegenwärtigen Buches eine regelrechte Behandlung des Gegenstandes erst in der zweiten Abtheilung folgen kann, der Verfasser aber den ersten Band seiner Arbeit ohne Benutzung der wichtigsten Beweisstelle für die Bekanntschaft der Pythagoreer mit den Rationen und mit der Consonanzeigenschaft der beiden Terzen nicht der Oeffentlichkeit zu übergeben sich entschliessen kann. Es beschäftigen sich nemlich Nikomachus im Schlusscapitel des 2. Buches seines gedachten Werkes und Jamblichus auf den letzten Seiten seines, aus älteren pythagorischen Schriften zusammengetragenen Commentares zu demselben mit jener viergliedrigen, aus den Zahlen 6, 8, 9, 12 gebildeten, die drei Hauptgattungen der Proportionalität — nemlich die arithmetische (6 9 12), die harmonische (6 8 12), und die geometrische (6 : 8 = 9 : 12) — in sich beschliessenden Gleichung, welche Nikomachus die vollkommenste, dreifach ausgespannte, allumfassende nennt, die von dem grössten Nutzen sei für jede Art der musikalischen oder naturwissenschaftlichen Untersuchung. Jamblichus erwähnt, dass älteren Zeugnissen zufolge dieses so recht eigentlich musikalische Zahlengebilde eine Erfindung, nicht des Pythagoras, sondern der Babylonier sei. Bei Boëthius wird desselben unter dem Namen der *Harmonia perfecta maxima* gedacht. In den vier Zahlen dieser Gleichung sind die Rationen der Octave 12 : 6 (= 2 : 1), der Quinte 12 : 8 und 9 : 6 (= 3 : 2), der Quarte 12 : 9 und 8 : 6 (= 4 : 3) und des grösseren Ganztones 9 : 8 enhalten, die Rationen also der drei ersten und elementarsten, auch den Exoterikern bekannten symphonen Intervalle und des toniäischen nach dem Ausdrucke des Nikomachus „das gemeinsame Maass für jegliche musikalische Zahlbestimmung" (μέτρον κοινὸν ἁπάντων τῶν ἐν μουσικῇ λόγων) darstellenden Intervalls. Die beiden äusseren Glieder 12 und 6 werden die Spitzen oder Pole (οἱ ἄκροι) genannt. Der Darstellung dieses, die von den Alten aufgestellten drei Arten der Proportionalität umfassenden Gebildes geht, sowohl bei Nikomachus, als bei Jamblichus, eine Besprechung der s. g. zehn Medietäten vorher. Hier wird auch die Lehre von der geometrischen mittleren Proportionale an rationalen Beispielen continuirlich-geometrischer Proportionen entwickelt. Nach der Methode und Terminologie des Nikomachus und des Jamblichus bildet sie die erste der zehn Medietäten. Die zweite und dritte sind dann die arithmetische und die harmonische. Nikomachus führt an, es habe das frühere Alterthum nur diese drei Arten der Medietäten gekannt; dann sei aber eine vierte, der harmonischen gleichsam als ihr Widerspiel entgegengesetzte, hinzugekommen. Während nemlich die unterscheidende Eigenschaft der harmonischen Proportion darin bestehe, dass die Differenz zwischen dem grössten und dem mittleren dreier harmonisch sich zu einander verhaltender Glieder zur Differenz zwischen dem mittleren und dem kleinsten in einem Verhältnisse stehe, welches allemal dem des grössten Gliedes zum kleinsten gleich sei, verhielten sich die gedachten beiden Differenzen umgekehrt in der gegenharmonischen Proportion wie das kleinste der beiden äusseren Glieder zum grössten. So sei 3 5 6 eine gegenharmonische Proportion, weil 6—5 : 5—3 (= 1 : 2) nicht — wie das Gesetz der harmonischen Proportionalität dies erfordern würde — gleich 6 : 3, sondern gleich 3 : 6 sei. Von dieser gegenharmonischen Medietät und

von den beiden folgenden (der fünften nemlich und sechsten) sagt Jamblichus, es hätten Archytas und Hippasus dieselben für würdig erachtet, gleich den drei ersten, welche von den alten Weisen der Zusammensetzung und Harmonie des Weltalls angepasst worden seien, in den Kanon der zehn Medietäten aufgenommen zu werden, deren Dekade die Alten das All, das Weltganze und Uranus (Πᾶν καὶ Ὅλον καὶ Οὐρανὸν) genannt hätten. Die fünfte und sechste Medietät werden, ebenso wie die siebente bis zehnte, welche eine Erfindung der Späteren seien, denen das rechte Verständniss der Sache aber gefehlt habe, bei Nikomachus, wie bei Jamblichus, dann in einer offenbar irrigen, von den alten Lehrern sicherlich nur zur Täuschung der Exoteriker ersonnenen Weise entwickelt, die uns hier nicht weiter interessirt. Wir richten unser Augenmerk auf die vorgedachte, von Nikomachus und Jamblichus an vierter Stelle erwähnte Medietät. Von ihr sagt der letztgenannte Schriftsteller (S. 159 Tennul.): τετάρτη δὲ συναριθμουμένη τῶν ἐξαρχῆς τριῶν ἰδίως ὑπεναντία, ὡς ἔφαμεν, κέκληται, διὰ τὸ ὑπεναντίον τι πάσχειν τῇ ἁρμονικῇ, διὰ τοὺς ἐνοφθέντας αὐτῇ τῶν συμφωνιῶν λόγους. Also „um der in ihr geschauten Verhältnisszahlen consonirender Intervalle willen“ wurde diese, nach des Jamblichus Bericht von den ältesten Schülern des Pythagoras den drei ältesten Medietäten zugesellte Proportionale der harmonischen Medietät als ihr Gegenbild gegenübergestellt. Die Zahlenbeispiele, welche Jamblichus anführt, sind: 2 5 6 und 3 5 6. Wenn 2 die Schwingungsmenge eines Tones c bezeichnet, so entsprechen die Zahlen 3, 5 und 6 den Stufen g, e und $\bar{g}$. Wird mit der contreharmonischen Theilung des Abstandes der beiden Endtöne 2 c . . . 5 e . . 6 $\bar{g}$ die arithmetische Theilung desselben 2 c 4 $\bar{c}$. . 6 $\bar{g}$ und die harmonische 2 c . . 3 g 6 $\bar{g}$ verbunden, so entsteht der vollkommne Duraccord 2 c . . 3 g . . 4 $\bar{c}$. . 5 $\bar{e}$. . 6 $\bar{g}$. Das zweite Beispiel zeigt neben der kleinen Terze 5 e . . 6 g die grosse Sexte 3 g 5 $\bar{e}$. Die Einschaltung auch der harmonischen Proportionale liefert hier den vollkommen consonirenden Quartsext-Duraccord 3 g . . 4 $\bar{c}$. . 5 $\bar{e}$. . 6 $\bar{g}$. Doch die von Jamblichus nicht verstandene musikalische Bedeutung der contreharmonischen Proportionale tritt am gewichtigsten so recht eigentlich hervor, wenn wir dieselbe dem Diagramme der Harmonia perfecta maxima als dritte Zwischenstufe einfügen. Aus der Tetraktys 6 8 9 12 entsteht dann das Fünfgebilde 6 8 9 10 12, welches den Rationen der Tonstufen d g $a^{\wedge}$*) h $\bar{d}$ entspricht, wenn die Schwingungsmenge von d gleich 6, beziehlich die von $\bar{d}$ gleich 12 gesetzt wird. Wie (in der Rechnung nach Schwingungsmengen) die Octave der beiden äusseren Glieder d . . $\bar{d}$ durch die Mittlere $a^{\wedge}$ arithmetisch (authentisch) in eine tiefere Quinte und höhere Quarte — durch die Mittlere g aber harmonisch (plagalisch) in eine tiefere Quarte und höhere Quinte zerlegt wird, so theilt die contreharmonische h die durch die harmonische Mittlere g und den oberen Endton $\bar{d}$ gebildete Quinte arithmetisch (authentisch) in eine tiefere grosse (g . . h) und eine höhere kleine Terze (h . . $\bar{d}$) ab. Um die arithmetische Mittlere 9 $a^{\wedge}$ hat sich der bereits vorhandenen arithmetischen Proportion 6 d . . 9 $a^{\wedge}$. . 12 $\bar{d}$ in den Gliedern 8 g . . 9 $a^{\wedge}$. . 10 h eine zweite arithmetische zugesellt, die arithmetische (authentische) Zerlegung des Intervall's der grossen Terze in einen tieferen grösseren Ganzton (8 g . . 9 $a^{\wedge}$) und einen aufwärts sich anreihenden kleineren Ganzton (9 $a^{\wedge}$. . 10 h) darstellend. Es liegt der Gedanke

*) Wir bezeichnen durch $a^{\wedge}$ den grösseren Oberganzton von g (die reine Quinte von d), während wir den kleineren Oberganzton der besagten Stufe g (die grosse Oberterze von f und kleine Unterterze von $\bar{c}$), der um ein Comma tiefer klingt wie $a^{\wedge}$, einfach durch a schreiben.

nah, ebenso der bereits gegebenen discret-geometrischen Proportion $6\,d : 8\,g = 9\,a^{\wedge} : 12\,\overline{d}$ eine zweite Proportion derselben Gattung $6\,d : x = 10\,h : 12\,\overline{d}$ hinzuzufügen. Es wird in dieser Gleichung $x = {}^{72}/_{10} f^{\wedge}$ werden — musikalisch ausgedrückt: das um ein Comma schärfer als die reine Quarte f von c gespannte $f^{\wedge}$ verhält sich als reine Mollterze zu d, wie $\overline{d}$ sich zu h verhält. Die durch die arithmetische Mittlere $a^{\wedge}$ und den tieferen Endton d gebildete Quinte wird durch diese neue Stufe $f^{\wedge}$ harmonisch (plagalisch) in eine höhere grosse Terze $(f^{\wedge} .. a^{\wedge})$ und eine abwärts an diese sich anreihende tiefere kleine Terze $(d .. f^{\wedge})$ zerlegt. In der Stufenfolge $f^{\wedge}\, g\, a^{\wedge}$, deren Rationen durch ${}^{72}/_{10}$ ${}^{72}/_{9}$ ${}^{72}/_{8}$ ausgedrückt werden können, verbindet sich mit der bereits vorhandenen harmonischen Proportion $6\,d .. 8\,g .. 12\,\overline{d}$ (wofür auch ${}^{72}/_{12}\,d .. {}^{72}/_{9}\,g .. {}^{72}/_{6}\,d$ geschrieben werden kann), um die harmonische Mittlere des ganzen Gebildes $8\,(= {}^{72}/_{9})\,g$ gruppirt, eine zweite Proportion harmonischer Ordnung. Dieselbe zeigt die harmonische (plagalische) Zerlegung der grossen Terze in einen höheren grösseren Ganzton $({}^{72}/_{9}\,g .. {}^{72}/_{8}\,a^{\wedge})$ und einen abwärts sich anreihenden tieferen kleineren Ganzton $({}^{72}/_{10} f^{\wedge} .. {}^{72}/_{9}\,g)$. Man kann diese vierte Medietät, im Gegensatze zur contreharmonischen, die contrearithmetische Mittlere nennen. Untersucht man wie sich die Differenz zwischen den Schwingungsmengen der Stufen ${}^{72}/_{10} f^{\wedge}$ und ${}^{72}/_{12}$ $(= 6)\,d$ zur Differenz der Stufen ${}^{72}/_{6}\,(= 12)\,\overline{d}$ und ${}^{72}/_{10} f^{\wedge}$ verhalte, so findet man, dass ${}^{72}/_{6} - {}^{72}/_{10} : {}^{72}/_{10} - {}^{72}/_{12} = 4 : 1$ sei. In der arithmetischen Proportion verhält sich der Ueberschuss des mittleren Gliedes über das kleinste zum Ueberschusse des grössten über das mittlere, weil die Differenzen hier einander gleich sein müssen, wie $1 : 1$. Es ist das Verhältniss $1 : 1$ aber gleich dem Verhältniss der nullten Potenzen der das Vorderglied und beziehlich das Hinterglied des Ausdruckes für das Verhältniss der beiden äusseren Glieder zu einander bildenden Zahlen — sonach im gegebenen Falle, wenn die Ration der Octave durch ihre relativen Primzahlen $2 : 1$ oder $1 : 2$ ausgedrückt wird, gleich $2^0 : 1^0$ oder $1^0 : 2^0$. Die harmonische Medietät theilt den Abstand zwischen den beiden äusseren Gliedern so, dass die einander ungleich werdenden Differenzen zwischen dem grösseren Endgliede und dem mittleren und zwischen dem mittleren Gliede und dem kleineren Endgliede sich direct zu einander verhalten wie die ersten Potenzen der das Verhältniss des grösseren zum kleineren Endgliede ausdrückenden Zahlen — im gegebenen Falle also wie $2^1 : 1^1$. Wir sahen, dass umgekehrt in der contreharmonischen Proportion das Verhältniss jener Differenzen zu einander gleich ist $1^1 : 2^1$. Das Verhältniss $4 : 1$ aber, welches vorhin sich als dasjenige der Differenzen der entsprechenden Glieder in der contrearithmischen Proportion ergab, ist gleich dem Verhältnisse $2^2 : 1^2$. Es verhalten sich die Werthe jener Differenzen also hier direct wie die Quadrate der, die Ration des grösseren zum kleineren Aussengliede ausdrückenden Zahlen. Das Gesetz der Fortbildung dieser Interpolationen ist nun von selbst gegeben. Vertauscht man nemlich den Ausdruck ${}^{72}/_{10} f^{\wedge}$ mit der vereinfachten Form ${}^{36}/_{5} f^{\wedge}$ und den Ausdruck $9\,a^{\wedge}$ mit der Form ${}^{45}/_{5}\,a^{\wedge}$ und sucht man zu den Gliedern ${}^{36}/_{5} f^{\wedge}$ und ${}^{45}/_{5}\,a^{\wedge}$ eine dritte arithmetische Proportionale y, so erhält man $y = {}^{54}/_{5}\,\hat{c}$. Um die arithmetische Mittlere des Ganzen $9\,(= {}^{45}/_{5})\,a^{\wedge}$ fügt sich demgemäss in den Stufen ${}^{36}/_{5} f^{\wedge} .. {}^{45}/_{5}\,a^{\wedge} .. {}^{54}/_{5}\,\overline{c}^{\wedge}$ dem Gebilde eine dritte arithmetische Proportion ein. Die Vergleichung des Verhältnisses der Differenzen mit demjenigen der Werthe der beiden äusseren Glieder zeigt, dass hier die Differenzen $12\,\overline{d} - {}^{54}/_{5}\,\overline{c}^{\wedge}$ und ${}^{54}/_{5}\,\hat{c} - 6\,d$ sich zu einander umgekehrt verhalten wie $1 : 4$, d. i. wie $1^2 : 2^2$. Wie in Ansehung des Wechselspieles der Differenzen die contreharmonische Medietät sich als Widerpart der harmonischen zeigte, so stellt sich diese fünfte Medietät demnach als das Widerspiel der contrearithmetischen dar. Wie aber jene mit der contrearithmetischen und mit den beiden äusseren Gliedern eine discret-geometrische Proportion bildet, so wird eine musikalisch brauchbare vierte

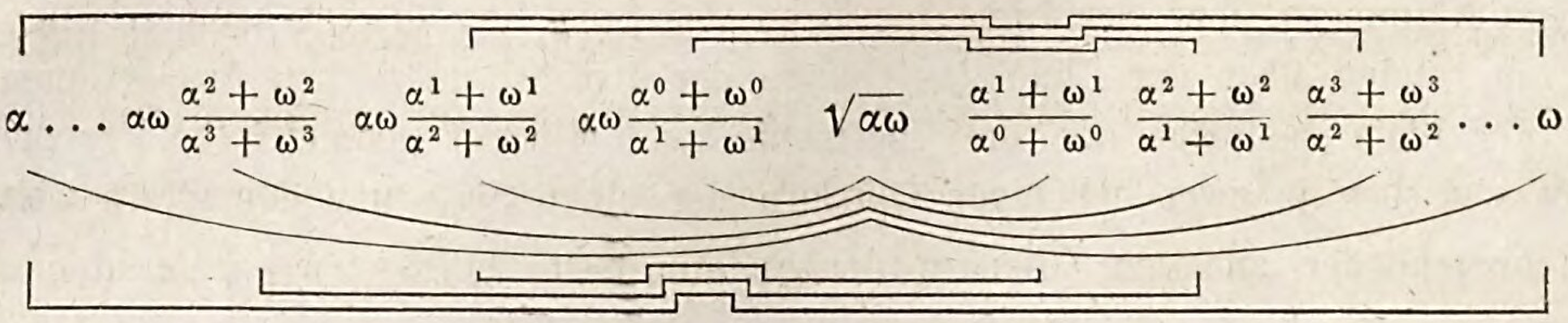
geometrische Proportionale auch zu den drei Gliedern $6\,d$ $^{54}/_5\,\bar{c}^{\wedge}$ und $12\,\bar{d}$ durch die Gleichung $6\,d : z = {}^{54}/_5\,c^{\wedge} : 12\,\bar{d}$ gefunden. Es liefert nemlich die letztere für z den Ausdruck $^{20}/_3\,e$. Diese zu interpolirende Stufe $^{20}/_3\,e$ bildet aber, als sechste Medietät, mit den Gliedern $8\,g$ und $10\,h$ eine dritte harmonische Proportion um die harmonische Mittlere $8\,g$, welche um ihre Uebereinstimmung mit dem Gesetze dieser Art der Proportionalität bemerkbarer zu machen auch mit $^{20}/_3\,e \,..\, {}^{24}/_3\,g \,..\, {}^{30}/_3\,h$, oder mit $^{40}/_6\,e \,..\, {}^{40}/_5\,g \,..\, {}^{40}/_4\,h$, geschrieben werden mag. In Ansehung des Wechselspieles der Differenzen zwischen dieser sechsten Medietät und den beiden Aeusseren aber erweiset sich das Verhältniss $12\,\bar{d} - {}^{20}/_3\,e : {}^{20}/_3\,e - 6\,d$ gleich dem Verhältnisse $^{16}/_3 : {}^{2}/_3$, welches gleich $8 : 1$, d. i. gleich $2^3 : 1^3$ ist. Es verhalten sich also hier die betreffenden Differenzen direct wie die 3. Potenzen der Zahlen des Hinter- und des Vordergliedes der Ration der beiden Aeusseren. Dies eigenthümliche Spiel der Medietäten, Differenzen und Potenzen aber liefert als musikalisches Ergebniss die Scala.



Die eckigen Klammern über der Linie markiren das Spiel der discret-geometrischen Proportionalität, die runden über der Linie das Gefüge der drei arithmetischen Proportionen, die runden unter der Linie dasjenige der drei harmonischen. Discret-geometrische Proportionen treten überdies zwischen je zwei beliebigen Gliedern der einen Seite und den gleich weit vom anderen Ende abstehenden analogen Gliedern der anderen Seite hervor (wie $d : e$ so $\bar{c}^{\wedge}$ zu $\bar{d}$; wie e zu $f^{\wedge}$ so h zu $\bar{c}^{\wedge}$; wie $d : f^{\wedge}$ so $h : \bar{d}$; wie $e : g$ so $a^{\wedge}$ zu $\bar{c}^{\wedge}$).

Wenn von den beiden Werthen — sei es der Schwingungsmengen, oder der Saiten- und Wellenlängen — der umspannenden Anfangsstufe und Endstufe irgend eines gegebenen Tonabstandes, ganz allgemein, der erstere durch α und der letztere durch ω bezeichnet wird, so ist die mittlere geometrische Proportionale, wie bekannt, gleich $\sqrt{\alpha\omega}$. Nur in den Fällen, wo das Product $\alpha\omega$ einer Potenzzahl mit gradem Exponenten gleich ist, wird diese geometrische Mittlere eine in Zahlen aussprechbare Grösse sein. Es bezeichnet alsdann das Verhältniss der rationalen geometrischen Mittleren zu den Zahlen der gegebenen äussern Glieder das Maass für die Bestimmung der Schwingungsmenge, oder beziehlich Wellenlänge, eines im Systeme der nicht temperirten Intervalle als vollkommen rein gestimmte Mittelstufe brauchbaren Klanges nur unter der Voraussetzung, dass α und ω zu den emmelischen, d. i. zu den aus dem Senarium der sechs ersten Stellen der natürlichen Ganzzahlreihe oder Aliquotbruchreihe durch Multiplication oder Division hervorgehenden Zahlenwerthen gehören. Als allgemeine Ausdrücke für die arithmetische und die harmonische mittlere Proportionale erhält man, wenn x den Zahlenwerth der ersteren und y den der letzteren bedeutet, weil alsdann $x - \alpha = \omega - x$ und $y - \alpha : \omega - y = \alpha : \omega$ sein muss, die Formeln $x = \frac{\alpha + \omega}{2}$ und $y = \frac{2\alpha\omega}{\alpha + \omega}$. Der eine dieser Ausdrücke kann auch $x = \frac{\alpha^1 + \omega^1}{\alpha^0 + \omega^0}$, der andere $y = \alpha\omega \frac{\alpha^0 + \omega^0}{\alpha^1 + \omega^1}$ geschrieben werden. Die Gleichung $x - \alpha = \omega - x$ wird daher durch $\frac{\alpha^1 + \omega^1}{\alpha^0 + \omega^0} - \alpha : \omega - \frac{\alpha^1 + \omega^1}{\alpha^0 + \omega^0} = \alpha^0 : \omega^0 = \omega^0 : \alpha^0$ und die Gleichung $y - \alpha : \omega - y = \alpha : \omega$ durch

$\alpha\omega\frac{\alpha^0+\omega^0}{\alpha^1+\omega^1} - \alpha:\omega - \alpha\omega\frac{\alpha^0+\omega^0}{\alpha^1+\omega^1} = \alpha^1 : \omega^1$ ausgedrückt werden können. Eine ebenso leichte Rechnung lässt in Ansehung der contreharmonischen Medietät, welche wir $'x$ nennen wollen, und der contrearithmetischen, die durch $'y$ bezeichnet werde, finden, dass $'x = \frac{\alpha^2+\omega^2}{\alpha^1+\omega^1}$ und $'y = \alpha\omega\frac{\alpha^1+\omega^1}{\alpha^2+\omega^2}$ sei wenn $'x - \alpha : \omega - 'x = \omega^1 : \alpha^1$ und $'y - \alpha : \omega - 'y = \alpha^2 : \omega^2$ werden soll. Für die fünfte Medietät, welche $''x$, und für die sechste, die $''y$ genannt werde, erhält man aber, wenn $''x - \alpha : \omega - ''x = \omega^2 : \alpha^2$ und $''y - \alpha : \omega - ''y = \alpha^3 : \omega^3$ ist, die Ausdrücke $''x = \frac{\alpha^3+\omega^3}{\alpha^2+\omega^2}$ und $''y = \alpha\omega\frac{\alpha^2+\omega^2}{\alpha^3+\omega^3}$. Das Gesetz, nach welchem dies Spiel der Medietäten, Differenzen und Potenzen endlos fortgeführt werden könnte, springt hiernach von selbst in die Augen*). Weil die Producte $xy = \frac{\alpha^1+\omega^1}{\alpha^0+\omega^0} \times \alpha\omega\frac{\alpha^0+\omega^0}{\alpha^1+\omega^1}$, ferner $'x\,'y = \frac{\alpha^2+\omega^2}{\alpha^1+\omega^1} \times \alpha\omega\frac{\alpha^1+\omega^1}{\alpha^2+\omega^2}$, und $''x\,''y = \frac{\alpha^3+\omega^3}{\alpha^2+\omega^2} \times \alpha\omega\frac{\alpha^2+\omega^2}{\alpha^3+\omega^3}$, jedesmal gleich $\alpha\omega$ sind, so zeigt sich, dass die einander coordinirten Medietäten x und y, $'x$ und $'y$, $''x$ und $''y$ u. s. w. jedesmal mit der, aus dem Producte der beiden Endglieder α und ω hervorgehenden, geometrischen mittleren Proportionale $\sqrt{\alpha\omega}$ eine continuirlich-geometrische Proportion bilden. Um x entstehen die arithmetischen Proportionen y x $'x$, $'y$ x $''x$ u. s. w., um y die harmonischen $'y$ y x, $''y$ y x u. s. w. Es ordnen sich diese verschiedenen Glieder zu folgendem Diagramm zusammen, in welchem wir das Spiel der geometrischen Proportionen durch runde Klammern, jenes der arithmetischen durch eckige über derLinie und dasjenige der harmonischen durch eckige Klammern unter der Linie dem Auge bemerkbar zu machen gesucht haben:



Das nte Glied der Medietäten auf der rechten Seite wird $\frac{\alpha^n+\omega^n}{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}$ sein. Demselben wird auf der linken Seite als nte Medietät das Glied $\alpha\omega\frac{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}{\alpha^n+\omega^n}$ gegenüberstehen. Das Verhältniss $\frac{\alpha^n+\omega^n}{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}} - \alpha : \omega - \frac{\alpha^n+\omega^n}{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}$ wird allemal gleich $\omega^{n-1} : \alpha^{n-1}$ sein, und $\alpha\omega\frac{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}{\alpha^n+\omega^n} - \alpha : \omega - \alpha\omega\frac{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}{\alpha^n+\omega^n}$ wird jedesmal gleich $\alpha^n : \omega^n$ werden. Da $\frac{\alpha^n+\omega^n}{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}$ erweislich allezeit kleiner wie ω bleiben, $\alpha\omega\frac{\alpha^{n-1}+\omega^{n-1}}{\alpha^n+\omega^n}$ aber allezeit grösser sein wird als α, wie gross auch immer n genommen werde, so gehorcht diese Formel dem Gesetze der zwischen ihre Asymptote eingeschriebenen Hyperbel. Es werden sich die Werthe der einander folgenden Medietäten rechts stets dem Werthe des Aussengliedes ω — links dem Werthe des Aussengliedes α nähern, ohne jemals mit dem einen oder beziehlich anderen zusammenzufallen.

Dem Spiele der zu interpolirenden Medietäten kann, als Gegensatz desselben, für die

*) Bei Pseudo-Hermes-Trismegistus: *Sermo reconditus*, 2, finden wir den Ausspruch: „Zusammengesetzt ist seinem Bestande nach das All in Allem aus allen Potenzen“ (τὸ πᾶν ἐν παντὶ ἐκ πασῶν δυνάμεων συνεστός).

Auffindung neuer Klangstufen das Spiel der **dritten Proportionalen** hinzuzunehmender neuer Vorder- oder Hinterglieder der aus den Functionen der Werthe α und ω der beiden Endtöne eines musikalischen Intervalls für die Vergleichung ihrer Schwingungsmengen oder Wellenlängen zu bildenden Proportionen gegenüber gestellt werden. Zu α und ω treten als dritte geometrische Proportionalen dann das Vorderglied $\frac{\alpha^2}{\omega}$ (für die Proportion $\frac{\alpha^2}{\omega} : \alpha : \omega$) und beziehlich das Hinterglied $\frac{\omega^2}{\alpha}$ (für die Proportion $\alpha : \omega : \frac{\omega^2}{\alpha}$) hinzu. Als arithmetisches Vorderglied und beziehlich Hinterglied werden die Werthe $2\alpha - \omega$ (für die Proportion $2\alpha - \omega$ α ω) und $2\omega - \alpha$ (für die Proportion α ω $2\omega - \alpha$) gefunden, als harmonische Glieder solcher Art aber die Werthe $\frac{\alpha\omega}{2\omega - \alpha}$ und $\frac{\alpha\omega}{2\alpha - \omega}$ (jener für die Proportion $\frac{\alpha\omega}{2\omega - \alpha}$ α ω, dieser für die Proportion α ω $\frac{\alpha\omega}{2\alpha - \omega}$). Eine andere typische Form für die Weiterführung dieses Proportionenspieles wird in der Aufsuchung dritter Proportionalen je zu einem der beiden Endtöne α oder ω des gegebenen Intervalls und einer der bereits gefundenen Medietäten sich darbieten. Die elementare, ursprünglichste Type dieser Bildungsform wird die sein, zum Gliede α und zur arithmetischen Mittleren des Gebildes $\frac{\alpha + \omega}{2}$, neben dem in ω bereits gegebenen arithmetischen Hintergliede, ein geometrisches und ein harmonisches Hinterglied zu suchen; ebenso zum Gliede ω und zur harmonischen Mittleren des Gebildes $\frac{2\alpha\omega}{\alpha + \omega}$, neben dem in α bereits gegebenen harmonischen Vordergliede, ein geometrisches und ein arithmetisches Vorderglied; ferner zum Gliede α und zur harmonischen Mittleren $\frac{2\alpha\omega}{\alpha + \omega}$, neben dem in ω bereits gegebenen harmonischen Hintergliede, ein geometrisches und ein arithmetisches Hinterglied; endlich zum Gliede ω und zur arithmetischen Mittleren $\frac{\alpha + \omega}{2}$, neben dem in α bereits gegebenen arithmetischen Vordergliede, ein geometrisches und ein harmonisches Vorderglied. Die allgemeinen Ausdrücke für diese Glieder können aus den vorher angegebenen $\frac{\alpha^2}{\omega}$, $\frac{\omega^2}{\alpha}$, $2\alpha - \omega$, $2\omega - \alpha$, $\frac{\alpha\omega}{2\alpha - \omega}$ und $\frac{\alpha\omega}{2\omega - \alpha}$ durch Substituirung der Ausdrücke $\frac{\alpha + \omega}{2}$ und beziehlich $\frac{2\alpha\omega}{\alpha + \omega}$ anstatt der betreffenden einfachen Bezeichnungen α oder ω des einen oder des anderen der beiden gegebenen Glieder, ohne Mühe gefunden werden.

Um die vorstehenden Formeln als ein Hülfsmittel bei Betrachtung der möglichen mannigfachen Gebilde harmonikaler Gestaltungsformen zu benutzen, setze man für α und für ω der Reihe nach diejenigen Zahlen, aus welchen die Vorder- und beziehlich die Hinterglieder der Rationen der musikalisch wichtigsten Intervalle bestehen. Es zeigt sich dabei, dass nur die grösseren, consonirenden, aus den einfacheren Elementarzahlen hervorgehenden Rationen eine grössere Menge emmelischer Glieder liefern. Wenn $\alpha : \omega$ der Ausdruck für eine emmelisch-brauchbare musikalische Zahlenration ist, so wird die durch wiederholte Aufsuchung dritter geometrischer Proportionalen entstehende fortgesetzte Aneinanderreihung des nemlichen Intervalls allerdings jedesmal aufwärts wie abwärts einer, der harmonikalen Dynamis der Tonverkettung nach an sich unermesslichen, nur durch die der Hörbarkeit der tonerregenden Wellenbewegungen in physikalischer Beziehung gesetzten Schranken begränzten Verlängerung fähig sein. In welchen Fällen das Mittelglied des ganzen Gebildes $\sqrt{\alpha\omega}$ eine emmelische Klangstufe liefern wird, ist vorhin angedeutet worden. Die arithmetische Reihe und die harmonische können, vermöge der ihnen durch die Beschränkung des musikalischen Zahlengebietes auf die Ganzzahlen und Theilbrüche des Senariums und die aus den senarischen Zahlen hervorgehenden Product-

zahlen, Quotienten und Potenzen gesetzten Gränze, nur bis zur sechsten Stelle verlängert werden. Die Möglichkeit der Auffindung arithmetischer und harmonischer neuer Vorder- und Hinterglieder und arithmetischer und harmonischer Medietäten erster, quadratischer und beziehlich cubischer Ordnung richtet sich nach der grösseren oder geringeren Einfachheit der Zahlen des den Ausgangspunkt für die Entwickelung bildenden Intervall's $\alpha : \omega$ beziehlich $\omega : \alpha$. Nur das einfachste aller Intervalle, dasjenige nemlich der Octave, liefert für alle sechs, in der obigen allgemeinen Formel vorkommenden Typen der Medietäten emmelische, im Tonsysteme der absolut rein gestimmten Intervalle musikalisch brauchbare Tonstufen. Ueber die cubische Form hinausgehende (biquadratische u. s. w.) Typen der Medietäten werden innerhalb der engen Gränzen unserer intuitiven Auffassung der Tonverhältnisse musikalisch nicht gefunden. Sie gehören demjenigen transcendenten Harmoniegebiete an, welches die altpythagorische Schule und Heraklit mit dem Namen der ἁρμονία ἀφανὴς bezeichneten. Wir beschränken uns hier auf eine Betrachtung der innerhalb der angedeuteten Gränzen aus der Ration der Octave $1:2$ beziehlich $2:1$ hervorgehenden Stufen. Wird für α $(=1)$ der Ton d für ω $(=2)$ aber der Ton $\bar{d}$ gesetzt, so liefern die dritten geometrischen Proportionalen die, in numerischer Beziehung einer unbeschränkten Weiterführung fähige Octavenfolge:

$$\dots\dots \rightleftarrows D \dots\dots d \dots \times \dots \bar{d} \dots\dots \bar{\bar{d}} \leftrightarrows \dots\dots$$

Durch das Pfeilenkreuz bezeichnen wir die Stelle, welche die der geometrischen Mittleren $\sqrt{\alpha\omega}$ entsprechende Klangstufe einnehmen würde, wenn sie im gegebenen Falle emmelisch wäre. Als wachsende arithmetische dritte Proportionale liefern die beiden gegebenen Werthe $1\ (=\alpha)\ d$ und $2\ (=\omega)\ \bar{d}$ rechts die Oberquinte $3\bar{a}^{\wedge}$ des oberen Endtones der Octave; links geht als harmonische dritte Proportionale die sich verkleinernde Ration der Unterquinte $^2/_3\,G$ des unteren Endtones hervor. Für die dritte arithmetische links, als kleinstes Vorderglied, ergibt, wenn $\alpha=1$ und $\omega=2$ ist, der allgemeine Ausdruck $2\alpha-\omega$ die verschwindende Nullgrösse des Unendlich-Kleinen $\frac{1}{\infty}$. Rechts liefert dagegen, unter derselben Voraussetzung, der andere allgemeine Ausdruck $\frac{\alpha\omega}{2\alpha-\omega}$ den Werth $\frac{2}{2-2}$ d. i. $^2/_0$, was eine andere Form der Bezeichnung für das Unendlich-Grosse $\frac{\infty}{1}$ ist. So erscheinen als äusserste Pole des erweiterten Diagramms der Octave jenseits deren Enden die beiden Formen der unbegränzten Zweiheit. Das für diese transcendenten äussersten Glieder an die Stelle des Productes $\alpha\omega$ der beiden realen Primtöne $d\ (=\alpha)$ und $\bar{d}\ (=\omega)$ tretende Product $\frac{1}{\infty} \times \frac{\infty}{1} = 1$ aber weiset auf die Monas der zahlbestimmenden Einheit, als den erkennbaren formgebenden Gegensatz jener unerkennbaren unbegränzten Zweiheit hin. Die dritten Proportionalen der geometrischen Proportionen $\alpha : \frac{\alpha+\omega}{2} : \frac{(\alpha+\omega)^2}{4\alpha}$ und $\alpha : \frac{2\alpha\omega}{\alpha+\omega} : \frac{4\alpha^2\omega^2}{\alpha.(\alpha+\omega)^2}$ ergeben rechts das Oberintervall der grossen None (Doppelquinte) in der Stufenfolge $1\,d \dots {}^3/_2\,a^{\wedge} \dots {}^9/_4\,\bar{e}^{\wedge}$ und beziehlich das Oberintervall der kleinen Septime (Doppelquarte) in der Folge $1\,d \dots {}^4/_3\,g \dots {}^{16}/_9\,\bar{c}$. Aus den betreffenden entgegengesetzten Gliedern der geometrischen Proportionen $\frac{4\alpha^2\omega^2}{\omega(\alpha+\omega)^2} : \frac{2\alpha\omega}{\alpha+\omega} : \omega$ und $\frac{(\alpha+\omega)^2}{4\omega} : \frac{\alpha+\omega}{2} : \omega$ aber gehen links das Unterintervall der grossen Unter-None des oberen Endtones der Octave $^8/_9\,c \dots {}^4/_3\,g \dots 2\bar{d}$ und beziehlich der kleinen Unter-Septime desselben $^9/_8\,e^{\wedge} \dots {}^3/_2\,a^{\wedge} \dots 2\bar{d}$ hervor. Die Zusammenstellung der Stufen dieser vier Proportionen ergibt das Gebilde:

$$^{8}/_{9}\,c \quad 1\,d \quad ^{9}/_{8}\,e^{\wedge} \ldots {}^{4}/_{3}\,g \quad \times \quad ^{3}/_{2}\,a^{\wedge} \ldots {}^{16}/_{9}\,\bar{c} \quad 2\,\bar{d} \quad ^{9}/_{4}\,\bar{e}^{\wedge}$$

Es tritt uns in demselben die heilige Scala der **fünf Lu** der chinesischen Zahlenharmoniker entgegen. Wird mittelst der Formel $\alpha \quad \frac{2\alpha\omega}{\alpha+\omega} \quad \frac{4\alpha\omega}{\alpha+\omega} - \alpha$ zum Unterprimton $1\,d$ und zur harmonischen Mittleren $^{4}/_{3}\,g$ das arithmetische Hinterglied $^{5}/_{3}\,h$ gesucht und so der Dur-Quartsextaccord $d \,..\, g \,..\, h$ gebildet (dessen Rationen durch $^{3}/_{3}\,d \ldots {}^{4}/_{3}\,g \ldots {}^{5}/_{3}\,h$ auszudrücken sind), wird ferner zum Oberprimton $2\,\bar{d}$ und zur arithmetischen Mittleren $^{3}/_{2}\,a^{\wedge}$ mittelst der Formel $\frac{\alpha\omega+\omega^2}{3\omega-\alpha} \quad \frac{\alpha+\omega}{2} \quad \omega$ das harmonische Vorderglied $^{6}/_{5}\,f^{\wedge}$ gefunden, wodurch der Moll-Sextaccord $f^{\wedge} \,..\, a^{\wedge} \,..\, \bar{d}$ entsteht (dessen Rationen durch $^{6}/_{5}\,f^{\wedge} \ldots {}^{6}/_{4}\,a^{\wedge} \ldots {}^{6}/_{3}\,\bar{d}$ geschrieben werden können), so sind auch die, behufs Ausbildung der obigen fünfstufigen Scala zu einer siebenstufigen noch fehlenden beiden Stufen gegeben. Es zeigt sich im Umfange einer grossen Decime die Scala:

$$^{8}/_{9}\,c \quad 1\,d \quad ^{9}/_{8}\,e^{\wedge} \quad ^{6}/_{5}\,f^{\wedge} \quad ^{4}/_{3}\,g \quad \times \quad ^{3}/_{2}\,a^{\wedge} \quad ^{5}/_{3}\,h \quad ^{16}/_{9}\,\bar{c} \quad 2\,\bar{d} \quad ^{9}/_{4}\,e^{\wedge}$$

Die Zusammenstellung der Tonstufen dieser, aus dem Spiele der dritten Proportionalen abgeleiteten diatonischen Scala mit den Stufen der oben aus dem Wechselspiele der Medietäten x und y, ′x und ′y, ″x und ″y entwickelten lässt dann folgende Form einer zehnstufigen diatonischen Scala in die Erscheinung treten, in welcher der Oberganzton $ee^{\wedge}$ des Unter-Primtones $1\,d$ $(=\alpha)$ der Octave der Mitte und der Unterganzton $\bar{c}\,\bar{c}^{\wedge}$ des Ober-Primtones $2\,\bar{d}$ $(=\omega)$ des besagten, der ganzen Entwickelung zum Grunde liegenden Intervalls in zwiefacher Form der commatischen Spannung gegeben sind:

$$c \quad d \quad ee^{\wedge} \quad f^{\wedge} \quad g \quad \times \quad a^{\wedge} \quad h \quad \bar{c}\,\bar{c}^{\wedge} \quad \bar{d} \quad \bar{e}^{\wedge}$$

Die beiden Zeugertöne $1\,d$ $(=\alpha)$ und $2\,\bar{d}$ $(=\omega)$ der erwähnten Octave sind hier zu mittleren Proportionalen zweier continuirlich-geometrischer Proportionen geworden. Denn wie $^{8}/_{9}\,c$ zu $1\,d$ so $1\,d$ zu $^{9}/_{8}e^{\wedge}$, wie $^{16}/_{9}\,\bar{c}$ zu $2\,\bar{d}$ so $2\,\bar{d}$ zu $^{9}/_{4}\,\bar{e}^{\wedge}$. Dem Spiele der Proportionalitäten kann nun eine noch reichere Entfaltung schliesslich dadurch gegeben werden, dass der Reihe nach zu den von den Mittelgliedern g, $a^{\wedge}$, h und $\bar{c}^{\wedge}$ mit $\bar{d}$ $(=\omega)$ gebildeten Rationen rechts — und zu den von den Mittelgliedern $a^{\wedge}$, g, $f^{\wedge}$ und e mit d $(=\alpha)$ gebildeten Rationen links neue dritte geometrische Proportionalen gesucht werden. Es entstehen auf diese Weise um $1\,d$ $(=\alpha)$ die continuirlich-geometrischen Proportionen $^{2}/_{3}\,G : 1\,d : {}^{3}/_{2}\,a^{\wedge}$, $^{3}/_{4}\,A^{\wedge} : 1\,d : {}^{4}/_{3}\,g$, $^{5}/_{6}\,H : 1\,d : {}^{6}/_{5}\,f^{\wedge}$, $^{9}/_{10}\,c^{\wedge} : 1\,d : {}^{10}/_{9}\,e$, und um $2\,\bar{d}$ $(=\omega)$ die Proportionen derselben Art $^{4}/_{3}\,g : 2\,\bar{d} : 3\,\bar{a}^{\wedge}$, $^{3}/_{2}\,a^{\wedge} : 2\,\bar{d} : {}^{8}/_{3}\,\bar{g}$, $^{5}/_{3}\,h : 2\,\bar{d} : {}^{12}/_{5}\,\bar{f}^{\wedge}$, $^{9}/_{5}\,\bar{c}^{\wedge} : 2\,\bar{d} : {}^{20}/_{9}\,\bar{e}$. So erweitert sich die vorhin gefundene zehnstufige diatonische Scala zu folgendem Gebilde:

$$G \quad A^{\wedge} \quad H \quad cc^{\wedge} \quad d \quad ee^{\wedge} \quad f^{\wedge} \quad g \quad \times \quad a^{\wedge} \quad h \quad \bar{c}\,\bar{c}^{\wedge} \quad \bar{d} \quad \bar{e}\,\bar{e}^{\wedge} \quad \bar{f}^{\wedge} \quad \bar{g} \quad \bar{a}^{\wedge}$$

Links erscheint die Type einer von Dominante zu Dominante geführten diatonischen Cdurcala — rechts die Type einer von Tonus zu Tonus fortschreitenden (nach dem Gesetze der

absteigenden Mollleiter) gebildeten 𝔄^moll-Scala*). Zwischen d und $\bar{d}$ erscheint diejenige, tongeschlechtlich-neutrale Leiter des Tonus I und Tonus VIII gregorianus, welche — wie im 7. und 8. Hauptstücke des gegenwärtigen 1. Bandes gezeigt wird — die Type der dorisch-hypomixolydischen Tonalität des Alterthumes in sich birgt. Es stellt diese Leiter, wenn sie um die grosse Unterganztonstufe $cc^{\wedge} \ldots d$ des Primtones $1\,d$ $(=\alpha)$ und um die grosse Oberganztonstufe $\bar{d} \ldots \bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$ des Octavtones $2\,\bar{d}$ $(=\omega)$ erweitert wird, diejenige zehnstufige diatonische Scala dar, welche dem vollen Ambitus der Toni I und VIII gregoriani entspricht. Das ganze, zwei Octaven und einen diakzeuktischen Ganzton umspannende Gebilde führt diejenige Form der diatonischen Tonleiter in die Erscheinung, welche, nach Einreihung der die musikalischen Näherungswerthe der unaussprechbaren Wurzelgrösse der Mitte $(\sqrt{\alpha\omega} = \sqrt{2})$ darstellenden beiden Halbstufen $gis^{\wedge}$ und as, im 4. Hauptstücke dem Versuche einer Reproduction des harmonikalen Kosmos-Diagrammes des Alterthumes zum Grunde gelegt worden ist. Das Nähere in Ansehung des letztgedachten Symboles und die graphische Darstellung desselben kann aber erst der zweite Band bringen.

Die aus der Verbindung der Zeugertöne $1\,d$ $(=\alpha)$ und $2\,\bar{d}$ $(=\omega)$ mit den sechs Medietäten $^{10}/_{9}\,e$ $^{6}/_{5}\,f^{\wedge}$ $^{4}/_{3}\,g$ $^{3}/_{2}\,a^{\wedge}$ $^{5}/_{3}\,h$ $^{9}/_{5}\,\bar{c}^{\wedge}$ hervorgehende Leiter kann als ein aus den Stufen des Secunden-Accordes $1\,d$ $^{10}/_{9}\,e$ $^{4}/_{3}\,g$ $^{5}/_{3}\,h$ und des Quintsext-Accordes $^{6}/_{5}\,f^{\wedge}$ $^{3}/_{2}\,a^{\wedge}$ $^{9}/_{5}\,\bar{c}^{\wedge}$ $2\,\bar{d}$ zusammengesetztes Gebilde aufgefasst werden. Die relativen Primzahlen der Rationen der Stufen dieser beiden Vierklänge können in nachstehender Weise ausgedrückt werden: $9\,d$ $10\,e$ $12\,g$ $15\,h$ und $^{162}/_{15}\,f^{\wedge}$ $^{162}/_{12}\,a^{\wedge}$ $^{162}/_{10}\,\bar{c}^{\wedge}$ $^{162}/_{9}\,\bar{d}$. Die so gewonnene Zahlenfolge 9 10 12 15 . . . bildet den Anfang einer arithmetischen Reihe höherer (zweiter) Ordnung, weil die Differenzen ihrer Glieder die arithmetische Proportion erster Ordnung 1 2 3 . . . darstellen. Dem entsprechend erscheinen die relativen Primzahlen des Gesammtverhältnisses der Stufenwerthe des anderen Accordes $^{162}/_{15}$ $^{162}/_{12}$ $^{162}/_{10}$ $^{162}/_{9}$ als Anfang einer harmonischen Reihe höherer (zweiter) Ordnung, weil die Nenner dieser vier Brüche mit constantem Zähler — wie sich so eben zeigte — eine arithmetische Reihe zweiter Ordnung bilden. Doch die Bedeutung der Zahlenprogressionen höherer Ordnung für die Harmonik kann ebenfalls erst in der zweiten Abtheilung des vorliegenden Werkes dargelegt werden.

Es gibt eine Methode für die Auffindung der relativen Primzahlen sowohl der sämmtlichen bisher genannten diatonischen, als auch der noch fehlenden chromatischen Zwischenstufen und enharmonischen Nebenstufen des Tonsystemes, bei welcher die Rechnung — es bildet deren Darlegung den Gegenstand des letzten Hauptstückes dieses Bandes — damit beginnt, dass für die Ration d $(=\alpha) : \bar{d}$ $(=\omega)$, statt des Zahlenausdruckes $1:2$, der Ausdruck $5:10$ (in semitischen Zahlzeichen also ה : י) gesetzt wird. Statt der Potenzen $1^0, 1^1, 1^2, 1^3 \ldots$ und $2^0, 2^1, 2^2, 2^3 \ldots$ erscheinen als Werthe für die Summanden $\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3 \ldots$ und $\omega^0, \omega^1, \omega^2, \omega^3 \ldots$ der Zähler und der Nenner der Glieder der oben entwickelten algebraischen Formeln dann die Potenzen $5^0, 5^1, 5^2, 5^3 \ldots$ und $10^0, 10^1, 10^2, 10^3 \ldots$ Es setzt sich folgeweise die Formel der Medietäten alsdann aus den Anfangsstellen des Gerippes erstlich eines pentadischen — und zweitens eines dekadischen Logarithmensystemes zusammen. Werden in diesem pentadisch-

*) Es fehlen jedoch in diesem Stadium ihrer Entwickelung der 𝔈dur-Scala noch die zu ihrer enharmonisch vollkommen richtigen Abstufung erforderlichen Saiten A und f — der 𝔄^moll-Scala die nöthigen Nebenformen $h^{\wedge}$ und $g^{\wedge}$. Die erstgedachte Leiter stellt, richtiger bezeichnet, die mixolydische Octavengattung des Tonus VII, die zweite Scala die hypodorische Octavengattung des Tonus II gregorianus dar.

dekadischen Systeme, oder auch im ursprünglichen monadisch-dyadischen, durch fortgesetzte Interpolirung neuer arithmetischer Glieder die beiden Reihen der Exponenten dieser Systeme um eine beliebige Menge zwischenliegender Stellen vermehrt, so entspricht das Wechselspiel der Potenzen auch in solchem Falle nothwendig dem harmonikalen Grundgesetze der oben gefundenen Formel. Dem menschlichen Ohre und dem intuitiven musikalischen Auffassungsvermögen unserer Seele ist indessen das Verständniss dieses Gesetzes nur innerhalb der im Obigen bezeichneten engen Schranken gewährt. Würden die Zwischenstufen zwischen d $(=\alpha)$ und $\overline{d}$ $(=\omega)$ in der angegebenen Weise um eine sehr grosse Anzahl von interpolirten neuen Stufen vermehrt, so würde unser Ohr nur ein hässliches, einem Geheule vergleichbares Durchschleifen des Primtones bis zu seiner Octave vernehmen. Es scheint jedoch das intuitive Verständniss so geordneter Zahlengruppen unserer Seele durch das Mittel eines anderen, vom Schöpfer für die Aufnahme der Eindrücke unendlich schneller verlaufender periodischer Bewegungen eingerichteten Sinnes — unseres Auges nemlich — eröffnet zu sein. Die Anzahl der, nach hunderten Billionen in einer Secunde zählenden Aetherwellen des äussersten violetten Lichtstrahles steht zur Anzahl der vom tiefsten rothen Strahle des prismatischen Spectrum's in derselben Zeit vollbrachten im Verhältnisse von 2 : 1, also im harmonikalen Verhältnisse der Octave. Die Fähigkeit unseres Auges, die grössere oder geringere Schnelligkeit der unseren Sehnerv successiv berührenden isochronen Lichtstösse zu empfinden — die verschiedenen Perioden ihrer Hin- und Hergänge gleichsam sensitiv mit einander zu vergleichen — scheint hiernach auf den Spielraum der *ratio dupli*, also — wenn diese Ausdrucksweise erlaubt ist — auf den Umfang einer einzigen Octave, beschränkt. Aber innerhalb dieses engeren Spielraumes erfreut sich unser Auge beim Anblicke des Regenbogens an den unendlich feinen Uebergängen und der Fülle der verschieden abgestuften Mitteltinten der von roth und orange zu gelb, von gelb zu grün, von grün zu blau, von blau zu dunkelblau und violett fortschreitenden Farben-Scala. Wie wir den Eindruck der symmetrischen Ordnung, den das Ohr beim Klange einer bestimmten musikalischen Klangverbindung unserer Seele vermittelt, bald als Dur- bald als Moll-Melodie bezeichnen, bald als consonirenden einfachen, dem einen oder dem anderen der beiden Tongeschlechter angehörenden Mehrklang auffassen, bald die Verbindung heterogener Mischklänge einen dissonirenden Uebergangsaccord nennen, so heissen die verschiedenen Ordnungen der Lichtabstufungen, die unser Auge in sich aufnimmt, für uns gelbe oder blaue, oder grüne oder rothe, oder violette F a r b e. Unter Hinweisung auf gewisse, von dem berühmten englischen Optiker B r e w s t e r vorlängst schon gemachte experimentelle Beobachtungen, sollen am geeigneten Orte, im z w e i t e n Bande, die Gründe beigebracht werden, um derentwillen es wahrscheinlich ist, dass jede der sieben oder fünf Hauptfarben des Spectrum's, wenn gleich an einem bestimmten Orte desselben mit grösserer Intensität hervortretend, dennoch Strahlen von verschiedener Geschwindigkeit der oscillirenden Bewegung in sich birgt — das Charakteristische der einzelnen Farben aber nur in dem arithmetischen, harmonischen, oder geometrischen besonderen Gesetze der jedesmaligen, den Eindruck einer bestimmten Farbe auf unseren Gesichtssinn hervorbringenden proportionellen Zusammensetzung eines Strahlenbüschels seine Ursache haben kann.

Nochmals habe ich den Leser um Nachsicht dafür zu bitten, dass ich mir gestattet habe, schon in der Vorrede — also an einem höchst unpassenden Orte — in die Erörterung einzelner, dem Inhalte des Buches angehörender Sätze einzutreten. Der Umstand, dass es mir unmöglich war, den zweiten Band gleichzeitig mit diesem ersten erscheinen zu lassen, nöthigte mich zu solchem an sich ungehörigen Vorgehen.

Es sind dem gegenwärtigem Bande vier Tafeln (I, II, V und VI) beigegeben. Tafel I, so wie Fig. 1 der Tafel II, finden ihre Erklärung im Laufe der Untersuchungen dieser ersten Abtheilung. Die Erklärung der Figuren 2 und 3 der Tafel II wird im zweiten Bande folgen, welchem noch zwei weitere Tafeln (III und IV) beigefügt sein werden. Dem zweiten Bande bleibt ebenfalls die Besprechung der Darstellungen auf Tafel V und VI vorbehalten. Es wurden diese beiden Tafeln nur um deswillen dem vorliegenden ersten Bande angeheftet, weil auf S. 172 desselben vorgreifend bereits einmal auf den Gegenstand der betreffenden Abbildungen Bezug genommen worden ist.

Hoffentlich wird binnen Jahresfrist dem gegenwärtigen ersten Bande der zweite folgen können.

Köln, am Sonntage Lätare 1868.

Der Verfasser.

Inhalt.

Seite

Einleitung . 1

Erstes Hauptstück.

Das Quadrivium entstammt den ältesten Zeiten. Das Alterthum bezeichnet die Disciplinen desselben als den Weg zur Weisheit. Die Zahlenlehre bildet die Grundlage und das vorbereitende Hülfsmittel auch für die übrigen Zweige des Quadriviums. Feststellung des Begriffes der quantitativen Grösse. Unterscheidung der Begriffe: Grösse und Menge, theilige und nichttheilige Zahlengrösse. Die Ueberbleibsel der untergegangenen frühesten Literatur und Weisheitslehre der Chinesen beschäftigen sich mit den die Zahlenlehre und die Harmonik betreffenden Zweigen des Quadriviums 59

Zweites Hauptstück.

Wie für die Zahlenlehre der Unterschied der nichttheiligen und der theiligen Zahlengrösse, so bildet für die auf Zahlenbetrachtung gegründete Harmonielehre der Gegensatz des Dur- und Mollgeschlechtes der Tonverbindungen den Ausgangspunkt der Untersuchung. In zwei den allgemeinen Bewegungsgesetzen entspringenden Klangphänomenen wurzelt die Unterscheidung zwischen Dur und Moll. Die Rationen der Oscillationsgeschwindigkeiten für die tonalen Durgebilde werden in der arithmetischen, diejenigen der Mollgebilde in der harmonischen Proportionalität gefunden. Aus der Begegnung und aus der wechselseitigen Durchkreuzung dieser beiden Proportionalitäten entspringt die geometrische Proportion. Die harmonikale Zahlenlehre des Alterthumes stellt an die Spitze der hierauf bezüglichen Darlegungen die Erfassung des Begriffes der endlichen im Gegensatze zur unendlichen Grösse. Die Formulirung dieses Gegensatzes bildet das speculative Theorem vom Einen und von der unbegränzten Zweiheit . 109

Drittes Hauptstück.

Verbindung der Reihen der περισσός- und ἄρτιος-Zahlen und ihrer Unterarten zu einer Tafel der Rationen, als deren äusseres Gerippe das Lambdoma der griechischen Arithmetiker erscheint. Betrachtung der musikalischen Eigenschaften dieser Tafel. Aehnlichkeit derselben mit dem im 1. Buche der Geometrie des Boëthius beschriebenen Abacus der Pythagoreer. Semitischer Ursprung des Abacus und der s. g. indo-arabischen Zahlzeichen. Die Kenntniss der letzteren, so wie der Abacus-Tafel und eines auf Stellenwerth der Zahlzeichen nach dekadischer Ordnung gegründeten Zahlensystemes findet sich bei den mittelalterlichen Arithmetikern des 10. bis 12. Jahrhunderts. Papst Sylvester II. (Gerbert) als eifrigster Förderer des Quadriviums. Die harmonikalen Zahlen der platonischen Timaios-Stelle 129

Viertes Hauptstück.

Die geometrischen Eigenschaften der aus dem Lambdoma entwickelten Tafel. Es zeigt sich in derselben der Stern eines durch die Radien der wiederkehrenden Rationen eines und desselben Intervalls gebildeten Strahlenbündels. Bei den Gnostikern ist von einem „Sterne des Pleroma's" die Rede, in Ver-

Seite

bindung mit allegorischen Zahlenspielen, welche auf eine theilweise Bekanntschaft mit pythagorischen Theoremen und mit den harmonikalen Symbolen theosophisch-kosmologischen Inhaltes der hebräischen Weisheitslehre hinweisen. Versuch einer Darstellung des Kosmos-Diagrammes der Pythagoreer nach Anleitung der Aussprüche des Buches J^ezirah. Für die Geschichte der neueren Entwickelung der Geometrie erscheint die Lehre vom harmonischen Strahlenbündel und der harmonisch geschnittenen Transversale von hervorragender Bedeutung nachdem die Neubegründer dieses Zweiges der mathematischen Wissenschaft die systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander und insbesondere die Lehre von den Kegelschnitten im Anschlusse an die Lehrsätze vom anharmonischen Verhältnisse auf die Betrachtung des harmonischen Strahlenbündels und der harmonischen Proportionalität gegründet haben. Systeme parabolischer Curven treten auf verschiedene Weise auch in der Intervallentafel des Lambdoma's und des Abacus hervor 163

Fünftes Hauptstück.

Die paarweise Conjugirung coordinirter entgegengesetzter Reihen der harmonikalen Ober- und Untertöne. Entwickelung der dissonirenden Accorde und der Grundgebilde der melodischen Tonverbindungen aus den reciproken Rationen solcher conjugirter Reihen. Der Tetrachord als elementare Type der Melodik. Die drei Klanggeschlechter des Diatonicum's, Chromaticum's und Enharmonicum's und die drei verschiedenen Formen des Tetrachords in jedem derselben. Bildung einer aus diatonischen, chromatischen und enharmonischen Tetrachorden der ersten Form aneinandergereihten oberharmonikalen zweioctavigen Moll- und einer aus eben solchen Tetrachorden der dritten Form zusammengefügten unterharmonikalen Dur-Scala von gleichem Umfange für die drei Klanggeschlechter. Die oberharmonikale Moll-Leiter entspricht der Tonfolge und Tetrachord-Eintheilung des s. g. Systema maximum immutabile der Griechen. Die unterharmonikale Dur-Leiter erweist sich als eine in der Gegenbewegung durchgeführte Inversion der vorerwähnten Moll-Leiter und erscheint als deren gegenbildliche, die Durtonalität in das griechische Tonsystem einführende Ergänzung. Einseitige Auffassung des Tonsystems und irrige Darstellung der Lehre von den drei Klanggeschlechtern und deren Färbungen bei den auf uns gekommenen classischen Musikschriftstellern und bei den neueren Bearbeitern der griechischen Tonlehre und Harmonik . 207

Sechstes Hauptstück.

Die Unterscheidung der Klangverhältnisse in homoiophone, symphone, paraphone, diaphone und antiphone Verbindungen ungleich hoher Töne. Die Pythagoreer entnahmen die Ausgangspunkte für die Bestimmung dieser Begriffe den zehn Arten der für die Zahlenlehre aufgestellten reciproken Doppeleintheilung des Verhältnisses der Ungleichheit des Grösseren und Kleineren. Ausführungen griechischer Harmoniker über die Merkmale des Symphonen im Gegensatze zur Paraphonie, so wie des Symphonen und Paraphonen im Gegensatze zur Diaphonie zeigen, dass dem Alterthume eine mehrstimmige Harmonie und der Unterschied consoner und dissoner Mehrklänge nicht unbekannt gewesen ist. Auch das früheste Mittelalter entbehrte nicht einer bis zur vollstimmigen Entwickelung consoner Accorde vorgedrungenen Polyphonie. Die leeren Quarten-Beispiele consoner Zusammenklänge in Hucbald's *Musica Enchiriadis* können nicht als Beweis für das Gegentheil angerufen werden. Entwickelung der Doppelreihe-Diagramme der wichtigsten paraphonen Accorde. Bestimmung des Begriffes der Antiphonie der Töne in einer von der archäologisch-kerkömmlichen Weise abweichenden Art 247

Siebentes Hauptstück.

Die aus der Erweiterung der Grundformel der drei Proportionen der Harmonia perfecta maxima abgeleitete zehnstufige Scala und die Ausbildung derselben zu einem den Gegensatz der Dur- und Molltonalität ausgleichenden Tonsysteme. Für das diatonische Klanggeschlecht setzt Letzteres sich aus dorischen Tetrachorden zusammen. Die enharmonischen Formen desselben gehören der Ordnung des Mesopyknon's an. Aus den diatonischen Saiten dieses Systemes entstehen die vier Octavengattungen der Modi gregoriani I, II, VII und VIII. Vermöge der gegebenen chromatischen Saiten der *musica ficta* ♯ und ♭ können im dorischen Systeme auch die übrigen acht, der phrygischen und der lydischen Tonalität angehörenden Modi III—VI und IX—XII dargestellt werden. Der Cyclus der Toni des gregorianischen Systemes umfasst in seiner Vollständigkeit alle zwölf von Glarean, Zarlino und Salinas als besondere Modi aufgestellten Octavengattungen. Charakteristik des modulatorischen Baues und Regeln für

Seite

die Harmonisirung der zwölf Modi nach Aaron, Zarlino und Cerone. Die Proportionenformel der Harmonia perfecta maxima und das aus derselben hervorgehende Tonsystem waren dem frühesten Alterthume bekannt. Griechische Berichte bezeugen deren semitischen Ursprung. Auch den Lu-Berechnungen der chinesischen Harmoniker lag das Princip der Conjugirung der entgegengesetzten Reihen der Ganzzahlen und Aliquotbrüche zum Grunde. Die Fünf-Lu-Scala der Chinesen setzt sich aus den festen Stufen (*chordae stabiles*) des dorisch-hypomixolydischen Dekachordes zusammen. Den Ausgangspunkt für die Entwickelung des harmonikalen Diagrammes der Dekas-Scala bildet als Maass des Verhältnisses der beiden polaren Einheiten zu einander die Ration der Octave 2 : 1 beziehlich 1 : 2. Die relativen Primzahlen für die Ergänzung und Fortbildung der beiden Rationenreihen werden durch Multiplication der Glieder des „Logos der Zweizahl“ mit den Coëfficienten 5 und 6 gefunden. Als bestimmende Grundzahlen des Gebildes treten hierbei die Zahlenwerthe 5 und 10 beziehlich 6 mal 5 und 10 hervor. In semitischen Zahlzeichen geschrieben entspricht die Gruppe dieser Zahlenwerthe den Buchstaben des h. Namens Jah J^e^hovah. Den mystischen Mittelpunkt der uralten Tao- (Logos-) Lehre der Chinesen bildet das im 14. Capitel des Tao-te-king vorkommende Symbol *I*, *Hi*, *Wei*. Identität desselben mit der hebräischen h. Trilitera יהו. Auch die geheimnissvolle Aufschrift EI am Tempelportale zu Delphi, Heraklit's Bilitera EI als Benennung des als das Seiende, Gemeinsame, Vergeltende (Δίκη) zu bezeichnenden „göttlichen Kampfes“, sowie die nebst dem *Tau gallicum* und dem Μὶν-*Ipsum* im Epigramme des Virgil auf den celtischen Zahlenharmoniker C. Annius Cimber vorkommende Doppel-Sylbe Êl-*EI*, sind nur Anklänge an verwandte Formen des göttlichen Namens. Ueber die Bedeutung der Monosyllabe Êl (אֵל) gibt insbesondere der seiner äusseren Form nach in die geheiligten Symbole der althebräischen Weisheitslehre eingekleidete, prophetische Inhalt der Stelle bei Jesaias 9, 6 Gewissheit . 277

Achtes Hauptstück.

Die Modulationslehre nach der Ordnung des altgriechischen Tonsystemes. Aus den diatonischen Tetrachordsaiten der phrygisch-äolischen und der lydisch-jonischen Doppeloctave, einschliesslich der beiden Halbtöne der Tetrachorde der verbundenen Saiten, geht eine modulatorische Vierung einander nächstverwandter Scalen hervor. Als tonische Form der ältesten Gesänge der Griechen bezeichnet ein dem Terpander zugeschriebenes hymnodisches Bruchstück die „Sangesweise im Vierton“ (τετράγηρυν ἀοιδήν). Die in den Zahlenwerthen der Buchstaben des h. Namens gefundene Entwickelung der dorisch-mixolydischen Dekasformel gewährt mittelst Versetzung der betreffenden Tonreihe in ihre Dominante und Unterdominante das Chroma für die Vorzeichnungen eines sieben Parallel-Tonartenpaare umfassenden modulatorischen Heptachordes so wie die unentbehrlichsten enharmonischen Doppelformen für die neutrale Scala der Mitte. Mit Hülfe der Facultätszahl 6! als Rationenbildnerin und mittelst dreifacher Anwendung der so erweiterten Formel auf das Dreigebilde einer tonischen, dominantischen und unterdominantischen Dekasscala gestaltet sich das diatonisch-enharmonisch-chromatische System dann zu einem Hendekachorde (oder Dodekachorde) der möglichen tonalen Transpositionen. Ein den Namen des Ion tragendes Fragment stellt der „siebentönig gebildeten Vierung“ die „dekadisch geordnete Reihenfolge der symphonen trioditischen Harmonien“ als letzte Erweiterung und Vollendung des modulatorischen Systemes gegenüber. Die Rationen der vier letzten Zeuger des Dodekachordes entsprechen den harmonikalen Zahlenwerthen der vier chinesischen Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki. Die ältere Gesetzgebung einzelner griechischer Städte und Staaten sicherte die Aufrechthaltung der Schranke des modulatorischen Heptachordes durch strafrechtliche Verbote. Das Decret der spartanischen Könige und Ephoren gegen den Musiker Timotheus. An die Modulationslehre des altgriechischen Systemes reiht sich die Lehre von den fünfzehn Tropen der Octavengattungen an. Gegenüber der Verwirrung, in welche die Lehre von den Tonarten und die Namenordnung der Octavengattungen schon zur Zeit des Aristoxenus gerathen war, findet die bei den mittelalterlichen Musikschriftstellern und bei Glarean vorkommende Vertheilung der griechischen gentilen Namen auf die einzelnen, den zwölf Modis des gregorianischen Systemes entsprechenden Octavenleitern in Andeutungen älterer griechischer Quellen ihre unverwerfliche Bestätigung. Die Benennungen der fünfzehn Tonlagen erhalten ihre Erklärung in den Beziehungen der entsprechenden einzelnen Octavengattungen zu jeder besonderen Trope des Transpositionensystemes. Die Anzahl von fünfzehn Tropen entstammt der ursprünglichen Lehre der alten Schule. Das aristoxenische, vermeintliche ältere System von nur dreizehn Tropen ist jüngeren Ursprungs 347

Einleitung.

„Ein helles Licht erleuchtete das Alterthum; aber kaum einige Strahlen sind bis zu uns durchgedrungen. Es scheint uns, als ob die Alten in den Finsternissen gewesen seien, weil wir sie durch dichte Wolken sahen...... Der Mensch ist ein Kind, geboren um Mitternacht: sieht er die Sonne aufgehen, so meint er, es sei niemals ein gestern gewesen." Ausspruch der Schüler des Lao-tseu (bei A. Remusat: Mélanges Asiatiques. I, 99).

Marinus Mersenne, der durch das Band der unverbrüchlichsten Freundschaft auf das innigste mit Descartes verbundene gelehrte Priester des Pariser Ordenshauses der minderen Brüder, welchen man wegen seiner vielseitigen und erfolgreichen Forschungen auf dem Gebiete der Akustik wohl als den Vater dieses Zweiges der neueren Naturwissenschaft bezeichnen könnte, schliesst das Vorwort zu der im Jahre 1636 unter dem Gesammttitel: Harmonie universelle erschienenen Ausgabe seiner umfassenden Arbeiten über die theoretische und praktische Musik seiner und der älteren Zeiten, so wie über die physikalische Natur der Klangerscheinungen, den Zusammenhang der letzteren mit den allgemeinen Bewegungsgesetzen, und über die Akustik der musikalischen Tonwerkzeuge, mit dem naiven Ausdrucke der Verwunderung darüber, dass der rationellen Erörterung der tiefer liegenden Gründe der musikalischen Harmonie nur so selten von den praktischen Musikern Werth beigelegt werde. Statt in Concerten nur zum Zwecke mehrstündiger Aufführungen von Tonstücken sich zu versammeln, sollte man, wie er meint, einen Theil der für jenen Zweck aufgewendeten Zeit dazu benutzen, um über das Wesen des musikalisch Schönen, über die Ursache der harmonischen Consonanz und Dissonanz, über den eigentlichen Grund der grösseren oder geringeren Annehmlichkeit der verschiedenen Mischungen und modulatorischen Verbindungen consonirender und dissonirender Intervalle, so wie über den Werth der Tondichtungen der einzelnen Meister, in belehrenden Vorträgen sich zu verbreiten. Der fromme Ordensmann erwartet von der Einführung eines so löblichen Brauches den entschiedensten Gewinn für die geistige und sittliche Veredlung der Zuhörer — mit Rücksicht auf die Betrachtung überirdischer Dinge, welche sehr wohl solchen Vorträgen eingefügt werden könnte — sogar eine wirksame Anregung zur Tugend, zur Bekämpfung der Leidenschaften und zur praktischen Frömmigkeit. Eine erfreuliche Rückwirkung würde ferner, seiner Ansicht nach, die sein, dass das, oft bis zur Misachtung sich verirrende Vorurtheil gegen die ausübende Tonkunst schwände, welchem man in bedauerlicher Weise vielfach begegne*).

*) A. a. O. Première préface générale: Je m'étonne de ce que si peu de Musiciens font éstat des raisons de l'harmonie, que l'on ne voit point d'Academie dressée pour ce sujet; car toutes les assemblées des concerts se font seulement pour chanter, au lieu que de deux ou trois heures que l'on employe à cet exercise, plusieurs honestes hommes desireroient qu'on print la moitié de ce temps pour discourir des causes qui rendent

Ob Mersenne's Vorschlag wohl irgendwo Anklang gefunden? Praktischen Erfolg hat jedenfalls derselbe nicht gehabt. Die vergleichende Betrachtung der in den Klangerscheinungen sich offenbarenden Naturgesetze und namentlich des mathematischen Zweiges derselben mit den empirisch festgestellten Regeln der Composition, wie diese, den Anforderungen unseres Ohres entsprechend, durch die Uebung der anerkannten Meister im Laufe der Zeiten praktisch herangebildet worden sind, hat, schon der Natur des Gegenstandes nach, auf Theilnahme eines grösseren Publikums keinenfalls zu rechnen. Die Rhythmik der in den wechselnden Abstufungen der Tonhöhe unserem musikalischen Sinne sich darbietenden mannigfachen Klangbewegungen — so könnte man, die physikalische Natur der letzteren zum Ausgangspunkte nehmend, den Inbegriff jener Kunstregeln nennen — stellt sich uns in einer andern Form der Anwendung, gleichsam auf der Stufe einer niederen Entwickelung, schon in der Mensur des Taktes als ein auf Commensurabilität gegründetes Gesetz symmetrischer Ordnung dar. Sie erweiset sich aber in unendlich potenzirter Weise als ein solches in den wechselnden Tonverbindungen der melodischen Aneinanderreihung und harmonischen Zusammenfügung der Klänge*). Hier sind es

les pieces de la composition agréables, et qui font que de certaines transitions d'une consonance à l'autre, et de certains mélanges de dissonances sont meilleurs les uns que les autres, si la manière de composer du Caurroy est meilleure, ou plus charmante que celle de Claudin: de deux ou de plusieurs chants donnés quel est le meilleur: pourquoi telle et telle suite de consonances donne une si forte atteinte à l'esprit, et mille autres choses semblables, qui attireroient les hommes de qualité aux concerts, et qui seroient plus capables de charmer les ennuis, de changer la ferocité et la brutalité des mauvaises temperances pour les former à la vertu, que tous les concerts du monde. Et si l'on y ajoûtoit la consideration du Ciel, en considerant tous les moyens qu'il y a de rendre la pratique de la musique utile au salut, et d'en tirer des motifs de devotion, l'on pourroit dire qu'elle contribueroit à l'effet de nostre predestination, de sorte qu'il n'y auroit plus moyen de la mepriser, à raison des excellens personnages de toutes sortes de professions, qui tiendroient à l'honneur, et à faveur d'assister aux concerts, dont ils ne sortiroient jamais que meilleurs, et dont ils ne se souviendroient poient, soit jour, ou nuit, sans ressentir de particuliers mouvemens de l'amour de Dieu, et des desirs très-ardens de la béatitude, et n'auroient plus autres choses dans le coeur, et dans la bouche, que ce beau mot du prophète royal: *Psallam Deo meo, quamdiu ero.*

Eine gleiche Begeisterung für die Erforschung der natürlichen Bedingungen und Grundlagen der musikalischen Harmonie äussert sich in folgenden Worten eines geachteten englischen Schriftstellers über Harmonik: In searching, stating, and comparing the Rations of Harmony, there is found so much Variety, and Certainty, and Facility of Calculation, that the Contemplation of them may seem not much less delightful than the very Hearing the good Music itself, which springs from this Fountain By what is already discovered relating to the Nature of Harmony, and by what yet remains to be found out; we cannot but see sufficient Cause to rouze up our best Thoughts, to Admire and Adore the Infinite Wisdom and Goodness of Almighty *God.* His Wisdom, in ordering the Nature of Harmony in so wonderful a manner, that it surpasseth our Understanding to make a through Search into it, though we find so much by Searching, as does recompense our Pains wit Pleasure and Admiration. William Holder: Treatise of the Natural Grounds and Principles of Harmony. London, 1731. S. 72 und 154.

*) questa mirabile Corrispondentia, che noi chiamiamo commisuratione, da Greci detta Συμμετρία — nennt Zarlino dies Gesetz. Dass ihrem tiefsten Grunde nach die Rhythmik und die Gesetze der melodisch-harmonischen Tonverbindungen eins und dasselbe seien, finden wir sehr bestimmt schon in den Schriften der griechischen Harmoniker ausgesprochen. So heisst es bei Porphyrius (in Ptolem. Harm. p. 219 Wallis): um derselben Gründe willen, wegen deren die Pythagoreer gelehrt hätten, dass im Quantitativen (ἐν ποσότησιν) der Unterschied der Höhe und Tiefe der Töne liege, müsse auch mit den Pythagoreern, trotz des Widerspruches Anderer, gesagt werden, dass das gestaltende Princip in Rhythmus und Melodie dasselbe sei (τὰ ποιητικὰ μέλους καὶ ῥυθμοῦ οὐχ ἕτερα, καθάπερ ἄλλοι, τὰ δ' αὐτὰ ἀναγκαῖον ἦν αὐτοῖς παραδέχεσθαι). Es bezeuge dies auch Dionysios, der Musiker, indem er sage: „Schlechthin Eins und dasselbe ist seinem Wesen nach der Rhythmus und die Melodie für alle Solche, welche anerkennen, dass das Hohe ein Schnelleres, das Tiefe ein Langsameres sei, und überhaupt alle harmonische Ordnung der Töne nichts anderes ist, als gewisser Bewegungen Symmetrie, in den Verhältnissen der Zahlen aber ihren Ausdruck findet die wohltönende Abstufung der Klänge" (μία σχεδὸν καὶ ἡ αὐτὴ οὐσία ἐστὶ ῥυθμοῦ τε καὶ μέλους· οἷς τό τε ὀξὺ ταχὺ δοκεῖ, καὶ τὸ βαρὺ βραδύ· καὶ καθόλου δὴ τὸ ἡρμοσμένον κινήσεων τινῶν συμμετρία, καὶ ἐν λόγοις ἀριθμῶν τὰ ἐμμελῆ διαστήματα).

nicht mehr, wie beim Takte, die als solche in die Sinne fallenden, zählbaren, einzelnen Pulse der Bewegung, welche wir vernehmen. Unsere Seele empfindet vielmehr den Unterschied der kürzeren oder längeren Perioden der in unvergleichlich schnelleren isochronen Schwingungen einherschreitenden Klangbewegung verschiedenen Stufen angehöriger Töne nur sensitiv, als arithmetisch undefinirbare, musikalische Höhe oder Tiefe der letzteren. Den Maassstab der Brauchbarkeit oder des grösseren Wohlklanges dieser Abstufungen entnimmt unsere Seele einem gleichsam unbewussten uns eingebornen intuitiven Gefühle. Die akustische Zergliederung der betreffenden Klangphänomene aber hat zu dem Ergebnisse geführt, dass dem aus solchen Empfindungen entspringenden Urtheile unseres Ohres über den grösseren oder geringeren Wohlklang bestimmter Tonbeziehungen nachweisbar allemal eine in bestimmten arithmetischen Gesetzen*) ihren Ausdruck findende Commensurabilität der Schwingungszahlen — d. h. der grösseren oder geringeren Anzahl der in einer gegebenen Zeit vom tönenden Körper vollendeten Hin- und Hergänge seiner periodischen Klangbewegung — entspricht. In der Erforschung dieses Zahlengesetzes hat sich der speculativen mathemathischen Wissenschaft ein besonderer Zweig hinzugefügt, dem von den ältesten Zeiten an hervorragende Geister in allen Jahrhunderten ihre ganz besondere Aufmerksamkeit zugewendet haben. Die Vergleichung indess der akustischen und arithmetischen Gesetze mit den durch Ohr und Uebung gefundenen Normen der Tonverbindung setzt in der That ein so detaillirtes Eingehen in eine exacte Analyse der betreffenden physikalischen Phänomene sowohl, als der Lehrsätze der musikalischen Intervallen-, Accord- und Modulationslehre voraus, dass jeder Versuch einer grösseren Menge von Wissbegierigen, und noch dazu — wie Mersenne meinte — in blos mündlicher Rede, den an sich abstrusen Gegenstand zugänglich zu machen, nothwendig von vorne herein mit gänzlicher Erfolglosigkeit geschlagen sein müsste. Nur in allgemeinen Umrissen gehaltene mündliche oder auch schriftliche Darstellungen würden den Hörer oder Leser nimmer in dasjenige Detail der Erscheinungen und Beziehungen einführen, wo die Zurückführung der musikalischen Harmoniegesetze auf allgemeingültige physikalisch-mathematische oder psychische Naturgesetze erst einen realen Boden zu gewinnen vermag. Man würde nothwendig die vergleichende Betrachtung auf eine ganz oberflächliche Darlegung der betreffenden akustischen Phänomene und einiger weniger fasslicher Elementarsätze der musikalischen Harmonik zu beschränken haben, welche gegenüber einerseits der reichen Fülle der von der neueren Naturforschung aus einem und demselben Gesetze undulirender Bewegung abgeleiteten Erscheinungen der Klang-, Licht- und Farbenphänomene, und im Vergleiche andererseits mit der unerschöpflichen melodischen und harmonischen Mannigfaltigkeit der musikalischen Gebilde nur als eine überaus ärmliche, ja gradezu inhaltslose, erscheinen könnte. Und der Versuch vollends, auf solcher Grundlage dann, dem Beispiele der Alten folgend, in gewisse speculative Sätze über ein einheitliches, alle Erscheinungen innerhalb der Natur beherrschendes Gesetz, über eine das All durchdringende harmonisch gegliederte Weltordnung sich zu verlieren, müsste unvermeidlich in willkührliche Träumerei und in eine mystisch-vage Vorstellung von einer s. g. Sphärenharmonie ausarten. Ein Plato oder Cicero mochte, gleichsam als mythologischen Schmuck, philosophischen oder staatswissenschaftlichen Speculationen solche Allegorien einverleiben. Im Gewande Dante'scher oder Shakespeare'scher Dichtung einherschreitend, mag Derartiges als Erguss eines poetischen Gedanken-

*) Συφωνία ἐστὶ λόγος ἀριθμῶν ἐν ὀξεῖ ἢ βαρεῖ — „der Wohlklang zusammenstimmender Töne beruht auf einer Abstufung ihrer Höhe oder Tiefe nach einem Zahlengesetze“ (wörtlich: — „ist ein Logarithmus im Hohen oder Tiefen“). Aristoteles: Analyt. poster. II, c. 2.

fluges noch auf Beifall rechnen dürfen*). Aber selbst die alten Pythagoreer, welche nach den Berichten der späteren Griechen Sätze ähnlichen Inhaltes mit ihren wissenschaftlichen Speculationen verbanden, haben vor dem Urtheilsspruche neuerer Fachmänner auf keine Gnade mehr zu hoffen. Freilich ist bei der Würdigung und Deutung der dunkeln hier gemeinten Aussprüche des Alterthumes die ältere und neuere Forschung nicht immer von der richtigen Auffassung und Erklärung des zahlensymbolischen Inhaltes derselben ausgegangen. Diejenigen Bücher des Alterthumes, in welchen vor anderen eine indirecte Belehrung über die technischen Unterlagen jener eigenthümlichen Sätze gesucht werden müsste — wir meinen nicht etwa nur die musikalischen, sondern auch die mathematischen, insbesondere die arithmetischen Schriften der Classiker aus der alexandrinischen Periode — erfreuen sich nur eines überaus kleinen Leserkreises. Der Fachmann Kästner, Verfasser einer oft citirten Geschichte der Mathematik, z. B. urtheilt über die hierher gehörigen Lehrbücher der Zahlenlehre von Nikomachus und Jamblichus in folgender Weise: „Von dem Sichern in diesen Kenntnissen machte man Anwendungen, die auf Geheimnisse führen sollten, und jetzo höchstens für Spielerei erkannt werden, viele gar für Unsinn, und wer strenge von ihnen urtheilt, strafbaren Aberglauben. Dergleichen finden sich in Nicomachi Arithmetica. Par. 1538; Τα θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς. Par. 1543; *Jamblichus* in Nicomachi Arithmeticam introductionem“ Man sieht, Kästner ist auf dem besten Wege, gegen Solche, welche noch auf Nikomachus und Jamblichus sich berufen möchten, die Schrecken einer gerichtlichen Verfolgung, vielleicht das Strafverbot Diocletians und Maximians gegen mathematische Schwarzkunst in const. 2. Cod. de maleficis et mathematicis, et caeteris similibus (9, 18) und den Fluch der Kaiser Constantin und Julianus in const. 6 ibid. zu Hülfe zu rufen**). Kästner'n scheint das von der Harmonia perfecta maxima der Alten

*) Purgatorio: XXX, 92:

„Bevor die Engel sangen, deren Sang
Nur Nachklang ist vom Lied der ew'gen Sphären.“

Merchant of Venise:

„Sieh wie die Himmelsflur
Ist eingelegt mit Scheiben lichten Goldes!
Auch nicht der kleinste Kreis, den du da siehst,
Der nicht im Schwunge wie ein Engel singt
Zum Chor der hellgeaugten Cherubim.
So voller Harmonie sind ew'ge Geister:
Nur wir, weil dies hinfäll'ge Kleid von Staub
Uns grob umhüllt, wir können sie nicht hören.“

In einem altfranzösischen Lehrgedichte aus dem 13. Jahrhundert: Image du monde, wird in gar anmuthiger Dichtung von der Harmonie der Sphären behauptet, dass die Kinder „um ihrer Unschuld willen den Vorzug geniessen, diese himmlische Harmonie zu vernehmen, so dass, wenn sie im Schlafe lächeln, dies in Folge des Vergnügens ist, welches dieselbe sie empfinden lässt.“ Piper: Von der Harmonie der Sphären. Berlin, 1850. Seite 16.

**) *Const. 2 cit.*: Artem geometriae discere atque exercere publice interest. *Ars autem mathematica damnabilis est et interdicta omnino.* — *Const. 6 ibid.*: Multi *Magicis artibus* usi, elementa turbare, vitam insontium labefactare non dubitant, et manibus accitis, audent ventilare ut quisque suos conficiat malis artibus inimicos: hos, quoniam naturae peregrini sunt, feralis pestis absumat. Datum prid. Non. Decembri Mediolani etc. (. „hole diese, ausserhalb der Natur stehenden Gesellen die schlimmste Pestilenz. Gegeben zu Mailand“ u. s. w.). In *const. 5 ibid.* verordnen Constantius und Julianus sogar, dass wer nach solchen Geheimnissen grübele mit dem Schwerdte vom Leben zum Tode gebracht werden solle (wir glauben nicht, dass Kästner beabsichtigte so weit zu gehen!): Nemo aruspicem consulat, *aut mathematicum*, neque ariolum. Augurum et vatum prava confessio conticescat. *Chaldaei, ac magi*, et caeteri, quos *maleficos*, ob facinorum magnitudinem vulgus appellat, nec ad partem aliquid moliantur. Sileat omnibus perpetuo divinandi curiositas. Etenim supplicio capitis ferietur gladio ultore prostratus, quicunque jussis nostris obsequium denegaverit.

handelnde 29. Capitel des 2. Buches der Nikomachischen Arithmetik und des Jamblichus ausführlicher Commentar zu diesem Capitel vorgeschwebt zu haben. Er hat aber beide gewiss nur sehr flüchtig gelesen. Nesselmann: Die Algebra der Griechen. Berlin, 1842. S. 190, sagt mit Recht: „Ich möchte wohl wissen, ob Kästner aus Nikomachus oder Jamblichus auch nur eine Stelle als Beleg für seine Aussage hätte beibringen können. Ich habe keine der Art gefunden" und S. 191: „Der Grund der vielen schiefen und unbestimmten Urtheile über diesen Autor (Nikomachus) ist wahrscheinlich darin zu suchen, dass seine Arithmetik noch nicht das Glück gehabt hat, in irgend eine occidentalische Sprache übersetzt worden zu sein, ein Umstand, der die Mathematiker von dem Studium des Werkes abgeschreckt zu haben scheint. Freilich haben wir in Nikomachus keinen Diophant, aber wir haben in seinem Werke eine ziemlich vollständige elementare Arithmetik, und eine Vorarbeit Diophant's, welche keineswegs die gänzliche Vernachlässigung verdient, welche sie in neuerer Zeit erfahren hat. Es sei mir daher erlaubt, hier gut zu machen, was man so lange gegen den verdienstvollen Verfasser vergangen hat" u. s. w. Ein ganz eben so oberflächliches und absprechendes Urtheil Mönnich's*) über Nikomachus citirend bemerkt ferner Nesselmann gewiss nicht mit Unrecht: „Die Herren wissen alle sehr gut und richtig anzugeben, wann und wo die Arithmetik des Nikomachus gedruckt worden ist; hätten sie sie dann nicht auch lesen können?"

Ueber die uns überlieferten Sentenzen der Pythagoreer zahlenspeculativen Inhaltes fällt freilich auch Nesselmann ein strenges und verwerfendes Urtheil. Er sagt**): „Dem speculativen Geiste der Griechischen Philosophen konnte ein Begriff, wie der der Zahl, nicht lange entgehen, und die Einfachheit, Ursprünglichkeit und Vieldeutigkeit dieses Begriffes machte ihn frühe zu einem beliebten Gegenstande philosophischer Untersuchungen. Es scheint, dass der berühmte (fast möchte man sagen, der berüchtigte) Pythagoras, um 550 v. Chr. G., hierzu die Bahn gebrochen hat, indem er als erstes Princip seines Systems den Begriff der Zahl hinstellte; und wie späterhin die Platonische Schule eine mächtige Pflegerin der Geometrie ward, so hat die Schule des Pythagoras die Zahlenlehre fortgebildet. Wir wollen es aber diesem grossen Manne, von dem wir leider, so viel auch über ihn erzählt oder vielmehr geschwatzt wird, fast gar nichts wissen, nicht zum Vorwurf machen, dass die späteren Zöglinge seiner Schule und Fortpflanzer seines Namens sich bald in die zügellosesten excentrischen Träumereien verloren und dass man seinen Namen missbrauchte, indem man Ausgeburten einer überspannten Fantasie, abgeschmackte Mysterien über die verborgenen Eigenschaften einzelner Zahlen, die jedes gesunden Geistes unwürdig sind, dadurch zu legitimiren suchte, dass man ihnen den grossen Namen des alten Meisters an ihre freche leere Stirne schrieb. Man wird es mir nicht verargen, dass ich hier alle jene auf die Zahlenbetrachtung zurückgeführten kosmologischen Träumereien bei Seite schiebe, und das oft Gesagte, das nicht einmal erzählt zu werden verdiente, nicht wiederholen mag."

Die von Nesselmann hier gemeinten Sätze, von den das All bildenden graden und ungraden, männlichen und weiblichen Zahlen, von der Hälfte, welche der Anfang ist des Ganzen oder des Alls, von der heiligen Vierzahl und heiligen Zehnzahl, in denen die Principe alles Seienden zu finden seien, von den wunderbaren Eigenschaften des Würfels

*) Lehrb. d. Math. Th. I, Abth. 2, S. 460: „Unter Tiber's Regierung schrieb Nikomachos, ein Pythagoreer, εἰσαγωγην ἀριθμητικην; sie ist zuerst" (bis auf Mönnich's Zeit aber auch nicht wieder) „in Paris 1583 gedruckt. Ausser vielen, theils wenig brauchbaren Eintheilungen der Zahlen enthält dies Buch viel von Zahlengeheimnissen oder eigentlich Spielwerken mit Zahlen, worüber unter den Alten Jamblichus einen Griechischen Commentar, ed. 1668 u. s. w. geschrieben"!

**) A. a. O. S. 149, 150.

und der anderen regulären Körper oder gewisser planimetrischer Figuren, sowie der Einzahl, Zweizahl, Fünfzahl, Sechszahl u. s. w. und was sonst ähnlichen Inhaltes angeführt wird, vermögen auch wir, wenn diese Aussprüche so verstanden werden, wie bisheran zu geschehen pflegt, gegen die von den Vertretern der exacten Wissenschaften erhobenen Vorwürfe nicht in Schutz zu nehmen. Das Thörichte derselben würde auch an Seltsamkeit und Zügellosigkeit dadurch nichts einbüssen, dass freilich, auch in der herkömmlichen Weise aufgefasst, immer noch eine gewisse Methode in diesen Träumereien erkennbar bliebe.

Die Geschichtschreibung der Philosophie hat indess eine mildere und freundlichere — wenn gleich einigermassen reservirte Stellung zu diesen sonderbaren Zahlensymbolen eingenommen.

Ritter: Geschichte der pythagorischen Philosophie (S. 156 fgde.) entwickelt vorab den Satz, dass die Pythagoreer den Grund aller Dinge in einer ersten Einheit gesucht, aus welcher alle Zahlen und in den Zahlen als von einander gesonderten abgeleiteten Einheiten die Vielheit der Dinge hervorgegangen sei; welche erste Einheit, — wenn man den Gegensatz in der Vielheit der Dinge, die als Zahl betrachtet werden, überhaupt auf den Gegensatz zwischen Gradem und Ungradem zurückbringen könne (Ritter lässt also den speculativen Werth dieser sonderbaren Vorstellung auf sich beruhen) — als das Gradungrade zu denken sei. Da aber hinwiederum die Zahl nur denkbar werde durch die Begrenzung, und diese den Gegensatz zwischen Begrenzendem und dem an sich Unbegrenzten, welches durch das Begrenzende begrenzt wird, voraussetze, so habe die erste Einheit gedacht werden müssen als Begrenzendes und Unbegrenztes in sich umfassend. Er fährt — halb entschuldigend, halb tadelnd — dann in folgender Weise fort: „So wie in allen Systemen, welche eine Vielheit der Dinge in einem Urwesen begründet finden und die Philosophie in Erforschung dieses Urwesens setzen, so war es auch in dem Pythagorischen Systeme nöthig, dass ein Uebergang gefunden werde aus der übersinnlichen Einheit zur sinnlichen Mannigfaltigkeit; es mussten daher sinnlich darstellbare Begriffe von den Pythagoreern mit ihrem Begriffe von der ersten Einheit verknüpft werden und es lagen ihrer Denkart keine andern Begriffe näher, als die der Zahl, der Figur und der Harmonie. Unter diesen Formen stellten sie daher das Göttliche dar und es entstand ihnen daraus eine Symbolik, welche unserer Vorstellungsart nach sehr seltsam uns vorkommen muss und die auch, je weiter sie sich von ihrem allgemeinen Principe entfernte, um so willkührlicher wurde nach der Art einer jeden Symbolik. Hierher gehört, um nur einiges zu erwähnen, denn alles zu erschöpfen ist unserem Zwecke nicht gemäss, ihre Verehrung der Zehnzahl und der heiligen Tetraktys, ihre Bezeichnung der einzelnen Götter, deren Namen sie auch in symbolischem Sinne gedeutet zu haben scheinen, durch bestimmte Zahlen und Figuren. Damit verband sich das Aufsuchen von Aehnlichkeiten zwischen den Zahlen und den Erscheinungen der Dinge. Einige von den Symbolen, deren sie sich bedienten, sind einfach und ergaben sich wohl fast ungesucht aus der Verwunderung darüber, dass gewisse Zahlen theils in der Natur der Dinge, theils in der Zahlenlehre eine ganz ausgezeichnete Rolle spielen; nachdem man sich aber einmal diesen Betrachtungen überlassen hatte und der grübelnde Verstand immer mehr das Geheimniss der Zahlen zu erforschen suchte, musste man natürlich auch immer mehr auf entlegene Aehnlichkeiten geführt werden und so entstand denn wohl ein Aggregat von verschiedenen Symbolen in Zahlen, Figuren und musikalischen Verhältnissen, in welchen man vergeblich nach einer durchgreifenden Ansicht forschen würde, weil es eben nicht von Einem und nach einem Principe gefunden wurde, sondern allmählich in der Schule sich zusammensetzte und von dem einen Theile als heilige Ueberlieferung festgehalten, von dem andern aber wohl seinem wahren Werthe nach nur als äussere Form der Lehre geschätzt wurde." Von der

Einmischung der symbolischen Bezeichnungsweise auch in die Darstellung der physikalischen Lehren heisst es noch (S. 170): „Symbolische Ausdrücke suchten die Pythagoreer ohne Zweifel auch in ihren physikalischen Lehren und zwar nicht blos durch Zahlen, sondern auch durch mythische Bilder, und in den letztern besonders spricht sich eine grosse Lebendigkeit ihrer Phantasie aus, mit welcher sie die Natur belebten. Von dieser Art sind die Ausdrücke: das Haus des Zeus, der Heerd des Alls; so nannten sie ferner das Meer die Thräne des Kronos, die Polarsterne die Hunde der Rhea, das Siebengestirn die Lyra der Musen, die Planeten die Hunde der Persephone und den Ton des geschlagenen Erzes die Stimme der Dämonen; so ward ihnen der Donner zur Drohung der Bewohner des Tartaros und in dem, was sie von der Milchstrasse lehrten, schlossen sie sich an die Mythe vom Phaethon an!" (Eine schöne Blumenlese!) „Aber wenn auch dies von der Regsamkeit ihrer Phantasie bei der Naturbetrachtung und von ihrem Streben nach Anknüpfungspunkten für das religiöse Gefühl zeigt, so giebt es doch kein Zeugniss von ihrer wissenschaftlichen Lehre" (nein, wahrlich nicht!) „und ein Verfahren dieser Art konnte immer nur zur poetischen Ausschmückung dienen und nur Einzelnes ergreifen."

Brandis: Handb d. Gesch. der Griech.-Röm. Philos. (B. I, S. 441 fgde) berichtet — stets auf Anführungen des Aristoteles sich berufend — in mehr objektiv gehaltener Darstellung: Nach einiger Pythagoreer Meinung seien die Zahlen entweder als der inhaftende Grund, und die Wesenheit, oder als Musterbilder der Dinge zu betrachten gewesen, und hätten diese Lehrer dann die Natur aus Zahlen zusammengesetzt. Andere hätten nur behauptet, die Dinge seien durch Nachahmung der Zahlen geworden. Der einen und anderen Lehre habe die Betrachtung zum Grunde gelegen, dass ohne Zahl nichts erkennbar, dieselbe aber, wie der Pythagoreer Philolaos dies so nachdrücklich ausgesprochen, dem Truge unzugänglich sei und die Dinge der Seele harmonisch zusammenfüge, so wie dass die Zahlen das Erste in der Mathematik und in der ganzen Natur, folgeweise aber auch die Elemente der Zahlen Elemente der Dinge seien. So sei ihnen, nach des Aristoteles Worten, „die Mathematik zur Philosophie geworden." Weniger habe hierbei bestimmend die Wahrnehmung mitgewirkt, dass sich viele Erscheinungen auf bestimmte Zahlenverhältnisse als ihren beharrlichen Grund zurückführen liessen. Dem stehe nicht entgegen, dass, nach des Aristoteles Zeugniss, die und die Beschaffenheit der Zahlen ihnen „Gerechtigkeit", jene andere „Seele" oder „Vernunft" geheissen, wieder eine andere „schickliche Zeit", und so auf ähnliche Weise weiter. Es wird dann ferner berichtet (S. 449), dass die Pythagoreer die Zahlen „vermittelst der Merkmale des Geraden und Ungeraden auf den Gegensatz des Unbegrenzten und Begrenzenden zurückgeführt" (sehr sonderbar!), „aus dem Unbegrenzten" (also aus der graden Zahl) „unmittelbar die Zeit, den Raum oder das Leere, und die Bewegung, mittelbar die stofflichen Dinge abgeleitet", und zugleich dasselbe, beziehlich also die graden Zahlen, als das „Hauchartige und Umschliessende" bezeichnet hätten (noch sonderbarer!). Zur Erläuterung dessen wird, nach Aristoteles, angeführt, es habe sich ihnen „als allgemeinste Bestimmungen der Zahlen das Gerade und Ungerade ergeben, als Principe des Geraden und Ungeraden das Unbegrenzte und Begrenzte" (Wir bekennen, dass die letztere Hälfte dieser Erklärung uns eben so unbegreiflich erscheint, wie das zu Erklärende selbst). Nach der Lehre des Philolaos habe die aus dem Begrenzenden und Unbegrenzten zusammengefügte Welt ihre Ordnung empfangen indem in die Zusammenfügung dieser Principe die Harmonie eingegangen sei, welche in der Octave, deren Grösse durch die Zusammenfassung der Consonanzen der Quarte und Quinte bestimmt werde, ihren musikalischen Ausdruck finde. Gleichwie die Pythagoreer geglaubt hätten, in der Octave und ihren verschiedenen harmonischen Verhältnissen den Grund für die Verbindung der einander entgegen gesetzten Urgründe und der Beziehungen des Gewordenen unter

einander gefunden zu haben, so hätten sie in den Eigenschaften der einzelnen Zahlen und ihren verschiedenen Verhältnissen zu den Principien Erklärungsgründe für die Eigenthümlichkeit der einzelnen Dinge und Wesen gesucht, und daher drei Arten des Geraden unterschieden, je nachdem es bis zur Einheit immer in gleiche Theile sich theilen lasse oder nur einigemal, so wie auch drei Arten des Ungeraden" (du lieber Himmel, was die alten Pythagoreer doch für wunderliche Leute waren!), hätten auch deshalb sehr ausführlich von den Beziehungen der Zahlen zu den Flächenfiguren und den Körpern gehandelt (S. 463, 464). Wo das Stoffartige in den Dingen und Wesen vorzuherrschen geschienen habe, sei man wahrscheinlich geneigt gewesen, eine gerade Zahl, und zwar nach den angegebenen Abstufungen zu setzen, eine ungerade dagegen, wo das Kraftthätige vorzugsweise hervortrat. Zur Ergänzung solcher dürftigen Bestimmungen habe man dann freilich theils das Verhältniss der Zahlen zu Flächen und Körpern, theils die Bezeichnung der Abfolge gleichartiger Wesenheiten (?) zu Hülfe genommen. Darum habe man von den Verhältnissen der Linear-, Flächen- und Körperzahlen und den fünf Körpern, so wie von der Zehnzahl und ihren Eigenschaften so ausführlich gehandelt. Die Beschaffenheiten und Beziehungen der Dinge untereinander aber habe man theils nach Anleitung von Vier- und Zehnzahlen, theils durch Zurückführung auf Figuren und ihre Winkel und vermittelst dieser wiederum auf Zahlen bezeichnet, und im Anschlusse hieran, die Harmonik auf die Kosmologie anwendend, die Lehre vom Centralfeuer und dem feuerartigen Umschliessenden, und den Sphären der Fixsterne und Planeten, der Sonne, des Mondes, der Erde und Gegenerde erdacht (S. 466—468). Es wird (S. 453) auch die Vermuthung ausgesprochen, dass die Pythagoreer vielleicht den Unterschied der Zahlen als ein Leeres aus dem Unbegrenzten, ihre Bestimmung dagegen aus der Einheit abgeleitet und den Vorrang der ungraden Zahlen vor den geraden dadurch bezeichnet hätten, dass sie behaupteten, jene seien „dem Werden nicht unterworfen, ohne jedoch darum diese für zeitlich geworden zu halten."

Wir müssen gestehen, dass wenn das Vorgetragene wirklich die Lehre der Pythagoreer war*), dann auf die Geschichte der alten Philosophie unbedingt jener Ausspruch der classischen Römischen Juristen Anwendung finden müsste: non omnium, quae a maioribus tradita sunt ratio reddi potest! Einige der sonderbaren Sätze kommen uns so stark vor, dass nur die unbedingte Verehrung, welche alle Ueberbleibsel classischer Antike bei den Alterthumskundigen geniessen, es uns erklärlich machen würde, wie seit Jahrhunderten in den tiefsinnigsten Untersuchungen man mit einem Conglomerat so seltsamer Vorstellungen auf so überaus eingehende und gründliche Weise sich hat beschäftigen mögen.

Denkern, deren Speculationen sich in solcher Richtung bewegten, musste — darüber ist die neuere Geschichtschreibung der Philosophie einig — eine eigentlich philosophische Behandlung abstracter Probleme noch gar nicht möglich sein, so wenig als ihre Beschäftigung mit den Naturwissenschaften eine ernste, zu positiven Resultaten führende genannt werden könnte**) Sie

*) Ob, gegenüber der höchsten Autorität für die Geschichte der älteren griechischen Philosophie — Aristoteles, mit dessen Zeugnissen der verehrungswürdige Brandis alle Einzelnheiten seiner Darstellung der pythagorischen Lehre gewissenhaft belegt (m. vgl. noch die Abhandlung: Ueber die Zahlenlehre der Pythagoreer und Platoniker, von Brandis im Rhein. Museum für Philol. Gesch. u. Philos. Jahrg. II, 2. u. 4. Heft) die Aeusserung eines Zweifels wie der oben ausgesprochene erlaubt sei — darüber wolle der geneigte Leser sein Urtheil nur so lange noch aufschieben, bis er das Detail der Beweise einer Prüfung gewürdigt haben wird, welche zur Erhärtung unseres Zweifels wir im Laufe der vorliegenden Untersuchungen beizubringen bestrebt sein werden.

**) „Die Physik der Pythagoreer scheint dürftig gewesen zu sein" — sagt, unter Bezugnahme wieder auf Aristoteles (Metaph. A. 8), Brandis a. a. O. S. 490.

mochten — auch darüber ist man einig — höchstens „mit Ethik", aber auch mit dieser „mehr praktisch, als wissenschaftlich", sich befassen. Zufolge Brandis (Lehrb. a. a. O. S. 493) ist zwar die Richtung der Pythagoreer auf Ethik als wesentliches Merkmal ihrer Bestrebungen zu betrachten; doch aber seien die wenigen vereinzelten Bruchstücke einer pythagorischen Sittenlehre, welche sich vorfinden, von solcher Art, dass man nicht einmal annehmen könne, sie seien Trümmer eines für uns verloren gegangenen umfassenderen Lehrgebäudes; es erhelle aus ihnen nur, dass vereinzelte ethische Fragen die Pythagoreer beschäftigt hätten, auf deren Anwendung zur Versittlichung der Gesinnung und des Lebens ihr Hauptaugenmerk gerichtet gewesen sei. Freilich sei ihr Streben zu wissenschaftlich gewesen, als dass sie nicht gewisse leitende Gesichtspunkte auch in Bezug auf Sittlichkeit mit Bestimmtheit aufgefasst haben sollten. Solche liessen sich selbst in unseren dürftigen Nachrichten nachweisen. Gruppe: Ueber die Fragmente des Archytas und der älteren Pythagoreer (S. 9) sagt dagegen von den Anhängern des Pythagoras: „Sie befinden sich noch ausserhalb des ethischen Gebietes" — es habe ihnen nemlich noch der Begriff der „Glückseligkeit, als des allein seiner selbst wegen begehrenswerthen Gutes" gefehlt, mit dessen Auffindung durch Aristoteles erst eine „metaphysische Begründung der Ethik" möglich geworden sei*). Auf dem logischen Gebiete haben sie es, demselben Gruppe (S. 8) zufolge, bei dem „Mangel an speciellen Kategorien" nicht einmal bis zu einer Sonderung der Begriffe ὕλη und πάϑος und ἕξις gebracht. Fragmente also, in welchen dem Unterschiede zwischen ὕλη und μορφὼ Bedeutung beigelegt wird, wie dies in einem dem Archytas zugeschriebenen der Fall ist, sind unecht und jüngeren — nachplatonischen und nacharistotelischen Ursprungs. Dasselbe gilt von allen Fragmenten, in welchen die Bezeichnung καϑόλω vorkömmt. Denn, wie Aristoteles uns belehre, sei erst Sokrates der Begründer alles Logischen und suchte er erst allgemeine und feste Definitionen auf (S. 15)**). Die Pythagoreer kannten so wenig wie die jonischen Philosophen oder die Eleaten den Unterschied einer geistigen und einer körperlichen Welt (S. 17), wenigstens nicht im metaphysischen Sinne (S. 71). Alle Fragmente, in welchen ein Unterschied gemacht wird zwischen einer stofflichen und vergehenden und wiederum einer intelligibeln und ewigen Welt, sind unecht, untergeschoben, nachplatonischen Ursprungs. Aristoteles denke geringschätzig von den Pythagoreern, man könnte sagen, er habe ein Vorurtheil gegen sie — dies aber nur deshalb, weil zu den Leistungen der Philosophie seit Plato und Aristoteles die ihrigen sich nur als die „schwacher Anfänger" verhielten (S. 18). Es hat jedoch den Anschein, als ob nur das eifrige Bestreben, wo möglich, alle als altpythagorisch uns überlieferten Fragmente für unecht zu erklären, bei diesem wegwerfenden Urtheile Gruppe's bestimmend gewesen sei. Denn in dem, von dem Charakter und der Lehrform des alten Pythagoreismus handelnden Capitel seiner Schrift (S. 33 fgde) wird nicht nur die pythagorische Philosophie als eine solche bezeichnet, welche als eine Dorische, im wesentlichen Zusammenhange mit dem Charakter dieses griechischen Volksstammes, in allen Dingen Ernst, Maass, Besonnenheit gesucht habe, sondern sehr treffend und schön von derselben gesagt: „Es ist nicht zufällig,

*) Aristoteles selbst äussert sich (Ethic. Magn. I, 1) tadelnd über die, ihm zufolge, auf verkehrte Weise mit der Zahlenlehre in Verbindung gebrachten ethischen Sätze des Pythagoras — zur Begründung seiner Kritik sich darauf berufend, dass ja doch „die Gerechtigkeit keine gleichmal gleiche Zahl sei." Ob Pythagoras wohl seinen Zahlensymbolen eine so unsinnige Anwendung auf die theoretische Begründung der Lehren der praktischen Ethik gegeben hat, wie Aristoteles hier ohne weiteres voraussetzt?

**) Von verwandten Anschauungen geht auch die, Böckh's berühmte Bearbeitung der Bruchstücke des Philolaos bekämpfende Schrift aus: Die angebliche Schriftstellerei des Philolaos und die Bruchstücke der ihm zugeschriebenen Bücher untersucht von Schaarschmidt. Bonn 1864.

dass sie (die pythagorische Philosophie) sich der Geometrie und Arithmetik zuwandte, denn hier giebt es eine strenge Norm, hier herrscht eine sichere Demonstration, im Gegensatze der umherschweifenden Vermuthung, welche, wie bei den Joniern, bald von dieser bald von jener einseitigen Beobachtung ausgehend, nach einander in verschiedenen materiellen Stoffen das Urprincip der Dinge suchte. Maass und Zahl herrschen in der Bewegung der Himmelskörper, Maass und Zahl herrschen in der Kunst, zunächst bestimmen sie in der Musik die Harmonie, und die Tugend und alle Weisheit schien eben nichts anderes zu sein. Dies ist der Mittelpunkt der grossartigen und ewig denkwürdigen Lehre, für deren Verständniss und Schätzung aber schon dem Aristoteles der Standpunkt fehlte.“ Eben so schön sagt, etwas weiter, Gruppe von jenen pythagorischen Symbolen, welche Ritter als Erzeugnisse der Phantasie bezeichnete, Nesselmann aber „Ausgeburten“ die „jedes gesunden Geistes unwürdig seien“ nannte: „die erhaltenen Sprüche und Lehren des Pythagoras oder doch seiner ältesten Schüler sind tiefsinnige Räthsel, d. h. Aufgaben für das eigene stille Nachdenken. Der Geist soll selbst finden....... Auf dem mathematischen Gebiet braucht es sehr wenig des Austausches und gar nicht der Unterhandlung mit verschiedenartigen Meinungen, sondern nur der Anschauung und des gesammelten Vertiefens...... Ueberhaupt herrscht in dem Orden eine metaphorische, kurze und geistreiche Ausdrucksweise. Der Art sind die erhaltenen Apophthegmen, welche durch Gehalt und Originalität der Wendung ihre Echtheit hinreichend bekunden. Wie sehr stechen hier die hausbackenen Briefe ab“ (Erzeugnisse nemlich Späterer) u. s. w.*)

Wir haben als unsere eigene Meinung über den Werth dieser vielgepriesenen und vielgeschmähten Symbole bereits die Ansicht zu erkennen gegeben, dass — so verstanden, wie Aristoteles und mit ihm die späteren Bearbeiter der Geschichte der griechischen Philosophie dieselben gedeutet haben, wir das Urtheil Nesselmann's als ein zwar strenges, aber doch vollkommen zutreffendes, erachten würden. Dagegen sehen wir die Frage als eine noch offene an, ob die Auffassung — namentlich der das Begrifflich-Speculative mit Andeutungen exacter, mathematisch-physikalischer und musikalischer Art umkleidenden Sprüche — wie sie bei Aristoteles sich findet und hinsichtlich des zahlenspeculativen und harmonikalen Inhaltes auch durch die Schriften der alexandrinischen Periode sich hindurchzieht, in der That die richtige sei? Wir erlauben uns, mit anderen Worten, einen bescheidenen Zweifel darüber anzuregen, ob Aristoteles, der keinen der Pythagoreer zum Lehrer gehabt, der nicht, wie Thales und Plato, Egypten besucht und Unterweisung in den Geheimlehren der dortigen Priester genossen, auch nie, wie Demokrit, den Orient bereist hatte, oder, wie unverkennbar der Ephesier Herakleitos, unter dem Einflusse orientalischer Religionslehren gestanden, eben so wenig ein sonderlicher Liebhaber orphischer oder bakchischer Weisheit gewesen zu sein

*) Wie zur Zeit der Aufklärung man in Italien über die pythagorische Zahlenphilosophie dachte, mag folgende Stelle aus dem, weiter unten zu citirenden Buche des Mitgliedes des (damals aufgehobenen) Jesuitenordens Don Antonio Eximeno: Dell' Origine e delle Regole della Musica, zeigen. Dort heisst es nemlich S. 62: Pitagora viaggiò per l'Asia, ed' apprese da' Filosofi orientali la trasmigrazione delle anime con molte superstizioni, per li quali si facea già a quei tempi, come si fa pur oggigiorno, grand' uso de' numeri, talchè se questo uso non è un natural effetto della fantasia umana, dobbiam dire averlo Pitagora dall' India trapiantato in Europa. Egli si diede ad investigare le proprietà de' numeri, presupponendo la Natura operare per virtù di essi. Co' numeri spiegava Pitagora le perfezioni della prima Causa, e da' numeri voleva pigliasse l'anima umana la forza d'agire. Vero è che non restando più al mondo gli scritti di questo Filosofo, è da credere aver Porfirio cogli altri Filosofi Alessandrini, che diedero forma di scienza alle più volgari superstizioni, imputato a Pitagora molte cose, che non fece nè disse.

scheint, der also — abgesehen von den Vorträgen des Plato — seine Bekanntschaft mit den pythagorischen und den verwandten älteren Lehren nur aus Demjenigen geschöpft haben kann, was eben der Allen zugängliche Büchermarkt von solchen Dingen bot, in seinen Berichten und Deutungen uns esoterische oder exoterische Weisheit der Pythagoreer vorträgt?

Die Führung des Beweises, dass die Lehre der Pythagoreer, wie diejenige aller älteren priesterlichen oder philosophischen Geheimbünde, sich in eine esoterische, für die Eingeweihten bestimmte, und in eine exoterische, für neueingetretene Mitglieder des Ordens und die ausserhalb desselben Stehenden eigends ersonnene, spaltete — bildet, wie der Leser bald im Einzelnen ersehen wird, den eigentlichen Gegenstand und Inhalt unserer vorliegenden Untersuchungen. Wir werden insbesondere diese Beweisführung darauf richten, dass — wegen der unauflöslich engen Beziehung, in welcher nicht nur die eigentlich philosophische Forschung, sondern auch das exacte arithmetische und geometrische, astronomische und musikalische Wissen der Schule in seiner speculativen Anwendung auf die obersten Urgründe alles Erkennens zu den Symbolen der heiligen, religiösen Ueberlieferung des Gründers der Schule gestanden hat — der Gegensatz jener beiden Zweige und Methoden der Lehrart sich in weitgreifendster Weise auch durch die ganze inductive Behandlung wissenschaftlicher und technischer Fragen und namentlich der musikalischen Lehrsätze hindurchzog.

Die von den neupythagorischen alexandrinischen Schriftstellern erstatteten ausführlichen fast klagenden Berichte über jene Eigenthümlichkeit der Lehrweise der alten Pythagoreer, über die strenge Abgeschlossenheit ihrer Schule und die Undurchdringlichkeit des den speculativen Inhalt ihrer Sinnsprüche verhüllenden Schleiers, lassen es deutlich erkennen, dass bereits lange vor der in Alexandrien versuchten wissenschaftlichen Wiederherstellung der altpythagorischen Lehre der Schlüssel für ein allseitiges Verständniss des technisch-exacten Inhaltes der spärlich vorhandenen Schriften einzelner älterer Mitglieder des Ordens völlig verloren war. Es mangelte seit langem diejenige richtige Erfassung des positiven Gehaltes der der Schule eigenthümlichen Lehrsätze, ohne welche auch die rechte Einsicht in die philosophische Bedeutung der metaphysischen und theosophischen Doctrinen derselben nicht möglich war.

So erzählt uns Jamblichus im 23. Kapitel seiner Schrift über die Lebensordnung der Pythagoreer (περὶ βίου πυθαγορικοῦ)*), es habe die symbolische Lehrweise dem Pythagoras vor allen anderen als eine ganz unentbehrliche gegolten. Das sei nun im Grunde keine besondere Eigenthümlichkeit seiner Schule gewesen. Denn von uralter Zeit her habe dieser Brauch in Griechenland Geltung gehabt; ganz besonders habe derselbe die mannigfachste Anwendung gefunden und in höchster Ehre gestanden bei den Aegyptern, deren Nachahmer Pythagoras hierin gewesen. Würde der symbolische Inhalt der emphatischen Sätze und der geheimnissvollen Sinnsprüche der Pythagoreer mit weisem Verständnisse zergliedert und schicklich wieder in die rechte Verbindung gebracht, so werde man finden, wie viel des Richtigzutreffenden und Wahren sie enthielten, wenn sie von der Räthselform frei gemacht, nach Anleitung der einfach-ungeschmückten und unwandelbaren Ueberlieferung (καθ' ἁπλῆν καὶ ἀποίκιλον παράδοσιν)**) der grossen und edlen Geistes- und Sinnesart dieser Weisen angepasst und hoch über alle menschliche Erfindung solchergestalt gleichsam zum Göttlichen erhoben würden. Es hätten nun die weisen Männer, welche aus jener Schule hervorgegangen, insbesondere diejenigen, die noch Genossen des grossen Stifters oder als Jünglinge seine, des alternden Lehrers, Schüler gewesen

*) Edit. Kiesling, p. 220 ffgde.

**) Wo diese zu finden sei — sagt Jamblichus nicht.

seien, Philolaus und Eurytus, Charondas und Zaleukus, und Brysson, Archytas auch der Aeltere, und Aristäus, und Lysis, und Empedokles, Zamolxis, Epimenides, Milo, Leukippus auch, Alkmäon, Hyppasus und Thymaridas, und so viele Andere in grosser Zahl, ihre Abhandlungen, Gespräche, Commentare und was irgend an Schriften sie herausgegeben und meist bis auf die spätere Zeit gekommen sei, nicht in der gemeingültigen und populären Redeweise auf den ersten Blick (ἐξ ἐπιδρομῆς) allen verständlich, abgefasst, sondern sie seien, in Uebereinstimmung mit dem vom Meister gegebenen Gebote der Verschwiegenheit, vielmehr der Uebung gefolgt, welche in einem Verbergen der göttlichen Geheimnisse bestehe und des vor den Ungeweihten nicht Auszusprechenden; und so hätten sie denn ihre mündlichen oder auch schriftlichen Mittheilungen in verdunkelnde Symbole eingehüllt*). Und wenn nicht ein Exegete diese erst erkläre, gleichsam ausbreitend sie entfalte und umschreibend sie in ernstgemeinte Rede kleide (διαπτύξειε καὶ ἀμώμῳ ἐξηγήσει περιλάβοι), so erschienen jene Aussprüche als ein lächerliches und albernes Gerede voller Possen und Schwatzhaftigkeit**). Würden aber diese Symbole in rechter Weise wie ihr Wesen es fordere ausgelegt, und würden dieselben so auch für die Menge zu lichtvoll klaren, statt von dunkeln Wolken umgebene, so ständen sie mit den Weissagungen und Orakelsprüchen des pythischen Gottes auf einer Linie, und den Wissenden unter den Philologen werde durch sie eine ganz wunderbare Unterscheidungsgabe und gleichsam ein göttlicher Anhauch eingeflösst (καὶ θαυμαστὴν ἐκφαίνει διάνοιαν, δαιμονίαν τε ἐπίπνοιαν ἐμποιεῖ τοῖς νενοηκόσι τῶν φιλολόγων).

Man erwartet nun, es werde Jamblichus an einigen concreten Beispielen die Weise jener änigmatischen Verkleidung und Umhüllung des verborgenen Gedankens und die Methode der Lüftung des Schleiers zeigen; er werde sich namentlich auch an einem der vielen überlieferten so dunkeln Sätze zahlenspeculativ-mathematischen und musikalischen Inhaltes, oder an einem jener physiologischen und physikalischen Theoreme auf welche die Pythagoreer ihre Lehre von der harmonischen Gestaltung und von der Beseelung des Kosmos bauten, im Gegensatze zur Lächerlichkeit der exoterischen Einkleidung und vulgären „possenhaften" Deutung, einer esoterischen Erklärung der Aussprüche unterziehen, deren tiefer gehenden verborgenen Sinn dem Leser gemeinverständlich darlegend. Doch statt jeden Versuches einer solchen Exegese der wunderbaren metaphorischen Sinnsprüche und statt der Enträthselung irgend eines dunkeln den exacten Wissenszweigen entnommenen Theoremes führt Jamblichus als significative Proben der esoterischen Unterrichtsmethode Sätze auf wie die folgenden: „Nicht tritt in den Tempel ein um anzubeten im gelegentlichen Vorübergehen und während du anderen Geschäften nachgingst, und hätte dein Weg dich auch unmittelbar zur Pforte des Tempels geführt," — oder: „opfere und bete an unbeschuhten Fusses," — ferner: „Meide die Landstrasse und wähle den Fusspfad," — endlich: „rede über pythagorisches nie ohne Licht"***). Man wird gestehen müssen, dass diese Beispiele zu dem angegebenen Zwecke glücklicher gewählt sein könnten.

*) Ἀλλὰ κατὰ τὴν νενομοθετημένην αὐτοῖς ὑπὸ Πυθαγόρου ἐχεμυθίαν θείων μυστηρίων καὶ πρὸς τοὺς ἀτελέστους ἀποῤῥήτων τρόπων ἥπτοντο, καὶ διὰ συμβόλων ἐπέσκεπον τὰς πρὸς ἀλλήλους διαλέξεις ἢ καὶ συγγραφάς.

**) Γελοῖα ἂν καὶ γραώδη δόξειε τοῖς ἐπιτυγχάνουσι τὰ λεγόμενα, λήρου τε μεστὰ καὶ ἀδολεσχίας — wörtlicher: „dem Gewäsche eines alten Weibes vergleichbar"; denn γραώδη ist nur eine andere Form für γραϊκὰ und letzteres besagt: „einer alten Frau geziemend oder gehörig". Γραῖαι heissen übrigens bei Hesiod (Theogon. 270 sq.), Eratosthenes (Catast. 22) und Apollodor (II, 4. 2) jene beiden alten Schwestern, die schon von ihrer Geburt an graue Haare hatten, die greisen Verwächterinnen des Gorgonensitzes und der Waffen, womit Medusa getödtet werden kann.

***) Περὶ Πυθαγορείων ἄνευ φωτὸς μὴ λάλει.

Dem letzten Satze dürfte vielleicht die versteckte Bedeutung zum Grunde liegen: „willst du die pythagorischen Aussprüche über gewisse Zweige der Naturlehre richtig verstehen lernen, so ziehe in den Kreis der Betrachtung allemal die ganze Reihe der Bewegungserscheinungen, von den nach Jahren und Jahresperioden zählenden kosmischen Umläufen der in harmonischer Ordnung kreisenden Gestirne und den abgemessenen Wellenbewegungen des in Ebbe und Fluth auf und ab schwankenden Meeres an, bis hinauf zu den viel hundertmal in einer Sekunde sich wiederholenden Undulationen des als ein fliegender Hauch dich umkreisenden Tones, und wieder von dort bis zu den vielmal unvergleichlich schnelleren Aetherschwingungen hin des den Weltenraum erfüllenden Lichtes“*). Wenn das aber wirklich der verborgene Sinn der Stelle sein möchte, so hat ganz sicherlich Jamblichus vom geheimnissvollen Inhalte des Räthselspruches auch nicht das allergeringste verstanden.

Es legt derselbe nemlich an einer anderen Stelle (cap. 18) seiner Schrift über die Lebensordnung der Pythagoreer das bemerkenswerthe Geständniss ab, es gehe so eine Rede um — sie rühre freilich nur von einem der Akusmatiker, dem Aegeer Hippomedon, her — nach Inhalt deren Pythagoras zu allen seinen Weisheitssprüchen auch stets die erklärenden Gründe und Beweise vorgetragen habe (λόγους καὶ ἀποδείξεις εἶπεν); weil aber die Ueberlieferung des Gesagten durch Vermittlung gar vieler Zwischenpersonen, und zwar mehr und mehr durch immer trägere Leute, stattgefunden, so seien jene erklärenden Gründe (wörtlicher: der Sinn und Begriff der Aussprüche) abhanden gekommen, die Probleme selbst aber seien geblieben**). Die Mathematiker aber behaupteten die Echtheit jener Aussprüche, und trügen noch sonst Vielerlei vor, dessen Wahrheit sie verbürgten, und sei ihnen zufolge die Ursache der fehlenden Uebereinstimmung folgende Der Leser wird sich hier mit uns gewiss recht sehr freuen, dass wir nun von den Mathematikern, d. i. von den Wissenden und Schauenden, den eigentlichen Sachverhalt und die rechte Weise der Feststellung des tieferen Sinnes der Symbole erfahren werden. Aber zum grossen Unglücke stossen wir grade hier entweder auf eine erschreckliche Lücke in den Handschriften, oder auf einen gar wunderlichen Gedankensprung des aus verschiedenen früheren Schriftstellern sein Buch compilirenden Jamblichus. Denn es hat derselbe einmal wieder, wie nach dem Urtheile der Gelehrten dies öfter der Fall sein soll, bei der Zusammentragung des im übrigen unendlich schätzenswerthen und reichhaltigen Materiales

*) „Und Hauch, Wasser und Feuer, und Höhe (unendliche Ferne) droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag“ — heisst es in einer Stelle des hebräischen Buches J^ezirah, in welchem der im Obigen angedeutete Gedanke auf änigmatische Weise in den mannigfachsten Wendungen der symbolischen Aussprüche zum Gegenstande der Betrachtung gemacht wird. In Pseudo-Hermes-Trismegistus: Poëmander 11, 7 wird gesagt: „Mit Licht ist das All erfüllt“ (φωτὸς δὲ πάντα πλήρη). Die Schöpfungsgeschichte der h. Schrift zeigt uns das Licht als den Ursprung und den Anfang aller geordneten kosmischen Gestaltung und Bewegung. Licht aber und Farbe sind für uns gleichsam die Potenzirungen des Wellenspieles der Klangschwingungen. Wie aus der Begegnung und der Wechselwirkung nach entgegengesetzten Maassen abgestufter Kräfte die Harmonie der kosmischen Umschwingungen und die der einander sich verbindenden Töne hervorgeht, so erweiset die Abstufung der Oscillationen der farbigen Strahlen des gebrochenen weissen Lichtes, wenn auf ihre Maasse zurückgeführt, sich gleichfalls als eine potenzielle Entfaltung entgegengesetzter Zahlenreihen. Darum heisst es in einem bei Plutarch (de anim. procreat. p. 1026 B) uns aufbewahrten Ausspruche des Räthslers Herakleitos: „Zurück sich wendend ist des Weltalls wie des Tonspieles und des Bogens (Farbenbogens) Harmonie“ (παλίντροπος ἁρμονία κόσμου ὅκωσπερ λύρης καὶ τόξου). Dass die Parallele zwischen Sternbewegung, Ton und Farbe den Alten überaus geläufig war, wird im Fortgange unserer Untersuchungen auf überzeugende Weise sich ergeben.

**) Διὰ τὸ παραδίδοσθαι διὰ πολλῶν καὶ ἀεὶ ἀργοτέρων, τὸν μὲν λόγον περιῃρῆσθαι· λελεῖφθαι δὲ αὐτὰ τὰ προβλήματα.

welches er, gleich den übrigen alexandrinischen Neupythagoreern und Neuplatonikern, aus einer damals noch zugänglichen älteren Literatur mit so grosser Liebe und Sorgfalt sammelte, nach einem überaus sonderbaren Plane gearbeitet*). Denn es folgt nun in §. 88 Einiges über des Pythagoras Uebersiedelung nach Italien, über das Wohlwollen, mit welchem er dort von den Häuptern der grossgriechischen Städte aufgenommen worden sei, und über die besonderen Schwierigkeiten auf welche er nichts desto weniger bei Verwirklichung der Aufgabe gestossen sei, diesen, hierfür zu sehr durch ihre Beschäftigung mit staatlichen Dingen überbürdeten Männern dennoch Einiges von seinen Lehren in fasslicherer Weise vorzutragen. Hieran reiht sich, sonderbar genug, die Geschichte von Hippasus, jenem Schüler des Pythagoras, der, weil er zuerst gegen das Verbot des hingeschiedenen Meisters das Theorem von dem Fünfseit und der aus zwölf solcher Figuren sich zusammensetzenden Sphäre Uneingeweihten sogar schriftlich kund zu geben in gottlosem Frevelmuth sich erkühnt hatte, nach göttlichem Rathschlusse im Meere umkam**). Und nachdem dann noch gesagt worden ist, dass Pythagoras die Geometrie das Schauen (erkennende Schauen) genannt habe***), folgt in §. 90 die Geschichte von Abaris, dem skythischen Sonnenpriester aus dem Lande der Hyperboreer, der, schon bejahrt, nach Südosten eine Reise angetreten hatte, um die Weisheit der Griechen zu suchen†), und dem auf seiner Rückkehr nun Pythagoras, ohne vorgängige Prüfungszeit, Belehrung, oder Reinigung irgend einer Art, sofort seine vertrauteste Freundschaft zugewendet und Kunde seiner geheimsten Lehren gegeben hatte, „Vieles über die Natur und über die Götter mit ihm verhandelnd"††). Es wird auch erzählt, wie dieser hyperboreische Priester in heiligen Dingen schon ein gar sehr bewanderter gewesen sei†††). Derselbe habe beim Antritte seiner Reise aus dem heimathlichen Heiligthume seines Gottes einen Pfeil entnommen, der die Bestimmung gehabt habe, als überaus brauchbar unter den Beschwernissen und Ungewissheiten einer derartigen Reise ihm zu dienen. Auf nicht betretenen unzugänglichen Wegen, wie über Flüsse, Seen, Sümpfe, Berge und andere Hindernisse ähnlicher Art, sei er auf diesem Pfeile einhergefahren. Es habe Abaris nun diesen Pfeil dem Pythagoras gegeben†*). Der Letztere zeigte

) Das unmittelbar sich Anreihende bildet den Anfang des §. 88, von welchem Meiners in einer Anmerkung zu dieser Stelle (vgl. Kiessling S. 189 Note) mit Recht bemerkt: Paragraphus 88 cum praecedente non magis coit, quam duorum inter se diversorum librorum inter se finis et initium, aut paragraphus 89 cum 90 cohaeret.

**) Περὶ δ' Ἱππάσου μάλιστα (φᾶσι sc.), ὡς ἦν μὲν Πυθαγορείων· διὰ δὲ τὸ ἐξενεγκεῖν καὶ γράψασθαι πρῶτον σφαῖραν τὴν ἐκ τῶν δώδεκα πενταγώνων, ἀπώλετο κατὰ θάλατταν, ὡς ἀσεβήσας.

***) Ἐκαλεῖτο δὲ ἡ γεωμετρία πρὸς Πυθαγόρου ἱστορία.

†) Harpocratio, vbo Ἄβαρις, führt an: dem Hippostratus zufolge sei Abaris um die Zeit der dritten Olympiade nach Griechenland gekommen, nach Pindar zur Zeit des Königs Krösus von Lydien, — wieder Anderen zufolge um die einundzwanzigste Olympiade.

††) Ἀλλὰ ἀντὶ τῆς σιωπῆς καὶ τῆς ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἀκροάσεως καὶ τῶν ἄλλων βασάνων, ἀθρόως αὐτὸν ἐπιτήδειον ἀπειργάσατο πρὸς τὴν ἀκρόασιν τῶν αὐτῷ δογματιζομένων, καὶ τὸ περὶ φύσεως σύγγραμμα καὶ ἄλλο τὸ περὶ θεῶν ὡς ἐν βραχυτάτοις αὐτὸν ἀνεδίδαξεν.

†††) Καὶ τὰ ἱερατικὰ σοφώτατος (über diese Wiederherstellung des richtigen Textes ist Kiessling's Anmerkung zu dieser Stelle zu vergleichen).

†*) Πυθαγόρᾳ ἀπέδωκεν ὀϊστόν, ὃν ἔχων ἀπὸ τοῦ ἱεροῦ ἐξῆλθε, χρήσιμον αὐτῷ ἐσόμενον πρὸς τὰ συμπίπτοντα δυσμήχανα, κατὰ τὴν τοσαύτην ἄλην. ἐποχούμενος γὰρ αὐτῷ καὶ τὰ ἄβατα διέβαινεν, οἷον ποταμοὺς καὶ λίμνας καὶ τέλματα καὶ ὄρη καὶ τὰ τοιαῦτα. Im Sinne Jamblich's sollen die doppelsinnigen Worte: Πυθάγορᾳ ἀπέδωκεν ὀϊστὸν wohl soviel besagen, als: Abaris gab dem Pythagoras den vom Altare des Gottes entnommenen Pfeil zurück." Jamblichus deutet nemlich ganz ernsthaft an, es habe Abaris mit Recht die Ueberzeugung gewonnen, dass Pythagoras der Sonnengott selbst sei. Eine Hinweisung auf den Ursprung der, wie wir noch sehen werden, unverkennbar aus der mythenhaften Einkleidung einer harmonikalen Allegorie entsprungenen Sage vom Pfeile des Abaris, in welcher Jamblichus und seine Gewährsmänner seltsamer Weise eine im buchstäblichen Sinne zu

dafür, wie Jamblichus sehr ernsthaft versichert, dem Abaris im Vertrauen sein goldenes Dickbein, sich als den Gott selbst hierdurch gleichsam documentirend! Abaris hatte mittelst des Pfeiles auch aussöhnende Reinigungen vorgenommen (καθαρμούς τε ἐπετέλει). Er hatte solchergestalt namentlich Lakedämon und die Stadt Knossos auf Kreta von den Heimsuchungen der Pest befreit, auch durch den Pfeil Sturmwinde von Städten abgewehrt, die gegen solche Plage seine Hülfe angerufen hatten. Den Schluss dieser Erzählung macht aber die für uns unerspriessliche und wenig tröstliche Versicherung Jamblich's, dass, weil Pythagoras nach eines Jeden Art und besonderer Begabung den Unterricht für Alle auf verschiedene Weise einzurichten verstanden habe, unmöglich alles dahin Gehörige der Kunde der Menschen habe überliefert werden können, dessen, was berichtet werde, aber auch bereits allzu viel sei, um auf leichte Weise sich hindurchzuarbeiten*).

Nicht viel weiter als durch diese Mittheilungen des Jamblichus werden wir in Beziehung auf die uns beschäftigende Frage gefördert durch das im Uebrigen ein sehr reichhaltiges, den harmonikalen Schriftstellern einer vergangenen Periode entnommenes Material darbietende Werk des Aristides Quintillian — nächst Aristoxenus und Euclid — des ältesten der auf uns gekommenen griechischen Musikschriftsteller**). Eine Anführung in der Schrift de Musicâ desselben spricht es aus, dass die Alten namhafte Theile ihrer Disciplinen und insbesondere diejenigen Sätze der musikalischen Harmonielehre in ein absichtliches Dunkel hüllten, durch deren Verständniss ein tieferes Eindringen in die sublimeren Theoreme solcher exacten Zweige

nehmende wahre Geschichte gesehen haben, möge der Leser vorläufig einem Ausspruche entnehmen des Heraklit's (bei Porphyrius de antr. Nymph. c. 29, p. 268): ἀρξαμένης γὰρ τῆς φύσεως ἀπὸ ἑτερότητος, πανταχοῦ τὸ δίθυρον αὐτῆς πεποίηται σύμβολον· ἢ γὰρ διὰ νοητοῦ ἡ πορεία, ἢ δι' αἰσθητοῦ· καὶ τοῦ αἰσθητοῦ ἢ διὰ τῆς ἀπλανοῦς ἢ διὰ τῆς τῶν πεπλανημένων· καὶ πάλιν ἢ διὰ τῆς ἀθανάτου ἢ διὰ θνητῆς πορείας· καὶ κέντρον, τὸ μὲν ὑπὲρ γῆν, τὸ δ' ὑπόγειον· τὸ μὲν ἀνατολικὸν· τὸ δὲ δυτικόν· καὶ τὰ μὲν ἀριστερὰ, τὰ δὲ δεξία· νύξ τε καὶ ἡμέρα· καὶ διὰ τοῦτο „παλίντονος ἡ ἁρμονία, ἣ τοξεύει διὰ τῶν ἐναντίων" („Da die Natur von dem Anderssein ihren Anfang hernimmt, so ist allerwärts das Doppelpfortige zum Symbol derselben genommen worden; möge der Weg durch das Begriffliche führen, oder durch das Sinnliche; und im Sinnlichen durch die Natur des Unbewegten oder der bewegten Körper; und wieder: durch die Wege des Unsterblichen oder Sterblichen; und die Mitte — dort die überirdische, hier die unterirdische, hier des Aufgangs, dort des Niedergangs; und hier die linke Seite, und dort die rechte; Nacht und Tag. Und darum heisst es: „„Den Bogen zwiefach spannend ist die Harmonie, die den Pfeil schiesst durch die Gegensätze"". Pindar hat seine Dichtungen bekanntlich Pfeilen verglichen. Von der ihm gewordenen Gabe des hehren Gesanges sagt er am Schlusse der ersten olympischen Ode:

. ἐμοὶ μὲν ὦν
Μοῖσα καρτερώτατον βέλος ἀλκᾷ τρέφει.

(„Mir aber verlieh, als gedeihliche Gabe, die Muse
Den Pfeil von gewaltiger Stärke").

Wiederholt nennt er seine Lieder bildlich: „Pfeile", „Geschosse". So in Olymp. II, 90 ffde; IX, 5 ffde; XIII, 89 ffde; Nem. VI, 27 ffde; Isthm. IV, 52 u. s. w. (Das Zeitwort ψάλλειν wird im Griechischen gleichmässig gebraucht für die tonerregende Berührung der Saite (ψάλλειν χορδὴν), wie der Sehne des zu spannenden Bogens (ψάλλειν νευρὰν τόξου); und gleichwie der mit der Kitharis begleitete Lobpsalm ψαλμὸς κιθάρας heisst, so wird das Abschnellen des vom Bogen entsendeten Pfeiles ψαλμὸς τόξων genannt).

*) Ὡς ἄρα ἄλλους ἄλλως, ὡς ἔχει ἕκαστος φύσεως καὶ δυνάμεως, ἐπανορθοῦν ἐπειρᾶτο. πάντα μὲν οὖν τὰ τοιαῦτα οὔτε παρεδόθη εἰς τοὺς ἀνθρώπους, οὔτε τὰ μνημονευόμενα ῥάδιον διελθεῖν.

**) Meibomius spricht sich im Vorworte seiner Ausgabe des Aristides (Amsterdam 1652) für die Ansicht aus, dass derselbe ein Zeitgenosse Plutarch's, sonach älter als Alypius, Gaudentius, erheblich älter als Ptolemäus und die weit jüngern Musikschriftsteller: Nikomachus von Gerasa, Bacchius der ältere, Martianus Capella und Boëthius gewesen sei. Das Alter der Schriften des gegen Ende des 4. Jahrhunderts lebenden Jamblichus wird durch dasjenige des Musikwerkes des Aristides nach dieser Annahme um volle drei Jahrhunderte übertroffen.

des Wissens und beziehlich in die mit denselben in Verbindung gebrachten Speculationen bedingt war. Wir lesen nemlich bei dem genannten Schriftsteller (a. a. O. L. I, pag. 26, Meibom): es habe die von den Alten angewendete zwiefache Weise der Notenschrift auch den Zweck gehabt, mittelst einer obsoleteren, neben der gewöhnlichen Tonschrift gebrauchten Bezeichnung der Töne das Esoterische in der Musik (τὰ κατὰ τὴν μουσικὴν ἀπόῤῥητα) den Nichtwissenden zu verbergen. An einer anderen Stelle (Lib. II, p. 75, Meibom) lässt Aristides sich es angelegen sein, die Harmoniker der alten Schule gegen den aus der Unvollständigkeit ihrer Musikschriften herzuleitenden Vorwurf der mangelnden Befähigung oder böser Absicht in Schutz zu nehmen und bemerkt in dieser Hinsicht: das Schweigen der Alten über manche Dinge habe weder in Unwissenheit noch in einer engherzigen Gesinnung dieser Männer seinen Grund gehabt. Der vertrauten mündlichen Mittheilung habe man allerdings das Schwierigere, den Anfängern gegenüber als ein Geheimniss Bewahrte vorbehalten. Aber dies sei nur geschehen, weil bei der heftigen Begierde (ὁρμὴ) der Hörer zu lernen und bei der Liebe (φιλοχωρία) mit der sie zum Orte der Schule immer wieder sich hingezogen gefühlt, zu solchem ergänzenden mündlichen Unterrichte sich ja allezeit die beste Gelegenheit geboten habe.

Im dritten Buche der citirten Schrift, nach einer ernsterhabenen Anrufung „des Gottes, der Vorsteher sei alles Werdens der körperhaften Bildungen, wie aller psychischen Harmonie, und Erfolg verleihen wolle dem, was Wahres im Vorzutragenden sein möge, Verzeihung aber gewähren, wenn dem wahren Grunde der Dinge Widersprechendes und Unpassendes oder Solches gesagt wäre, welches in dieser Schrift hätte verschwiegen werden sollen (ἢ οὐ προσῆκον, ὡς ἐς τήνδε τὴν γραφὴν σιγᾶν δέον)“, führt Aristides dann (Meibom p. 130 ffde) eine Reihe von vergleichenden Bezugnahmen auf Dinge in den Kreis seiner Betrachtung ein, die vom Schöpfer harmonisch geordnet, sich nach des Aristides Auffassung ihren Maassen und ihrer Beschaffenheit nach abspiegeln in den Zahlengesetzen des musikalischen Harmoniesystemes. Neben den bekannten altpythagorischen, hier jedoch nicht einer irgend beachtenswerthen Erklärung sich erfreuenden Sätzen über die musikalischen Eigenschaften gewisser Zahlen, folgt dann im Verlaufe dieser mystisch sein sollenden Aufzählung eine Darlegung so sonderbarer Gedanken, dass — wenn dieselben als „ernstgemeinte“ (ἀμώμοι) irgend gelten sollen, deren bis in die Zeit des Bestandes des alten Geheimbundes zurückreichender Ursprung zur Ehrenrettung des letzteren förmlich bestritten werden muss. Es gehören diese geistlosen Zahlenspiele offenbar den Epigonen der untergegangenen besseren Schule an und stellen Versuche dar, in einer, die alten Esoteriker gut oder übel nachahmenden, völlig willkührlichen Weise allerhand Beziehungen aufzufinden zwischen gewissen physiologischen, psychogonischen oder kosmologischen Dingen und den Zahlen des, wie wir im Folgenden uns überzeugen werden, bei den Spätern in die vollständigste Verwirrung gerathenen harmonikalen Tonsystemes. Zum Belege unserer Behauptung nur einige Proben:

Von den musikalischen Zahlen wird gesagt, sie alle seien vollkommene Zahlen und heilig*). Ganz besonders gelte dies von der Ration des Ganztones (der grossen Secunde) 8 : 9. Dies Zahlenverhältniss drücke die Harmonie des Weltalls aus; denn der Planeten seien sieben; der Zodiacus bilde eine achte Sphäre, und als neunte komme überdies noch eine sternenlose Sphäre hinzu; es zeige sich also die hervorragende kosmische Bedeutung der Neunzahl. Setze man für 8 : 9 aber 16 : 18, so ergebe die Zahl 17 eine gar sinnreiche Zerlegung des Ganztones in zwei

*) P. 135 Meibom.: τῶν δὲ δὴ κατὰ μουσικὴν ἀριθμῶν ἅπαντες ἱεροί τε καὶ τελεσιουργοί.

Halbtöne. Denn wenn man 16 durch 4 mal 4, und 18 durch 3 mal 6 ausdrücke, so zeige sich, dass der Umfang der diesen Zahlenproducten entsprechenden Parallelogramme in der Summe der vier Seiten dem Längenmaasse nach so viel Einheiten enthalte, wie die Fläche des betreffenden Parallelogrammes Einheiten des Flächenmaasses (curiose Beweisführung!). Weil die Zahl 17 aber die (arithmetische) Mittlere sei zwischen 16 und 18, so deute dieselbe den Urgrund der Verbindung des Mondes mit der Erde an (du lieber Himmel, welche seltsamen Verirrungen des menschlichen Geistes!). Auf ähnliche Weise ergebe die Ration des Ganztones durch 32 : 36 ausgedrückt, wenn man die Zahlen 33, 34, 35 dazwischen schiebend dies Intervall in vier Vierteltöne zerlege, in der ersten dieser Diësen 32 : 33 das Bild der Erschaffung der menschlichen Seele. Die acht und zwanzig Tonstufen, welche das Tonsystem der fünf Tetrachorde (das s. g. Systema maximum der Griechen) unter Hinzurechnung auch der chromatischen und enharmonischen Zwischenstufen in seinen zwei Octaven umfasse, entsprächen den acht und zwanzig Phasen, die der Mond während einer gleichen Anzahl von Tagen seines Umlaufes um die Erde darbietet. Nachdem der Mond fünfzehn Tage lang im zunehmenden Lichte seine Scheibe gezeigt, dauere das abnehmende Licht ebenfalls fünfzehn Tage. So auch bewege sich die Stimme zweimal durch fünfzehn Abstufungen, wenn man die diatonische Scala des vorgedachten zweioctavigen Systemes erst aufwärts, dann abwärts singe. Von den fünf Tetrachorden sei der tiefste dem Gefühlssinne zu vergleichen, weil dieser Sinn auch bei neugeborenen Kindern bereits ausgebildet ist, der zweite Tetrachord dem Geschmacke, wegen der Unentbehrlichkeit des Geschmackssinnes für die Erhaltung unseres Lebens, der dritte dem Geruche u. s. w. So geht es eine volle Hälfte des 3. Buches des sonst so schätzbaren aristideïschen Werkes hindurch fort*). Wie man sieht eröffnen diese Proben vermeintlich altpythagorischer Weisheit allerdings den ergiebigsten Einblick in dasjenige, was die von Jamblichus benutzte Quelle „ein Gerede voller Albernheiten und schwatzhafter Possen" genannt hat. Von den dort erwähnten „göttlichen Geheimnissen" und einem den kundigen Exegeten anwehenden überirdischen „Anhauche" ist aber in der That auch nicht das mindeste in diesen Sinnsprüchen ganz eigener Art zu erspähen.

Nicht besser ist es zum Theil um die Parallelen bestellt, mit welchen der grosse Ptolemäus, die ideale Anschauung der Alten von einer harmonischen Ordnung des Alls zum Ausgangspunkte nehmend, aber alsbald dem Geschmacke seines Zeitalters gemäss in astrologische Träumereien sich verlierend, neben vielem Trefflichen, zur Ungebühr ganze Capitel des 3. Buches seiner Harmonicorum Libri tres anfüllt**).

*) Der gelehrte Meibom sagt im Vorworte seiner Ausgabe des Aristides: Incomparabilem antiquae Musicae auctorem, et vere exemplar unicum, nunc primi Graece et Latine damus. Quicquid olim Aristoxenii de Harmonica et reliquis artis partibus docuerunt: quicquid omnis antiquitas de moribus musicâ formandis, de naturalibus rebus musice ab omnipotenti Deo constitutis, adeoque de universi harmonia, commentari potuit, unus Aristides Quintillianus tam concinna brevitate tribus libris exposuit, ut omnium veterum musicorum disciplinam aeque ac gloriam in suum opus congessisse videatur. Was „die Harmonie des Universums" beziehlich die vom Schöpfer „nach Musikgesetzen geordneten Dinge der Natur" anlangt, so dürfte nach obigen Proben dies preisende, dem Aristides gezollte Lob doch wohl einiger Einschränkung zu unterwerfen sein. Im übrigen ist das von Meibomius ausgesprochene Urtheil über den grossen Werth des aristideischen Buches gewiss ein vollkommen gegründetes.

**) Wir bitten die Capitel 6 bis 16 zu vergleichen, deren Ueberschriften in der lateinischen Uebersetzung von Wallis herzusetzen wir uns hier begnügen wollen: Cap. VI. Comparatio inter concentus Genera, eaque quae primarias Virtutes spectant. Cap. VII. Quomodo Concentus Mutationes assimilantur Animae mutationibus pro diverso rerum statu. Cap. VIII. De similitudine Perfecti systematis et Zodiaci circuli. Cap. IX. Quomodo quae in Harmonico concentu sunt Unisona et Consona, similiter se habent ac illa in Zodiaco. Cap. X.

Wir hegen, dieser Sachlage gegenüber, die Hoffnung, dass man uns nicht der Anmaassung zeihen werde, wenn wir im Fortgange unserer Untersuchungen uns erlauben, von den Meinungen der Harmoniker der alexandrinischen Periode in den meisten Dingen uns loszusagen, und durchweg bemüht sein werden, den schärfsten Unterschied zu ziehen zwischen den wahren Theoremen der alten Pythagoreer und Demjenigen, was die neupythagorisch-alexandrinischen Nachfolger derselben als tiefsinnige Weisheit der alten Schule anpriesen.

So sind wir denn für die Lösung der Räthsel allerdings vorzugsweise auf unser eigenes Nachdenken, auf unsere „Lernbegierde" (ὁρμή) und die Hinneigung angewiesen, welche wir — um der Worte des Aristides uns zu bedienen — diesen Symbolen „wie die Liebe zu einer theuern Stätte (φιλοχωρία)" entgegentragen. Und nicht etwa gilt dies von jenen dunkeln Sprüchen nur, deren orakelhafte Form schon die mystische Bestimmung derselben verkündet. Es wird das Gesagte ganz in gleicher Weise auch auf die meisten wissenschaftlichen Sätze zahlenspeculativen oder exact-technisch-musikalischen Inhaltes seine Anwendung finden müssen.

Hätte neben der, alles positiven Bodens entbehrenden, spielenden Deutung der Symbole, wie sie allerdings noch während des Bestandes des pythagorischen Bundes unter den ausserhalb desselben Stehenden in Umlauf gekommen zu sein scheint, seit dem Untergange desselben und dem gänzlichen Erlöschen einer gesicherten mündlichen Mittheilung aber vollends selbst von Männern wie Aristoteles misverständlich für echte alte pythagorische Weisheitslehre gehalten worden ist, keine andere dem positiven Wesen der Dinge näher kommende Erklärung dieser räthselhaften Aussprüche bestanden, wären die Versuche der Schule, die Form zu finden, in welcher die Naturgesetze sich mathematisch als Zahlengesetze fixiren lassen so unfruchtbar und ihre mathematisch-wissenschaftliche Behandlung der Zahlenlehre und Geometrie eine so dürftige gewesen, wie sie in den spätern alexandrinischen Bearbeitungen des arithmetischen, zahlenspeculativen und geometrischen Inhaltes älterer pythagorischer Schriften uns entgegen treten, hätte vollends ihre Musik und die griechische Musik und Harmonik überhaupt keiner besseren technischen und theoretischen Unterlage sich zu erfreuen gehabt, als jene widersinnig ersonnene, welche von den exoterischen Musikschriftstellern seit Aristoxenus uns in wahrhaft monströser Weise als die Tonlehre der Pythagoreer und des griechischen Alterthumes dargestellt wird, so müsste es in der That völlig unbegreiflich erscheinen, dass besonders die Schule des Plato der pythagorischen Anschauung und Lehrweise sich anschloss, um mit den Principien ihres Meisters jene dieser Schule zu vereinigen, und dass Plato selbst es nicht verschmäht hatte, seine Ideenlehre mit pythagorischen Zahlentheoremen und mit Hinweisungen auf gewisse Sätze der Harmonielehre ganz der pythagorischen Uebung entsprechend zu verquicken.

Es haben nun aber vorlängst schon Trendelenburg: Platonis de ideis et numeris doctrina ex Aristotele illustrata, Petersen in einer Besprechung dieser Schrift, Jahrg. II des Rhein. Museums, und Brandis (in der von uns bereits citirten Abhandlung in demselben Jahrgange der genannten Zeitschrift) den tiefgreifenden Zusammenhang zwischen der pythagorischen und der auf gleicher Grundansicht beruhenden platonischen Zahlenlehre überzeugend nachge-

Quomodo Stellarum motui in Longitudinem assimilatur continuus in Sonis motus. Cap. XI. Quomodo, qui est in Altitudinem Stellarum motus, Generibus in Harmonia comparatur. Cap. XII. Quod Stellarum motibus in Latitudinem congruunt quae sunt secundum Tonos mutationes. Cap. XIII. De Analogia quae est inter Tetrachorda et Adspectus ad Solem. Cap. XIV. Secundum quos primos numeros, comparantur Soni stantes Perfecti systematis cum primis in Mundo Sphaeris. Cap. XV. Quomodo, per Numeros, sumantur suorum cujusque motuum Rationes. Cap. XVI. Quomodo Planetarum Proprietates cum eis quae sunt Sonorum conferantur.

wiesen. War doch die Verwandtschaft und die Uebereinstimmung beider Denk- und Lehrweisen eine so grosse und innige, dass schon dem Alterthume selbst die Sonderung der unterscheidenden Merkmale beider überaus schwer fiel und spätere Pythagoreer, wie Moderatus und Porphyrius, behaupten mochten, es hätten Plato und sein Neffe Speusippus und Andere*) das Fruchtbare der pythagorischen Sätze mit geringfügigen Aenderungen sich als das Ihrige angeeignet, und sei solchergestalt nur das für die Menge bestimmte Oberflächliche und Geringfügige, und was sonst von Uebelwollenden später ausgedacht worden sei um die Schule der Pythagoreer der Lächerlichkeit preiszugeben, als das angeblich Pythagorische zusammengetragen und den Anhängern der Lehre als ihr Eigenthum zugetheilt worden.

Jene änigmatisch-metaphorische Einkleidung des Gedankens, die nicht nur den pythagorischen Apophthegmen eigen ist, sondern auch die eifrig von den nachherigen neuplatonischen Schriftstellern gesammelten Bruchstücke älterer theologisch-kosmogonischer Dichtungen durchweg kennzeichnet, welche eine vorhistorische Ueberlieferung an den Namen des Orpheus und an den durch die Sage auf Orpheus zurückgeführten thrakischen Bakchusdienst knüpfte, bildete nebst jener symbolischen Unterrichtsweise, die in den mitgetheilten Stellen als die des Pythagoras bezeichnet wird, deren aber auch Plato für manche Wendungen der Gedankenmittheilung in seinen Gesprächen sich bedient, wie schon bemerkt wurde keineswegs ein unterscheidendes Merkmal der Lehrform nur bestimmter einzelner, priesterlicher oder philosophischer Geheimbünde. Es waren vielmehr diese Weise des Unterrichtes und diese Art der Formulirung des speculativen Inhaltes altüberlieferter theosophischer oder naturphilosophischer Lehren ein Gemeingut aller in Griechenland oder in Aegypten und bei den asiatischen Völkern, in abgeschlossenen Kasten oder in frei gebildeten Vereinigungen, für die Bewahrung der Mysterien, oder des priesterlichen und philosophischen Wissens abgesonderter Geheimbünde. Ja auch der einzelne Dichter, Denker oder Lehrer, der selbstständig für sich an irgend einen Kreis von Hörern oder Lesern sich wandte, kleidete vielfach die darzubietenden Wahrheiten und Abstractionen in bilderreiche und vieldeutige Sinnsprüche ein, und in eine dem Verständnisse der Menge sich völlig entziehende aphoristische Symbolik des Gedankens. Salomo, der König, dem der Herr Weisheit und ausgebreitete Erkenntniss verliehen „wie der Sand am Meere, dass sie grösser war als die Weisheit aller Söhne des Morgenlandes, und als alle Weisheit Aegyptens"**), redete 3000 Gleichnissreden und seiner Lieder waren 1500***). Er redete „über die Bäume, von der Ceder auf dem Libanon bis zum Ysop, der herauswächst an der Wand;" und er redete „über die vierfüssigen Thiere, über die Vögel, über das Gewürm und über die Fische". Aus allen Völkern des Morgenlandes fanden sich ein, welche die Weisheit Salomo's hören wollten; von allen Königen der Erde, welche von seiner Weisheit vernommen hatten. So auch kam die Königin von Saba im südwestlichen Arabien, im nördlichen Theile des heutigen Jemen, dessen gesunde Luft, fruchtbarer Boden, herrliche Erzeugnisse, gastfreie und gerechte Bewohner im Alterthume gepriesen wurden. Die letzteren waren reich durch Handel mit Weihrauch, Myrrhen,

*) Als Nachahmer des Pythagorischen bezeichneten die Anhänger der Schule, zufolge Moderatus (bei Porphyrius: De Vit. Pyth. Kiesling S. 88) ausser den Genannten — freilich wohl mit minderem Rechte — auch noch den Aristoteles und den Aristoxenus und Xenokrates: πρὸς δὲ τούτοις τὸν Πλάτωνα, καὶ Ἀριστοτέλη, Σπεύσιππόν τε καὶ Ἀριστόξενον, καὶ Ξενοκράτην, ὥς φασιν Πυθαγόρειοι, τὰ μὲν κάρπιμα σφετερίσασθαι διὰ βραχείας ἐπισκευῆς· τὰ δ' ἐπιπόλαια καὶ ἐλαφρά, καὶ ὅσα πρὸς διασκευὴν καὶ χλευασμὸν τοῦ διδασκαλείου ὑπὸ τῶν βασκάνως ὕστερον συκοφαντούντων προβάλλεται, συναγαγεῖν, καὶ ὡς ἴδια τῆς αἱρέσεως καταχωρίσαι.

**) 3 Könige 4, 29—30.

***) 3 Könige 4, 32.

Balsam und Cassia, mit Edelsteinen und Elfenbein; denn sie standen im Schifffahrtsverkehre mit Indien und mit Aethiopien und durch Karawanen mit Phönikien*). „Die Königinn kam zu Salomo mit sehr grosser Pracht; Kameele trugen Gewürze, sehr viel Gold und kostbare Steine. Und sie redete zu ihm alles, was in ihrem Herzen war, und Salomo erklärte alle ihre Worte; nichts war in ihrer Rede verborgen vor dem Könige, das er nicht hätte auslegen können“**). Die Araberinn versuchte demnach, ganz in der Weise des orientalischen Alterthums, den König durch einen Wettkampf in Sprüchen und Räthseln, die augenblicklich erwiedert und gedeutet oder mit einer Gegenaufgabe beantwortet wurden. Sie hatte ihren Meister gefunden und schenkte ihm 120 Talente Goldes, sehr viel Gewürze und kostbare Steine. Von der Spruchweisheit und ethischen Beredsamkeit der alten Hebräer legt der von Salomo herrührende biblische Kanon der Sprüchwörter ein glänzendes Zeugniss ab. Anklänge an ihre speculative Gotteslehre und Naturbetrachtung enthält mehrfach das durch eine wohlverbürgte Tradition ebenfalls dem Salomo zugeschriebene biblische Buch Koheleth (Ecclesiastes).

Was im vorstehenden von der Lehrform und Darstellungsweise des früheren griechischen Alterthumes, der Aegypter und der orientalischen Völker gesagt worden ist, zeigt insbesondere sich gewisser Weise in den prophetischen Schriften des alten Testamentes und darf mit vollstem Rechte als anwendbar angesehen werden auch auf die Art des Unterrichtes und der Heranbildung der Jünglinge in der für das religiöse und geistige Leben und selbst für die politische Geschichte Israel's so wichtigen Prophetenschule des auserwählten Volkes Gottes. Die apokalyptische Weise Ezechiel's aber auch viele Stellen bei Jesaias liefern den vollgültigsten Beweis für das Gesagte. Denselben Character tragen die wunderbar schönen Aussprüche des Buches Hiob. Aber auch die Psalmen sind, auf versteckte Weise, mit Hindeutungen auf speculative Symbole angefüllt, zu welchen, wie eine Vergleichung des Inhaltes des in die Zeit des Unterganges der Prophetenschule fallenden ältesten Denkmals der ausserbiblischen überlieferten Weisheitslehre der Hebräer — des Büchleins J^{e}zirah nemlich mit den genannten Büchern der h. Schrift ergibt, manche Sätze der speculativen Zahlenlehre und Harmonik in einer, nicht wegzuleugnenden, sehr nahen Beziehung stehen. Eine der Aufgaben, deren Lösung in der vorliegenden Arbeit angestrebt werden wird, soll die sein, die Richtigkeit dieser Behauptung auf technisch-exactem Wege in streng pragmatischer Weise darzulegen. Es wird sich hierbei zeigen, dass Beispiele einer sehr ins Einzelne gehenden Anwendung solcher zahlenharmonikalen Symbole ebenfalls in nicht wenigen Stellen der Bücher Mosis — insbesondere des Buches Genesis — vorkommen.

Der h. Clemens von Alexandrien betont es im inhaltreichen 5. Buche seiner Stromata, dass „so zu sagen Alle, die unter den Barbaren und unter den Griechen von Gott und Göttlichem gehandelt, nur in verhüllter Rede der Urgründe der Dinge gedacht, die Wahrheit in Räthseln und Symbolen, so wie in Allegorien und Metaphern und auf mannigfache andere Weise bildlich vorgebracht hätten; ganz so wie unter den Griechen dies ebenfalls in den Aussprüchen der Orakel der Fall sei; weshalb denn auch der pythische Apollo „das Krumme zu eigen habend“ genannt werde“***). Ohne Zweifel hat der h. Kirchenschriftsteller, wie die ersten

*) Strab. p. 786. Diod. Sic. III, 45. Agatharchides p. 67. 3 Könige 10, 1—10. Jesaias 60, 6. Jerem. 6, 20. Ezechiel 27, 23. Vgl. Bumüller: Geschichte des Alterthums. Th. I, S. 151.

**) 3 Könige 10, 1—3.

***) Strom. V, 4 (p. 658 Pott.): Πάντες οὖν, ὡς ἔπος εἰπεῖν, οἱ θεολογήσαντες, βάρβαροί τε καὶ Ἕλληνες, τὰς μὲν ἀρχὰς τῶν πραγμάτων ἀπεκρύψαντο· τὴν δὲ ἀλήθειαν αἰνίγμασι καὶ συμβόλοις, ἀλληγορίαις τε αὖ καὶ μεταφοραῖς, καὶ τοιουτοισί τισι τρόποις παραδεδώκασιν· ὁποία καὶ Ἕλλησι τὰ μαντεῖα· καὶ ὅγε Ἀπόλλων ὁ Πύθιος, Λοξίας λέγεται.

Worte des Satzes, zeigen zunächst auch objectiv nur den theologischen Inhalt der Räthselsprüche der Weisheitslehrer und alten Dichter im Auge. Die grössere Allgemeinheit der folgenden Worte: τὰς ἀρχὰς τῶν πραγμάτων ἀπεκρύψαντο (sie „verbargen die Urgründe der Dinge" aber auch: „sie verheimlichten die leitenden Grundgedanken der wissenschaftlichen Darstellung eines Gegenstandes") gestattet indessen das vom Verbergen der Grundprincipien der Dinge gesagte auch von gewissen Grundlehren exacter Wissenszweige (der Ausdruck τῶν πραγμάτων entspricht sogar in höherem Maasse der letzteren Auffassungsweise) zu verstehen. Unter diesen letzteren nahmen die Zahlenlehre und Harmonik eine ganz bevorzugte Stelle ein. Im vorhergehenden hat Clemens selbst eben erst allegorisch Deren gedacht, welche, „vergleichbar dem, was ungeweiht noch und unerfahren in der musikalischen Ordnung der Chöre (ὥσπερ ἐν τελεταῖς ἀμύητον ἢ ἐν χορείαις ἄμουσον) als noch nicht rein, und noch der hehren Wahrheit unwürdig, wie ein der rechten Tonweise Widerstrebendes und der wohlgefügten Regelung Entbehrendes, noch Stoffliches (ἐκμελές τε καὶ ἄτακτον καὶ ὑλικὸν ἔτι) von dem, dem Erlöser folgenden Reigen der Gottgeweihten (ἔξω θείου χοροῦ) fern zu halten seien." Dass aber unter den, im Gegensatze zu den Griechen Barbaren genannten Völkern, welche sich der symbolischen Räthselform für die höchsten Wahrheiten bedienten, im Sinne des h. Verfassers ganz besonders auch das israelitische Volk mit verstanden sei, das ergibt sich auf das bestimmteste aus andern Darlegungen desselben*). Nachdem nemlich Clemens im ersten Buche alle Gründe vorgetragen hat, welche wie er zu zeigen beflissen ist dafür vorliegen, dass die Wissenschaft und Weisheit der Griechen nur eine Tochter sei der barbarischen — specieller der semitisch-hebräischen Ueberlieferung, bespricht derselbe in der Einleitung zum zweiten Buche es ausführlich, dass auch jene alte Uebung der griechischen Weisheitslehrer, über die Urgründe der obersten Wahrheiten nie anders als in änigmatischen Symbolen sich zu äussern, den Barbaren entlehnt sei; womit nach dem ganzen Zusammenhange seiner Beweisführung er vorzüglich auf Moses und die Verfasser der mystischen und prophetischen Bücher des alten Testamentes hindeutet. Denn es äussert sich Clemens nicht nur billigend bezüglich dieser von den griechischen Philosophen befolgten Lehrmethode, sondern er erklärt dieselbe geradezu als völlig unentbehrlich für die rechte Unterweisung in der Erkenntniss der Wahrheit**). Im 5. Buche bezeichnet er die symbolische Darstellungsweise noch als ganz vorzüglich geeignet, zur rechten Wissenschaft von Gott, zur Frömmigkeit, zur Erprobung der richtigen Unterscheidung, zur

*) Am a. O. V, 4 (p. 656 Pott.) erwähnt Clemens lobend, unter Berufung auf Zeugnisse der h. Schrift, ganz ausdrücklich dieser Weise als einer bei den Hebräern unter der Benennung „Decke", „Vorhang" (velum) zum Zwecke der Verhüllung der heiligen Lehre (des ἱερὸς λόγος) in Geltung gewesenen Uebung: διὰ τοῦτό τοι τῆς ἐπικρύψεως τὸν τρόπον θεῖον ὄντα ὡς ἀληθῶς καὶ ἀναγκειότατον ἡμῖν, ἐν τῷ ἀδύτῳ τῆς ἀληθείας ἀποκείμενον, ἱερὸν ἀτεχνῶς λόγον, Αἰγύπτιοι μὲν διὰ τῶν παρ' αὐτοῖς ἀδύτων καλουμένων, Ἑβραῖοι δὲ διὰ τοῦ παραπετάσματος ᾐνίξοντο μόνοις δ' ἐξῆν ἐπιβαίνειν αὐτῶν τοῖς ἱερωμένοις, τουτέστι, τοῖς ἀνακειμένοις τῷ Θεῷ. Die Schriftstellen, welche Clemens anführt, sind: Proverb. 26, 5: Responde stulto secundum stultitiam suam, und Jesaias 45, 3: Et dabo tibi thesauros absconditos, et arcana secretorum; ferner Psalm 77, 2: Aperiam in parabolis os meum, loquar propositiones ab initio. Wir möchten unsererseits diesen Stellen noch die folgenden anreihen: Jesaias 8, 16: Liga testimonium, signa legem in disciplulis meis —

צוֹר תְּעוּדָה חֲתוֹם תּוֹרָה בְּלִמֻּדָי׃

(Wickle ein das Zeugniss, und versiegele die Weisung unter meinen Schülern); sodann Proverb. 25, 2: Gloria Dei est celare verbum; und Jesaias 45, 15: Vere tu es Deus absconditus, Deus Israel salvator.

**) Strom. II, 1 (p. 429 Pott.): ὅσα τε ἀπαιτήσει ἡ κατὰ τὸν τόπον τὸν προκείμενον ὑποσημείωσις περιληφθήσεται, καὶ ὡς τὰ μάλιστα τὸ ἐπικεκρυμμένον τῆς βαρβάρου φιλοσοφίας, τὸ συμβολικὸν τοῦτο καὶ αἰνιγματῶδες εἶδος, ἐζήλωσαν οἱ πραγματικῶς τὰ τῶν ἀρχαίων φιλοσοφήσαντες, χρησιμώτατόν, μᾶλλον δὲ ἀναγκαιότατον, τῇ γνώσει τῆς ἀληθείας ὑπαρχόν.

Uebung im concisen Ausdrucke und zur Bethätigung der Weisheit hinzuführen*). Die Menge der änigmatischen Aussprüche, welche bei Philosophen wie in den Werken der Dichter gefunden würden, sei daher auch eine überaus grosse. Ganze Bücher erwiesen sich in einer Weise geschrieben, welche von dem Willen des Autors zeuge, den eigentlichen Sinn seines Gedankens zu verbergen. Dies gelte von dem Buche des Heraklit über die Natur, weshalb denn auch dem Verfasser der Beiname „der Dunkle" (ὁ σκοτεινός) gegeben worden sei. Dem heraklitischen Buche ganz ähnlich sei des Pherekydes von Syros Theologie. Euphorion's Dichtungen aber, und die Urgründe (Αἴτια) des Kallimachus, und des Lykophron Alexandra und andere ähnliche Schriften, seien als eine Vorschule hingestellt allen, die mit der Erklärung solcher Aufzeichnungen sich beschäftigen (γυμνάσιον εἰς ἐξήγησιν γραμματικῶν ἔγκειται ἅπασιν)**).

An erster Stelle hat Clemens hier Heraklit den Dunkeln genannt. Unter allen dem griechischen Alterthume angehörenden Symbolen sind, neben den pythagorischen, die tiefgedankenvollen Aussprüche des Räthsler's von Ephesus denn auch jedenfalls die bedeutsamsten. Viele der Kichenväter haben ihm ihre Aufmerksamkeit zugewendet und ersichtlich seinen Schriften ein besonders eifriges Studium gewidmet. Der Zusammenhang auch der ältesten hellenischen Weisheitslehre mit einheimischen oder orientalischen hieratischen Dogmen tritt nirgend entschiedener hervor als in den Ueberlieferungen, aus denen der Ephesier***) geschöpft hat, und der ganz wesentliche Einfluss, welchen asiatische Religionslehren auf die Philosophie Heraklit's geübt haben, leuchtet unverkennbar schon aus der halb orientalischen Färbung hervor der orakelhaft in unvermittelter Kürze und Gewalt des Ausdrucks beweislos hingestellten, vieldeutigen und ahnungsvollen Sätze. Die im Einzelnen durchzuführende genaue Analyse des technischen sowohl als mystischen und speculativen Inhaltes der wichtigsten derselben, wird in uns die Ueberzeugung begründen, dass es vorzugsweise die semitisch-hebräische Ueberlieferung der mosaischen Gotteslehre war, der Heraklit hierbei folgte.

Hierin muss die Ursache gefunden werden, weshalb die Kirchenväter — wie nichts weniger als auf christlichem und kirchlichem Boden stehende neuere Kritiker anerkennen — durchweg in Bezug auf das Verständniss der philosophischen Sätze Heraklits vor ihren heidnischen Zeitgenossen sich auszeichnen. Auch die, platonischen und anderen Stellen zufolge, bei den Griechen ganz sprüchwörtlich gewordene Unverständlichkeit vieler heraklitischer Sentenzen hatte ihren tieferen Grund zweifelsohne in dem Widerspruche, in welchem das hellenische Leben und sein sensualistischer Cult zu der ernsten, den Ausgangspunkt und vielfach das Substrat der Speculationen Heraklit's bildenden fremden Lehre stand. Mit Recht haben die Erklärer im übrigen auf Heraklit angewendet, was dieser selbst vom delphischen Gotte sagte: „Der Herrscher, dessen Orakel in Delphi ist, nicht spricht er heraus, noch verbirgt er (seinen Sinn), sondern sinnbildlich deutet er an"†). Für die Anführung heraklitischer Aussprüche war bei den Alten daher statt: „es sagte Heraklit" — die Redewendung zu einer stehenden geworden: „Heraklit hat geräthselt (ἠνίξατο ὁ Ἡράκλειτος) dass" u. s. w. Treffend hat man was den Inhalt der auf

*) Ebendaselbst V, 8 (p. 673 Pott.): χρησιμώτατον ἄρα τὸ τῆς συμβολικῆς ἑρμηνείας εἶδος εἰς πολλὰ, καὶ πρὸς τὴν ὀρθὴν θεολογίαν συνεργοῦν, καὶ πρὸς εὐσέβειαν, καὶ πρὸς ἐπίδειξιν συνέσεως, καὶ πρὸς βραχυλογίας ἄσκησιν, καὶ σοφίας ἔνδειξιν.

**) Ebendaselbst p. 676 Pott.

***) Ephesus war der Ort, wo die Einsichten des Orients mit der Philosophie und Mythologie der Griechen sich vielseitig mischten. Vgl. Creuzer: Symbolik. B. II, S. 597.

†) Bei Plutarch De pyth. orac. p. 404 e: οἶμαι δὲ γινώσκειν τὸ παρ' Ἡρακλείτῳ λεγόμενον, ὡς ὦναξ, οὗ τὸ μαντεῖόν ἐστι τὸ ἐν Δελφοῖς οὔτε λέγει οὔτε κρύπτει ἀλλὰ σημαίνει.

das Göttliche und die Natur Bezug habenden Aussprüche angeht eine Parallele gezogen zwischen der so beschaffenen Darstellungsweise und dem was Heraklit selbst von der Natur und ihrem Schöpfer gesagt hatte — sie liebe verhüllt dargestellt zu werden und noch vor der Natur der Demiurg der Natur*).

Wie wir bezüglich heiliger Texte der Bücher des alten Testamentes und in Betreff der pythagorischen Apophthegmen bereits ausführlicher angedeutet haben, so bilden die Theoreme vorzugsweise der speculativen Zahlenlehre und Harmonik des Alterthumes für das Verständniss der änigmatischen Metaphern und Symbole, welche in den heraklitischen Sentenzen uns entgegentreten, die unentbehrliche Grundlage. Ein gleiches gilt vielfach, wie schon gesagt wurde, von nicht wenigen der oben erwähnten bakchisch-orphischen Bruchstücke. Im Verfolge unserer Untersuchungen werden wir aber nicht minder die Ueberzeugung gewinnen, dass ganz insbesondere die dunkeln und räthselhaften Bilder, welche die hieroglyphische Einkleidung darstellen der althebräisch-ausserbiblischen, unter dem Namen der Ueberlieferung (קבלה, Kabalah, παράδοσις, traditio) auf die Späteren gekommenen Weisheitslehre, dort ihre Erklärung zu suchen haben. Es entnimmt diese Lehre für die typische Fassung des mystischen Gedankens die äusserlichen Grundzüge einer Symbolik, die ihrem Fundamente nach auf gewissen, unter der Hülle eines Buchstabenspieles**) sich verbergenden Sätzen der speculativen Arithmetik und Harmonik gebaut ist. Zu unserer Verwunderung endlich werden wir sehen, dass auch von der ältesten Weisheitslehre des entlegensten und äussersten Volkes des asiatischen Morgenlandes — der Chinesen nemlich — ganz Aehnliches gesagt werden muss.

Die Anfänge der Weisheitslehre aller hervorragenden Völker des Alterthums waren wesentlich auf eine, ebensowohl realistische wie intuitive Naturlehre***), auf speculative Forschung nach den inneren Gründen der Beziehung der menschlichen Seele zur umgebenden Natur, der

*) Themistius orat. ad Iovian. p. 69 Hard.: φύσις δὲ καθ' Ἡράκλειτον, κρύπτεσθαι φιλεῖ καὶ πρὸ τῆς φύσεως ὁ τῆς φύσεως δημιουργός. Beim armenischen Philo, Quaest. in Genes., p. 238 Aucher, heisst es: Arbor est secundum Heraclitum natura nostra, quae se obducere atque abscondere amat.

**) Wohl zu unterscheiden von den fantastischen Träumereien der erst seit Beginn der christlichen Zeitrechnung aufgekommenen, an den Namen Akiba's und seiner Schüler sich knüpfenden rabbinischen Kabalah, deren mehr und mehr in Pantheismus umschlagende Lehre sehr bald die Symbole der uralten Ueberlieferung in ein völlig sinnloses und wildes Spiel mit den zufälligen Zahlenwerthen einzelner Buchstaben und mit den Charakteren und einzelnen Strichen und Apices der vergleichsweise jungen hebräischen Quadratschrift umzusetzen begonnen hat. Die Abenteuerlichkeit dieser seltsamen, seit dem 15. Jahrhunderte vorzugsweise zu astrologischen und nekromantischen Dingen misbrauchten Lehre hat die von den meisten Bearbeitern der Geschichte der Philophie getheilte Meinung hervorgerufen, dass die sogenannte hebräische Kabalah nichts weiter sei, als ein synkretistisches Conglomerat, zusammengeflossen in Alexandrien aus morgenländischen, ägyptischen, pythagorischen, neuplatonischen und gnostischen Ideen. Joh. Friedr. v. Meyer bemerkt in der Einleitung zu seiner Ausgabe des noch der alten Ueberlieferung angehörenden, als wichtigste ausserbiblische Quelle derselben von uns bereits oben angeführten Buches J^{e}zirah mit Recht, dass diese, ohne nähere Prüfung von einem Schriftsteller auf den anderen fortgeerbte, von dem Rationalismus bereitwillig genehmigte Anschauung eben selbst nichts weiter sei, als eine auf leeren und willkührlichen Voraussetzungen beruhende Tradition. Das Zutreffende dieses Urtheils v. Meyer's wird sich bei einer näheren Betrachtung des technisch-exacten Gehaltes des Buches J^{e}zirah auf das Klarste ergeben.

***) Wir lesen bei Eusebius Praep. evang. III, 1: ὅτι ἡ παλαιὰ φυσιολογία καὶ παρ' Ἕλλησι καὶ παρὰ βαρβάροις λόγος ἦν φυσικὸς ἐγκεκαλυμμένος μύθοις δῆλόν ἐστιν ἐν τοῖς Ὀρφικοῖς ἔπεσι καὶ τοῖς Αἰγυπτιακοῖς καὶ Φρυγίοις λόγοις, μάλιστα δὲ οἱ περὶ τὰς τελετὰς ὀργιασμοὶ καὶ τὰ δρώμενα συμβολικῶς ἐν ταῖς ἱερουργίαις τὴν τῶν παλαιῶν ἐμφαίνει διάνοιαν („dass die alte Physiologie sowohl bei Hellenen als Barbaren eine in Mythen eingehüllte Naturlehre war, leuchtet aus den orphischen Gedichten und aus den ägyptischen und phrygischen Lehren ein; am meisten aber zeigen die Weisheit der Alten die Orgiasmen bei den Mysterienweihen und die symbolischen Handlungen in der heiligen Versammlung").

Natur aber und des Menschen zu ihrem Schöpfer, gegründet*). Was der h. Apostel Paulus in den, die Sünde und den Unglauben der Heiden strafenden Worten des Römerbriefes ausdrückt: Revelatur enim ira Dei de caelo super omnem impietatem et injustitiam hominum eorum, qui veritatem Dei in injustitiam detinent, quia *quod notum est Dei, manifestatum est in illis. Deus enim illis manifestavit. Invisibilia enim ipsius, a creatura mundi, per ea quae facta sunt, intellecta, conspiciuntur*, sempiterna quoque ejus virtus et divinitas — wurde in seiner Wahrheit auch ausserhalb Israel's, unter den nicht auf übernatürlichem Wege zur Erkenntniss des Einen wahren Gottes berufenen, im Heidenthume dahin lebenden Völkern, von einer Anzahl der nach Weisheit forschenden wenigen Bessern auch im Laufe der späteren Zeiten immer noch mit richtigem Bewusstsein aufgefasst. Die Betrachtung der Natur war demnach eine theosophische — nicht für die dem Sinnentaumel eines entarteten Cultes Folgenden, und für die Denkweise des an der anthropomorphischen Götterwelt seiner Dichter**) sich ergötzenden

*) Treffend characterisirt Mersenne im Vorworte zu seiner Harmonie universelle diese drei, stufenweise aufsteigenden Richtungen der in das Gewand zahlenharmonikaler Symbolik gekleideten Weisheitslehre des Alterthums durch die drei Bezeichnungen: *musica mundana* (Kosmologie), *musica humana* (Psychologie), *musica divina* (Theologie). Er hätte sich dafür auf den Inhalt berufen können eines bei Stobäus Eccl. phys. Lib. I, c. 2, Nr. 3 (Heeren Bd. I, S. 8) vorkommenden Ausspruches des Philolaos über die dreifache Bedeutung des zahlenharmonikalen Gebildes der Dekas als „theilhabender Anfang und Führer alles göttlichen, und himmlischen und menschlichen Lebens“ (καὶ θείω καὶ οὐρανίω βίω καὶ ἀνθρωπίνω ἀρχὰ καὶ ἁγεμὼν κοινωνοῦσα).

**) Welche Stellung ernstere Denker zu den Mythologien des so tief gesunkenen polytheistischen Götterdienstes und Volksglaubens einnahmen, mögen einige Aeusserungen des Heraklit zeigen. In der von Proclus vorhandenen Schrift De unitate et pulchritudine (in der Creuzer'schen Ausgabe des Plotinus De unit. et pulchr. S. 98 fde) lescen wir: „Mit Recht also verwirft auch der edle Herakleitos die Menge als unvernünftig und gedankenlos, „„denn wer von ihnen, sagt er, hat Sinn und Verstand, von ihnen, welche den Sängern der Völker anhängen und den grossen Haufen der Lehrer gebrauchen, nicht wissend, dass die Masse schlecht, wenige nur gut““ (τίς γάρ, φησι, αὐτῶν νόος ἢ φρὴν, δήμων αἰδοῦς (lies ἀοιδοῖσιν) ἠπίων τε καὶ διδασκάλων χρείων τε ὁμίλων, οὐκ εἰδότες ὅτι οἱ πολλοὶ κακοὶ, ὀλίγοι δὲ ἀγαθοί). Ueber die Unfähigkeit der Menschen zur Erfassung des Wahren äussert Heraklit: „auch darüber belehrt erkennen sie es nicht“ (οὐδὲ μαθόντες γινώσκουσιν). Die Hartnäckigkeit aber ihres Widerstandes gegen die ihnen dargebotene Wahrheit bezeichnet sein von Plutarch (an seni sit ger. p. 787 c) bewahrtes Wort: „Denn auch die Hunde bellen an wen sie nicht kennen“ (κύνες γὰρ καὶ βαΰζουσιν, ὃν ἂν μὴ γινώσκωσι). Nirgend bei Heraklit finden sich Mythen — statt ihrer nur geheimnissvolle Sprüche. Nur in Verbindung mit diesen, nur als bildliches Substrat seiner Darstellung des Begrifflichen erwähnt er der populären mythologischen Götternamen. In einer Stelle bei Arnobius (V c. 29) wird angedeutet, dass Heraklit nur mit Hass und Verachtung auf den sinnlichen Cult herabgeblickt, der in den heidnischen Mysterien seiner Tage, namentlich in denen des genesiurgischen Gottes Dionysos sowohl als bei den späteren Orphikern und zu Eleusis geübt wurde: At ne quis forte a nobis tam impias arbitretur ut confectas res esse, Heraclito testi non postulamus ut credat nec mysteriis volumus, quid super talibus senserit, ex ipsius accipiat lectione, — totam interrogat Graeciam, quid sibi velint hi phalli etc. Aehnliches lassen die heraklitischen Worte (bei Plutarch De Isid. et Os. p. 362, und Clemens Alex. Cohort. ad Gent. II, p. 30 Pott) errathen: „Es ist Hades und Dionysos derselbe, dem sie toll sind und Feste feiern“ (ὡυτὸς δὲ Ἀΐδης καὶ Διόνυσος, ὁτέῳ μαίνονται καὶ ληναΐζουσι). Noch bezeichnender aber ist folgende Anführung (bei Clemens a. a. O. p. 18 Pott): „und auch allen denen von den Hellenen, welche wenn sie gestorben sind erwartet, was sie nicht hoffen, diesen weissagt Herakleitos der Ephesier — den Nachtschwärmern, Magern, Bakchen, Bakchantinnen, Mysten — diesen droht er das nach dem Tode an, diesen verkündet er das Feuer“ (. τοῖσι δὴ μαντεύεται Ἡράκλειτος ὁ Ἐφέσιος, Νυκτοπόλοις, Μάγοις, Βάκχοις, Λήναις, Μύσταις τούτοις ἀπειλεῖ τὰ μετὰ θάνατον, τούτοις μαντεύεται τὸ πῦρ). Endlich möge hier noch folgen was bei Origenes (Contr. Cels. VII, p. 738 de la Rue) Heraklit von der götzendienerischen Anbetung der Götterbilder sagt: „Und zu diesen Bildsäulen flehen sie, als wenn einer zu den Häusern plapperte, nicht wissend wer Götter noch Heroen sind“ (καὶ τοῖς ἀγάλμασι τουτέοισιν εὔχονται, ὁκοῖον εἴ τις τοῖσι δόμοισι λεσχηνεύοιτο, οὔτε γιγνώσκων θέους οὔτε ἥρωας οἵτινές εἰσι).

Beim h. Justinus Martyr (Apolog. I, 46, p. 330 ed. Colon.) lesen wir folgende bemerkenswerthe Worte: „Es belehrt uns unsere Religion, dass Christus ist der einzige Sohn, der Erstgeborene Gottes des Vaters, das

Haufens, wohl aber für jene Besseren, welche in der Zurückgezogenheit und Verborgenheit asketischer Geheimbünde vor allem die Reinigung (κάθαρσις) ihrer Seelen von den dem Hylischen anklebenden Makeln und nach langen Prüfungen eine ernste und höhere, stufenweise fortschreitende Belehrung suchten.

Wie ernst das Gebot aufgefasst wurde, in Mitten der allgemeinen Verderbtheit nur den der sittlichen Reinigung theilhaftig Gewordenen, nur den streng Geprüften, den Inhalt der für die Eingeweihten bestimmten Lehre, ja nur die technische Bedeutung der mit dieser Lehre in einem Zusammenhange stehenden Theoreme mitzutheilen, zeigt der bei Jamblichus*) vorkommende, dem Pythagoreer Lysis zugeschriebene Brief an den Mitgenossen des Bundes Hippasus, von welchem, wie wir oben schon andeuteten, die Sage berichtet hat, dass nach göttlichem Rathschlusse er bei einem Schiffbruche umgekommen sei zur Strafe dafür, dass er, des Verbotes des Meisters uneingedenk, in gottlosem Frevelmuthe zuerst gewisse Sätze über das mystische Fünfseit Profanen eröffnet und sogar schriftlich mitgetheilt hatte. An ihn, so wird berichtet, schrieb Lysis: „Man sagt von dir, du habest gegen das Verbot des Pythagoras die Weisheitslehre aufs gerade wohl den Leuten kund gegeben, jene Lehre, die du doch mit mühevollem Eifer erlernt, nicht aber bewahrt hast, nachdem du die verlockenden Genüsse Siciliens gekostet. Wenn du nun änderst deinen verirrten Sinn, so werde ich mich freuen; wenn nicht — bist für mich du gestorben (εἰ μὲν ὦν μεταβάλοιο, χαρήσομαι· εἰ δὲ μήγε, τέθνακας). Es hätte sich geziemt, der göttlichen und menschlichen Weisung eingedenk, die Güter der Weisheit nicht zu einem Gemeingute herabzuwürdigen für Solche, die behufs Reinigung ihrer Seelen auch die Spur noch nicht gethan haben (οὐδ' ὄναρ τὰν ψυχὰν κεκαθαρμένοις). Wohl wäre zu erwägen gewesen, welch' lange Zeit wir darauf verwendet, das Unreine, das in unserer Brust sich angehäuft, abwaschend auszutilgen, bis nach Ablauf der festgesetzten Zahl von Jahren wir zur Aufnahme der Lehren jenes Mannes befähigt sein würden“ Die ins Breite sich verlierende, allzu wortreiche Weise, wie im nun folgenden die Verderblichkeit des gefälschten Unterrichtes den Leidenschaften der Jugend schmeichelnder Sophisten den veredelnden Erfolgen der pythagorischen Strenge gegenübergestellt wird, bestätigt die Bedenken, welche die Kritik gegen die Echtheit und den altpythagorischen Ursprung des von Jamblichus dem Lysis zugeschriebenen Schriftstückes aufgestellt hat. Immerhin bleibt dasselbe für uns ein beachtenswerthes Zeugniss der Anschauung, welche die spätere Schule in Betreff des Ernstes der Lebensordnung und wissenschaftlichen Methode der älteren in ihren Ueberlieferungen bewahrte.

Von den Pythagoreern wird, wie wir sahen, ausführlich berichtet, dass sie in den Zahlen das Wesen der natürlichen Dinge gefunden, dass aber überall die Zahlenlehre von ihnen in engster Verbindung mit den tonalen Gesetzen der Harmonik vorgetragen worden sei. Dass ein

höchste Licht der Vernunft, woran das ganze Menschengeschlecht Theil hat. Daher sind alle diejenigen, welche dieser Vernunft gemäss gelebt haben, Christen, obgleich man sie angeklagt haben mag, Atheisten zu sein. Solche waren unter den Griechen Sokrates und Heraklit und jene, welche diesen glichen (..... τὸν Χριστὸν τὸν πρωτότοκον τοῦ Θεοῦ εἶναι ἐδιδάχθημεν καὶ προεμηνύσαμεν λόγον ὄντα, οὗ πᾶν γένος ἀνθρώπων μετέσχε· καὶ οἱ μετὰ λόγου βιώσαντες, Χριστιανοί εἰσι, κἂν ἄθεοι ἐνομίσθησαν, οἷον ἐν Ἕλλησι μὲν Σωκράτης καὶ Ἡράκλειτος καὶ οἱ ὅμοιοι αὐτοῖς); bei den Barbaren aber Abraham, Ananias, Azarias, Misael, Elias und viele andere, deren Namen und Handlungen hier anzugeben zu weit führen würde. In gleicher Weise waren diejenigen unter den Alten, welche ihr Leben nicht nach der Lehre des Logos und der ewigen Vernunft geregelt haben, Feinde Jesu Christi und Mörder derjenigen, welche der Vernunft gemäss lebten. Alle Menschen aber, welche der Vernunft gemäss gelebt haben und so leben, sind in Wahrheit Christen und jeder Furcht überhoben.“

*) De vit. Pythag., Kiesling p. 158 ffde.

Gleiches auch von der Naturlehre und Weisheitlehre des Orients gelte, wird am geeigneten Orte aus dem über die Zahlenlehre und Tonlehre der Chinesen und über die harmonikale Symbolik des Buches J^{e}zirah ausführlich Vorzutragenden sich ergeben. Die pythagorische Zahlenphilosophie ist aber um deswillen für uns gleichsam die unentbehrliche und einzig zugängliche Brücke um zur Erklärung auch der morgenländischen Weisheitslehre zu gelangen, weil wir in den mathematischen und musikalischen Schriften der neupythagorischen Schule ein reichhaltiges, wenn auch nur mit prüfender und sorgfältig sichtender Kritik zu gebrauchendes technisches Hülfsmittel besitzen für die Durchdringung des exacten Gehaltes der den allegorischen Symbolen und änigmatischen Metaphern zum Grunde liegenden wissenschaftlichen Theoreme.

Die bewährtesten Alterthumskenner sind darüber einig, dass die hellenische Physik, die Physik des Alterthumes überhaupt das Wesen der Natur tief ahnend ergriff. Nur ein höchst kurzsichtiger, auf seine Erfahrungen pochender Empirismus hat in unseren Tagen, wie wir weiter unten sehen werden, dies zu läugnen versucht. Für uns als Christen reicht der Ursprung dieser ahnungsreichen Erfassung des Wesens der Natur, die in den Bruchstücken uralter Symbole der Weisheitslehre der Vorzeit uns entgegenleuchtet, bis zu den ersten Anfängen der Geschichte der Menschheit — bis zu jener fortan verschlossenen Pforte zurück, vor welcher der Cherub mit dem Flammenschwerdte die Wache hält. Ihr theosophischer Mittelpunkt aber wurzelt für unseren festen Glauben in der tröstenden, dem gefallenen Geschlechte gewordenen Verheissung eines aus dem Samen des Weibes einst hervorgehenden den Kopf der Schlange zertretenden Erretters. Dennoch tragen wir kein Bedenken es als einen entschiedenen historischen Irrthum zu bezeichnen, wenn die Vorstellung eine gewisse Allgemeingültigkeit erlangt hat, dass eben nur ein ahnungsvolles Schauen, nirgend aber ein auf technisch-exacter Grundlage beruhendes Erfassen auch der wissenschaftlichen Anforderungen wahrer Naturforschung dem Alterthume zu eigen gewesen sei.

Die Weisheitslehre des Alterthumes war in ihrem physiologischen und theosophischen Zweige ganz wesentlich auf eine mathematische Betrachtung der obersten Wahrheiten gegründet. Die Gegensätze des Endlichen und Unendlichen, des Begränzten und Unbegränzten, der Grösse in ihren verschiedenen Gestaltungen, als Eines und Vieles, als discrete und continuirliche Grösse, als quantitative Zahlengrösse und räumlicher Begriff der Ausdehnung, ferner: Zahl und Figur als Maass der noch ruhenden Grösse oder aber bewegender Kräfte und ihrer Wirkungen, der Gegensatz endlich der vervielfältigten wachsenden, und der in fortschreitender Theilung endlos sich verkleinernden Grösse, über welchen verschiedenen Kategorien und Gegensätzen, als Urgrund alles Seins und aller Formen des Seins, der Begriff der obersten Einheit (Monas) unfassbar, und dennoch allbestimmend, dem intellectualen Blicke des Schauenden sich zeigte — das waren die Ausgangspunkte dieser ebensowohl theosophischen als physiologischen Betrachtung der Natur und des Urhebers der Natur. Die exacten Wissenschaften der Arithmetik, Geometrie, Musik und Astronomie bildeten unter dem Namen des Vierwegs (Quadrivium) die Vorschule dieser Weisheitslehre. Den Uebergang zu den höheren Speculationen bildete als fünfte, den Exoterikern verheimlichte Disciplin die Lehre vom Lichte (Optik). Plato deutet, wie wir am geeigneten Orte sehen werden, in prägnanter Weise auf diesen fünften Zweig des Vorweges zur Weisheit hin. Bei den Alexandrinern und bei ihrem lateinischen Bearbeiter Boëthius ist die Erinnerung an diesen esoterischen Lehrzweig verschollen. Bei ihnen ist überall nur von einem Vierwege die Rede. In conciser Kürze bezeichnet Boëthius, dem Nikomachus folgend, das Wesen und die Aufgabe der Disciplinen dieses Vorweges am Schlusse des 3. Capitels des 2. Buches seiner Schrift De Musica in denjenigen Worten, welchen wir das auf dem Titelblatte diesem

Ersten Theile unserer Untersuchungen vorangestellte Motto entnommen haben: Namque magnitudinis alia sunt immobilia, ut terra, ut quadratum, vel triangulum, vel circulus. Alia vero sunt mobilia, ut sphaera mundi, et quicquid in ea rata celeritate convertitur. Discretae vero quantitatis alia sunt per se, ut tres vel quatuor, vel caeteri numeri. Alia vero ad aliud, ut duplum, triplum, aliaque quae ex comparatione nascuntur. Sed *immobilis magnitudinis Geometria speculationem tenet. Mobilis vero scientiam Astronomia persequitur. Per se vero discretae quantitatis Arithmetica autor est. Ad aliud vero relatae Musica probatur obtinere peritiam.*

Aus diesen vier Disciplinen — für gewisse Philosopheme auch aus der Lichtlehre als dem fünften, nicht genannten Zweige des exacten Wissens — wurden die Elemente hergenommen für die Formung des Bildwerkes der Allegorien und Metaphern und Symbole der änigmatischen Aussprüche über die höchsten und geheimnissvollsten Lehren des altüberlieferten Weisheitsschatzes. Aus Zahlen und Proportionen und Reihen der Potenzen, aus geometrischen Figuren und Körpermaassen, aus den Kreisbogen der astronomischen Sphären, den Scalen und accordlichen Harmonien der zu musikalischen Gebilden sich gruppirenden Tonklänge, aus den ebenfalls harmonischen Abstufungen der Lichtschwingungen in der Farben-Scala des prismatischen Farbenbogens, war das Kleid, die Hülle, die Decke, gewoben, welche vor dem profanen Auge das Heiligthum zu verbergen bestimmt war. In der oben citirten Stelle (Strom. V, 4)*) bezeugt, wie wir sahen, Clemens Alexandrinus, dass die heilige Lehre (ἱερὸς λόγος nennt er dieselbe), welche die Aegypter in den geheimsten Heiligthümern ihrer Tempel (in körperlichen Bildwerken und Darstellungen) bewahrt, von den Hebräern unter dem Geheimnisse der „Räthselsprüche mittelst des Vorhanges" verborgen worden sei (ἱερὸν ἀτεχνῶς λόγον Ἑβραῖοι διὰ τοῦ παραπετάσματος ᾐνίξοντο). Die Vergleichung der Buchstaben-Symbole des Buches J^ezirah mit den betreffenden harmonikalen Formeln wird uns zeigen, dass in der hebräischen Musik die Stufen der diatonischen Tonleiter, welche wir mit den Buchstaben c d e f g a h bezeichnen, so mittelst der Buchstaben Beth, Gimel, Daleth, Kaph, Pe, Resch, Taw geschrieben worden sind. Das Buch J^ezirah gruppirt in den betreffenden Aussprüchen diese sieben Buchstaben folgender Massen: בגד כפרת. Es hiess nun aber die Decke, welche gemäss Weisung des Herrn (4 Mos. 4, 6—13) wie über anderes heiliges Geräthe, so insbesondere über die Bundeslade gebreitet werden musste um sie den Blicken der Menge zu entziehen wenn sie fortgetragen werden sollte, wie jene Stelle zeigt: בֶּגֶד, Beged, d. i. Decke, Hülle, auch Kleid. Und der Deckel der Bundeslade, über welchem unsichtbar der Herr schwebte, wenn er dem hohen Priester sich offenbarte (das ἱλαστήριον der Septuaginta, propitiatorium der Vulgata) wird durch den biblischen Ausdruck bezeichnet: כַּפֹּרֶת, Kaporeth. So bringt also änigmatisch das Buch J^ezirah die Namen der sieben diatonischen Klangstufen in eine unmittelbare Verbindung mit dem heiligsten Geheimnisse des alten Bundes. Velamen propitiatorii — lautet demnach die sprachliche Bedeutung des aus der Verbindung der sieben Tonzeichen hervorgehenden Buchstaben-Symboles.

*) S. 21, Note *. Nicht ohne Interesse ist die Vergleichung einer Stelle im Commentare des Proclus zu den Elementen des Euclid. Es heisst daselbst (p. 6 ffde), nachdem zuvor bemerkt worden ist, dass die Mathematik in den Zahlen die Erscheinungen der überwesentlichen Eigenschaften (τῶν ὑπερουσίων ἰδιοτήτων τὰς ἐμφάσεις) und in den anschaulichen geometrischen Formen die Kräfte der intelligibeln Gestalten (τῶν νοερῶν σχημάτων τὰς δυνάμεις) darstelle, wie folgt: Διὸ δὴ καὶ ὁ Πλάτων πολλὰ καὶ θαυμαστὰ δόγματα περὶ θεῶν διὰ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἡμᾶς ἀναδιδάσκει, καὶ ἡ τῶν Πυθαγορείων φιλοσοφία παραπετάσμασι τούτοις χρωμένη τὴν μυσταγωγίαν κατακρύπτει τῶν θείων δογμάτων· τοιοῦτος γὰρ καὶ ὁ ἱερὸς σύμπας λόγος καὶ ὁ Φιλόλαος ἐν ταῖς Βάκχαις καὶ ὅλος ὁ τρόπος τῆς Πυθαγόρου περὶ θεῶν ὑφηγήσεως.

Die hervorragendere Würde unter den vier Disciplinen des Quadriviums gebührte der Musik. Wie die geometrische Figur gleichsam in der sich entfaltenden Blume zum pflanzenhaften Leben erwacht, so wird die im Tone sich verkörpernde Zahlengrösse im bewegten Wechselspiele der Proportionalitäten harmonisch geordneter Klänge zum lebensvollen Ausdruck psychischer Empfindung. Die himmlischen Intelligenzen aber, und Mächte, und Kräfte, gehorchen in der Führung der nach Aeonen zählenden Umkreisungen der ihnen untergebenen Sternensphären, zufolge der idealen Auffassung des Alterthumes, dem Zeitmaasse eines musikalisch-tonalen Gesetzes*).

Es ist zweifellos die Ermittelung der akustischen Zahlenrationen der musikalischen Intervalle mittelst Zerlegung der Saite am Monochord in ihre Aliquottheile schon in altergrauer Vorzeit den frühesten Forschern bekannt gewesen. Aber es sprechen auch dringende Gründe für die Annahme, dass ihrem Beobachtungssinne und Scharfblicke das physikalische Gesetz nicht unbekannt geblieben ist, dass die Menge der Oscillationen verschieden hoher Töne im umgekehrten Verhältnisse steht der Längen ihrer Saiten bei sonst vorhandener Gleichheit der Dicke, Spannung und specifischen Schwere der letzteren. So löste sich in einer sehr frühen Periode schon die Harmonielehre für die speculative Forschung in eine Zahlenlehre auf. Die Theoreme der Zahlenlehre, ganz insbesondere die Lehre von den Proportionen, aber liebten die Arithmetiker des Alterthumes unter beständigem vergleichenden Hinblicke auf die musikalische Tonlehre vorzutragen. Eine genaue Kenntniss des Musikwesens der Alten ist daher ein unentbehrliches Hülfsmittel für die richtige Deutung und Erfassung der Tragweite selbst vieler, scheinbar der reinen Zahlenlehre angehöriger Sätze. An solche Theoreme lehnen sich vorzugsweise diejenigen Symbole an, welche die theosophisch-metaphysische und physiologische Geheimlehre der Zahlenlehre entnimmt. In zwiefacher Beziehung bildet die genaueste Darlegung des Musikwesens der Alten demnach eine wesentliche Bedingung für das Verständniss ihrer esoterischen Symbolik. Wir sind daher genöthigt, jeder anderen Untersuchung hier die pythagorisch-platonische Zahlenlehre und pythagorische Harmonik voranzustellen. Nicht als ob erst durch Pythagoras ein Tonsystem geschaffen, die Tonleiter der Griechen auf acht Tonstufen — sage volle acht Tonstufen — gebracht worden sei, er die Rationen der Octave, Quinte und Quarte den Hammerschlägen eines Schmiedes im Vorübergehen glücklich abgelauscht, so den Ganzton entdeckt, und wie die kindisch-lächerlichen Mährchen alle heissen. Es wird sich aus einer Vergleichung sehr alter Räthselsprüche mit den akustisch-arithmetisch darzustellenden Formeln handgreiflich ergeben, dass ein überaus reich entwickeltes, die feinsten chromatischen und enharmonischen Abstufungen beachtendes Tonsystem, welches auf dem Gegenspiele der Dur- und Molltonalität erbaut war, aus symphonen Intervallen einschliesslich der grossen und kleinen Terzen, aus Paraphonien, Diaphonien und Antiphonien melodisch und harmonisch sich zusammensetzte, Jahrhunderte vor Pythagoras in kunstgerechter Weise bei den Griechen bestand, die Unterlage und den Gegenstand bildete für wissenschaftliche und technische Forschung und für weittragende Vergleichungen der akustisch-musikalischen Harmoniegesetze mit speculativer Arithmetik und Geometrie, und mit den in Statik und Mechanik, im Spiele des farbigen Lichtes, und in den kosmischen Bewegungen der Himmelskörper, sich offenbarenden Zahlengesetzen. Wir werden freilich auch die Ueberzeugung gewinnen, dass dieses Tonsystem und seine wissenschaftliche Begründung gar nicht griechischen, sondern eines Ursprunges waren, der auf die Wiege

*) „O Stern und Blume, Geist und Kleid,
Lieb', Leid und Zeit und Ewigkeit!"
— singt ein christlicher Dichter (Clemens Brentano) der jüngstvergangenen Tage.

des menschlichen Geschlechtes zurückweist. Die unmittelbar auf Pythagoras und seine Schüler folgende Zeit wird sich für Griechenland uns umgekehrt als die Zeit des beginnenden Verfalles der Harmonik und der auf Harmonik gebauten verwandten Wissenszweige darstellen. Von der Auflösung des pythagorischen Ordens, von dem Aufkommen einer zu den Theorien des Aristoxenus sich bekennenden Schule an, beginnen in der harmonikalen Literatur des griechischen Alterthums vielmehr die lächerlichen Versuche der Einen, aus einem Gemische misverstandener esoterischer Sätze und exoterischer von den alten Weisen zur Abfertigung und neckenden Verhöhnung des Haufens ersonnener Parodien eine vermeintliche Repristinirung der altpythagorischen Tonlehre und Harmonik darzustellen, und die noch lächerlicheren Unternehmungen der Anderen, auf der Grundlage der von Aristoxenus entdeckten theoretischen Begründung des Systemes gleichschwebender Temperatur eine neue musikalische Lehre aufzubauen. Von da an erlangt jene sonderbare Auffassung des Musikwesens der Griechen Geltung, welche bis zur Stunde fortlebt, derzufolge die Intervalle der grossen und kleinen Terze und beziehlich Sexte aus dem Bereiche des musikalischen Klanggebietes verbannt bleiben. Es entsteht in den Köpfen der Theoretiker und Archäologen ein Tonsystem ohne richtigen diatonischen und chromatischen Halbton, ohne Durscala, gegründet lediglich auf eine, aus falschen Abstufungen sich zusammensetzende Mollscala, welches dafür aber in eine ihren Erfindern selbst unbegreifliche Berechnung s. g. enharmonischer Diësen im genus enharmonicum sich verliert und als absolut unbrauchbare Alterirungen der diatonischen und chromatischen Intervallberechnungen (unter dem Namen einer γένους εἰδικὴ διαίρεσις) im genus diatonicum und chromaticum die s. g. Färbungen (χροίαι, colores) ersinnt. Die neuere Forschung hat diesem reizenden Bilde des Musikwesens der Griechen, an dessen Erfindung der Gott M o m u s nicht des kleinsten Antheils wahrlich sich rühmen darf, einen weiteren Schmuck noch durch die Thesis hinzugefügt, dass alle Musik der Griechen — einige falsche Quinten- und leere Quarten-Parallelen abgerechnet — überall und zu allen Zeiten lediglich eine einstimmige, harmonielose gewesen, dafür aber die Hellenen in ein um so grösseres Entzücken gerathen sind, wenn der Chor der Männer, und derjenige der Frauen und Knaben, all' ottava gesungen hätten (einem kindlichen Gemüthe kann man eben auch mit einer Kleinigkeit schon eine grosse Freude bereiten!). Die Griechen hätten das „Antiphonie“ genannt, und, wie man aus den pseudoaristotelischen Problemen ersehen könne, die Begründung dieses musikalischen Phänomenes zum Gegenstande sehr tiefsinniger Speculationen gemacht.

Die Schriften der griechischen Classiker der alexandrinischen Periode über Arithmetik und Musik, sind trotz aller Irrungen und trotz des überall durch dieselben hindurchgehenden völligen Verkennens der Unterscheidung des esoterischen und exoterischen Inhaltes der didaktischen sowohl als symbolischen Aussprüche der alten Schule, für uns, wie bereits angedeutet wurde, von hohem historischen Werthe. Maassgebend für die ferneren Schicksale der Musikwissenschaft blieb bei der völligen Unfruchtbarkeit des aristoxenischen Systemes auch nach dem Untergange des pythagorischen Bundes, trotz aller leidenschaftlichen Anfechtungen des Aristoxenus und seiner Anhänger, dasjenige, was von altüberlieferten pythagorischen Lehren durch schriftliche Aufzeichnungen einiger der Schüler des Pythagoras den ausserhalb des Bundes Stehenden zugänglich geworden war. Es gilt dies insbesondere von der pythagorischen Darstellung der Theilung der Saite am Monochord. Die Auffindung der Zahlenrationen der consonirenden und dissonirenden Intervalle mittelst dieser Theilung blieb die vorzüglichste Grundlage der harmonikalen Entwickelungen der späteren griechischen Musikschriftsteller. E u c l i d, der als ein Anhänger des Aristoxenus bezeichnet wird, schrieb nichts destoweniger neben seiner Einleitung in die Harmonik (Εἰσαγωγὴ ἁρμονική) eine besondere Schrift über die Theilung der Saite am

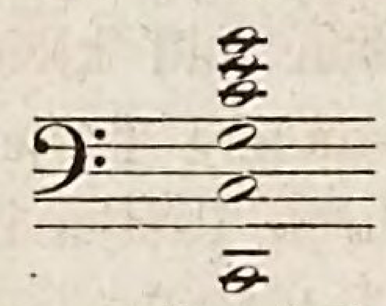
Monochord (Κατατομὴ κανόνος)*). Claudius Ptolemäus, der grosse alexandrinische Astronom und Mathematiker, der in seinem ausführlichen Werke über die Harmonik möglichst den Standpunkt eines hoch über den Partheien der Pythagoreer und Aristoxeniker stehenden Schiedsrichters sich zu wahren anstrebt, entwickelt im 3. Buche des bezeichneten Werkes, neben den vom Verfalle der Wissenschaft zeugenden, übelverstandenen Anwendungen der Harmonik auf astrologische Dinge, deren wir oben bereits gedachten, zum Theil auch in trefflicher Darstellung völlig pythagorische Lehren über die Verbindung der harmonischen Gesetze mit dem natürlichen und ewigen Wesen der Dinge, wie dasselbe in dem Werden aller vollkommneren vernünftigen Naturen, insbesondere der menschlichen Seele und in den himmlischen Bewegungen hervortrete. Die mathematischen Schriften des Boëthius und dessen Buch De musica sind lediglich angefüllt mit pythagorisirenden Ausführungen über Zahlenlehre und Harmonik, gewissermassen nur freie Bearbeitungen der, aus dem ersten oder zweiten Jahrhunderte der christlichen Zeitrechnung herrührenden Schriften des Neupythagoreers Nikomachus. Die musikalische Zahlenlehre der Pythagoreer findet sich, von dem h. Isidor von Sevilla, von Beda Venerabilis, Notker von St. Gallen, Regino von Prümm und Hucbald an, bis Guido von Arezzo, Franco von Cöln, Marchetto von Padua und hinab bis auf Franchinus Gaffurius, bei allen Musiktheoretikern des Mittelalters. Zarlino und Salinas, die grossen Theoretiker des 16. Jahrhunderts, standen auf dem Standpunkte der pythagorischen musikalischen Lehrsätze. Durch Fortbildung des pythagorischen Zahlensystems ist Zarlino zum Vater der neuern Harmonielehre geworden. Mersenne und Wallis beschäftigten sich auf's eifrigste mit den akustischen Zahlen, die Ueberlieferungen der pythagorischen Musiklehre hierbei zur Grundlage ihrer Forschungen nehmend. Dasselbe that Huygens, der berühmte holländische Mathematiker und Naturforscher. Descartes schrieb, unter dem Titel Musicae Compendium, ein kurzes aber vortreffliches Lehrbuch der musikalischen Zahlenlehre. Noch im vorigen Jahrhunderte war es üblich, jedes Lehrbuch der Harmonie und des reinen Satzes mit einer eingehenden Darlegung der Rationenrechnung zu eröffnen. Es thaten dies J. G. Neidhart, G. A. Sorgen, Marpurg und Kirnberger. J. J. Fux schickte seinem Gradus ad Parnassum, der in Deutschland, Italien und Frankreich als beliebtes Lehrbuch Aufnahme fand, namentlich in jedes deutschen angehenden Tonkünstlers Hand war und nach welchem noch ein Joseph Haydn seine theoretischen Studien gemacht hat, auf pythagorische Weise die Lehre vom Klange, von den Proportionen, von der arithmetischen, harmonischen und geometrischen Theilung der Intervalle, von der Multiplication, der Zusammennehmung und der Abziehung der Rationen, und von dem Comma, in 22 Capiteln voran. Freilich beschliesst Fux die Entwickelung der reinen Zahlenrationen mit einem Lobe der gleichschwebenden Temperatur. Er sagt in dieser Beziehung nemlich**): „Wer weiss nicht, dass das alte System mit seinen Tetrachorden, und die drei griechische Geschlechte, das Diatonische, Chromatische,

*) Georgius Valla, Hugo Grotius, Glarean und Gessner haben zwar, auf die Autorität einiger Handschriften hin, in welchen beide Werke den Namen Cleonides in der Ueberschrift führen, beide dem Euclid abgesprochen, und Wallis (im Vorworte seiner Uebersetzung der Harmonik des Ptolemäus) bestreitet die Autorschaft Euclid's wenigstens bezüglich des zweitgenannten Werkes. Die Mehrzahl der Handschriften nennen aber als Verfasser der einen und anderen Schrift den Euclid. Proclus Diadochus und Pappus von Alexandrien führen unter den Werken desselben speciell sowohl eine Einleitung in die Harmonik, als eine Schrift über die Theilung der Saite am Monochord, auf. Meibomius, Mersenne, D. Gregorius und Fabricius haben sich daher, trotz der Einwürfe des vorhin genannten Gelehrten, für die Echtheit beider Schriften, als Euclid'scher, ausgesprochen.

**) Cap. 22, S. 51 und 52 der deutschen Uebersetzung des Gradus ad Parnassum von Lorenz Mitzler, Leipzig 1742.

Enarmonische verfallen, da das neue System der heutigen Musik eingeführet worden? wodurch es gekommen ist, dass die meisten Intervalle der Musik, die aus rationalen Proportionen bestehen, mehr sich auf das Gehöre als auf die Vernunft gründen. Ja vielleicht wird Jemand den Einwurff machen: Also verdienet wenigstens unsere heutige Musik, die auf keinen gewissen und untrüglichen Gründen stehet, sondern nur auf dem betrüglichen Urtheil der Ohren beruhet, keineswegs den Namen Wissenschaft. Hierauf antworte ich, dass solches der Würde und Untrüglichkeit unserer Musik gar nicht entgegen ist. Denn wenn zu beiden Tonen, dem grossen und kleinen, zu dem grossen und kleinen halben Ton, und noch einigen kleineren Intervallen, zu jedem noch eine besondere Taste hinzugethan würde, welches viele Musikverständige, sowohl alte als neue mit ihren Tasten in der That selbsten gezeiget haben, so könnte man allerdings alle itzt eingeführte Intervallen nach ihren rationalen Proportionen haben, besonders nach Ptolemäi Theilung. Da man aber gesehen, dass diese Einrichtung der Tasten sehr viel Beschwerlichkeit verursachet, und man doch bedacht war, wie bei dem Mangel der Intervallen solche könnten erweitert, und die vollkommenen Consonanzen erhalten werden, hat man den Ton und halben Ton in zwei gleiche Theile zu theilen sich bemühet. Da man aber erfahren, dass solches in Zahlen nicht angehet, ist das Ohr zu Hülffe genommen worden, indem man von dem einen Theil einen fast gar nicht merklichen Theil weggenommen, und dem anderen zugesetzet, durch welche Bemühung man die Beschwerlichkeit der vielen Tasten aufgehoben, und es dahin gebracht, dass man bei unserer Musik, welche nun von der Armuth der Intervallen, als einem Gefängnisse, befreiet worden, ein ungemein weites Feld vor sich hat, da man bald da bald dorthin sich begeben kann" — welchem Lobe dann aber wieder eine Einschränkung in dem frommen Wunsche nachgeschickt wird: „Wenn nur die Componisten und Organisten sich vernünftig in Schranken hielten, und nicht aus allzu grosser Begierde durch allerhand fremde Tone zu gehen, auf eine allzu freie Art, zumal auf der Orgel herumschweiften; wodurch schwerlich vermieden werden kann, dass das Gehöre statt eines angenehmen und lieblichen Gesanges, nicht sollte ein verdriessliches und rauhes Geheule vernehmen" — Klagen über den Missbrauch der gleichschwebenden Temperatur, welche mehr als zweitausend Jahre vor J. J. Fux, wie wir noch sehen werden, der atheniensische Lustspieldichter Pherecrates — freilich in anderer Form der Rede — bereits gegen die Vorläufer des Aristoxenus, die neuerungssüchtigen griechischen Musiker Melanippides, Phryuis, Kinesias und Timotheus, den aus Sparta verwiesenen, vorgebracht hatte. Fux beschliesst seinen Excurs über die Vortheile der Substituirung der gleichschwebenden Temperatur mit ihren s. g. enharmonischen Verwechselungen an Stelle der alten reinen Zahlenrationen, in herkömmlicher Weise, mit einem Preise der Theorie Aristoxen's, des vermeintlichen ersten Erfinders aller dieser Vorzüge, in den Worten: „Was vor Vortheil und Pracht die Musik auf diese Art erhalten, und wie viel Lob deswegen der erste Urheber, welcher Ruhm mit allem Recht dem alten Philosophen Aristoxen zugeeignet wird, verdiene, kann niemand, der sich auch nur ein bissgen in der Musik umgesehen, unbekandt sein!"*)

*) Wie Joseph Haydn als Schüler der Harmonielehre seine Studien noch mit Erlernung der alten Zahlenrationen beginnen musste, so hat auch Mozart in seinen Knabenjahren der pythagorischen Lehre von den musikalischen Zahlen seinen Fleiss zugewendet. Schreiber dieses erstand vor mehreren Jahren von der Friedländer'schen Antiquariatshandlung zu Berlin, ein Exemplar der 1761 zu Mailand gedruckten Schrift des gelehrten Bernabiten — Paters Giovenale Sacchi: del Numero e delle misure delle corde musiche e loro corrispondenze, welche Schrift in eingehender Weise die pythagorische Zahlenharmonik behandelt, auch in Erörterungen über die von Newton seiner Optik zum Grunde gelegten Beziehungen der Rationen der dorischen Scala (des tonus I gregorianus) zu den Brechungswinkeln der sieben Farbenstrahlen des prismatischen

Den letzten Dienst leistete die alte Zahlenlehre der Musikwissenschaft, indem sie — in Verbindung mit der Betrachtung des Phänomens der s. g. miterklingenden Obertöne der schwingenden Saite — Rameau, dem berühmten französischen Musiker des 18. Jahrhunderts, zum Ausgangspunkte wurde für die auf der Fiction eines s. g. Fundamentalbasses beruhende Auffindung und theoretische Gestaltung der modernen Accordlehre. Schon Zarlino hatte, mehr als anderthalb Jahrhunderte früher, nachgewiesen, dass die Theilung der Saite des Grundtons nach den innerhalb der Sechszahl liegenden Ganzzahlen die vollkommenen Consonanzen liefert, aus welchen die natürliche Form des Dur-Accordes  sich zusammensetzt, und dass aus der Mischung der Stufen so gestalteter, in verwandte höhere Tonlagen transponirter Accorde, deren Intervalle dann durch weitere Theilungen der Saite nach den aus den Zahlen des Senariums zu bildenden Potenz- und Productzahlen sich ergeben, die Rationen gefunden werden auch für alle übrigen consonirenden und dissonirenden Intervalle eines nach vollkommen reinen Verhältnissen abgestuften Tonsystems. Demselben Principe war noch im 16. Jahrhundert der scharfsinnige Salinas, im 17. Jahrhundert Descartes in seiner lichtvollen von uns bereits

Bogens eingeht. Die Friedländer'sche Buchhandlung brachte dies Exemplar als ein Autographum Mozart's zum Verkaufe. Auf dem Titelblatte steht nemlich, von seiner Hand geschrieben, Mozart's, als des Buches Eigenthümers, Name. Ohne Zweifel wurde das Büchlein für Wolfgang vom Vater bei Gelegenheit der ersten italienischen Reise (1769, 1770) angeschafft, vielleicht zu der Zeit, als vorübergehend Wolfgang die Unterweisung des gelehrten Padre Martini genoss, welcher selbst die alte Zahlenharmonik zum Gegenstand seiner Forschung gemacht hatte (man vgl. dessen Storia della Musica) und als Vertheidiger derselben gegen ihre modernen Ankläger aufgetreten ist (Saggio fondamentale pratico di contrappunto sopra il canto fermo, Vorwort, S. IX fgde). Andreas Schachtner, fürstlicher Hoftrompeter zu Salzburg, ein tüchtiger Musiker, der sich zugleich durch literarische Bildung auszeichnete, verkehrte viel im Mozart'schen Hause und verdanken wir seinen Mittheilungen (in einem bald nach Mozart's Tod an dessen Schwester geschriebenen Briefe, in welchem er verschiedene, über Mozart's Kindheit an ihn gerichtete Anfragen zu beantworten übernahm) die meisten Anekdoten über die wunderbar frühe Entwickelung von Mozart's Genie. Die dritte an denselben gerichtete Frage war die: welche wissenschaftlichen Beschäftigungen Mozart als Knabe am meisten geliebt; und wird diese Frage von Schachtner in folgender Weise beantwortet: „Hiernfalls liess er sich leiten, es war ihm fast Einerlei, was man ihm zu lernen gab, er wollte nur lernen und liess die Wahl seinem innigst geliebten Papa, welches Feld er ihm zu bearbeiten auftrug, es schien, als hätte er es verstanden, dass er in der Welt keinen Lehrmeister noch minder Erzieher, wie seinen unvergesslichen Herrn Vater hätte finden können.“ Jahn: Mozart's Leben, I, S. 30, bemerkt zu dieser Stelle in einer Note: „Auf einem besonderen Zettel ist angemerkt: „Zur dritten Frage: Was man ihm immer zu lernen gab, dem hing er so ganz an, dass er alles Uebrige auch sogar die Musik auf Seite setzte, z. B. als er Rechnen lernte, war Tisch, Sessel, Wände, ja sogar der Fussboden voll Ziffern mit der Kreide überschrieben.“ Am a. O. S. 181 wird, bei Gelegenheit der Besprechung der ersten Reise des 14jährigen Mozart nach Italien noch erwähnt: „Wolfgang, der eine grosse Vorliebe für die Rechenkunst hatte, lässt sich von seiner Schwester sein Rechenbuch nachschicken um sich darin weiter zu üben.“ In den Beilagen z. Bd. I (S. 630 und 632) finden sich bei Jahn die betreffenden Briefe deren hier bezügliche Stellen lauten wie folgt:

„Rom den 21. April 1770.

„Cara sorella mia!

„Ich bitte dich, du wirst die Künste von der Rechenkunst finden, denn du hast sie selbst aufgeschrieben, „und ich habe sie verloren, und weiss also nichts mehr davon. Also bitte ich dich, sie mir zu copiren, nebst „anderen Rechenexempeln, und mir herzuschicken“

und

„Neapel, den 19. Mai 1770.

„C. S. M.

„Vi prego di servirmi presto e tutti i giorni di posta. Io vi ringrazio di avermi mandata questi Rechen-„historie, e vi prego, se mai volete aver mal di testa, di mandarmi ancora un poco di questi Künste. Per-„donatemi che scrivo si malamente“

citirten Schrift gefolgt. Rameau hatte mit Eifer die Werke Zarlino's, Mersenne's und Descartes' studirt. Den Grund zu seinem Systeme legte er, der alten Lehre von den Intervallenrationen folgend, im Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels, Paris 1722, in welchem die Bezugnahme auf das Phänomen der Obertöne und die Fiction des Fundamentalbasses noch fehlten. Dann aber wurden die Principien dieses letzteren, gestützt auf das erwähnte Phänomen, wiederholt von ihm entwickelt in den Schriften: Nouveau système de musique théorique, Paris 1726; Génération harmonique ou traité de musique théorique et pratique, Paris 1737; Démonstration du principe de l'harmonie, Paris 1750; und Nouvelles réflexions de M. Rameau sur sa démonstration du principe de l'harmonie, Paris 1752. Ueber die wesentlichen Eigenthümlichkeiten der Rameau'schen Theorie gibt in eingehender Weise Auskunft auch der berühmte, von d'Alembert geschriebene Artikel „Basse-Fondamentale" der grossen Encyclopädie. Mit grösserer Leichtigkeit als aus den, oft dunkel und verworren abgefassten, eigenen Schriften Rameau's, lassen sich die Hauptsätze seines Systemes aus diesem Artikel entnehmen, so wie aus einem amtlich von d'Alembert und dem Mathematiker und Physiker Mairan der Academie erstatteten Berichte, welcher der Pariser Ausgabe der Rameau'schen Schrift: Démonstration u. s. w. als Anhang beigedruckt ist. Endlich hat d'Alembert, damals noch enge mit Rameau befreundet, seinerseits ein nach den Principien des letztern ausgearbeitetes Lehrbuch: Élémens de musique théorique et pratique suivant les principes de M. Rameau, im Jahre 1752 erscheinen lassen, welches die Bestimmung hatte, die Erfindung der Accordlehre und des Fundamentalbasses auch dem grösseren Publikum mehr zugänglich zu machen. In der That bildete damals die Entdeckung Rameau's und die Besprechung der von demselben behandelten zahlenharmonikalen und akustischen Probleme mehrere Decennien hindurch einen stehenden Artikel in den gelehrten Zeitschriften und selbst in der Journalpresse Frankreichs. Man nahm für und wider Rameau, der mittlerweile auch als glücklicher und fruchtbarer Operncomponist sich zu hohem Ruhme emporgeschwungen hatte, mit Leidenschaft Parthei, nachdem seine Störrigkeit ihn mit d'Alembert und den übrigen Encyclopädisten entzweit und in unabsehbare literarische Fehden verwickelt hatte*). Es war zu einem bitteren Schriftenwechsel auch zwischen ihm und dem als Optiker und Akustiker damals vielgenannten Castel gekommen. In herber Weise war er als Tadler der Versuche auf dem Gebiete der musikalischen Zahlenlehre aufgetreten, welche Euler, der grosse Mathematiker, zum Theil wohl angeregt durch die Arbeiten Rameau's, in seiner sogleich zu erwähnenden Schrift: Tentamen novae theoriae musicae, im Jahre 1729 der Oeffentlichkeit übergeben hatte. Von da wurde der arme Rameau selbst hinsichtlich der Gewohnheiten seines Privatlebens zur Zielscheibe des giftigsten Spottes und der hämischsten Bemängelungen seines Characters in den Schmähschriften seiner, literarisch ihm so überlegenen, encyclopädistischen Feinde. Grimm, in seinem bekannten Briefwechsel, suchte ihn als Geizhals der Verachtung preiszugeben. Diderot schrieb eigends um ihn zu verspotten die bekannte, von Goethe ins Deutsche übersetzte Schmähschrift: „Rameau's Neffe". Der Satiriker nennt ihn hier: „jenen berühmten Mann, der so viel unverständliche Visionen und apokalyptische Wahrheiten über die Theorie der Musik schrieb, wovon weder er, noch sonst irgend ein Mensch

*) Der Streit über die Rameau'schen Theorien erregte allseitig ein um so lebhafteres Interesse, als die Beschäftigung mit physikalischen und mathematischen Fragen ohnehin in Frankreich damals zum Tone der guten Gesellschaft gehörte. Ozanam's Récréations mathématiques et physiques befanden sich in Aller Händen; und Don Antonio Eximeno nennt, in dem weiter unten zu citirenden Werke: Dell' Origine e delle Regole della Musica, Frankreich das Land „dove le femine stesse sono infarinate di Fisica e di Matematica".

jemals etwas verstanden hat"*) — und legt hämisch dem Neffen die hasserfüllten, spottenden Worte in den Mund: „Er ist ein Philosoph eigener Art Seine Tochter und Frau können sterben, wenn sie wollen, nur dass ja die Glocken im Kirchsprengel mit denen man ihnen zu Grabe läutet, hübsch die Duodecime und Septemdecime nachklingen, so ist alles recht."

Das grosse Interesse, welches d'Alembert und seine Gesinnungsgenossen anfänglich für Rameau's Theorie bethätigt hatten, hatte nicht auch sich auf die Nachklänge pythagorischer Zahlenlehre erstreckt, von welchen die ersten Schriften Rameau's noch erfüllt waren. Es galt dasselbe nur der neueu Accordlehre, insbesondere der Begründung dieser letzteren durch die Fiction des s. g. Fundamentalbasses. Die Bedeutung des Rameau'schen Systems für die Entwickelung der modernen Harmonielehre beruht allerdings auf der Einführung des in dieser Fiction enthaltenen Principes in die Accordlehre. Als zu Anfang des 17. Jahrhunderts neben dem mehrstimmigen Gesange a Capella der einstimmige, oder beziehlich nicht vollstimmige Gesang mit Begleitung der Orgel oder des Clavieres sich auszubilden begann — Viadana's Cento concerti ecclesiastici a una, a due, a tre e quattro voci, con il basso continuo per sonar nell' organo. Nova invenzione commoda per ogni sorte di cantori e per gli organisti, Venedig 1603, waren wohl die ersten Versuche auf dieser neuen Bahn. — stellte das Bedürfniss sich heraus, dem Spieler des begleitenden Instrumentes auf irgend eine Weise die nicht vollständig aufgezeichneten Harmonien anzudeuten, welche über den aufgeschriebenen Basstönen der Begleitung von ihm zur Singstimme vorzutragen seien. Man wählte hierzu das Mittel der Bezifferung der Noten dieser Bassstimme durch Zahlen, welche die wesentlichsten Intervalle angeben, in welchen die Mittelstimmen der Begleitung im Verhältnisse zur fortlaufenden Bassstimme nach den Intentionen des Componisten sich bewegen sollten. Wie der Titel des citirten Viadana'schen Tonwerkes zeigt, benannte man diese Aufzeichnungsmethode mit dem Namen basso continuo, und die Theorie der Zusammensetzung mehrstimmiger Compositionen wurde fortan „General-Bass" genannt. Die Classification der möglichen Formen der musikalischen Harmonien, und die Grundlage für die Weise ihrer modulatorischen Verflechtung, entnahm diese Theorie also den Beziehungen der übrigen Accordstufen zum jedesmaligen tiefsten Tone des einzelnen Zusammenklanges, ohne Rücksicht darauf, ob der von der Bassstimme angeschlagene Ton der wirkliche Stammton des Accordes, oder nur eine der Nebenstufen des letzteren war, vielleicht gar nur als ein zufälliger Durchgangston zur Harmonie der übrigen Stimmen sich verhielt. Das Unzulängliche einer solchen Accordlehre springt in die Augen. Es lag in der Mangelhaftigkeit dieser Auffassung der Accorde die Ursache jener von Rousseau erwähnten Schwierigkeit, mit welchen das Studium der Compositionslehre auf eine so abschreckende Weise für Anfänger umgeben war. Rameau's s. g. Fundamentalbass war nun, im Gegensatze zu dem vorerwähnten basso continuo der wirklich gespielten und gehörten tiefsten Stimme, die nur als Grundlage der theore-

*) Rousseau, bei dem Streite der Encyclopädisten mit Rameau nicht betheiligt, und musikalisch ein competenterer Beurtheiler der Leistungen desselben als Jene, drückt sich über letztere, der Wahrheit mehr entsprechend, in folgender Weise aus: „Die theoretischen Werke Rameau's haben das sonderbare Schicksal, dass sie ein grosses Glück machten, ohne dass man sie gelesen hatte, und man wird sie jetzt noch viel weniger lesen, seitdem Herr d'Alembert sich die Mühe gegeben, die Lehre dieses Verfassers im Auszuge mitzutheilen Diese verschiedenen Werke enthalten nichts Neues, noch Nützliches, als das Princip des Grundbasses; aber es ist kein kleines Verdienst einen Grundsatz, wär' er auch willkührlich, in einer Kunst festzusetzen, die sich dazu kaum zu bequemen schien, und die Regeln dergestalt erleichtert zu haben, dass man das Studium der Composition, wozu man sonst zwanzig Jahre brauchte, gegenwärtig in einigen Monaten vollbringen kann. Die Musiker haben Herrn Rameau's Entdeckung begierig ergriffen, indem sie solche zu verachten scheinen wollen" (Goethe's Noten zur Uebersetzung von Diderot's Erzählung).

tischen Auffassung der Accordbildungen in Betracht kommende Folge der in Wirklichkeit nicht gespielten und gehörten imaginären Stamm-Grundtöne der im Tonstücke aneinander gereihten Accorde. Die wissenschaftliche Fruchtbarkeit dieser Neugestaltung der Accordlehre zeigte sich besonders in der fortan erst möglichen Lehre von den Umlagerungen der Stufentöne der Accorde. Fétis: Esquisse de l'histoire de l'harmonie, Paris 1840, S. 67 fgde, und Biographie universelle des Musiciens, vbo Rameau, hebt indess den Mangel hervor, der im Gegensatze selbst zur unentwickelten älteren Generalbasslehre insofern der Rameau'schen Accordlehre anklebt, als ihr Bildungsprincip vielfach den Einblick in die tonale sowohl als phonetische Verkettung der Accorde erschwert, oft genug den Zusammenhang dieser Verkettung der Betrachtung ganz entzieht, und die einzelnen Accordgebilde nur als eben so viele isolirte Tongruppirungen der theoretischen Anschauung darbietet. Er tadelt ferner die Unzulänglichkeit und Willkührlichkeit des von Rameau für die Gewinnung der Septimen-, Nonen- und Undecimen-Accorde ersonnenen Principes der s. g. Super-Position und beziehlich Sub-Position der zum natürlichen Dreiklang hinzuzufügenden Terzen.

Die Zahlenentwickelungen, welche den Gegenstand unserer nachfolgenden Untersuchungen bilden, werden in mancher Beziehung die Richtigkeit dieses von Fétis ausgesprochenen Tadels darthun. Sie werden zeigen, dass in der Harmonik viele Accorde als Quartsext- und Sexten-Accorde, als Quintsext-, Terzquart- und Secunden-Accorde so zu sagen — wenn diese Ausdrucksweise erlaubt ist — geboren werden. Der wesentlichste Mangel aber sowohl der seit Rameau von der modernen Theorie adoptirten Accordlehre, als der verlassenen frühern Generalbass-Methode, scheint uns der theoretisch irrige Versuch zu sein, das formgebende Gesetz aller Accordbildungen ohne Unterschied auf die Annahme eines, als tiefster Zeugerton des Gebildes in Betracht kommenden, wirklichen oder imaginären Grundtones zurückzuführen. Für die Unterweisung in der praktischen Tonsetzkunst mag diese Auffassung der Accord-Entstehung allerdings genügen, weil für den Praktiker es in gewisser Weise gleichgültig ist, nach welcher Schablone er die Nomenclatur des für den wirklichen Gebrauch ihm zu Gebote stehenden technischen Materials in seinem Gedächtnisse ordnet. An die speculative Begründung der Harmonielehre sind aber billiger Weise höhere Anforderungen zu stellen. In dieser Beziehung werden wir sehen, dass für die Entwickelung der den Accordgebilden in ihrer Vielgestaltigkeit zum Grunde liegenden Zahlengesetze es der Aufstellung eines minder einseitigen Principes bedarf*). Der Betrachtung der Tonverbindungen nach der Ordnung der consonirenden und dissonirenden Ober-Intervalle eines zu supponirenden Grundtones wird in vielen Fällen eine Gliederung der Zusammenklänge nach den Unter-Intervallen eines wirklichen oder imaginären gemeinschaftlichen Obertones gegenüber zu stellen sein. Wir werden bald die Ueberzeugung gewinnen, dass die Entstehung aller dissonirender Accorde und der meisten melodischen Gebilde sogar auf dem Dualismus der gleichzeitigen Setzung zweier Zeugertöne, eines imaginären Grundtones nemlich und Obertones beruht, und nur in dem wechselnden Gegenspiele der so entstehenden, einander durchkreuzenden Reihen

*) Serre: Essais sur le principe de l'harmonie, Paris 1753, S. 35, sagt treffend: „Le dessin de ramener à une forme à-peu-près semblable tous les accords dissonans, en les considérant comme accords de septième, ou comme dérivés d'accords de septième, était sans doute digne d'un grand maître en fait de composition; il ne pouvait être conçu et exécuté comme il l'a été que par un artiste aussi expérimenté dans la pratique de l'art, et aussi dévoué aux progrès de la science musicale que l'est M. Rameau. Mais ce dessin, tout grand qu'il est, tend bien plus à simplifier la pratique de la composition, que la théorie de l'harmonie. *Cette uniformité, ou pour parler plus juste, cette apparence d'uniformité, à laquelle cet illuste auteur a tâché de ramener les accords, n'est peut-être pas assez compatible avec la variété dont ils sont naturellement susceptibles.*"

die mannigfachen Formen der musikalischen Tongruppirungen ihre rationelle Erklärung finden können.

Zu dem der alten Zahlenlehre verwandten Inhalte der Rameau'schen Schriften hatten die encyclopädistischen Beurtheiler seiner Leistungen auch vor der eingetretenen Entzweiung sich nur tadelnd und ablehnend verhalten. Es tritt dies mehr oder weniger bereits in der oben erwähnten, sonst so freundlich gehaltenen Bearbeitung des Rameau'schen Systemes durch d'Alembert hervor. Die Principien der Accord- und Melodienbildung werden ausschliesslich hier, auf physikalischem Wege, aus dem Phänomene der in der schwingenden Saite miterklingenden Obertöne hergeleitet. Der Zahlenrationen bedient sich d'Alembert dabei fast nur so weit, als es nöthig war, um mittelst jenes Phänomenes zu einer der Fiction des Grundbasses entsprechenden Feststellung der Intervalle des vollkommen consonirenden Dur-Accordes und, in weiterer Ableitung, an zweiter Stelle, des Moll-Accordes zu gelangen. Von diesen Zahlen-Ermittelungen aus sucht er möglichst bald auf das Gebiet der Octaventheilung in zwölf gleiche Halbtöne hinüber zu flüchten*). Nachdem aber Rameau und sein System die einstige Popularität auf so traurige Weise eingebüsst hatten, wurde in den Sturz des letzteren auch die pythagorische Zahlenlehre vollends verwickelt. In der zweiten Hälfte des Jahrhunderts galt die seit Anfang desselben aufgekommene gleichschwebende Temperatur mit ihrer Theilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne als Inbegriff und alleingültiger Ausgangspunkt für die Erforschung der natürlichen Grundlagen der musikalischen Harmonie. Hat die encyclopädistische Aufklärung vielleicht instinktmässig geahnet, dass in jener uralt überlieferten s. g. pythagorischen Zahlenlehre dunkle Räthsel sich verhüllen, deren allenfallsige Lösung dem zu erbauenden Tempel und Altare der freilich sehr unverhüllten Göttin der Vernunft möglicher Weise Gefahr bringen könnte? Wie dem auch sei — die Abneigung der Aufklärung gegen die harmonikale Zahlenlehre trug zur Schärfung der Polemik gegen Rameau bei. Der persönliche Hass gegen den armen geschmähten Musiker wurde hinwiederum mit auf die alten Zahlenrationen übertragen.

Seitdem ist es dahin gekommen, dass Jedem, der sich mit s. g. pythagorischer Zahlenharmonik, und vollends mit harmonikaler Symbolik, beschäftigen möchte, sehr der Rath zu ertheilen ist, dies nur erröthend einzugestehen. Gelinde Zweifel an der völligen Ungetrübtheit seines Urtheilsvermögens sind noch das Glimpflichste, was ihm begegnen mag**). Die immer noch von Zeit zu Zeit auftauchenden Versuche einer akustisch-mathematischen Begründung der

*) M. vgl. den Inhalt des von der Temperatur handelnden Cap. 7 des 1. Buches der Élémens de Musique. Im Vorworte zur zweiten Auflage derselben, p. XII, heisst es: Nous avons d'ailleurs banni de cette édition, comme nous l'avions fait de la première, toutes considérations sur les proportions et progressions géométriques, arithmétiques et harmoniques, qu'on voudroit chercher dans la résonnance du corps sonore; persuadés comme nous sommes, que M. Rameau auroit pu se dispenser d'avoir aucun égard à ces proportions, dont nous croyons l'usage tout-à-fait inutile, et même, si nous l'osons dire, tout-à-fait illusoire dans la théorie de la Musique. En effet, quand les rapports de l'octave, de la quinte, de la tierce, etc. seroient tout autres qu'ils ne sont; quand on n'y remarqueroit aucune progression ni aucune loi; quand ils seroient incommensurables entr' eux; la résonnance du corps sonore, et les sons multiples qui en dérivent, suffiroient pour fonder tout le système de l'harmonie. Die Rationen der Octave 1 : 2, der Quinte 2 : 3, der grossen Terze 3 : 4 u. s. w. werden p. XXXI desselben Vorwortes für blos hypothetische oder annähernde erklärt und ihr Nutzen darin gefunden: qu'heureusement ces rapports approchés suffisent, quand ils ne seroient exactement vrais, pour rendre raison des phénomènes qui dépendent du rapport des sons; comme de la différence des tons de la gamme, de *l'altération nécessaire des quintes et des tierces* u. s. w.

**) Schreiber dieses hat daher auch so lange als irgend möglich es vermieden, gegen irgend Jemanden den Titel seiner Arbeit zu nennen. Er würde auch jetzt noch — hätte er nicht den Einspruch des Herrn Verlegers zu befürchten — das vorliegende Buch am liebsten ohne Titel erscheinen lassen.

musikalischen Harmonielehre haben denn auch seitdem vollständig den Boden der pythagorischen Zahlenlehre verlassen. Jeder rechnet eben nach seiner Methode, unbekümmert um die Deutung der dunkeln uns überlieferten Aussprüche des Alterthums. Man liebt es, ganz neue, meist sehr künstliche Wege einzuschlagen; hierin dem Beispiele Euler's folgend, der in dem vorhin citirten Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae, zwar bei den Intervall-Berechnungen die einfachen Zahlenrationen zum Ausgangspunkte nimmt, wie dieselben seit Zarlino und Salinas für das diatonisch-chromatische Tonsystem nach Anleitung des s. g. genus diatonicum syntono-naturale des Ptolemäus der natürlichen Scala zum Grunde gelegt wurden, dann aber sofort in eine so überaus wunderliche Exponentenrechnung über den Ordnungsgrad der grösseren oder geringeren Annehmlichkeit der zwei, drei, und mehrstimmigen Zusammenklänge (gradùs suavitatis consonantiarum) sich verliert, und auf diesem Wege zu so gänzlich der musikalischen Wahrheit entbehrenden Resultaten gelangt, dass nur dem Urtheile des vorhin in Note * auf S. 35 citirten geistvollen französischen Kritikers Serre beigepflichtet werden kann, der die Verachtung, in welche die Zahlenharmonik in neueren Zeiten bei den Musikern verfallen ist, recht eigentlich von den verfehlten, in Rede stehenden Versuchen des grossen Mathematikers datirt*). Man stellt das Princip der rhythmisch-symmetrischen Ueberschaulichkeit, der Commensurabilität, wie die Alten gethan, an die Spitze, um in der Durchführung der harmonikalen Berechnungen sofort dasselbe zu verlassen; bald in Näherungswerthen mit angehängten Brüchen von so und so viel Decimalstellen rechnend**), bald die Rechnung in rationalen Zahlen zwar festhaltend aber die Gränzen des Senariums hierbei überschreitend, indem man nach Multipeln oder Aliquotbrüchen unter Einführung auch solcher Zahlen die Rationen der harmonischen und melodischen Abstufungen bemisst, welchen unser rhythmisches Gefühl schon auf dem, einer niedrigeren Ordnung angehörigen Gebiete der Takt-Eintheilung nicht mehr zu folgen vermöchte. In diesen Fehler verfielen Euler in seinen spätern Arbeiten***),

*) Serre: Essais u. s. w. S. 13: „Les écarts du calcul de la part des Géomètres illustres semblent justifier les artistes, qui imputent au calcul en général les fautes du calculateur." — Die berühmt gewordenen Versuche Tartini's, auf der Grundlage des Phänomens der von ihm beobachteten s. g. Combinationstöne mittelst geometrischer Construction der Linien am Kreise eine erschöpfende mathematische Grundlage für die speculative Harmonielehre zu gewinnen, haben eben so wenig zu befriedigenden Resultaten geführt. Tartini war in der Behandlung mathematischer Probleme nicht geübt. Bei der Ausarbeitung seiner beiden Schriften: Trattato di Musica secondo la vera scienza dell' armonia, Padua 1754, und: De' principj dell' armonia musicale contenuta nel diatonico genere, Padua 1767, soll ihm zwar ein Mathematiker hülfreiche Hand geleistet haben. Der muss aber dann wohl ein sehr schwacher Musiker gewesen sein. Viele Parthien der beiden, im übrigen sehr geistvollen Schriften des genialen Tartini sind nemlich wahre Räthsel der Sphinx, welche bis jetzt noch vergeblich eines Oedipus harren. „Le livre de M. Tartini", sagt d'Alembert: Élémens de Musique p. XX, „est écrit d'une manière si obscure, qu'il nous est impossible d'en porter aucun jugement; et nous apprenons que des Savans illustres en ont pensé de même."

**) Die Rechnungsoperationen mit irrationalen Zahlen werden unvermeidlich, wenn man der Harmonik die Theilung der Octave in zwölf gleiche Stufenschritte zum Grunde legt. Die Rationen dieser temperirten Halbtöne bilden dann eine continuirliche geometrische Progression wie folgt:

1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$	$\sqrt[12]{2^{12}}$
C,	Cis-Des,	D,	Dis-Es,	E,	F,	Fis-Ges,	G,	Gis-As,	A,	Ais-B,	H,	c.

***) Im Tentamen novae theoriae musicae, S. 163 der Ausg. von 1739, heisst es noch in Beziehung auf die Siebenzahl: Atque sane difficile esset in musicam praeter hos tres numeros (den drei Primzahlen 2, 3 und 5) alium puta 7 introducere, cum consonantiae, in quarum exponentes septenarius ingrederetur nimis dure sonarent, harmoniamque turbarent. Consonantiae enim in quarum exponentibus solus septenarius cum binario inesset, vix essent admittendae, ob intervalla suaviora a 3 et 5 orta neglecta. Juncto autem 7 cum 3 et 5 ut prodiret consonantiae exponens 2^m. 3. 5. 7, consonantia nimis feret composita, ut auditui placere non posset.

Kirnberger, und Andere, welche unter die Factoren der Rationen bei Berechnung der musikalischen Tonverhältnisse auch die Zahl 7 aufnehmen wollten*). Euler schrieb in den Memoiren der Berliner Academie, 1764, eine Vertheidigung gleichsam des der Schwingungszahl 7 entsprechenden Tones. Die Brauchbarkeit des Septimenaccordes von der Form c e g b, dessen Intervallenfolge innerhalb der aus dem Senarium abgeleiteten Rationen nicht durch kleinere relative Prim-Zahlen ausgedrückt werden kann als durch die Zahlen 36, 45, 54, 64, was nach seinen theoretischen Anschauungen nothwendig einen sehr grossen Uebelklang (nemlich eine „Annehmlichkeit", ich glaube, erst vom 17. Grade!) dieses Accordes zur Folge haben müsste, vermeinte Euler nur durch die Annahme erklären zu können, dass wegen des geringen Unterschiedes der Ration der kleinen Septime $\frac{16}{9}$ von dem Intervall $\frac{7}{4}$ das Gehör allemal das letztere zu hören sich einbilde. Kirnberger hatte diesen Ton den Ton i getauft und rechnete denselben in seinem Lehrbuche des reinen Satzes mehr unter die Consonanzen als Dissonanzen. An einer Berliner Orgel hatte er ein Mixtur-Register angebracht, wo jeder Ton sein i hatte. Berlin, wo man so gerne schwärmt, begann förmlich für diesen Ton sich zu enthusiasmiren. Fasch componirte, nach Gründung der Singakademie, eigends vierstimmige, dort von ihm zur Aufführung gebrachte Gesangstücke, welche der Verherrlichung des neuen Tones i zu dienen bestimmt waren. (Das 18. Jahrhundert war doch eine wunderliche Zeit!) Andere über Zahlenharmonik sich verbreitende Werke gingen wieder von der, nach entgegengesetzter Seite hin sündigenden Voraussetzung aus, dass was nicht durch eine einfache, in den relativen Primzahlen 4, 5, 6 und beziehlich 10, 12, 15 ausgedrückte, arithmetische oder harmonische Proportion sich erklärt, überhaupt mittelst akustischer Zahlengesetze seine Erklärung nicht finden könne. Man zog es vor, alles Derartige lieber einfach als eine „Forderung des Ohres" — des musikalischen „Gefühles" — oder gar der „Angewöhnung" hinzustellen. Wer überhaupt noch rechnet, rechnet entweder nach arithmetischen, oder nach harmonischen Proportionalitäten, indem man die Intervalle, stets nur Ober-Intervalle im Auge habend, entweder nach Schwingungszahlen oder nach Saitenlängen bemisst. An eine, auf die eine und andere der beiden letzteren Rechnungen anzuwendende Verbindung der Formeln beider Arten von Proportionen, aus welcher Verbindung dann von selbst die discrete geometrische Proportionalität als dritte hervorgeht, hat noch niemand gedacht. Der Rechnung in continuirlichen geometrischen Proportionen — und zwar wie vorhin schon hervorgehoben wurde mittelst irrationaler Werthe — musste man sich freilich zu Ehren der unvermeidlichen gleichschwebenden Temperatur und Theilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne bedienen. Selbst ein Chladni, der vorab in der lichtvollsten Weise sich mit der Feststellung der reinen Rationen in wirklichen harmonischen Zahlen beschäftigt hat, widmet den ganzen zweiten Abschnitt des, die allgemeine Tonlehre enthaltenden 1. Theiles seines trefflichen akustischen Lehrbuches der Ausführung des Satzes — nicht etwa, dass eine vollkommen reine Abstufung der Intervalle nach den harmonikalen Zahlenrationen um der damit verbundenen praktischen Schwierigkeiten für die Behandlung der Instrumente willen in der Anwendung nicht durchführbar, Dank der Nachsicht unseres Ohres aber glücklicher Weise auch nicht gefordert sei, — sondern der Erhärtung des sonderbaren

*) Chladni: Akustik §. 26, trifft das Richtige, indem er bemerkt, dass durch die Einführung der Zahl 7 in die Reihe der Factoren, in Verbindung mit den vielen anderen schon vorhandenen Intervallen, eine so grosse Zahl von neuen musikalischen Tonstufen entstehen würde, dass wegen ihrer Nähe gegen andere Intervalle dieselben sich weder gehörig würden fassen noch ausüben lassen; welche Schwierigkeiten ohne allen Nutzen noch sehr vermehrt werden würden, wenn man etwa auch noch andere Primzahlen, wie 11, 13 u. s. w. unter die Bildner der Intervall-Rationen aufnehmen wollte.

Satzes, dass eine den reinen akustischen Intervallzahlen entsprechende Stimmung zu musikalisch unrichtigen, ja unerträglichen, jedes Zusammenwirken mehrerer Stimmen unmöglich machenden harmonikalen Ergebnissen führen würde. Mit Ausnahme der Octave, welche allein rein ausgeübt werden dürfe, verlangten daher alle Intervalle, zur Gewinnung eines brauchbaren Tonsystems, nicht nur auf Clavieren und anderen mit festen Tönen versehenen Instrumenten, sondern auch im blossen Gesange und auf den Geigeninstrumenten, eine Alterirung durch die s. g. Temperatur*). Marpurg: Versuch über die Temperatur, §. 218 und §. 219, lehrt dieselben Irrthümer. Die Theilung der Octave in zwölf Halbtöne unter Beseitigung der alten Zahlenrationen und Aufhebung der akustischen Unterscheidungen zwischen Cis und Des, Dis und Es u. s. w. mittelst einer irgendwie ersonnenen Temperatur, war für das 18. Jahrhundert mehr und mehr Gegenstand einer fast schwärmerischen Liebe, einer ganz ausschliesslichen fanatischen Verehrung geworden. Der um die Akustik hochverdiente französische Mathematiker und Naturforscher Sauveur hatte zu Anfang des Jahrhunderts ein vollständig neues Tonsystem und eine ganz neue Tonschrift erdacht, in welcher jeder Unterschied eines chromatisch-erhöhten Primtones und seiner chromatisch-vertieften grossen Obersecunde vollständig ausgemerzt und solcher veralteten Abstufung der Tonverhältnisse Toneintheilungen nach s. g. Meriden, Heptameriden und Decameriden substituirt wurden. Es war musikalisch gleichsam so eine Art von republikanischem Calender mit Abschaffung der Wocheneintheilung und der Sonntage! Oder eine Art von Civil-Ehe der erhöhten und erniedrigten chromatischen Intervalle. Die Academie der Wissenschaften beschäftigte sich, wie man aus ihren Memoiren für das Jahr 1701 ersehen kann, sehr angelegentlich mit der interessanten Entdeckung. Der in seinem Vaterlande als Mathematiker geachtete spanische Jesuit Don Antonio Eximeno, dessen Namen wir schon oben genannt haben, veröffentlichte, nach der Aufhebung des Ordens wieder in die Welt eingetreten, zu Rom im Jahre 1774 ein geistvoll geschriebenes, in der musikalischen Literatur berühmt gewordenes Werk: Dell' Origine e delle regole della musica. Auf dem Titel desselben hatte — nicht sehr klösterlich — er als Mitglied der Arkadier- und Arkadierinnen-Gesellschaft den Zunahmen „fra i pastori Arcadi *Aristosseno mega Reo*“ angenommen**) und die

*) Euler: Tentamen, p. 148, hatte gegen eine solche Anschauungsweise bereits mit Recht bemerkt: Hoc ex eo elucet, quod plures musici putaverint veram musicam potius in aequalitate intervallorum consistere, quam in eorum simplicitate. Hi igitur ut sibi magis quam harmoniae satisfacerent, non dubitaverunt intervallum diapason in duodecim partes aequales dissecare, atque secundum hanc divisionem sonos 12 consuetos constituere. In hoc autem instituto eo magis confirmabantur, quod hoc pacto omnia intervalla fiant aequalia, atque hanc ob rem quodvis opus musicum sine ulla alteratione in omnibus ita dictis modis liceat modulari, et ex genuino modo in quemque alium transponere. In qua quidem sententia minime falluntur; sed hoc pacto ex omni modo harmoniam tolli non animadverterunt.

**) In Deutschland hatte, einige Decennien früher, der plumpe Mattheson sich den Titel eines „Aristoxens des Jüngeren“ beigelegt. Er veröffentlichte nemlich im Jahre 1748 die Schrift: Aristoxeni junioris Phthongologia systematica. Versuch einer systematischen Klanglehre wider die irrigen Begriffe von diesem geistigen Wesen, von dessen Geschlechten, Ton-arten, Dreyklangen, und auch von mathematischen Musikanten, nebst einer Vorerinnerung wegen der behaupteten himmlischen Musik“. Auch der Erste Theil seines im Jahre 1721 erschienenen Buches: „Das forschende Orchestre oder desselben dritte Eröffnung“ war angefüllt mit fürchterlichen Ausfällen gegen die Rationenlehre. Es wurde unter der Ueberschrift: „Sensus vindiciae oder der vertheidigte Sinnen-rang“ (der Zweite Theil führte dagegen witzig das Rubrum: Quartae blanditiae oder der verdächtige Quarten-klang“) hier gehandelt: Kap. 1. Von den Sinnen und deren Würkung überhaupt. Kap. 2. Von den rationibus oder Zahlenvernünfteleyen. Kap. 3. Vom Unterschied zwischen der Musik und Harmonik. Kap. 4. Von der sattsamen Zärtlichkeit musikalischer Ohren. Forkel: Allg. Literat. d. Mus. S. 343 bemerkt lobend in Betreff dieser Schrift, dass Mattheson durch dieselbe dem zu seiner Zeit „so sehr eingerissenen mathematischen Unfug in musikalischen Dingen“ gesteuert habe. Welchen Standpunkt Mattheson zur griechischen

Schrift der verwittweten Churfürstin von Sachsen Maria Antonia Walburga „fra i pastorelle Arcadi Ermelinda Talea" — gewidmet. Das Thema des 2. Kapitels der Einleitung oder vielmehr im Grunde des ganzen Werkes, ist der Aristoxenische Satz: „che la musica non ha correlazione colla matematica". Des Arkadiers Beweisführungen spitzen sich (Nr. III des Cap. 2 der Einleitung) schliesslich, mittelst eines kleinen logischen Sprunges, zu dem Satze zu, dass: da die Rationen der musikalischen Zahlentheorie (beim Spielen auf Instrumenten mit festen Tönen nemlich) als praktisch unbrauchbar sich erwiesen, es nur Thorheit sein könne zu glauben, die Natur habe die Musik in gewissen Verhältnissen gestiftet, welche in der wirklichen Anwendung sie uns zu verderben zwänge*).

Um die gänzliche Werthlosigkeit der Zahlen für die Begründung einer musikalischen Theorie darzuthun, hatte Eximeno sich insbesondere noch darauf berufen, dass in der Reihenfolge der relativen Primzahlen der Rationen, welche der Folge der Stufenschritte, in der natürlichen diatonischen Dur-Scala entsprechen:

$$24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48$$

keinerlei mathematisches Gesetz ihres Wachsthumes erkennbar sei; dass ebensowenig ein solches sich zeige in der Nebeneinanderstellung der Rationen für den grösseren und den kleineren Ganzton, und den diatonischen Halbton:

$$\frac{8}{9} : \frac{9}{10} : \frac{16}{15}$$

Musik, und zu dem an diese sich anlehnenden System der Kirchentonarten und des Mittelalters, einnahm, lässt schon der Titel des Buches „das forschende Orchestre" u. s. w. erkennen, auf welchem verheissen war, dass „darin die alleraufrichtigste und deutlichste Vorstellung musikalischer Wissenschaft, wie sich dieselbe vom Schulstaube tüchtig gesäubert, eigentlich und wahrhaftig verhalten, ertheilt; aller widrigen Auslegung und gedungenen Aufbürdung aber völliger und trockener Bescheid gegeben; sodann endlich des lange verbannt gewesenen ut, mi, sol, re, fa, la todte — nicht tota — Musica unter ansehnlicher Begleitung der 12 griechischen Modorum, als ehrbarer Verwandter und Trauerleute, zu Grabe gebracht und mit einem Monument zum ewigen Andenken beehrt werden solle."

*) Doch nur in der Anwendung auf Tasten-Instrumente und andere Instrumente mit festen Tönen! — In unseren Tagen haben mit einem gewissen leidenschaftlichen Ungestüm gegen den Werth der reinen Zahlenrationen sich ausgesprochen Kiesewetter und seine Freunde (v. Drieberg, Krieger u. s. w.) in einer Reihe in der musikalischen Zeitschrift Cäcilia veröffentlichter Aufsätze, welche der Erstgenannte, mit einer „historisch-kritischen" Einleitung versehen, demnächst in einem besonderen Hefte unter dem Titel: „Der neuen Aristoxeniker zerstreute Aufsätze über das Irrige der musikalischen Arithmetik" u. s. w. gesammelt herausgegeben hat. Der Reigen wird durch einen Auszug aus Eximeno's, des Arkadiers, Buch eröffnet, welches gleichsam zum Range einer symbolischen Schrift für die „neuen Aristoxeniker" erhoben wird. Die Perle der Streitschriften dieser neu-alten Schule ist aber eine wunderliche, nachträglich von Kiesewetter verfasste Abhandlung, betitelt: „Ueber die Octave des Pythagoras. Ist die Mitte einer gespannten Saite wirklich der Punkt der Octave ihres Grundklanges und die pythagorische Ration 1 : 2 eine Wahrheit? Wien 1848". Es hatten nemlich Versuche an einem eigends zu dem Zwecke erbauten riesengrossen Monochorde ergeben, dass der Klang der Hälfte der durch einen beweglichen Steg halbirten Saite nicht der reinen Oberoctave des Grundtones der letzteren entsprach, sondern um ein weniges zu tief war. Da der bewegliche Steg auf diesem Monstre-Apparate der festen Unterstützung entbehrte und folgeweise noch ein Stück Saite jenseits desselben mitschwang, so würde es freilich sehr verwunderlich gewesen sein, wenn das Experiment nicht jenes Ergebniss geliefert hätte. Die „neuen Aristoxeniker" sahen aber darin den endgültigen Beweis der völligen Bodenlosigkeit der pythagorischen Zahlenlehre. Am Schlusse der Schrift, welche die wichtige Entdeckung der Welt mitzutheilen bestimmt war, meint Kiesewetter sogar: es sei auf dem Gebiete der unter dem Namen der mathematischen Klanglehre ausgebildeten Doctrin bisheran „selbst die hehre Mathematik" stets mit Aufgaben „irregeführt" worden, die im Probleme schon verfehlt gewesen seien, ihrerseits dann wieder jene Lehre irreführend! Er lässt, als Musiker, bescheiden die Frage unentschieden, ob und inwieweit diese Irrthümer „in die moderne Physik und Akustik übergegangen, und vielleicht auch diesen Doctrinen eine Revision ihrer Grundlagen Noth thäte!"

aus welchen drei Intervallen sich doch jene ganze Scala zusammensetze. Wahr sei es allerdings, dass ein arithmetisches Gesetz des Wachsthumes der Glieder in der Reihenfolge der Rationen für die fünf vollkommnen Consonanzen der Octave, Quinte, Quarte, grossen Terze und kleinen Terze:

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$$

hervortrete. Aber es fehlten in dieser Reihe ja die beiden Consonanzen der grossen und kleinen Sexte. Ferner sehe man nicht ein, warum die Fortsetzung der Progression in den Rationen $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$ und weiter $\frac{10}{11}$, $\frac{11}{12}$ sammt den sonst noch aus nicht im Senarium liegenden Primzahlen zu bildenden Rationen, nicht auch musikalisch brauchbare Intervalle liefere*). Sodann würde, in der musikalischen Praxis, ja nur die Consonanz der Octave wirklich nach der Ration 1 : 2 gestimmt. Alle anderen Intervalle temperire man ja auf dem Claviere, und zwar nicht sowohl nach abstracten, mathematischen Regeln, als nach Methoden, wie sie eben das Ohr dem Stimmer an die Hand gebe**). Diese in der praktischen Anwendung gebotene Alterirung jener Rationen der übrigen Consonanzen zeige klar, dass das von Galilei aufgestellte Princip, welchem zufolge die grössere Annehmlichkeit der consonirenden Tonverbindungen auf der häufigeren Wiederkehr des Zusammentreffens der Schwingungsstösse der verbundenen Töne beruhe, ein irriges sei; indem eben durch die Temperirung das vorausgesetzte Zusammentreffen der Schwingungen ja aufgehoben werde. Die gegentheilige Meinung dürfe keineswegs sich darauf berufen, dass diese Abweichungen der praktischen von den theoretischen Intervallen nur unmerkliche seien, hier also gelten müsse, was in der Architectur niemand bestreite, dass nemlich um der kleinen Irrthümer willen, welche praktisch in den Maassen eines jeden Gebäudes vorkommen, die theoretischen Sätze dieser Kunst über Ebenmaass nicht aufhören wahre zu sein. Denn einerseits behaupte man ja, dass die Natur selbst die musikalischen Intervalle hervorbringe, und in den Dingen, welche die Natur wirklich auf ein Zahlengesetz gegründet habe, finde sich für ein etwas mehr und etwas weniger kein Spielraum. Ueberdies müssten die praktischen Abweichungen der Intervalle von der vollen durch die Rationen geforderten Reinheit dann doch wenigstens als Mängel und Unvollkommenheiten empfunden werden, wie solche, die man in jedem anderen auf ein Zahlengesetz gegründeten Kunstwerke möglichst zu vermeiden strebe. Die Temperirung der Intervalle sei nun aber keine Unvollkommenheit, vielmehr so unbedingt nöthig, dass ein nach den Rationen der Theorie gestimmtes Clavier zum Spiel und Gesang ganz unbrauchbar sein würde***).

Wie man sieht, tritt immer wieder von neuem hier der, seit Einführung der temperirten Orgel- und Clavierstimmung aufgekommene sonderbare, eines so geistvollen Mannes, wie Eximeno war, gradezu unwürdige Irrwahn uns entgegen, dass dasjenige, was zur Vereinfachung des Baues und der mechanischen Behandlung der Tasteninstrumente und einiger anderen mittelst unserer

*) Auf welch' oberflächlicher, jeder Ahnung der wirklichen Natur der harmonikalen Zahlengesetze entbehrenden Anschauung diese Einwürfe beruhen, wird sich im Verfolge der arithmetisch-harmonikalen Entwickelungen ergeben, welche den Gegenstand unserer vorliegenden Arbeit zu bilden bestimmt sind.

**) A. a. O. S. 71: per ridurre a pratica gl' intervalli, bisogna guastar le ragioni che insegna la teorica Almeno insegnasse la Mathematica a far questo guastamento; ma dopo un grand' apparato di ragioni mathematiche, ciascun le guasta per la pratica a modo suo.

***) A. a. O. S. 72: Ma i mancamenti degl' intervalli pratici della Musica non possono riputarsi imperfezioni, mentre sono di tal sorte necessarj, che un cembalo accordato secondo le ragioni teoriche sarebbe inutile per cantar e sonare. E qual sciochezza, torno a dire, non è questa, suporre la Natura aver fondato la Musica in certe ragioni, che dalla stessa Natura siam costretti a guastare, qualor vogliam cantare o sonare?

zehn Finger zu spielenden Instrumente ersonnen worden ist, auch schlechterdings maassgebend sein müsse für die Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Erforschung der natürlichen Bedingungen des Harmoniegesetzes überhaupt; welcher Irrwahn bei Anderen sich noch dahin gesteigert hat, dass grade die Verneinung des akustischen Unterschiedes zwischen dem grösseren und kleineren Ganztone, zwischen dem s. g. Limma und dem diatonischen Halbtone (— dann aber doch, sollte man consequenter Weise mit Sauveur meinen, auch der musikalischen Unterscheidungen zwischen Cis und Des, Dis und Es u. s. w.) die Geheimnisse in sich bergen werde einer wahrhaft philosophischen Begründung der Harmonielehre*).

Kiesewetter, das Haupt der „neuen Aristoxeniker" der jüngst vergangenen Tage, vermeinte (S. 3 seines Vorwortes zu der vorhin, Note * auf S. 40 citirten Sammlung der in der Zeitschrift Cäcilia erschienenen Aufsätze) die vom Standpunkte der gleichschwebenden Temperatur gegen die musikalische Rationenlehre zu erhebenden Einwendungen am schlagendsten dahin zusammenfassen zu können, dass in einem Cyclus von 12 nach der Ration 2 : 3 gestimmten Quinten die letzte nicht eine Octave desjenigen Tones hören lasse, von welchem man ausgegangen. Er wirft mit anderen Worten die Frage auf, ob denn nicht nothwendig die so und so vielste Quinte im s. g. Quintencirkel C-G-D-A-E-H-Fis-Cis-Gis-Dis-Ais-Eis-His wieder gleich werden müsse der so und so vielsten Octave von C? Uns hat es allezeit sehr nahe liegend geschienen wie Richelieu jenem von allen Mitteln entblössten Sollicitanten um ein Amt, der da meinte „er müsse doch leben" — so auf die vorstehende den Gleichklang von His und C betreffende Frage die Antwort zu ertheilen: „mais je n'en vois pas la nécessité!" Warum muss denn His wieder gleich C werden? Etwa „weilen", wie Mattheson sich ausdrückt, „ansonsten überall kein Umlauf der Klänge stattfinden kann, wofern den Quinten nichts abgebrochen, und den Quarten nichts zugesetzet wird!" Und wenn, um der schrankenlosen Freiheit der Modulation nach allen denkbaren beliebigen Richtungen des Tonsystemes willen, dieser „Umlauf" so unbedingt nöthig ist, lassen sich denn nicht wirkliche Rückungen um ein Comma aufwärts oder abwärts an den betreffenden Stellen der fortschreitenden melodischen oder modulatorischen Tonverbindungen, statt der s. g. enharmonischen Rückungen auf dem Papiere, in der führenden Stimme und Begleitung ausführen? Einem Sänger oder Geiger ist manches möglich, was mittelst der sieben weissen und fünf schwarzen Tasten des Clavieres nicht geleistet werden kann. Klingt es denn so überaus übel, wenn im Vortrage ausdruckvoller Cantilenen ein Violinvirtuose das Subsemitonium oder den Ganzton der grossen Secunde bald schärfer, bald minder scharf uns hören lässt? Meister Neidhardt und der jetzige verdienstvolle Dirigent des Königl. Domchores zu Berlin prägten den Knaben immer ein, bald dies, bald jenes Intervall beim

*) Der von uns bereits citirte scharfsinnige Serre sagt (am oben a. O. S. 39 und 40) bei Gelegenheit der Besprechung des Principes des Rameau'schen Fundamentalbasses, treffend über den in Rede stehenden Irrwahn: Une des conséquences importantes de la succession vraiment fondamentale, c'est celle qui découvrira l'inutilité pour la théorie de toute supposition de tempérament, dont la connaissance uniquement relative à la commodité de l'exécution, n'est proprement que la théorie des instrumens bornés ou à touches, et de la méthode de les accorder; théorie particulière qui ne peut qu'être subordonnée à la théorie générale de l'harmonie, mais non pas réciproquement. La supposition d'un tempérament conçu comme essentiel à l'intelligence de la succession des accords, me parroit uniquement propre à arrêter les progrès d'un calcul lumineux, et toujours assez simple pour ne devoir jamais être négligé dans une science aussi physico-mathématique, que l'est, ou que peut le devenir la théorie de l'harmonie On pourroit concevoir que le genre enharmonique moderne est fondé sur le tempérament; mais il est aisé de prouver que le tempérament ne fait que faciliter *l'exécution* de ce genre de musique, qui est fondé lui même, aussi bien que le tempérament, sur l'indulgence de l'oreille à l'égard de l'extrême précision harmonique des sons qui composent un accord.

Capella-Gesange des Chores etwas höher oder etwas weniger hoch zu nehmen. Und ich wüsste nicht, dass die vom Domchore aufgeführten Palestrina's, Orlando Lassus und Eckard's, oder Bach's, deren Vortrag ich gehört, darum weniger rein und effektvoll geklungen hätten.

Ueber die Möglichkeit, und relative Leichtigkeit sogar, der Anwendung der reinen Intervalle beim Gesange und Geigenspiele verbreitet sich in überaus anziehender und lehrreicher Weise Helmholtz in der zweiten Ausgabe (S. 498) seines, Epoche machenden Werkes: „Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik". Der berühmte Naturforscher theilt in der Beilage XIV (S. 601 der 2. Ausg.) die interessantesten Details mit über die Erfolge, welche die seit mehreren Jahren in England, unter dem Namen „Tonic-Solfa-Associations", für die Verbreitung der Singweise nach absolut reingestimmten Intervallen bestehenden Gesellschaften von Musikfreunden sogar in Betreff der Gesangaufführungen in den Volksschulen in dieser Hinsicht erzielt haben. Helmholtz hörte in einer solchen Schule einen Chor von mehr als 40 Kindern zwischen 8 und 12 Jahren Singübungen nach der Methode vortragen, deren Verbreitung die vorgenannte, im Jahre 1862 bereits mehr als 150,000 Mitglieder zählende Verbrüderung zum Ziele ihrer Bestrebungen gemacht hat. Die Reinheit der Intonation bei diesem Gesange setzte den genialen Akustiker, dessen Ohr wohl niemand die Befähigung zu einem vollgültigen desfallsigen Urtheile streitig zu machen versuchen wird, in Erstaunen. Alljährlich pflegen die Londoner Schulen der Solfeggisten im Krystallpalaste zu Sydenham ein Concert von 2000 bis 3000 Kinderstimmen zu geben, welches, wie von Musikverständigen versichert wurde, durch den Wohlklang und die Genauigkeit der Ausführung den besten Eindruck auf die Hörer macht*).

Ihre Grundlage fand die musikalische Zahlenlehre der Alten in der akustisch-mathematischen Klanglehre derselben. Es bildet sonach die pythagorische Harmonik auch ein unvermeidliches Capitel in der Geschichte der s. g. inductiven Naturwissenschaften des Alterthums. Die fortgeschrittenen neueren Bearbeiter dieses Zweiges der Culturgeschichte haben sich nun eben in ihrer Weise mit dem Gegenstande beschäftigt. Whewell, in seinem bekannten, durch Littrow's Uebersetzung mit Anmerkungen dem grösseren deutschen Publikum zugänglich gemachten, in Aller Hände befindlichen Geschichtswerke, weiss über die akustische Harmonik der Pythagoreer nicht viel mehr als die berühmte, bei den alten Schriftstellern spukende Geschichte von den vier in der Schmiede arbeitenden Gesellen zu berichten, deren Hämmer (— nicht Ambosse —

*) Helmholtz bemerkt a. a. O. noch: „die Solfeggisten singen nach natürlichen, nicht temperirten Intervallen. Wenn ihre Chöre von einer temperirten Orgel begleitet werden, so entstehen sehr merkliche Differenzen und Störungen, während sie sich in vollkommenem Einklange mit General P. Thompson's enharmonischer Orgel finden" „Sänger finden, dass es leichter ist, nach der Begleitung der genannten Orgel zu singen, und auch wohl, dass sie das Instrument während des Singens nicht hören, weil es nemlich in vollkommner Harmonie mit ihrer Stimme ist, und keine Schwebungen macht" . . . „Ich selbst habe übrigens beobachtet, dass auch Sänger, welche an Clavierbegleitung gewöhnt sind, wenn man sie eine einfache Melodie an dem natürlich gestimmten Harmonium singen lässt, natürliche Terzen und Sexten singen, nicht temperirte oder pythagoräische" (nemlich keine Ditonos — wir werden aber im Laufe unserer Untersuchungen uns überzeugen, dass auch die alten Pythagoreer keine so abnormen Käutze waren, beharrlich statt der reinen Terzen, falsche Terzen, Ditonos nemlich, zu singen) . . . „die complicirte Intervallenberechnung, welche die natürliche Scala nöthig macht, und welche die Handhabung der Instrumente mit festen Tönen allerdings erschwert, existirt für den Sänger und auch für den Violonisten nicht, wenn letzterer nur sich von seinem Ohre leiten lässt. Denn im natürlichen Fortschritte einer richtig modulirten Musik haben sie immer nur nach Intervallen der natürlichen diatonischen Scala fortzuschreiten. Nur für den Theoretiker gibt es eine complicirte Rechnung, wenn er schliesslich das Resultat einer grossen Menge solcher Fortschreitungen mit dem Ausgangspunkte vergleichen will."

sehr merkwürdig!) beim Aufschlagen auf den Amboss Töne gaben, welche dem zufällig vorübergehenden Pythagoras die schöne Gelegenheit zur Entdeckung nicht nur der Prim, Quarte, Quinte und Octave, sondern auch mittelst Abwägens der Hämmer und Uebertragen der Gewichtzahlen auf die Zerlegung der Saite am Monochord, zur Auffindung der Zahlenrationen der musikalischen Intervalle gegeben haben sollen. Whewell ist (S. 92, 93 der Littrow'schen Uebersetzung) sehr geneigt, allen Ernstes an die Wahrheit dieser Erzählung zu glauben. Er verfehlt daher nicht den, in der Angabe der Gewichte der Hämmer und der vermeintlichen unmittelbaren Uebertragung dieser Zahlen auf die Theilung der Saite mituntergelaufenen Irrthum zu corrigiren, und exemplificirt dann geistreich an dieser Entdeckungsgeschichte den Hergang, wie — seiner Auffassung nach — überhaupt Entdeckungen auf naturwissenschaftlichem Gebiete zu Stande kommen müssen. Im übrigen steht für ihn unumstösslich fest, erstlich: dass nur bei den Griechen*), bei welchen überhaupt die Wissenschaft zuerst unter den Menschen erwachte (S. 29 und 33), nicht aber in Egypten oder im Osten der Trieb sich regte, auf die sichtbaren Erscheinungen der Natur die Begriffe von Ursache und Wirkung anzuwenden. Die Bewegungen der Himmelskörper, der Fall der Körper auf der Oberfläche der Erde, waren freilich eine alltägliche und allgemein bekannte Sache, lange vor der Entstehung der griechischen Astronomie und Mechanik. Aber der „göttliche Funken“ war noch nicht über die Menschen gekommen, um sie mit seinem Lichte zu erleuchten — die Idee, der Verstand fehlte noch, der diese äusseren Erscheinungen unter der Form eines Gesetzes untereinander verbinden sollte (S. 20). Diese Bedingungen fanden sich erst im thätigen und scharfsinnigen Geiste der Griechen (S. 39). Doch aber waren, wie Whewell zweitens beweist, die Leistungen der Griechen, wenigstens in der früheren Periode ihrer Literatur und Wissenschaft, weil sie sich ganz auf den Boden einer „Schulphilosophie“ (S. 28) gestellt, nur „spitzfindige, aber unfruchtbare Speculationen“. Etwas anderes war aber auch von vorne herein nicht zu erwarten, wenn man bedenkt, dass — wie Whewell S. 18 ausführt — „uns“ freilich „auf der hohen, gebietenden Stellung, welche wir erreicht haben, das helle Licht des Tages umstrahlt“, wir daher auf den gegenwärtigen Zustand der menschlichen Erkenntnisse nicht anders als „mit Wohlgefallen und Bewunderung“ hinblicken können (S. 17), die grosse Pilgrimschaft nach den weiten und fruchtbaren Gefilden der Wissenschaft, auf welchen wir wohnen, dagegen von unseren ersten Vätern „im dämmernden Zwielichte mitten unter den Wilden der Urwelt begonnen wurde“**). Die feine Subtilität der

*) Eine durch ein „vielleicht“ verclausulirte Quasi-Ausnahme wird — vermuthlich in honorem der englisch-asiatischen Alterthumsforscher-Gesellschaft zu Calcutta — auf S. 39 nur bezüglich der „einzigen“ Indier gemacht.

**) Wir erlauben uns, das von Whewell nur flüchtig skizzirte Bild im Sinne des sehr gelehrten Verfassers etwas näher auszuführen, als Quelle freilich nicht das Buch Genesis, sondern Lucrez, Diodor Siculus, Vitruv und den göttlichen Cicero: De Inventione, benutzend, deren Berichte Zarlino, im 3. Cap. des 1. Buches seiner Sopplimenti musicali, recht anmuthig scherzend in folgender Weise zusammengestellt hat:

„In jenen alten Zeiten schweiften die vereinzelt lebenden Menschen nach Art der vernunftlosen wilden Thiere in den Wäldern und auf den Triften umher, ein Obdach suchend in Höhlen, Grotten und Spelunken. Dort geboren, nährten sie sich von wilden Kräutern. Als jedoch einmal zufällig die vom Sturmwind andauernd hin und her bewegten Bäume sich entzündeten, weil die Aeste derselben sich aneinander gerieben hatten, trieb dieser ungewohnte Anblick zuerst, Schrecken verbreitend, die Menschen in die Flucht; bis sie dann allmählig sich der etwas nachlassenden Flamme näherten. Und als sie nun die angenehme Wirkung des Feuers verspürten — sie gingen nemlich damals alle nackt — begannen sie Holz dem Feuer zuzutragen, und fingen nun denn auch allgemach an, sei es durch Zeichen, oder mittelst der Laute ihrer Kehlen, sich miteinander zu verständigen. Da nun einige von lebhafterem und mehr aufstrebendem Geiste die Veranlassung wurden, dass sie einander sich anschlossen, begannen die Menschen, durch die Kraft der von ihnen erfundenen Gesetze nun-

Griechen, ihr Genie, ihre strenge Schulmethode, mochten daher im Punkte der Logik oder Metaphysik, selbst der Geometrie und Algebra etwas fördern. Wegen der fehlenden eigentlichen Beobachtung der Natur konnte aber nimmer eine ausgebildetere Mechanik, oder die Optik, die Chemie, die Physiologie bei den Griechen zu Stande kommen (S. 21). Die physische Philosophie der Griechen wurde daher nur allzubald eine tändelnde, werthlose (S. 40). Ihre Naturwissenschaft war eigentlich nur eine Wortgrübelei, ein Spiel mit den sprachlichen Gegensätzen der Begriffe (S. 41). Was sind denn diese Speculationen über Zahl und Grenze, Raum und Bewegung und Ruhe, Anfang und Ende, anders (S. 44). Und nun vollends die „Worttändeleien" in Plato's Timaios: „Gut", „Schön", „Vollkommen" u. s. w. Und gar die von Aristoteles uns berichteten zehn Antithesen, oder zehn Principien der Pythagoreer: das Begrenzte und Unbegrenzte; das Gerade und Ungerade; das Rechts und Links; das Männliche und Weibliche; Ruhe und Bewegung; Gerad und Krumm; Licht und Finsterniss; Gut und Bös; Ein's und Alles; Kreis und Viereck! (S. 45). „Die ganze grosse Masse der griechischen Philosophie" — heisst es auf der zuletzt angeführten Seite — „schrumpft daher, so breit sie sich

mehr aneinander gekettet und verbündet, gemeinschaftlich zu leben. Und weil mittlerweile sich ergab, dass unter der Menge einige den Vögeln das Erbauen ihrer Nester und den andern Thieren die Einrichtung ihrer Lagerstätten abgesehen hatten, so begannen sie aus Baumzweigen und Koth sich Bedachungen zu bauen, auch in den Bergwänden Höhlungen zu brechen und diese Räume so einzurichten, dass sie bewohnbar und geeignet wurden, ihnen Schutz gegen das Ungemach der Winde, der Regengüsse, des Schnee's, der Stürme und ähnlicher Unbilde, zu bieten. Weil von einigen dann alle Verbesserungen genau beobachtet worden waren, die der eine oder andere behufs Anfertigung irgend eines Gegenstandes mehr und mehr erdacht hatte, sammelte sich in ihren Gedanken eine solche Menge neuer Kenntnisse und Kunstgriffe, welche das Bauen von Häusern, Städten, Pallästen u. dgl. erleichterten, dass die besagten Dinge jenen Höhepunkt der Vollkommenheit erreichten, welchen wir an den mannigfachen und pomphaften Bauwerken alter und neuerer Meister bewundern. So wurde denn der Name Architektur dieser Kunst gegeben, welche wieder in mehrere Zweige sich spaltet und als die Wissenschaft bezeichnet werden könnte des Wohlgeordneten und des Ebenmaasses, aus welchen die Schönheit hervorgeht; so dass die Regeln derselben geeignet sind, Licht auch noch über eine Menge anderer Künste zu verbreiten. Wie aber die Architectur von gar schwachen Anfängen aus begonnen hat und auf die bezeichnete Weise nur nach und nach wachsend es zu derjenigen Vollendung brachte, auf welcher wir sie in unseren Tagen erblicken, so verhält es sich, um von den übrigen Künsten und Wissenschaften zu schweigen, auch mit der Musik. Denn ganz der Vernunft entsprechend ist die Annahme, dass die Menschen anfänglich damit begonnen haben, die verschiedenen Gesänge der Vögel zu beobachten und mit der Stimme nachzuahmen, worauf sie dann gelernt haben, mancherlei musikalische Instrumente auszudenken und künstlich auszuarbeiten, mittelst deren sie sowohl jene Gesänge, als die menschliche Stimme nachzuahmen im Stande waren; wie Lucrez, dem der Ruhm nicht etwa eines Dichters nur, sondern in Wahrheit eines vollendeten Naturphilosophen gebührt, dies in folgenden schönen Versen versichert:

„Lange versucht', nachahmend die heiteren Stimmen der Vögel,
„Menschlicher Witz sich, bevor man erdachte die sinnigen Künste
„Süsser und zierlicher Dichtung, zur Freude der lauschenden Hörer;
„Eh' noch des Zephirs lindes Gesäusel im schwankenden Schilfrohr
„Ländliche Bursche gelehret die Weise auf Halmen zu blasen.
„Fortan allmälig wurden erfunden sanfttrauernde Klagen,
„Welche der Flöte entlockten die kunstvollen Finger der Bläser,
„Schallend weithin, durch weglose Schluchten und Wälder und Triften,
„Bis in die Klüfte sogar, die ängstlich meidet der Hirte.
„Siehe, so bringet die Zeit die Dinge zu ihrer Vollendung!"

Hoffentlich wird in einer für das deutsche Publikum zu veranstaltenden Neubearbeitung des trefflichen Werkes von Whewell der Inhalt dieses Capitels aus Zarlino die geeignete Berücksichtigung finden. Vielleicht aber empfiehlt es sich noch mehr (nach dem Vorgange des spottenden Schülers des Plato im 13. Buche von den Gesetzen), die Geschichte der inductiven Wissenschaften und der Verbesserungen menschlicher Zustände mit Besprechung der Leistungen jenes Mannes beginnen zu lassen, der zuerst auf den glücklichen Gedanken kam, unsere Altvordern und Ureltern von dem Genusse des Menschenfleisches zu entwöhnen.

auch viele Jahrhunderte durch gemacht hatte, in einen kaum bemerkbaren Punkt zusammen". Nichts desto weniger bezeichnet Whewell den allgemeinen Charakter und die Geschichte dieser Philosophie als eine „für uns zugleich sehr interessante und lehrreiche" — dies wohl aber, wie es scheint, nur in dem Sinne wie etwa die Geschichte der Hexenprozesse für die Geschichte des Criminalrechtes, d. i. als ein lesenswerthes Capitel in der Geschichte der Verirrungen des menschlichen Geistes.

Jene grossen Männer des 17. Jahrhunderts, welchen vorzugsweise die inductiven Wissenschaften den mit Recht bewunderten Aufschwung verdanken, welchen sie im 18. und in unserem Jahrhunderte erlangt haben, dachten von den Verdiensten des Alterthums um die Erkenntniss der Natur und ihrer Gesetze doch etwas günstiger als Whewell. Die Stellung, welche Galilei zur pythagorischen Harmonik einnahm, wird aus einigen, weiter unten mitzutheilenden Auszügen harmonikalen Inhaltes zu ersehen sein, welche wir der auch mit musikalischen Dingen sich beschäftigenden Giornata prima der im Jahre 1638 veröffentlichten Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Mecanica ed i movimenti locali des grossen Naturforschers entnehmen werden. Descartes, in seiner „Regeln für die dem Geiste zu gebende Richtung" betitelten Schrift, spricht sich voll Bewunderung aus über die Kraft und den Einfluss, welchen die ursprünglichen, von der Natur in den menschlichen Geist niedergegelegten Keime von Wahrheiten auf das so einfache und unbefangene Alterthum geübt. Diesem geistigen Besitzthume habe das letztere die richtigen Ideen über (naturwissenschaftliche) Philosophie und Mathematik zu danken gehabt, wenn auch diese Wissenschaften von den Alten noch nicht bis zur Vollkommenheit gebracht worden seien. Keppler's Kosmophysik war, wie treffend Apelt in seiner Schrift über den grossen Astronomen bemerkt, ein Widerschein der sinnbildlichen dichterischen Tonmythen pythagorischer und platonischer Weltgemälde. Keppler selbst betrachtete die Harmonice Mundi als das Hauptwerk seines Lebens. Das Mysterium cosmographicum, der Nuncius sydereus, die mathematischen Discurse und Demonstrationen und der Commentarius de stella Martis waren nur Vorstudien für dasselbe. „Es ist wahr," sagt Apelt in der angeführten Schrift S. 16, „die Harmonice mundi haben keinen reellen Werth mehr für die Astronomie; allein aus einem höheren Gesichtpunkte betrachtet, bieten sie ein nicht minder anziehendes Interesse als der Timäus des Platon, ja ich möchte behaupten, ein noch höheres dar. Denn obschon die Zeit über sie entschieden hat, dass sie Phantasien und keine Wissenschaft enthalten, so bildet doch die Harmonie des Himmels, welche Keppler lehrte, in der Culturgeschichte des menschlichen Geistes die Brücke zur Mechanik des Himmels. Keppler's Ansichten und Arbeiten sind in der Geschichte der Naturwissenschaften das verbindende Mittelglied zwischen der platonisch-pythagorischen Naturphilosophie und den inductiven Naturwissenschaften. Das was Whewell in seiner Geschichte der inductiven Wissenschaften als den mystischen Theil seiner Arbeiten bezeichnet hat, ist in der That nichts Anderes, als der Geist der pythagorischen Philosophie, der in Keppler lebte, jener pythagorische Glaube an die mathematische Gesetzmässigkeit der Natur. Dieser war es, der seine Erfindungsgabe in Bewegung setzte und leitete".

Jenen Glauben an das Vorhandensein eines mathematischen Gesetzes in allen Naturerscheinungen, welchen die analytische Behandlung der Physik jetzt als eine wissenschaftliche Ueberzeugung festgestellt hat, theilte auch Newton. In der Einleitung zu seinem grossen Werke: Philosophiae naturalis principia mathematica heisst es: „durch mathematisch-bewiesene Sätze werden aus der Betrachtung der Himmelserscheinungen die Kräfte der Schwere abgeleitet, vermöge deren die Körper zur Sonne und zu den einzelnen Planeten hinstreben"

„Mancherlei bringt mich auf die Vermuthung, dass auch alle anderen Erscheinungen auf dem Gebiete der Natur wohl abhängig sein möchten von gewissen Kräften, vermöge deren die kleinsten Theilchen der Körper, aus zur Zeit noch nicht genugsam bekannten Ursachen, entweder gegenseitig zu einander hingezogen werden und den geometrisch-regulären Figuren entsprechend cohäriren, oder aber einander fliehend gegenseitig sich von einander entfernen". Und in der That, was ist z. B. die elastische Spannung der tönenden Körper, durch welche alle Klangerscheinungen bestimmt werden, anders, als eine verschiedene, hier als Molecularkraft sich äussernde Form jener ursprünglichen Eigenschaft der Materie, welche wir seit Newton die allgemeine Schwere nennen. Wie dort in den himmlischen Bewegungen die Planeten in ihren Bahnen um eine Sonne, so gravitiren in den Erzitterungen eines tönenden elastischen Körpers die Molecülen des letzteren um ihre Gleichgewichtslage. Diese aber wird durch das Gesetz der gegenseitigen Anziehung der Materie bestimmt. Sind die periodischen Hin- und Hergänge der Molecüle hierbei einfache, pendelartige, so vernimmt unser Ohr nur den einfachen tiefsten Ton, welchen der tönende Körper seiner Beschaffenheit nach hervorzubringen befähigt ist. Ist die Form der Schwingungen eine complicirtere, und dies ist fast allezeit der Fall, so lassen durch analytische Berechnung die Hin- und Hergänge sich in eine grössere oder geringere Menge einfacher, pendelartiger Schwingungen zerlegen, als deren Resultante dann jene complicirtere erwähnte Molecularbewegung aufgefasst werden kann. K. S. Ohm und Fourrier haben analytisch bewiesen, dass jede periodische nicht einfache Klangbewegung aber aus mehreren einfachen pendelartigen Bewegungen sich zusammensetzt, deren Oscillationsgeschwindigkeiten sich allemal wie einfache Ganzzahlen zu einander verhalten. Ausser dem tiefsten Eigentone des vibrirenden Körpers, dem Grundtone, dessen Schwingungsdauer den Perioden des zusammengesetzten Klanges selber entspricht, gewahrt ein musikalisch geübtes Ohr dann noch das Vorhandensein einer Reihe, den Grundton begleitender höherer Partialtöne, deren Oscillationsgeschwindigkeiten durch jene Ganzzahlen bestimmt werden. Es zerlegt, mit anderen Worten, gleichsam analytisch rechnend unser Ohr jede nicht pendelartige periodische Luftbewegung in eine entsprechende Reihe von pendelartigen Schwingungen, welche von demselben dann als eine Reihe eben so vieler einfacher Töne empfunden werden. Helmholtz hat*) durch eine Menge der sinnreichsten Experimente physikalisch das Vorhandensein solcher, nach verschiedenen Ganzzahlen abgestufter Theiltöne in den Klängen der menschlichen Stimme und fast aller Gattungen musikalischer Instrumente dargethan. Er hat bewiesen, dass dasjenige, was in der Musik man die Klangfarbe der verschiedenen Tonwerkzeuge zu nennen pflegt, nur auf der verschiedenen Zusammensetzung ihrer Klänge aus höheren oder tieferen den Grundton begleitenden Theiltönen beruht. Die Verschiedenheit der fünf Vocale unserer Sprache ist nur das Ergebniss der Zusammensetzung der in unserer Stimmritze beim Sprechen hervorgebrachten Mischklänge aus verschiedenen höheren oder tieferen, den grösseren oder kleineren Ganzzahlen entsprechenden Theiltönen. So wird die, der menschlichen Gedankenmittheilung dienende Sprache, welche in den Vocalen ihr tonales Leben empfängt, in ihrem phonetisch bedeutsamsten Bestandtheile in gewisser Weise zu einem Ergebnisse pythagorischer musikalischer Zahlenrationen. Ist, wie bei den schwingenden Saiten der meisten unserer durch Anschlag angespielten Saiteninstrumente, die Zusammensetzung der den Grundton begleitenden Theiltöne eine solche, dass deren Oscillationsgeschwindigkeiten zu der des Grundtons sich verhalten wie die

*) In dem vorhin citirten unübertrefflichen Werke: Die Lehre von den Tonempfindungen u. s. w. 1. Ausg. Braunschweig, 1863; 2. Ausg. ebendaselbst, 1865.

Ganzzahlen 2, 3, 4, 5 und 6 zu 1, so ertönt neben dem Grundtone der Saite, namentlich beim Abklingen derselben, vollständig jene Reihe harmonischer Theiltöne, mit welchen man zur Zeit Rameau's sich so viel beschäftigt hat*), deren Betrachtung dieser seiner Accordlehre zum Grunde legte, und welche seitdem man vorzugsweise die Oberharmonikalen des Grundtons zu nennen gewöhnt ist. Auch wir werden in unseren nachstehenden Untersuchungen den durch den Grundton und seine erwähnten fünf Oberharmonicalen gebildeten vollkommnen Dur-Accord zum Ausgangspunkte unserer Zahlenrechnungen nehmen.

Aber der Entdecker des Gesetzes der Schwerkraft hat seine Aufmerksamkeit auch ganz besonders den musikalischen Zahlenrationen des Alterthumes zugewendet, und den an die Betrachtung der Gesetze der musikalischen Harmonie nach der Weise der Alten zu knüpfenden Speculationen über die Beziehungen zwischen den Gesetzen der Kunst und den mathematischen Gesetzen der Natur seine Theilnahme nicht versagt. Ein junger Gelehrter, John Harington, der mit dahin einschlägigen Gegenständen sich beschäftigte, hatte eine Zusammenstellung derjenigen harmonikalen Zahlen entworfen, welche, unter Zugrundelegung des 47. Satzes des 1. Buches der Elemente des Euclid, am rechtwinkeligen Dreiecke aus den Maassen der Seiten der Quadrate der Hypotenuse und der Katheten gefunden werden können, wenn die drei Seiten des Dreieckes sich wie 3, 4 und 5 zu einander verhalten. Die durch geometrisch-lineare Construction auf diesem Wege gefundenen Rationen waren vollständiger und musikalisch reicher entwickelt, als diejenigen, welche die geometrische Figur des von Ptolemäus ersonnenen s. g. Helikon liefert. Bei Ptolemäus fehlen die Terzen und Sexten. Das bezeichnete rechtwinklige Dreieck hatte in den linearen Maassen auch die diesen Intervallen zum Grunde liegenden Zahlen geliefert. Harington hatte in seinem Briefe an Newton darauf hingewiesen, wie befremdlich es im Grunde sei, dass den Alten die Rationen der beiden Terzen und Sexten, mit anderen Worten die arithmetische und harmonische Theilung des Intervalls der Quinte, in welchen der Angelpunkt für das moderne Tonsystem (wir setzen hinzu für jedes naturgemäss entwickelte Tonsystem) liege, unbekannt geblieben sein sollten. Er hatte dabei auch biblischer mystischer Zahlen erwähnt und hervorgehoben, wie in den Zahlen, welche das Buch Genesis als Maasse der Arche bezeichnet: 300, 50 und 30, in Saitenlängen ausgedrückt, die Rationen grade für die Trippeloctave der Durterze (300 : 30 = 10 : 1) und für die grosse Sexte (50 : 30 = 5 : 3) — die Umkehrung also der Mollterze sich finden**). Er hatte Newton um Mittheilung seines

*) Mersenne hatte diese Obertöne beobachtet. Lagrange leugnete noch die Möglichkeit ihrer Existenz (m. vgl. dessen Abhandlung: Recherches sur la nature et la propagation du son in den Miscellaneis philosophico-mathematicis der Turiner Gesellschaft Jahrg. 1759. [Tom. I] S. 109 fgde). Aus einigen Stellen der pseudo-aristotelischen Probleme darf geschlossen werden, dass das in Rede stehende Phänomen auch dem Alterthume nicht unbekannt war. „Warum wird" — heisst es Sect. 19, 11 und 8 daselbst — „gegen das Ende hin ein ausklingender Ton höher? Etwa deshalb, weil im Verhallen derselbe schwächer wird?" — und: „Warum hat die tiefe Saite die Kraft des Tones der höheren? Etwa weil das Tiefere grösser ist? Denn es lässt sich dasselbe dem stumpfen — das Höhere aber dem spitzen Winkel vergleichen" (19, 11: Διὰ τί ἡ ἀπηχοῦσα ὀξυτέρα; Ἢ ὅτι ἔλαττον, ἀσθενεστέρα γενομένη; 7. ἡ βαρυτέρα ἰσχύει τὸν τῆς ὀξυτέρας φθόγγον, ὥστε μᾶλλον ἡ ὑπάτη ἀπεδίδου τὸ ἀντίφωνον ἢ ἡ νήτη 8. Διὰ τί ἡ βαρεῖα τὸν τῆς ὀξείας ἰσχύει φθόγγον; Ἢ ὅτι μεῖζον τὸ βαρύ; τῇ γὰρ ἀμβλείᾳ ἔοικε, τὸ δὲ τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ). Auch Mersenne: Traité des Instrumens à chordes. Livr. IV. Proposit. Nr. XI (vgl. auch Nr. IX), so wie Chabanan: Mém. de l'Acad. des Inscr. et B. Letr. Tom. 46, pag. 285 sq., verstehen die vorstehenden Stellen von den harmonischen Obertönen.

**) Rechnet man nach Saiten- beziehlich Wellenlängen, so ergeben die Zahlen 300 : 50 : 30 (= 30 : 5 : 3) eine Tonverbindung von der Form: C......g...$\bar{e}$. Fasst man dieselben drei Zahlen dagegen als Maasse der Oscillationsgeschwindigkeit eben so vieler, verschieden hoher Töne auf, so stellen, in umgekehrter Reihenfolge,

Urtheiles über das Vorgetragene gebeten, und dabei auch noch die Anschauung ausgesprochen, dass auch in der Architectur das Befriedigende der unseren Sinnen sich bietenden Kunstformen wohl in einer gewissen Uebereinstimmung der gewählten Maasse mit den harmonischen Zahlen musikalischer Intervalle seinen tieferen Grund haben möchte. Das Antwortschreiben Newton's auf die Mittheilung des jungen Gelehrten findet sich in Hawkins: General History of the science and practice of Music (London 1776, Vol. III, pag. 142 und 143) abgedruckt. Dasselbe besagt: Nur in den vielfältigen anderen Beschäftigungen, welche er, Newton, unter Händen habe, liege der Grund, dass der Gegenstand der empfangenen Mittheilung und die darin gegebenen Winke, von ihm nicht weiter verfolgt und einer eingehenderen Bearbeitung unterzogen worden seien. Er habe früher mit Untersuchungen ähnlicher Art sich beschäftigt, und würde sich freuen, wenn später ihm vergönnt sein würde, von neuem denselben seine Musse zuzuwenden. Unterdessen werde der Gegenstand nicht aufhören sein Nachdenken in Anspruch zu nehmen. Denn es handle sich dabei um ernste Untersuchungen, welche wohl geeignet sein würden, an einem Beispiele zu zeigen, wie gross die einfache Schönheit in allen Werken des Schöpfers sei. Die möglichste Annäherung an einfache, übersichtliche Formen sei auch in den Künsten die Bedingung des Wohlgefälligen, und diese Bedingung werde, auch seinem Dafürhalten nach, in den an das Auge sich wendenden Künsten am sichersten erfüllt, je mehr die gewählten Verhältnissmaasse den harmonischen Rationen sich näherten. Aus Kreisbogenstücken setze in der Architectur sich ein mehr oder minder ansprechendes Bild zusammen, je nachdem die hervortretenden Curven mehr oder weniger geeignet seien, den Gedanken des ihnen zum Grunde liegenden Gesetzes dem Beschauer nahe zu legen. Er setze voraus, dass Harrington nicht unterlassen haben werde, Keppler's, Mersenne's und der anderen Autoren Schriften über den Gegenstand zu Rathe zu ziehen. Vollkommen richtig, fährt er dann fort, sei Dasjenige, was Harrington über das Unbegreifliche der Nicht-Bekanntschaft der Alten mit den Rationen der beiden Terzen gesagt habe. Denn es sei doch sehr befremdend, dass so hoch begabte mathematische Talente auf dem Boden solcher Zahlenbetrachtungen nicht wahrgenommen haben sollten, dass wenn die Ration der Quinte 3 : 2 auch unter dieser Form ihres Ausdruckes eine Theilung (durch Ganzzahl-Interpolirung) nicht zulässt, dies dann doch mittelst Umwandlung des letzteren Ausdruckes in die gleiche Ration 6 : 4 sofort möglich wird, indem nun (durch Interpolirung der Fünfzahl)

dieselben eine Tonverbindung dar von der Form: C . . . A $\overline{\overline{\text{e}}}$. Aus der Verbindung dieser beiden Dreiklänge würde sich die Formel für die in dem umgelagerten dissonirenden s. g. Accorde der hinzugefügten Sexte: C . . A . . $\overline{\text{g}}$. . . $\overline{\overline{\text{e}}}$ liegende Paarung der tonischen Accorde der einander nächstverwandten Paralleltonarten C-dur und A-moll entwickeln lassen. Welche wichtige Stelle dieser dissonirende Accord und die in ihm hervortretende Mischung der Stufen der beiden tonischen Accorde grade in der, obigen Zahlen entsprechenden weitgeöffneten Lage ihrer um das Intervall der Doppeloctave einer grossen Decime von einander abstehenden Endtöne in der Berechnung der harmonikalen Zahlen einnehmen, werden wir am geeigneten Orte des Näheren darzuthun Gelegenheit finden. — Harrington's Meinung, dass der biblischen Angabe über die Maasse der Arche eine symbolisch-mystische Bedeutung zahlenharmonikalen Inhaltes innewohne, entsprach übrigens demjenigen, was bei den Kirchenvätern über diesen Gegenstand sich findet. So sagt Clemens Alexandrinus: Stromata (VI, 11, S. 783 Potter), nachdem er an den biblischen Satz: „und es seien seine (des Menschen) Tage hundert und zwanzig Jahre“ (Gen. 1, 3) anknüpfend sich über die zahlenspeculativ merkwürdigen Eigenschaften der Zahl 120 verbreitet hat: τοῦτο μὲν οὖν τὸ εἶδος τοῦ ἀριθμητικοῦ ὑποδείγματος· γεωμετρίας δὲ ἔστω μαρτύριον ἡ κατασκευαζομένη σκηνὴ καὶ τεκταινομένη κιβώτος· ἀναλογίαις τισὶ λογικωτόταις, θείαις ἐπινοίαις κατασκευαζόμεναι, κατὰ συνέσεως δόσιν, ἐκ τῶν αἰσθητῶν εἰς τὰ νοητὰ, μᾶλλον δὲ ἐκ τῶνδε εἰς τὰ ἅγια, καὶ τῶν ἁγίων τὰ ἅγια, μεταγούσης ἡμᾶς. Clemens geht sodann sehr ausführlich zu einer Darstellung über der in den Archenmaassen liegenden zahlenspeculativen Beziehungen, welche indessen für unseren Gegenstand besonders zu Erwähnendes nicht darbietet.

die Rationen sowohl der grossen Terze 5 : 4, als der kleinen 6 : 5 sich ergäben, in welchen das diatonische System ja recht eigentlich erst seine Vollendung erhalte, und ohne welche das Tonsystem der Alten jedenfalls ein sehr unvollkommnes gewesen sein müsse. Es scheine wunderbar, dass Diejenigen, welche auf so minutiöse Weise ihre Ermittelungen bis zur Feststellung des Limma's zugespitzt hätten, nicht genauer zu Werke gegangen sein sollten in der Untersuchung der grösseren Intervalle, deren eben erwähnte Theilung für die heutige Harmonik als eine so überaus fruchtbare sich erweise. Im übrigen sei er geneigt anzunehmen, dass gewisse allgemeine vom Schöpfer gesetzte Normen maassgebend seien für das Wohlthuende oder Nichtwohlthuende aller unserer verschiedenen Sinnen-Eindrücke; wenigstens verstosse eine solche Voraussetzung auf keine Weise gegen die Ueberzeugung von der Weisheit oder Allmacht Gottes, sondern stehe vielmehr im vollsten Einklange mit der im Makrokosmus überhaupt sich zeigenden Einfachheit. Der Brief ist datirt vom 30. Mai 1693 und schliesst mit der Versicherung, dass alle ferneren Ergebnisse der den Gegenstand der Mittheilung bildenden Untersuchungen in hohem Grade das Interesse Newton's in Anspruch nehmen würden.

Dass Newton in seiner Optik die Darstellung der Lehre von der Abstufung der Brechbarkeit der verschiedenen Farbenstrahlen des Prisma's auf eine Vergleichung der Brechungsstufen mit den Rationen der dorischen diatonischen Scala gegründet hat, wurde vorübergehend von uns bereits erwähnt, und wird den Gegenstand eingehenderer Erörterungen bilden, mit welchen wir im 2. Theile unsere nachfolgenden Untersuchungen über die Harmonik und die Zahlenlehre der Alten zu beschliessen gedenken.

Leibnitz hat, mit der ihm eigenen Klarheit und Schärfe, seine Anschauungen über das in einem Zahlengesetze begründete Wesen der Musik in Kürze ausgesprochen in zweien an den Russischen Kaiserl. Rath der Justiz Goldbrach gerichteten Briefen vom 12. April und 6. Oktober 1712*). Er bekennt, im ersten Briefe, sich zu der Lehrmeinung, dass die Rationen unserer musikalischen Intervalle nur aus den Multipeln der innerhalb des Senariums liegenden Primzahlen 1 2 3 und 5 hervorgehen. Wem dieser Kreis allzu beengt erscheinen möchte, den erinnert er scherzweise daran, dass man ja von Völkerschaften erzähle, die es im Zahlenrechnen nicht über drei gebracht**). Höher begabte, irgendwo im Weltenraum wohnende Wesen erfreuten sich vielleicht einer Musik, deren Proportionen aus mehr zusammengesetzten Verhältnisszahlen gebildet sein mögten. Wäre unser Auffassungsvermögen nur um ein geringes verschärft, so würden wir eine Musik besitzen können, zu deren Rationen-Bildnern auch noch die Primzahl 7 hinzukäme***), welche Zahl einige der Alten keineswegs für musikalisch schlechthin unbrauchbar gehalten hätten. Wohl aber scheine letzteres bezüglich der Primzahlen 11 und 13 der Fall zu sein. Die Ursache des Wohlklanges zusammenstimmender Töne sei in einem Zusammentreffen der Schläge ihrer Schwingungen zu suchen. So sei denn die Musik gleichsam eine verborgene arithmetische Uebung der Seele, die da rechne, ohne es zu wissen. Denn vieles vollbringe

*) Abgedruckt bei Kortholt: Leibnitii Epist. ad Divers. Leipzig, 1734. B. I, S. 239—242.

**) Nos in Musica non numeramus ultra quinque, similes illis populis, qui etiam in Arithmetica non ultra ternarium progrediebantur, et in quibus phrasis Germanorum de homine simplice locum haberet: „Er kann nicht über drey zehlen".

***) Si paulo plus nobis subtilitatis daretur, possemus procedere ad numerum primitivum 7. Et tales reapse dari puto. Itaque nec numerum 7 veteres refugiebant plane. Sed vix erunt, qui procedant usque ad proximos primitivos 11 et 13.

unsere Seele in unklaren oder von uns selbst nicht bemerkten Wahrnehmungen, was mittelst bestimmter Unterscheidung ihr nicht möglich sei. Die Seele, obgleich sie nicht fühle, dass sie rechne, fühle dennoch die Wirkung dieser unbewussten Rechnung, nemlich das Wohlgefällige der zusammenstimmenden Klänge und das Missfällige der nicht zusammenstimmenden. Aus einer Vielheit im Einzelnen nicht klar empfundener übereinstimmender Eindrücke entstehe das Vergnügen*). Die meisten Menschen irrten, indem sie wähnten, der Seele dürfe man nur solche Thätigkeiten beilegen, deren sie sich auch bewusst werde. Aus dieser falschen Meinung seien viele Irrthümer entsprungen, nicht nur früherer Philosophen, sondern auch der Cartesianer und anderer neuerer, wie des Locke und Bayle**). Die Polygone am Kreise, die regulären Körper,

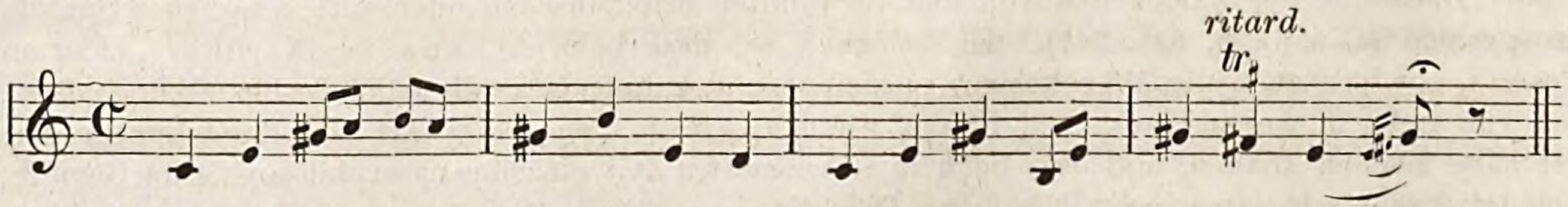
*) Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi. Multa enim facit in perceptionibus confusis seu insensibilibus, quae distincta apperceptione notare nequit. Errant enim, qui nihil in anima fieri putant, cuius ipsa non sit conscia. Anima igitur etsi se numerare non sentiat, sentit tamen huius numerationis insensibilis effectum, seu voluptatem in consonantiis, molestiam in dissonantiis, inde resultantem. Ex multis enim congruentiis insensibilibus oritur voluptas.

**) Auch Helmholtz (Lehre v. d. Tonempfdgen, an mehreren Stellen, besonders S. 2 fgde u. S. 353 fgde) scheint für die Auffindung der Grundlagen der musikalischen Consonanz kein Zurückgehen auf psychologische Motive gestatten zu wollen. Er sagt: „Sowohl Musiker, wie Philosophen und Physiker haben sich meist bei der Antwort beruhigt, dass die menschliche Seele auf irgend eine uns unbekannte Art die Zahlenverhältnisse der Tonschwingungen ermitteln könne, und dass sie ein besonderes Vergnügen daran habe, einfache und leicht überschauliche Verhältnisse vor sich zu haben“. Diese Erklärung erachtet er nicht für geeignet die Frage zu beantworten: was haben die musikalischen Consonanzen mit den Verhältnissen der ersten sechs ganzen Zahlen zu thun? Man bleibe nemlich, führt er aus, eine genügende Auskunft darüber schuldig, wie es die Seele denn mache, dass sie die Zahlenverhältnisse je zwei zusammenklingender Töne wahrnehme. Der natürliche Mensch, der keine physikalischen Versuche anstelle und vielleicht nie Gelegenheit gehabt habe, etwas über Schwingungszahlen oder über ihre Verhältnisse zu erfahren, freue sich über Musik; und doch wisse er weder durch sinnliche Wahrnehmung, noch durch jene unbewussten Erfahrungen und Analogieschlüsse, welche oft bei uns die Stelle der unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung verträten, dass der Ton auf Schwingungen beruhe. Helmholtz stellt sich, wie man sieht, auf den Standpunkt von Bayle und Locke. Demgemäss denkt er auch von den pythagorischen Lehren über Harmonie der Zahlen und von den verwandten orientalischen oder mittelalterlichen Speculationen nur sehr geringe (a. a. O. S. 346, 347). Er belächelt es, dass beim Athanasius Kircher „nicht nur der Makrokosmus, sondern auch der Mikrokosmus musicire“, und knüpft daran die tadelnde Bemerkung, dass „selbst ein Mann von tiefstem wissenschaftlichen Geiste, wie Keppler“, von dieser Art von Vorstellungen sich nicht ganz frei habe machen können, und dass noch in allerneuester Zeit einzelne naturphilosophische Gemüther (die sind doch jetzt sehr selten geworden!) sich an Derartigem ergötzen; Gemüther nemlich, denen „Phantasiren bequemer ist, als wissenschaftliche Arbeit.“ Helmholtz will daher die Theorie der Consonanz „vom metaphysischen Boden auf den naturwissenschaftlichen“ gerückt wissen; und ihm, dem ausgezeichneten und unübertrefflichen Physiologen, ist dieser letztere ausschliesslich ein physiologischer. Er substituirt jenem psychologischen Principe demgemäss ein nur der sinnlichen Empfindung entnommenes. In der grösseren oder geringeren Anzahl von Stössen oder s. g. Schwebungen der Klänge und ihrer Obertöne und Combinationstöne, in dem hiedurch bedingten ungestörteren oder minder gleichmässigen Abfluss der combinirten Schallwellen und der dadurch hervorgerufenen intermittirenden oder continuirlichen Empfindung des Gehörnerven, soll ganz ausschliesslich der Grund der musikalischen Consonanz oder Dissonanz gesucht werden. Die physikalischen Entwickelungen, die sinnreichen Versuche, die scharfsinnigen, neuen und fruchtbringenden Beobachtungen, welche der geniale, hochverdiente Naturforscher nun über die Phänomene der Obertöne, des Mittönens, der Combinationstöne, der Stösse und Schwebungen, der Klangfarbe u. s. w. beigebracht hat, sind unübertroffen, glänzend, epochemachend, vollkommen überzeugend. Die in der zweiten Hälfte des Buches auf diese Beobachtungen und Versuche gebauten musikalischen Philosopheme vermochten wir dagegen, in tiefster Hochachtung vor dem unvergleichlichen Physiologen sei es gesagt, auch beim besten Willen nicht in gleichem Maasse uns anzueignen. Es läuft alles auf eine neue, befremdliche, Classificirung der accordlichen Zusammenklänge und ihrer Umlagerungen hinaus, über welche mancher Musiker bedenklich den Kopf schütteln wird. Man findet sich stark an die gradus amoenitatis des seligen, grossen Euler erinnert. Helmholtz selbst fühlt die Verwandtschaft. Er spendet den musikalischen Ergebnissen der Arbeit des grossen Mathematikers daher auch ein Lob, wie demselben solches bis dahin noch von keiner, wenigstens von keiner musikalischen Seite, zu Theil geworden war.

und was sonst dahin gehöre, aus welchen der überaus scharfsinnige Keppler die Gesetze der Harmonie herleiten zu können vermeint habe, seien hierzu nicht angethan, weil aus ihnen keine Arithmetik rationaler Zahlen hervorgehe. Von den irrationalen Zahlen glaube er nemlich, dass

Dem psychischen Motive spricht freilich auch Helmholtz nicht jede Mitwirkung ab. Er verweiset dasselbe aber auf das ästhetische Musikgebiet; wobei wir ehrlich bekennen müssen, dass trotz aller von Helmholtz als Parallele gegebenen feinen Bemerkungen über den technischen und ästhetischen Unterschied verschiedener Baustile, wir schliesslich nicht recht darüber klar geworden sind, was unter diesen ästhetischen Harmonieregeln in Beziehung auf Generalbass streng genommen zu denken sei. Das zu Gunsten des psychischen Motives von den Vertheidigern der alten Zahlenlehre aus der inneren Uebereinstimmung des melodisch-harmonischen Gestaltungsprincipes und der für Takt-Mensurirung gebotenen Typen entnommene Argument, lässt Helmholtz nicht gelten. Mit der Ordnung des Rhythmus ist es, seiner Auffassung nach, etwas ganz anderes. „Dass auf eine ganze Note genau zwei halbe, oder drei Triolen, oder vier viertel kommen, bemerkt jeder“ — sagt er — „der aufmerksam zuhört, auch ohne weiteren Unterricht“. In einem Lande wie Baden, woselbst vor einer ziemlichen Reihe von Jahren die denkgläubige Aufklärung eines Paulus indirect bereits so viel zur Verbesserung der Cultur des Volkes gethan, und wo seitdem Gottlob — sofern ein so altmodischer Ausdruck erlaubt ist — eine noch fortgeschrittenere Richtung der Himmel weiss wie vieler „neuen Aeren“ dem Volksschulwesen endlich seine rechte Gestaltung gegeben hat — zeitgemäss, wie es sich für ein Jahrhundert ziemt, in welchem nach den amtlichen Versicherungen des badischen Oberkirchenrathes der Glaube an die Gottheit Christi keinen rechten Boden mehr zu finden vermag — ja in einem zu so hoher Geistesblüthe gelangten Lande da weiss freilich gewiss jeder Bauernbursche und jede Dirne und jedes der 5 bis 7jährigen, beim Aufziehen der Wachtparade hüpfend vor den Trommlern einherlaufenden Kinder auch ohne Sing- und Rechenstunde ganz vortrefflich, dass „auf eine ganze Note genau zwei halbe, oder drei Triolen, oder vier viertel kommen!“ Wie aber in dem zurückgebliebenen Tyrol — um von Spanien gar nicht zu reden? Und dennoch schilt der Tyroler Bursche erzürnt auf dem Tanzboden die Musikanten und versichert zu solcher Musik könne weder er noch seine Dirne tanzen, wenn die ungeschickten Bläser oder Fiedler beim Ländler aus Versehen viertheilige Takte eingemischt haben. Und der junge spanische Landmann und seine Tänzerin werden mitten in den verschlungenen Figuren des Fandango's stille halten und ihre Castagnetten werden verstummen, wenn der aufspielende Sackpfeifer eines ähnlichen Vergehens sich schuldig machen sollte.

Wir halten es für unmöglich, mittelst der Helmholtz'schen Theorie über Stösse und Schwebungen Consonanz und Dissonanz etwa der Stufen in folgender Melodie zu erklären:



Warum erscheint die Achtelnote gis im ersten Takte als schrille Dissonanz, das folgende Achtel a als befriedigende Auflösung, zwei Achtel weiter dieses nemliche a aber fast wie eine Durchgangsnote, und hingegen das gis auf dem ersten Pulse des folgenden Taktes gar nicht mehr disson? Hat vielleicht beim Anschlage des gis im ersten Takte das Ohr den Klang von c und e noch nicht vergessen, die melodische Figur deshalb so empfindend, als ob sie das Harpeggio eines scharf dissonirenden übermässigen Quintaccordes wäre? Aber wenn die Dissonanzeigenschaft der Accorde nur in den Schwebungen und Stössen wurzelt, wie geht es dann zu, dass der continuirliche Verlauf der Wellen des Tones gis durch die Wellen eines c gestört wird, welches zu erklingen bereits aufgehört hat? Oder sind die Nervenfasern des Corti'schen Organes so schmerzhaft empfindlich, dass die pure Erinnerung an das vorher gehörte c schon hinreicht, beim Anschlage des gis im Organe einen sinnlichen Schmerz hervorzurufen? Und wie kömmt es vollends, dass im dritten Takte in derselben Tonfolge c e gis, namentlich beim zweit- oder drittmaligen Anhören der Melodie, der letzte Ton gar nicht mehr den Eindruck eines dissonirenden Intervalls macht, vielmehr nun das Ohr eher geneigt ist das c des ersten Takttheils als Dissonanz aufzufassen, sich freut wenn auf dem vierten Pulse des Taktes gleichsam dieses c sich nach h auflöst und dass im vierten Takte dann auf dem ersten Pulse und in der Fermate das Ohr mit Wohlgefallen auf dem Tone gis verweilt? Haben die Fäserchen des Organs etwa mittlerweile ihre physiologische Beschaffenheit verändert? Oder gehört derartiges der „ästhetischen“ Seite der Harmonik an? Der besonnene und umsichtige Naturforscher hat sich nemlich, wie ein kluger Feldherr es soll, eine vollkommen gedeckte Rückzugslinie gesichert. Die Phänomene der musikalischen Harmonie sind, ihm zufolge, halb

dieselben für sich nicht geeignet seien, der Seele zu gefallen; letzteres trete nur ein, wenn sie als Näherungswerthe wohlgefälliger Rationalzahlen in Betracht kämen. Zufällig gleichsam vorübergehende Dissonanzen vermöchten jedoch mitunter Wohlgefallen zu erregen und leisteten daher gute Dienste, indem sie den süssklingenden Consonanzen beigemischt würden wie die Schatten dem Lichte und der Ordnung des Hellen, damit durch Letzteres wir hernach um so mehr erfreut würden. Der zweite Brief berührt kurz die Frage nach der zweckmässigsten Weise zu temperiren. Leibnitz empfiehlt eine von Christian Huygens angegebene Methode, meint aber beim Lichte besehen, dass die allerwenigsten Hörer von den ins kleinliche gehenden Unterscheidungen der verschiedenen Temperatur-Berechnungen in der Wirkung etwas verspüren würden, und für die meisten es wohl genüge, wenn man sich an die einfache Theilung der Octave in zwölf gleiche Theile halte, wie sie dem Aristoxenus zugeschrieben werde.

Einer Mittheilung in Mitzler's Zeitschrift: Musikalische Bibliothek (Bd. II, Theil I, 1740, Nr. X) zufolge, soll unter den unvollendeten literarischen Arbeiten von Leibnitz sich der Anfang eines ausführlichen Werkes über Harmonik befinden, mit welchem der grosse Mann in der letzten Zeit seines Lebens sich eifrig beschäftigt haben soll. Ein gewisser Bokemeyer aus Wolfenbüttel berichtete darüber an Mitzler folgendes: „Es sind desfalls von ihm in der Hannöverschen Bibliothek einige lateinische Manuscripte in folio vorhanden, wovon ich zwei in meinen Händen gehabt. Er hat etwas merkwürdiges vom Rhythmus, und einiges von der musicalischen Historie, das meiste aber von der Harmonie, die er nach mathematischen Gründen weitläuftig abhandelt, darin vorgetragen. Allein weil er darüber hingestorben ist, so scheint alles einigermassen roh und unausgearbeitet, und obgleich verschiedenes davon ins reine gebracht, noch in keiner rechten Ordnung zu sein“ u. s. w. Schreiber dieses überzeugte sich vor einigen Jahren an Ort und Stelle, wo man die grosse Güte hatte, ihm die Einsicht des damals allerdings noch unvollendeten Cataloges des handschriftlichen Nachlasses zu gestatten, dass unter den catalogisirten Manuscripten eine Arbeit, wie Bokemeyer sie beschreibt, nicht vorhanden ist. Möge man bei der fortschreitenden Sichtung und Herausgabe des Leibnitz'schen Nachlasses so glücklich sein, unter den zahlreichen bis dahin nicht catalogisirten Schriftstücken die von Bokemeyer so bestimmt bezeichnete, jedenfalls sehr merkwürdige Arbeit aufzufinden. Die beiden oben im Auszuge mitgetheilten Briefe machen es sehr wahrscheinlich, dass Leibnitz, der ein guter Musiker gewesen und Fertigkeit auf mehreren Instrumenten besessen haben soll, in den letzten Jahren seines Lebens (er starb am 14. November 1716) allerdings sich mit der mathematischen Theorie der Musik eingehend beschäftigt hat. Es zeugt in gewisser Weise hierfür auch noch ein in seinem Nachlasse vorhandenes interessantes Bruchstück eines anderen unvollendet gebliebenen grösseren Werkes: De instauratione et augmentis scientiarum. In Nr. IV des Cataloges, Rubrik:

auf physiologischem Wege sinnlich, halb durch „ästhetische“ Betrachtungen psychisch zu erklären. Bei den letztern spielt nemlich, wie gesagt, auch die Seele mit. So kann er nie in Verlegenheit kommen. Will ein harmonikales Phänomen sich den Stössen und Schwebungen nicht fügen, und die Zahl solcher unfügsamer Phänomene ist freilich eine sehr grosse, so gehört dasselbe einfach dem ästhetischen Gebiete an. Es wird dann als ein Ergebniss des vom Componisten gewählten „Stilprincipes“, als Sache des „Geschmacks“, der „Gewöhnung“ erklärt. So lassen sich alle Verlegenheiten leicht beseitigen. Merkwürdiger Weise beruht aber „das System der Tonleitern, der Tonarten und deren Harmoniegewebe nicht auf unveränderlichen Naturgesetzen“, sondern ist Consequenz jener aushelfenden „ästhetischen Principien, die mit fortschreitender Entwickelung der Menschheit einem Wechsel unterworfen gewesen sind und ferner noch sein werden“. Da bleibt denn freilich für die exacte Harmonik nicht viel mehr übrig, als die obenerwähnten, so und so viel gradus amoenitatis der Accordumlagerungen!

Philosophia, Vol. 6, t, wird dies Bruchstück bezeichnet als opusculum elegantissimum de methodo mathematica adhibenda in philosophia prima morali et theologia, eaque inventis egregiis theorematibus. In der von Erdmann besorgten Ausgabe der Opera philosophica von Leibnitz, Berlin 1840, findet sich (Pars I, p. 109—111) dasselbe abgedruckt unter der Ueberschrift: De vera methodo philosophiae et Theologiae. Der nahe Zusammenhang seines Inhaltes mit dem uns beschäftigenden Gegenstande möge es rechtfertigen, wenn nachstehend wir den Gedankengang der ersten Hälfte des merkwürdigen Fragmentes dem Leser vorführen:

„Nachdem durch Neigung getrieben," beginnt Leibnitz, „ich von den ernsteren Studien der heiligen Satzungen (sacrorum Canonum) und des kirchlichen und weltlichen Rechtes zu den mathematischen Disciplinen mich gewendet hatte, und dieser lichtvollen Lehre Süssigkeit einmal von mir gekostet worden war, haben gleichsam die Zauberfelsen der Sirenen mich festgehalten. Denn es boten wunderbare, bis dahin von Anderen nicht erkannte Theoreme sich dar, und ich sah den Zugang eröffnet zu weiteren und bedeutsameren, und es entstanden gleichsam unter den Händen des spielenden Geistes gewisse, zu ferneren Lösungen die Hilfsmittel bietenden Sätze, welche, wie es schien, als fruchtbare sich gestalten wollten. Mit welcher Seligkeit aber erfüllt ist die Betrachtung solcher Lehrsätze in ihrer Schönheit, das ist nur denjenigen bekannt, welche mit lauterem Sinne zu erfassen vermögen jene innere Harmonie." Leibnitz deutet nun darauf hin, wie öfter dann der Gedanke ihn sorglich erfüllt habe, dass solche lichtvolle Klarheit und Ordnung der Behandlung der Gottesgelehrsamkeit leider vielfach fehle. Von den hocherhabenen Männern, den hh. Thomas und Bonaventura, und von Guilielmus Durandus und Gregor Ariminensis, und so vielen anderen Schriftstellern jener Zeiten, seien nicht wenige den Grundlehren der Philosophie angehörige Sätze mit bewunderungswerther Geistesschärfe aufgestellt worden, welche der strengsten Beweisführung fähig seien; es habe solchergestalt eine von diesen Lehrern ruhmvoll ausgebildete Vernunft-Theologie sich dargeboten (agnoscebam Theologiam naturalem, ab illis praeclare excultam); aber durch die Dunkelheit einer unschön-ungehörigen Ausdrucksweise, und durch den Mangel bestimmter Feststellung der mit den Worten zu verbindenden Begriffe, sei Ungewissheit über den Sinn des Vorgetragenen entstanden; und so habe denn manchmal die Neuheit des Gedankens ihn angetrieben, selbst an die Theologie als Mathematiker heranzutreten, er habe Begriffsbestimmungen formulirt, und dann gesucht aus denselben elementare Folgesätze abzuleiten, welche an Evidenz nicht hinter den Euclidischen zurückstehen, wegen der Grösse des dadurch gestifteten Nutzens aber denselben unendlich überlegen sein sollten*). Er habe nemlich zu sich selbst so gesagt: die

*) Ob Leibnitz nicht hier die Tragweite überschätzt und die durch den Gegenstand selbst gegebenen Gränzen verkennt der Anwendbarkeit einer mathematischen Beweisführuug und der dialektischen Methode überhaupt, indem er den Unterschied nicht genugsam beachtet zwischen den beiden Ordnungen, des auf die Dinge der Natur sich Beziehenden nemlich, und des Uebernatürlichen? „Rede uns von etwas Angenehmem, und wir werden dir zuhören" — sagten die Juden zu Moses; und im Evangelium lesen wir die inhaltsschweren Worte des Heilandes: „Um ihrer Herzenshärtigkeit willen haben sie nicht geglaubt!" — Pascal entwickelt in dem von der Kunst zu überzeugen handelnden Abschnitte seiner Pensées (part. I, art. 3) den Gedanken, dass selbst in der Ordnung der profanen und natürlichen Dinge der Mensch in der Regel nur glaubt, was ihm gefällt; dass auch für diese Art von Wahrheiten Geist und Herz wie zwei verschiedene Thore der Ueberzeugung bilden, aber sehr wenige derselben durch das Thor des Geistes ihren Eingang nehmen, während in grosser Menge sie eingeführt werden durch die übermüthigen Launen des Willens, ohne den Beirath des dialektischen Denkens. Er sagt in dieser Beziehung: „Personne n'ignore qu'il y a deux entrées par où les opinions s'insinuent dans l'ame, qui sont ces deux principales puissances: l'entendement et la volonté. La plus naturelle est

Geometrie erkläre die Figuren und Bewegungen; so seien der Beschreibung der Erdkörper und Gestirne die Wege eröffnet, für die Bewältigung der Lasten aber die mechanischen Werkzeuge entstanden, mit deren Einführung die Verfeinerung des Lebens und der gesitteten Völker Unterschied von den barbarischen hervorgetreten sei. Jene Wissenschaft aber, welche den Unterschied des Rechten und Guten vom Unrechten und Bösen, und die Räthsel des geistigen Lebens erkläre, und den Weg bereite zur Seligkeit, werde vernachlässigt. Beweissätze würden vorgetragen über die Eigenschaften des Kreises, über das Leben des Geistes nur Vermuthungen. Es fänden sich Schriftsteller, welche mit mathematischer Strenge von den Gesetzen der Bewegung handeln. Solche, welche auf die Ergründung der Geheimnisse des geistigen Gedankens gleichen Fleiss verwendeten, gebe es nicht. Das sei die Quelle des menschlichen Elendes, dass über alles Andere eher als über des Lebens Höchstes wir nachdächten; dem fahrlässigen Kaufmanne vergleichbar, der hinträumend zuerst, dem Wachsen des Schuldbuches gegenüber Ordnung und Licht zu fürchten beginnt, und zu einer von Anfang bis zu Ende durchgeführten Vergleichung des Soll und Habens sich gar nicht mehr zu entschliessen vermag. Daher entspringe jener im Menschen aufkeimende versteckte Atheismus, und das Grauen vor dem Tode, und die Zweifel über die Natur der Seele, und die verwerflichsten Sätze oder doch hin und her schwankenden Meinungen über Gott, und daher komme es, dass viele mehr aus Gewohnheit und äusserer Nothwendigkeit als durch freie Selbstbestimmung ehrbar seien.

Es folgt nun eine ungünstige Beurtheilung der Leistungen der Philosophie seiner Tage, welche ihre grossen Verheissungen unerfüllt gelassen, von der anderwärts befolgten mathematischen Strenge des Wortausdruckes zur populären Redeweise hinabsteigend mehr nach dem Beifalle als nach der Ueberzeugung des Hörers gestrebt habe. Tadelnde Rügen werden hierbei insbesondere auch der Descartes'schen Behandlungsweise der höchsten, nur scheinbar in ein mathematisches Gewand gekleideten Probleme über das Dasein Gottes und über verwandte Fragen nicht erspart.

Freilich fehle es nicht an Solchen, heisst es weiter, welche meinten, dass ausserhalb der gewöhnlich so genannten mathematischen Wissenschaften die Kraft der mathematischen Methode keine Anwendung finde. Diese aber hätten nicht begriffen, dass die mathematische Darstellung

celle de l'entendement, car on ne devrait jamais consentir qu'aux vérités démontrées; mais la plus ordinaire, quoique contre la nature, est celle de la volonté, car tout ce qu'il y a d'hommes sont presque toujours emportés à croire, non pas par la preuve, mais par l'agrément. Cette voie est basse, indigne, et étrangère: aussi tout le monde la désavoue. Chacun fait profession de ne croire, et même de n'aimer, que ce qu'il sait le mériter.“ Von den Wahrheiten der Religion aber bemerkt er: „Je ne parle pas ici des vérités divines, que je n'aurois garde de faire tomber sous l'art de persuader, car elles sont infinement au-dessus de la nature; Dieu seul peut les mettre dans l'ame, et par la manière qui lui plait. Je sais qu'il a voulu qu'elles entrent du coeur dans l'esprit, et non pas de l'esprit dans le coeur, pour humilier cette superbe puissance du raisonnement, qui prétend devoir être juge des choses que la volonté choisit, et pour guérir cette volonté infirme qui s'est toute corrompue par ses indignes attachements. Et de là vient qu'au lieu qu'en parlant de choses humaines on dit qu'il faut les connoître avant que de les aimer, ce qui a passé en proverbe; les saints, au contraire, disent, en parlant des choses divines, qu'il faut les aimer pour les connoître, et qu'on n'entre dans la vérité que par la charité, dont ils ont fait une de leurs plus utiles sentences“. An einer anderen Stelle sagt er nicht minder bezeichnend und schön: „Je n'entreprendrai pas ici de prouver par des raisons naturelles, ou l'existence de Dieu, ou la Trinité, ou l'immortalité de l'ame, ni aucune des choses de cette nature; non seulement parce que je ne me sentirois pas assez fort pour trouver dans la nature de quoi convaincre des athées endurcis, mais encore parce que cette connoissance, sans Jésus-Christ, est inutile et stérile. Quand un homme seroit persuadé que les proportions des nombres sont des vérités immatérielles, éternelles et dépendantes d'une première vérité en qui elles subsistent et qu'on appelle Dieu, je ne le trouverois pas beaucoup avancé pour son salut.“

ganz dasselbe sei, was auf dem logischen Gebiete formal richtiges Denken genannt werde; und einmal für allemal die Begriffe nach der Weise der Mathematiker feststellen, nur so viel bedeute, als den captiösen Unterscheidungen vorbeugen, mit welchen sonst viel Zeit verdorben werde. Denn das sei der einzige Fehler der Scholastiker gewesen, dass sie, obgleich meist in ganz guter Ordnung und, so zu sagen, mathematisch in ihren Beweisführungen zu Werke gehend, den Gebrauch der Worte im Ungewissen gelassen hätten. Dies habe eine schädliche Spaltung und Vervielfältigung der Begriffe und Beweisführungen zur Folge gehabt; von welchem Mangel aber die sonst wahrhaft göttlichen Lehren und nicht selten bewunderungswerthen Betrachtungen dieser Männer von einem mathematisch geübten Bearbeiter ohne Mühe würden gereinigt werden können.

Ein derartiges Unternehmen würde aber für ein um so nützlicheres zu erachten sein, als gefährliche und gewagte Sätze, wie es scheine, in den Seelen der Menschen anfingen aufzukeimen, welche von der falschen Philosophie eine trügliche Larve mathematischer Sicherheit erborgt hätten, und man Miene mache, verächtlich die ganze Lehre jener älteren Schule als eitle Thorheit bei Seite zu schieben. Denn der Wievielste von denen, die nach der Weise des Jahrhunderts ihre Unterweisung empfangen haben, erachte jene Lapalien, wie sie es nennen, werth auch nur ferner noch gelesen zu werden? Er aber schätze sich im Hinblicke auf seine Kindheit glücklich, dass damals noch die Gelegenheit geboten gewesen sei, jene Weise der Studien kennen zu lernen, ehe der Geist, mit mathematischen Dingen erfüllt, anderes hochmüthig zu verachten sich angewöhnt hatte. Es gebe für die Methode der Studien gleichsam wechselnde Perioden. Einst habe die Herrschaft ausschliesslich der scholastischen Theologie angehört, deren Ueberbleibsel jetzt kaum noch in den klösterlichen Genossenschaften ein in Siechthum hinwelkendes Dasein fristeten. Als die Leuchte der Humanitäts-Wissenschaften aufgesteckt worden sei, habe die gegentheilige Anschauung den Sieg davon getragen, und sei nun über irgend eine Sylbe im Plautus oder Apulejus mit nicht geringerem Kampfgetöse gestritten worden, als ehedem über die Universalien und modalen Distinctionen. Von dieser Humanitäts-Krankheit sei die Zeit nur geheilt worden, um den Gefahren einer noch schlimmeren zu verfallen. Eine gewisse Mündigkeit sei eingetreten, und nicht solle bestritten werden, von welchem hohen Interesse für die Menschheit die Erforschung der Natur selbst, und die Feststellung jener geometrischen und auf die Bewegungslehre sich beziehenden Gesetze sei, durch welche eine Steigerung der uns zu Gebote stehenden Kräfte erzielt werden könne. Ihm aber wolle es scheinen, als trügen wir in allen diesen Errungenschaften nur das Material zusammen, aus welchem erst nach vielen Jahrhunderten das Gebäude der Wahrheit selbst würde errichtet werden können. Er habe gesehen, wie grosse Männer, nachdem sie um der mathematischen oder humanistischen Studien willen ihre Jugend eingesetzt, ihr Mannesalter den experimentellen Naturwissenschaften oder den Geschäften gewidmet hätten, auf dem Wendepunkte des bereits abwärts sich neigenden Lebens zurückgekehrt seien zum Anbaue jener Wissenschaft des Geistes, der ganz eigentlich die Fürsorge für die Erringung der Glückseligkeit zugewiesen sei. Gar weise habe jener grosse Mann, Franciscus Baco gesagt, eine obenhin gekostete Philosophie ziehe ab von Gott, aus tieferen Quellen geschöpft führe sie zum Schöpfer hin. Dem Jahrhunderte weissage er dasselbe*). Es werde eine Zeit kommen, wo der hohe Werth einer heiligeren Philosophie von

*) In einem Zeitungsblatte lasen wir dieser Tage die Mittheilung: „Es ist ein authentisches Document gefunden worden, aus dem hervorgeht, dass La Place (geb. 1749 in der Normandie, gest. 1827), der be-

den zu sich selbst zurückkehrenden Menschen wieder erkannt, den mathematischen Studien dann eine Richtung werde gegeben werden, theils auf Schärfung eines in ernsterer Weise geübten Urtheils, theils auf die anzustrebende Erkenntniss des Wesens der Harmonie und des Urbildes gleichsam der Schönheit; wo die Naturforschung von neuem der Verherrlichung des, in der sichtbaren Welt uns das Abbild der ideellen zeigenden Urhebers der Natur dienstbar sein werde, endlich aber alle Studien wieder auf die Erlangung der Seligkeit gerichtet sein würden.

rühmte Astronom, den die Freigeister unter den Gelehrten als einen entschiedenen Skeptiker in den Vordergrund stellen, als katholischer Christ in den Armen seines Pfarrers und mit den demüthigen Worten gestorben ist: „„Was wir wissen, ist nicht viel, was wir nicht wissen, ist unermesslich!"" Das Document wird in diesem Augenblicke gedruckt."

Erstes Hauptstück.

Das Quadrivium entstammt den ältesten Zeiten. Das Alterthum bezeichnet die Disciplinen desselben als den Weg zur Weisheit. Die Zahlenlehre bildet die Grundlage und das vorbereitende Hülfsmittel auch für die übrigen Zweige des Quadriviums. Feststellung des Begriffes der quantitativen Grösse. Unterscheidung der Begriffe: Grösse und Menge, theilige und nicht theilige Zahlengrösse. Die Ueberbleibsel der untergegangenen frühesten Literatur und Weisheitslehre der Chinesen beschäftigen sich mit den die Zahlenlehre und die Harmonik betreffenden Zweigen des Quadriviums.

„Er selbst hat die Weisheit erschaffen im heiligen Geiste, und hat geschaut, und gezählet, und gemessen." Ecclesiasticus 1, 9.

Die Versuche in der Erfassung des Begriffes und Wesens der Zahl, der Grösse überhaupt, des Einen und Vielen, des Begränzten und Unbegränzten, des Incommensurabeln und Commensurabeln in seinen verschiedenen möglichen Relationen, den Ausgangspunkt zu gewinnen für die Betrachtung der Natur und des eigenen Ich's wie für die speculative Darlegung der Beziehungen beider zu Gott; die Anschauung, dass die einander bedingenden Begriffe Maass und Zahl, und Kraft (Gewicht),*) in ihrer Verwirklichung als Raum, Zeit und Bewegung der Ausdruck seien eines geistigen und ewigen, formgebenden und bewegenden Gesetzes, durch welches das in der Zeit gewordene Stoffliche**) erst Dasein und Gestaltung empfängt, reichen weit in das Alterthum zurück und bilden den wesentlichen Inhalt einer ursprünglich den verschiedensten Völkern gemeinsamen Lehre. Der Grundgedanke, dass in der Ordnung der sichtbaren Dinge dies gestaltende Gesetz auf höchster Stufe in den vom Schöpfer selbst gesetzten periodischen Bewegungen der Himmelskörper gefunden werden müsse, dass innerhalb engster Umgränzung aber dasselbe Gesetz auch im harmonischen Spiele der Töne, wie in einem Abbilde gleichsam der kosmischen Bewegungen, uns entgegentrete, ging allerwärts und zu jeder Zeit Hand in Hand mit diesen speculativen Anschauungen***). Die Vermittelung der Auffas-

*) In mensurâ, et numero, et pondere omnia disposuisti. Buch d. Weish. 11, 21.

**) Die Irrlehre jüngerer Philosophen, welche einem weltbildenden Gotte als Substrat einen ewigen Urstoff entgegenstellen, darf als eine im Verlauf der Zeit erst entstandene Verunstaltung der Urlehre bezeichnet werden.

***) Auch in den älteren Büchern der h. Schrift finden sich Aussprüche, denen die Betrachtungsweise zum Grunde liegt, dass eine innere Uebereinstimmung obwalte zwischen der Rhythmik, wenn diese Ausdrucksweise gestattet ist, der himmlischen Bewegung, und dem in den Harmonien sich offenbarenden Zahlengesetze: „Wer

sung jener Begriffe und Gegensätze, die Aneignung der auf sie sich beziehenden Erkenntnisse, und die Pflege der aus der Betrachtung ihres Gegenstandes im einzelnen hervorgehenden Wissenszweige galt einer urzeitlichen Periode schon als der Inbegriff der Weisheit. Es sind die Versuche der Auffindung und des Ausbaues dieser Wissenszweige so alt, man darf es behaupten, wie die Menschheit selbst.

Plato, im siebenten Buche vom Staate, da wo er der Frage sich zuwendet, auf welche Weise wohl am besten „jene Umlenkung der Seele und Auffahrt aus einem gleichsam nächtlichen Tage zu dem wahren Tage des Seienden“ beginne, welche mit dem Namen der „wahren Philosophie“ zu benennen sei, bezeichnet den Gegenstand der Untersuchung alsbald näher dahin: welche Wissenschaften unter allen Kenntnissen wohl diejenigen seien, durch welche der Seele ein solcher Zug von dem Werdenden zum Seienden eingepflanzt werden könne. Nicht die Gymnastik und nicht deren Gegenstück, die ausübende Musik, werden als solche befunden. Die Bestimmung der letzteren, indem sie gleich der Gymnastik in einer der früheren Untersuchungen als ein wirksames Hülfsmittel für die Jugendbildung künftiger kriegerischer und philosophischer Männer bezeichnet worden sei, habe ja nur als eine solche sich ausgewiesen, durch Gewöhnungen die künftigen Wächter des Staates zu erziehen, mittelst des Wohlklanges eine gewisse Wohlgestimmtheit nicht Wissenschaft ihnen einflössend, und mittelst des Zeitmaasses die Wohlgemessenheit. Von den Gewerbskünsten könne nicht die Rede sein. So biete sich dann zunächst jenes gemeinsame, auf alle sich beziehende dar, dessen alle Künste und Verständnisse und Wissenschaften noch dazu bedürfen, jenes schlichte „die Eins und zwei und drei zu verstehen“, kurz zusammengefasst „Zahl und Rechnung“ genannt*). Freilich sei nicht jede Weise dieser Kenntniss sich zu bedienen auch eine so recht zum Sein hinziehende. Als ein solches Leitungsmittel bewähre sie sich nur dann, wenn nicht das schlechthin in die Sinne

nennt“, spricht Hiob (38, 37), „die Zahl der Himmelsveste mit Weisheit, und der Himmel Harfenklänge wer bringt sie zur Ruhe?“ Im Urtexte:

מִי־יְסַפֵּר שְׁחָקִים בְּחָכְמָה וְנִבְלֵי שָׁמַיִם מִי יַשְׁכִּיב׃

Die Septuaginta übersetzen freilich das שְׁחָקִים in der ersten Hälfte des Verses durch: „Τίσ δὲ ὁ ἀριθμῶν νέφη σοφίᾳ“ (שַׁחַק heisst Staub und Wolke; aber der Plural bedeutet auch Himmel, Himmelsgewölbe; man vgl. Hiob 37, 18, und die übrigen von Gesenius: Handwörterbuch u. s. w. angedeuteten Stellen) — und lassen in der zweiten das bezeichnende Wort נִבְלֵי ganz unbeachtet, indem sie den Sinn der Stelle durch: „οὐρανὸν δὲ εἰς γῆν (τίς) ἔκλινε;“ wiederzugeben suchen. Dr. Salomon Herxheimer, Landes-Rabbiner zu Bernburg, übersetzt: „Wer zählt die Wolken ab mit Weisheit, und des Himmels Schläuche, wer schichtet (?) sie?“ Nun ist aber נֵבֶל, beziehlich נִבְלָא, der Name einer Harfe oder Lyra, welche Josephus (antiquit. 7, 12) uns als ein zwölfsaitiges Instrument beschreibt. Von dorther ist unzweifelbar die richtige Deutung der Stelle zu entnehmen. Allerdings liesse sich zur Noth נִבְלֵי שָׁמַיִם auch durch Schläuche des Himmels, d. i. Wolken, übersetzen, weil das erstere Wort auch in der Bedeutung Schlauch vorkömmt. Indess wo bleibt, bei einer zweimaligen Erwähnung der Wolken, der nothwendige Parallelismus der Stelle? — und: „des Himmels Schläuche zur Ruhe bringen“ (!) wird wohl Niemand für ein sehr gelungenes Bild erachten (hat es etwa damals so arg geregnet?). Der h. Hieronymus hat daher vollkommen mit Recht: „Quis enarrabit *coelorum* rationem, et *concentum coeli* quis dormire faciet?“

Im 18. Psalme (V. 1—5) heisst es: „Die Himmel erzählen die Herrlichkeit Gottes, und seiner Hände Werk verkündet das Firmament. Der Tag verkündet dem Tage die Rede, und die Nacht offenbart der Nacht die Kunde. Nicht ist's eine Rede, und nicht sind's Worte, deren Stimme nicht gehört würde (מִבְּלִי נִשְׁמָע קוֹלָם). Durch die ganze Erde gehet ihr Klang (קַוָּם, wörtlich ihre Schnur, d. i. die gedrehte Saite, welche figürlich hier für Klang steht), und bis ans Ende der Welt ihr Wort“.

*) *Un, deux, trois* et *quatre*, dit *Tso-kieou-ming*, dans son *Tchouen*, renferment la doctrine la plus profonde. Cette doctrine n'avoit point échappé à nos Anciens, qui en faisoient l'objet de leurs études et de leurs méditations les plus profondes (Amiot: Mémoire sur la Musique des Chinois, im 6. Bande der Mémoires concernant les Chinois, Paris 1779, S. 136). Tso-kieou-ming war Zeitgenosse des Kong-fu-tseou, also wenn nicht älter, so doch eben so alt, als Pythagoras.

fallende und nie zugleich in eine entgegengesetzte Wahrnehmung ausschlagende, sondern diejenige Zahl und Einheit betrachtet werde, mit welcher zugleich immer irgend ein Widerspiel von ihr gesehen werde, so dass kein Ding in höherem Maasse Eins zu sein scheine, als auch das Gegentheil davon; wie die Grösse und Kleinheit, und Dicke und Dünnheit, Weichheit und Härte, was alles nur mangelhaft von den Sinnen angezeigt werde, und wobei es den Sinnen so ergehe, dass zuerst der über das Harte gesetzte Sinn auch über das Weiche müsse gesetzt sein, und wahrnehmend dann der Seele hartes und weiches als dasselbige melde. Hierbei müsse die Seele zweifelhaft werden, als was ihr doch die Wahrnehmung das harte andeute, wenn sie doch dasselbe weich nenne, und so auch die des leichten und schweren, als was doch leicht und schwer, wenn sie doch das schwere als leicht und das leichte als schwer kund gibt. Da müsse denn natürlich die Seele versuchen bei dergleichen zuerst Ueberlegung und Vernunft herbeirufend zu erwägen, ob jedes solches angemeldete eins ist oder zwei. Und erscheine es als zwei, so sei doch jedes von beiden ein anderes und eines. Und wenn jedes von beiden Eins sei und beide zwei, so erkenne sie doch zwei gesonderte, denn ungesondert würde sie nicht zwei erkennen, sondern Eins. So sehe auch das Gesicht freilich grosses und kleines, aber nicht gesondert, sondern als ein vermischtes; und um dieses deutlich zu machen werde die Vernunft genöthigt ebenfalls grosses und kleines zu sehen, aber nicht vermischt sondern getrennt, also auf entgegengesetzte Weise wie jenes. Von daher falle es uns zuerst ein danach zu fragen, was wohl recht das grosse und kleine ist? Und mit der Zahl und der Einheit verhalte es sich so, dass wenn diese deutlich genug an und für sich gesehen, oder von sonst einem Sinne ergriffen würde, sie dann keine Hinleitung sein könnte zum Wesen, so wenig wie der Anblick irgend eines körperlichen Dinges für sich. Denn darauf komme es an, dass die Seele zur Beurtheilung genöthigt werde und den Gedanken in sich aufregend untersuche und weiter frage, was doch die Einheit selbst sei. Und so gehöre dann die Beschäftigung mit der Einheit unter jene leitenden und zur Beschauung des Seienden hinlenkenden. Wie nun die Eins, so habe auch die gesammte Zahl eben dieses an sich. So zeige das Zählen und Rechnen sich als leitend zur Wahrheit, und gehöre unter die vorhin aufgesuchten Kenntnisse.

Dasselbe werde von der Messkunst gelten, wenn sie uns nöthigt nicht das Werden anzuschauen sondern das Sein, nach jener Gegend sich hinzuwenden, wo das seligste von allem Seienden sich befindet, welches eben sie auf jede Weise sehen soll. Wer von der so geübten Messkunst nur ein weniges verstehe werde zugeben, dass diese Wissenschaft ganz anders ist, als die welche sie bearbeiten darüber reden. Was gar lächerlich und nothdürftig diese sagen komme nemlich so heraus, als ob sie eines Geschäftes wegen ihren ganzen Vortrag machten, wenn sie quadriren, verlängern, zusammensetzen und was sie sonst für Ausdrücke hätten. Vielmehr sei die ganze Sache blos der Erkenntniss wegen zu betreiben des immer Seienden, nicht des bald entstehenden bald vergehenden. Dann wäre auch die Messkunst eine Leitung der Seele zum Wesen hin und ein Bildungsmittel philosophischer Gesinnung, auf dass man nemlich oben habe, was jetzt gar nicht geziemend die meisten von uns nach unten halten.

Es ist nun von einer dritten, auf die Messkunst folgenden Disciplin die Rede, nachdem erst die Sternkunde genannt, dann aber einlenkend bemerkt worden ist: eilfertig um alles recht durchzumachen habe die Rede vielmehr sich verspätet, und einen wesentlichen Wissenszweig auf den noch kein Staat den rechten Werth gelegt und in welchem daher bei der Schwierigkeit der Sache nur wenig erforscht werde, übersprungen. Von diesem Zweige heisst im Verfolge der Stelle es nun weiter, es bedürften die Forschenden eines Anführers, ohne den sie nicht leicht etwas finden würden; der aber werde zuerst schwerlich auszumitteln sein; und wenn er sich auch fände, würden ihm, wie die Sache jetzt stehe, diejenigen, welche in diesen

Dingen forschen, weil sie sich selbst zuviel dünkten, nicht gehorchen. Wenn aber ein ganzer Staat sich an die Spitze stellte, der die Sache gehörig zu schätzen wüsste, so würden sowohl diese gehorchen als auch die Sache würde, wenn anhaltend und angestrengt untersucht, wohl ans Licht kommen (wörtlich: sichtbar werden) müssen, wo sie zu suchen und wie sie sich verhält, da sie schon jetzt, wie wohl gar nicht geachtet von der Menge, sondern verstümmelt von den Forschenden selbst, welche die rechte Einsicht (Lehre, Mittheilung) nicht haben, und nur geschätzt insofern sie Nutzen bringt (etwas einbringt), dennoch dem allen zum Trotze vermöge ihres inneren Reizes gedeihe, und man sich gar nicht wundern müsse, dass sie soweit an's Licht gekommen sei*).

Nach dieser geheimnissvollen Beschreibung wird nun wiederholt gesagt, es sei dieser übersprungene Wissenszweig die nothwendige Ergänzung der nur mit Planimetrie sich beschäftigenden Geometrie, nemlich die Methode die Tiefe oder das Körperliche zu finden, welche es zu thun habe mit der Ausdehnung des Würfels und dergleichen, mit andern Worten also: die Stereometrie.

Es springt nun wohl in die Augen, dass diese Lösung des Räthsel's nicht die esoterische sein kann. Im Laufe unserer nachfolgenden Untersuchungen werden wir eingehend die Gründe und Beweise darlegen, welche uns bestimmen, in diesem fünften, den Exoterikern gewöhnlich ganz verschwiegenen, hier aber denselben von Plato als die Stereometrie bezeichneten Wissenszweige, die Optik zu vermuthen**).

*) Εἰ δὲ πόλις ὅλη ξυνεπιστατοῖ, ἐντίμως ἄγουσα αὐτά, οὗτοι τε ἂν πείθοιντο, καὶ ξυνεχῶς τε ἂν καὶ ἐντόνως ζητούμενα ἐκφανῆ γένοιτο ὅπη ἔχει. ἐπεὶ καὶ νῦν ὑπὸ μὲν τῶν πολλῶν ἀτιμαζόμενα καὶ κολουόμενα, ὑπὸ δὲ τῶν ζητούντων λόγον οὐκ ἐχόντων καθ' ὅ, τι χρήσιμα, ὅμως πρὸς ἅπαντα ταῦτα βίᾳ ὑπὸ χάριτος αὐξάνεται, καὶ οὐδὲν θαυμαστὸν αὐτὰ φανῆναι.

**) Die Richtigkeit unserer hier ausgesprochenen Vermuthung vorausgesetzt, bietet sich auch eine völlig zutreffende Erklärung dar für den von Plato den „Forschenden" unter seinen Zeitgenossen gemachten Vorwurf eigennützig-gewinnsüchtiger Ausbeutung des „verstümmelten", seinem rechten Inhalte nach von ihnen selbst nicht verstandenen, hier fraglichen Zweiges der alten Weisheitslehre. Man erinnere sich, dass Plato bereits in reiferem Lebensalter stehend gleich anderen hervorragenden griechischen Denkern Aegypten, das Land der priesterlichen Ueberlieferung, bereist hatte, um dort den Unterricht in denjenigen Wissenszweigen zu empfangen, als deren Sitz unerachtet des fortschreitenden Verfalles seiner alten Cultur um jene Zeit die Tempel dieses Landes galten. Plato hat, wie das berühmte Heiligthum zu Heliopolis, so ohne Zweifel auch Theben und das dortige Memnonium besucht, wohin noch zur Zeit der römischen Weltherrschaft, wie wir aus Strabo wissen, die wundersüchtigen Griechen und Römer einer späteren Periode durch jene berühmte Bildsäule des Phamenophis-Memnon hingezogen wurden, welche — angeblich historischen Berichten zufolge — die aufgehende Sonne, vom ersten Strahle derselben berührt, mit einem geheimnissvollen Tone begrüsst haben soll. Der sitzende Steinkoloss wird heute noch im Vorhofe des in Ruinen da liegenden Todtenpalastes zu Medinet-Abu in Oberägypten, nahe der Stätte des alten Thebens, geschaut. Der Fuss des als Inschrifttafel dienenden Bildes zeigt theilweise noch die Reste der zahlreichen Aufschriften, in welchen dankbare Pilger dem Lichtgotte ihren Lobdank meist in dichterischer Form dafür darbrachten, dass ihnen vergönnt gewesen, den wunderbaren Ton im ersten Morgenstrahle der Sonne oder in deren scheidendem Abendlichte zu vernehmen. „Und als Titan mit weissen Rossen durch den Aether treibend aufging, und als er zu der Horen abendlichem Ziele gelangte, öffnete Memnon zugleich, von den Strahlen getroffen, wiederum die helltönende Stimme" — heisst es in einer solchen allegorischen Dichtung. Eine andere lautete: „Uns die vorher nur die Stimme vernahmen, hat Memnon, der Sohn der Eos und des Tithonos, jetzt als Bekannte und Freunde begrüsst."

Der wahre Sinn dieser und ähnlicher Inschriften scheint uns keinen Augenblick zweifelhaft bleiben zu können. Es sind dieselben ganz einfach die Danksagungen solcher Neophyten, welche hier die Aufnahme in die Mysterien gefunden und nähere Kunde von den verborgenen Geheimlehren erlangt hatten. Die Lehre von der genetischen Verwandtschaft und höheren Einheit des Tones und des Lichtes bildete, wie wir bereits in der Einleitung flüchtig anzudeuten beflissen waren, einen ganz wesentlichen Theil der den Inbegriff der Weisheit umfassenden uralten esoterischen Geheimlehre. Die exact-wissenschaftliche, physikalische Begründung dieses Theorem's war zweifelsohne zu Plato's Zeit bei der wissenschaftlich gesunkenen Priesterschaft Aegypten's zum

Als nun folgenden Zweig der zur Philosophie hinführenden Wissenschaften, nennt Plato dann die Sternkunde. Weil aber keine andere Kenntniss als die des Seienden und Unsichtbaren die Seele nach oben schauen mache, von demjenigen dagegen, der noch so sehr nach oben gereckt nur Wahrnehmbares in sich aufzunehmen trachtet, geläugnet werden müsse, dass er etwas lerne, weil von nichts dergleichen es eine Wissenschaft gebe, so müsse die Sternkunde anders gelernt werden als jetzt geschehe. Diese Gebilde am Himmel, da sie doch im Sichtbaren gebildet sind, seien zwar für das beste und vollkommenste in dieser Art zu halten, aber doch weit hinter dem wahrhaften zurückbleibend, in was für Bewegungen die Geschwindigkeit, welche ist, und die Langsamkeit, welche ist, sich nach der wahrhaften Zahl und allen wahrhaften Figuren gegen einander bewegen und was darin ist forttreiben, welches alles nur mit der Vernunft zu fassen sei, mit dem Gesicht aber nicht. Jene bunte Arbeit am Himmel müsse man daher nur als Beispiele gebrauchen um jenes nemlich zu erlernen; denn es werde dem wahrhaft Sternkundigen so ergehen, wenn er die Bewegungen der Gestirne betrachtet, dass er zwar glauben werde, so vortrefflich als nur immer dergleichen Werke zusammengesetzt sein können, sei gewiss von dem Bildner des Himmels dieser und was in ihm ist auch zusammengesetzt; aber das Verhältniss der Nacht zum Tage und dieser zum Monate und des Monates zum Jahre und der andern Gestirne zu diesen und unter sich seien der Abweichung und dem Wechsel unterworfen da sie Körper haben und sichtbar sind. Und so sei wie die Messkunde so auch die Sternkunde, um der Aufgaben willen, welche sie darbietet, herbeizuholen, zu lassen aber was am Himmel ist, wenn es uns anders darum zu thun sei, wahrhaft der Sternkunde uns befleissigend das von Natur vernünftige in unserer Seele aus unbrauchbarem brauchbar zu machen.

Der Bewegungen aber, die unter den vielen Arten derselben uns auffallen, seien zweie; indem, wie für die Sternkunde die Augen, so für die harmonische Bewegung die Ohren gemacht schienen, und wie die Pythagoreer behaupteten und zugegeben werden müsse, eine Verschwisterung dieser beiden Wissenschaften stattfinde. Und weil das eine weitläuftige Sache sei, so sei von jenen zu vernehmen, was sie darüber sagen; ausserdem aber noch wie bei der Stern-

grösseren Theile schon in Vergessenheit gerathen. Die „verstümmelte“ Lehre wurde von den Telesten eben nur insoweit noch werthgeachtet, als dieselbe „wegen ihres inneren Reizes“ — um der platonischen Ausdrücke uns zu bedienen — der zu den Weihen sich hindrängenden Menge gegenüber immer noch als eine „etwas einbringende“ (καϑ’ ὅ, τι χρήσιμα) sich auswies. Gedenkend der in alten Zeiten auch in Aegypten von den weisen Priestern befolgten Uebung, den Inhalt der Mysterien den um Aufnahme Bittenden nur nach fortgesetzten Reinigungen und Belehrungen kund zu geben, hat fünf Jahrhunderte später der h. Clemens von Alexandrien (Strom. V, 4 p. 657 Pott.) den schnöden, mit einer käuflich gewordenen Einweihung in die Mysterien getriebenen Handel der Telesten jüngerer Zeiten treffend durch Anwendung der pindarischen Verse auf jene ältere Uebung characterisirt:

ἁ Μοῖσα γὰρ οὐ φιλωκερδής πω τότ’ ἦν οὐδ’ ἐργάτις·
οὐδ ἐπέρναντο γλυκεῖαι μελιφϑόγγου ποτὶ Τερψιχόρας
ἀργυρωϑεῖσα πρόσωπα μαλϑακόφωνοι ἀοιδαί.

(Isthmia II, 6—8.)

(Musa enim nondum lucri cupida tunc erat neque mercenaria, nec vendebantur dulces a Terpsichore dulcisona inargentati fronte suaviloqui cantus.)

In Plato’s absichtlich so unbestimmt gehaltenen Worten ist, unserer Auffassung zufolge, eine ähnliche Klage verborgen. Den Inhalt und die Veranlassung dieser Klage, sowie den Gegenstand jenes fünften, dereinst hoffentlich an’s Licht zu bringenden Wissenszweiges, bezeichnet aber Plato indirect auf eine den Wissenden hinreichend verständliche Weise. Er thut dies mit derjenigen Deutlichkeit und Ausführlichkeit, welche er, gegenüber dem Eide der Verschwiegenheit, den er dort zu Theben, oder zu Heliopolis, bei seiner Aufnahme unter die Wissenden geschworen, noch für erlaubt halten mochte.

kunde darauf zu achten, dass unseren Zöglingen nicht einfalle etwas unvollständig zu lernen, so dass es nicht jedesmal dahinausgeht, worauf alles führen soll. Gar lächerlich sei es, wenn bei der Abmessung der wirklich gehörten Accorde und Töne, eben wie die Sternkundigen, man mit etwas sich abmühe, womit man nicht zu Stande komme, und bei den Heranstimmungen der sogenannten verdichteten Stufeneintheilung (πυκνώματα) sie das Ohr hinhielten, als ob sie den Ton von seinem Nachbarn ablauschen wollten; da denn einige behaupteten, sie hätten noch einen Unterschied des Tones, und dies sei das kleinste Intervall, nach welchem man messen müsse, andere aber das läugneten, sagend sie klängen nun schon ganz gleich; beide aber das Ohr höher hielten als die Vernunft. Diese Guten also, welche die Saiten ängstigten und quälten und auf den Wirbeln spannten — wobei, damit die Erzählung nicht zu lang werde, der Schläge mit dem Hammer nicht gedacht und die ganze Geschichte geschenkt sein solle von dem Ansprechen und Versagen und der Sprödigkeit der Saiten — seien nicht über den Gegenstand zu hören, sondern vielmehr jene (die Pythagoreer), von denen eben gesagt worden, wir wollten sie der Harmonie wegen befragen. Die oben gedachten machten es eben so wie jene vorhin erwähnten Astronomen, indem sie in diesen wirklich gehörten Accorden die Zahlen suchten; aber sie stiegen nicht zu den Aufgaben, um zu suchen welches harmonische Zahlen sind und welches nicht, und weshalb beides. Das letztere nur sei sehr nützlich für die Auffindung des Guten und Schönen, jene andere Weise aber ganz unnütz*).

Die vorstehende Aufzählung der einzelnen Zweige der zum Quadrivium gehörigen Wissenschaften beschliesst Plato dann dem Sokrates folgende Worte in den Mund legend: „Ich meinestheils denke, wenn die Bearbeitung der Gegenstände, die wir bis jetzt durchgegangen sind, auf deren Gemeinschaft unter sich und Verwandtschaft gerichtet ist und sie zusammengebracht werden wie sie zusammen gehören, so kann diese Beschäftigung schon etwas beitragen zu dem was wir wollen, und ist dann keine unnütze Mühe; wenn aber nicht, so ist sie unnütz“. Als das zu erreichende Ziel, auf welches der bisher beschriebene Weg gerichtet sein müsse, wird aber hierauf die Dialektik bezeichnet, zu deren Erlernung jenes andere sich nur verhalte wie das Vorspiel zur Melodie. Wer aber auf dialektische Weise es unternehme Rede zu geben, der ziele ohne alle Wahrnehmung nur mittelst des Wortes und Gedanken auf das Selbst was jedes ist. Und wenn er nicht eher ablässt, bis er was das Gute selbst ist mit der Erkenntniss gefasst hat, dann sei ein Solcher an dem Ziele alles Erkennbaren**). Die Lösung aber von den Banden und die Umwendung von den Schatten zu den Bildern selbst und zum Licht, und das Hinaufsteigen aus dem unterirdischen Aufenthalt an den Tag, das sei die Kraft, welche die gesammte Beschäftigung mit den Künsten besitze, welche vorhin durchgenommen worden seien.

Die vorstehenden, dem 7. Buche vom Staate***) auszugsweise entnommenen, auch in

*) Auch Herakleitos der Dunkle nannte die „unsichtbare Harmonie“ besser als die „sichtbare“, in welcher „der mischende Gott“ die Gegensätze und Unterschiede „verhüllte und untertauchte“ (ἁρμονίη γὰρ ἀφανὴς φανερῆς κρείττων, καϑ' Ἡράκλειτον, ἐν ᾗ τὰς διαφορὰς καὶ ἑτερότητας ὁ μιγνύων ϑεὸς ἔκρυψε καὶ κατέδυσε. Plutarch: De anim. procreat. p. 1026).

**) καὶ ὅτάν τις τῷ διαλέγεσϑαι ἐπιχειρῇ, ἄνευ πασῶν τῶν αἰσϑήσεων, διὰ τοῦ λόγου ἐπ' αὐτὸ ὅ ἐστιν ἕκαστον ὁρμᾷ· καὶ ἐὰν μὴ ἀποστῇ πρὶν ἂν αὐτὸ ὅ ἐστιν ἀγαϑὸν αὐτῇ νοήσει λάβῃ, τότε δὴ ἐπ' αὐτῷ γίγνεται τῷ τοῦ νοητοῦ τέλει.

***) In überaus herrlicher Weise handelt von dem Quadrivium und jener fünften das Quadrivium ergänzenden Disciplin, als den zur Weisheit hinführenden Wissenschaften, noch das letzte (13.) Buch von den Gesetzen. Wir müssen uns aber vorbehalten, den für unsere Untersuchung höchst wichtigen Inhalt dieses unter

in vielen anderen platonischen Gesprächen wiederkehrenden Lehren von dem ewig Seienden und dem vergänglich Werdenden, von der sicheren Erkenntniss des Vernünftigen und der trügerischen Wahrnehmung des in die Sinne Fallenden, von dem Gegensatze des allezeit sich selbst gleichen Einen und der Vervielfältigung des Einen im Wechsel der vielgestalteten Dinge, die Erörterung endlich der Frage, welche Bedeutung und Stellung den Zweigdisciplinen des Quadrivium's in ihrer Beziehung zu jenen höchsten Untersuchungen und Lehren einzuräumen sei, bilden auch den Gegenstand der schönen Einleitung zu der Arithmetik des Nikomachus.

Der eifrige Pythagoreer bezeichnet selbstverständlich Pythagoras als den Urheber dieser Weisheitslehre. Vor demselben seien ohne Unterschied alle irgend einer Kunst oder eines Handwerkes Kundige mit gemeinsamer Benennung „Weise" genannt worden. Pythagoras aber habe den Namen in „Liebhaber der Weisheit" verändert; da Philosophie so viel besage, als „begehrendes Verlangen nach Weisheit". Diese letztere selbst aber habe er definirt als die Wissenschaft der in dem Seienden enthaltenen Wahrheit, unter „Wissenschaft" verstehend: die fehlerlose und auf nimmer bewegtem Grunde ruhende Erfassung des dargebotenen Gegenstandes; unter dem „Seienden" aber: das „nach Demselbigen und auf dieselbige Weise allezeit in der Weltordnung Waltende, und nimmer auch nur für eine Weile des Sein's sich Entäussernde"*). Es sei dieses Selbige aber das Stofflose und Ewige, nach der Theilhabung an welchem jegliches andere der nicht wirklich seienden Dinge als dies oder das bezeichnet wird und Dasein hat**). Das Körperhafte und Stoffliche nemlich sei in einem stetigen Flusse und Wechsel durchweg begriffen, nachahmend die Natur und Eigenthümlichkeit der Anfangs der Begränzung entbehrenden Hyle und Substanz (denn gänzlich und in allen Beziehungen***) sei diese wandelbar und veränderlich gewesen). Das an derselben oder mit derselben geschaute Unkörperliche aber als da sind: Beschaffenheiten, Quantitäten, Gestalt, Grösse, Kleinheit, Gleichheit, Verhältnisse, Kraftwirkung, bestimmte Anordnung, Ort, Zeit, überhaupt dasjenige insgesammt, durch welches das jeglichem Körper anhaftende seine generische Umgränzung erhält, entnehme sein Dasein dem unbewegten und unwandelbaren Selbigen, zufälligerweise Antheil habend und Mitleidenschaft an den Wechselfällen des körperlichen Substrates. Die ganz vorzüglich jenem Ersteren zugewendete Wissenschaft sei nun die Weisheit, welche aber zufälligerweise auch gerichtet sei auf das an jenem Theil habende, d. i. auf die Körperwelt.

Jenes Stofflose aber und Ewige und Unendliche und überall sich Gleiche und Unveränderliche sei geartet zu vollbringen auf dieselbe Weise in seinem Wesen Verharrendes, und ein Jegliches von diesem werde mit Recht seiend genannt; das im Werden und Vergehen und in der Mehrung und Minderung und der allgearteten Veränderung des abgeleiteten Seins Begriffene erscheine hingegen als ein stetig im Wechsel dahin fliehendes, und werde zwar, in Nachbildung des Namens des Vorgedachten, in soweit es an demselben Theil habe auch seiendes genannt; der eigenen Natur nach aber sei es nicht wirklich seiend. Denn nicht einmal während der kürzesten Frist bleibe es in demselben Zustande, sondern unausgesetzt fliesse es fort und gehe

Plato's Namen auf uns gekommenen, wahrscheinlich aber von Plato's geistvollem Schüler Philipp dem Opuntier verfassten Buches an einem anderen Orte erst in den Kreis der Darlegung zu ziehen.

*) Τὰ κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡσαύτως ἀεὶ διατελοῦντα ἐν τῷ κόσμῳ καὶ οὐδέποτε τοῦ εἶναι ἐξιστάμενα οὐδὲ ἐπὶ βραχύ.

**) . . . τόδε τι λέγεται καὶ ἔστι.

***) Ὅλη γὰρ δι' ὅλης . . .

vorüber auf alle Art sich verändernd*) nach dem Ausdrucke des platonischen Timaios, bei dem es da heisse: „jenes das immerdar Seiende, Entstehung nicht habend, und dieses, das Entstandene, niemals habend das Sein; aufzufassen jenes durch die Vernunft mittelst des Gedankens, allezeit gemäss Demselbigen seiend, dieses aber unterworfen der Meinung und dem Dafürhalten der vernunftlosen Wahrnehmung, entstanden und wieder vergehend, niemals aber in Wahrheit seiend“. Der menschlichen Bestimmung entsprechend und Bedingung des glückseligen Lebens sei nun die eifrige Durchforschung und genaueste Zergliederung des auf das Seiende Bezüglichen. Von dem Seienden aber, sowohl dem im eigentlichen Sinne wie dem nur in abgeleiteter Weise so genannten, sei nun hinwiederum einiges zu einer Einheit in dem gegenseitigen Verhältnisse seiner Theile zu einander verbunden**), wie das thierische Geschöpf, der Baum, das geordnete Weltall und sonstiges Derartiges, welches vorzugsweise und eigentlich Grösse (μεγέϑη) genannt werde; anderes sei dagegen getheilt und in Nebeneinanderstellung und wie haufenweise gesammelt***), welches Menge (πλήϑη) genannt wird, wie beispielsweise die Heerde, das Volk, der Chor, der Haufen und was dem ähnlich ist. Als dieser beiden Gattungen Wissenschaft nun, heisst es, ist zu halten die Weisheit; aber dieweil jedwelche Menge und jegliche Grösse vermöge ihrer Natur nothwendig unbegränzt (ἄπειρα) ist (denn die Menge, von begränzter Wurzel anfangend, hört nicht auf zunehmend fortzuschreiten; die Grösse dagegen, deren Theilung von der begränzten Ganzheit beginnen muss, kann nimmer ein Ende finden der Spaltung, sondern geht mittelst dieser fort zum Unendlichen)†), und weil die Wissenschaften durchweg Wissenschaften sind begränzter, niemals aber unbegränzter Dinge, so zeigt sich wirklich, dass weder in Betreff der Grösse schlechthin, noch schlechthin in Betreff der Menge jemals die Wissenschaft zur Einsicht kommen kann (denn jedwedes von Beiden für sich betrachtet ist unbegränzt, die Menge nach dem Mehr hin, die Grösse dagegen in der Richtung zum Weniger)††), sondern nur in Betreff von etwas aus Beiden ausgesondertem, aus der Menge in Ansehung des Wieviel (ποσόν), aus der Grösse aber in Betreff des Wiegross (πηλίκον).

*) Einer Anführung bei Plato (Cratyl. p. 402 A) zufolge drückte Heraklit diesen Gedanken durch die Worte aus, dass alles in Bewegung sei und nichts verbleibe, und die Dinge dem Fliessen eines Stromes vergleichbar seien, wir aber „nicht zweimal in denselben Strom hineinsteigen können“ (ποταμοῦ ῥοῇ ἀπεικάζων τὰ ὄντα λέγει ὡς δὶς εἰς τὸν αὐτὸν ποταμὸν οὐκ ἂν ἐμβαίης). Noch prägnanter ist das Gesagte in dem heraklitischen Ausspruche wiedergegeben, den Herakleides: Alleg. Hom. p. 442 Gale, uns aufbewahrt hat: „In dieselben Ströme steigen wir hinein und nicht hinein; wir sind und sind nicht“ (καὶ πάλιν ποταμοῖς τοῖς αὐτοῖς ἐμβαίνομέν τε καὶ οὐκ ἐμβαίνομεν· εἰμέν τε καὶ οὐκ εἰμέν). Plutarch (De Ει ap. Delph. p. 392 B) hat diese Sätze Heraklit's ausführlicher in nachstehender Fassung: „Nicht ist es möglich zweimal in denselben Strom hineinzusteigen, noch zweimal sterbliche Wesenheit zu berühren in demselben Zustand; sondern durch die Schnelligkeit und Raschheit der Umwandlung trennt sie sich und tritt wieder zusammen; oder vielmehr nicht wiederum noch nachher, sondern zugleich tritt sie zusammen und auseinander, eint sie sich mit sich und trennt sie sich von sich, weshalb niemals zum Sein gelangt das Werdende, da nie zu hemmen noch zum Stillstande zu bringen ist das Werden“ (Ποταμῷ γὰρ οὐκ ἔστιν δὶς ἐμβῆναι τῷ αὐτῷ καϑ' Ἡράκλειτον, οὐδὲ ϑνητῆς οὐσίας δὶς ἅψασϑαι κατὰ ἕξιν· ἀλλὰ ὀξύτητι καὶ τάχει τῆς μεταβολῆς σκίδνησι καὶ πάλιν συνάγει, μᾶλλον δὲ οὐδὲ πάλιν οὐδὲ ὕστερον ἀλλ' ἅμα συνίσταται καὶ πρόσεισι καὶ ἀπολείπει καὶ ἄπεισι· ὅϑεν οὐδ' εἰς τὸ εἶναι περαίνει τὸ γιγνόμενον αὐτῆς τῷ μηδέποτε λήγειν μηδ' ἵστασϑαι τὴν γένεσιν . . .).

**) Ἡνωμένα καὶ ἀλληλουχούμενα . . .

***) Διῃρημένα τε καὶ ἐν παραϑέσει καὶ οἷον κατὰ σωρείαν . . .

†) Τὸ μὲν γὰρ πλῆϑος, ἀπὸ ὡρισμένης ῥίζης ἀρξάμενον, οὐ παύεται προκόπτον, τὸ δὲ μέγεϑος, ἀπὸ ὡρισμένης ὁλότητος διαιρούμενον, οὐδαμῆ δύναται παύειν τὴν τομήν, ἀλλ' ἐπ' ἄπειρον διὰ ταῦτα προχωρεῖ.

††) 'Αόριστον γὰρ ἑκάτερον καϑ' ἑαυτό ἐστι, πλῆϑος μὲν ἐπὶ τὸ πλεῖον, μέγεϑος δὲ ἐπὶ τὸ ἔλαττον.

Von einem anderen Gesichtspunkte aus die Untersuchung von neuem anhebend schreitet Nikomachus dann zu der Betrachtung fort, dass von dem auf das Wieviel sich beziehenden einiges nur für sich (καϑ' ἑαυτό) betrachtet werde, keinerlei Verhältniss habend zu einem zweiten, wie beispielsweise theilige Zahlengrösse (ἄρτιον), nicht theilige (περιττόν), vollkommene Zahl (τέλειον), und sonstiges dergleichen, anderes aber als zu einem zweiten wie eben sich verhaltend mitsammt diesem Verhältnisse zu einem andersseienden in Gedanken aufgefasst werde, welcher Art z. B. sei: das Doppelte, das Mehr, das Weniger, das Halbe, das Anderthalbfache, das Ein- und -Ein-Drittelfache, und sonst dergleichen mehr. Hieraus folge, dass zwei Wege der wissenschaftlichen Betrachtung dargeboten seien, nach welchen sachgemäss sich scheiden müsse jede auf das Wieviel gerichtete Untersuchung, die Arithmetik nemlich, als die des für sich zu betrachtenden, die Musik, als diejenige des auf ein anderes bezogenen. Und ebenso: weil von dem Wiegrossen einiges im Verweilen und im Stillstande sich befinde, anderes aber in der Bewegung und im Umschwunge, so würden demgemäss zwei andere Wissenschaften das Wiegrosse erforschen, das bleibende nemlich und ruhende die Geometrie, das fortgetriebene aber und umherkreisende die Sphärik (Astronomie). Nicht würde ohne diese also es möglich sein, genau zu durchforschen die Gattungen des Seienden, noch zu finden die in den Dingen beschlossene Wahrheit, deren Wissenschaft die Weisheit ist, unmöglich somit, wie es scheine, in rechter Weise zu philosophiren: „denn gleichwie die Malerei Umgang pflegt mit handwerksmässigen niederen Künsten zum Zwecke der Richtigkeit ihrer Darstellungen, ebenso sind von wesentlicher Mithülfe für das Verständniss weiser Reden die Figuren und Zahlen, und die harmonischen Tonabstufungen und die Umdrehungen der Kreise" — spreche Androkydes, der Pythagoreer. Aber auch Archytas der Tarentiner, drücke im Anfange seiner Schrift über die Harmonie sich folgendermassen aus: „Herrlich (καλῶς) erscheint es mir zu untersuchen das die forschenden Wissenschaften anlangende (τὸ περὶ τὰ μαϑήματα), und nicht am unrechten Orte über das Wesen jeder einzelnen derselben, wie es ist, sich zu besinnen; denn die auf schöne Weise über die Natur des Ganzen der Dinge zur Untersuchung schreitenden mussten nothwendig auf schöne Weise auch Einsicht erlangt haben über das nach Theilen zu erforschende, wie dessen Wesen beschaffen sei. Ueber die Arithmetik und Geometrie und Sphärik hinterliessen sie demgemäss uns weise Untersuchungen; nicht minder treffliche aber auch über die Musik; denn es scheinen jene Wissenszweige verschwisterte zu sein, indem sie umfassen das sich wendend wiederkehrende in seiner Beziehung zu den verschwisterten uranfänglichen Typen des Seins*). Auch Platon, am Schlusse des 13. Buches von den Gesetzen, dem Einige die Ueberschrift „der Philosoph" gegeben hätten, weil in demselben untersucht werde, wie der wahrhafte Philosoph geartet sein müsse, wo im wesentlichen dann das vorhin gesagte und durchgenommene kurz ausgesprochen sich finde, füge hinzu: „Jede Figur, und

*) . . . περὶ γὰρ ἀδελφεὰ τὰ τοῦ ὄντος πρώτιστα δύο εἴδεα τὰν ἀναστροφὰν ἔχει. Eine genauere Erklärung des vollen Sinnes dieser sehr bedeutsamen Worte, ist im gegenwärtigen Stadium unserer Untersuchung noch nicht möglich. Zum vorläufigen Verständnisse möge die Andeutung genügen, dass unter den beiden ersten Urbildern des Seins hier von Archytas nicht das πηλίκον und ποσὸν schlechthin, sondern diese beiden Arten der Grösse in derjenigen Form ihres Begriffes verstanden sind, in welcher sie sich zur Kategorie der ἀόριστος δυάς, des unendlich grossen und unendlich kleinen, erheben. Wie aber insbesondere die Musik, indem auch sie „das sich wendend wiederkehrende" umfasst, unter die jene beiden Urbilder in sich schliessende Kategorie zu subsumiren sei? — dies in zutreffender Weise zu bezeichnen, würde hier noch unthunlich sein, wird aber im Laufe der fortschreitenden Untersuchung dem Leser von selbst verständlich werden.

Aneinanderreihung der Zahlen, und Zusammenfügung harmonischer Klänge, und die Uebereinstimmung in den Umläufen der Gestirne — und jenes Eine als das Analoge für dies alles sich darbietende — müssen hervorleuchtend klar werden*) Demjenigen, der in rechter Weise forscht. Es wird aber an's Licht kommen das, was wir sagen**), wenn jemand so recht auf das Eine schauend alles zu erlernen strebt. Dann wird nemlich Ein verbindendes Band der genannten alle an's Licht treten***). Wer aber auf andere Weise mit der Philosophie sich befasst, der mag den Zufall als Helfer sich herbeirufen. Denn nicht steht der Weg jemals ohne diese offen, sondern das ist die Weise, dies sind die zu erlernenden Wissenschaften, mögen sie schwer oder leicht sein, der Weg muss gegangen, die sorglose Trägheit gemieden werden. Demjenigen aber, der dies alles so ergreift, wie ich hier es sage, den nenne ich, in spielender Rede und im Ernste, fest es versichernd, den allerweisesten". Im Anschluss an diese Worte des platonischen Buches vergleicht dann Nikomachus die mehrgenannten Wissenschaften einer Stufenleiter oder einer Art von Brücke, weil sie ja hinaufführen oder hinüberleiten unser Nachdenken von dem sinnlich wahrnehmbaren und dem der blossen Meinung angehörigen zu den Vernunftbegriffen und dem Wissenschaftlichen, und von dem mit uns auferzogenen und von Geburt an uns zur Gewohnheit gewordenen stofflichen und der Körperwelt angehörigen zu dem in Beziehung auf die Sinnenwahrnehmung freilich ungewohnten und fremdartigen, welches aber vermöge seiner Unstofflichkeit und Ewigkeit unseren Seelen, und zwar bei weitem am meisten dem in ihnen lebenden Denkenden, als um so mehr verwandt sich zeige. Auch das von uns oben dem 7. Buche vom Staate des Plato entnommene, wird hierauf von Nikomachus kurz berührt; wobei der scherzhaften Worte gedacht wird, mit welchen der platonische Sokrates dort das von dem anderen Theilnehmer am Gespräche den Disciplinen des Quadriviums, wegen ihrer praktischen Brauchbarkeit für staatliche Zwecke, gespendete Lob zurückgewiesen hat: „Wie anmuthig du bist, dass du scheinst die Leute zu fürchten, sie möchten meinen du wollest unnütze Kenntnisse aufbringen. Das aber ist die Sache, nichts geringes, wenn auch schwer zu glauben, dass durch jede dieser Kenntnisse ein Sinn der Seele gereinigt wird und aufgeregt, der unter anderen Beschäftigungen verloren geht und erblindet, da doch an dessen Erhaltung mehr gelegen ist als an tausend Augen; denn durch ihn allein wird in Betreff des All's der Dinge die Wahrheit gesehen".

Nikomachus wirft nun die Frage auf, welche von diesen vier Disciplinen in der Reihenfolge ihrer Erlernung den übrigen vorangehen müsse? und meint, dass es wohl zweifellos die ihrer Natur nach uranfänglichste und vorzüglichste von allen sein müsse, welche als Anfang und Wurzel und gleichsam als Mutter zu den übrigen sich verhalte. Dies aber sei die Arithmetik, von welcher wir sagen, dass sie in dem Gedanken des kunstfertigen Gottes vorher das

*) Wir lesen den Text folgendermassen: Ἅπαν διάγραμμα, ἀριθμοῦ τε σύστημα, καὶ ἁρμονίας σύστασιν, ἅπασαν τῆς τε τῶν ἄστρων φορᾶς τὴν ὁμολογίαν (ἀναλογίαν τε οὖσαν μίαν ἁπάντων), ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι. Die Ast'sche Ausgabe der Arithmetik des Nikomachus hat: . . . τῆς τε τῶν ἄστρων φορᾶς τὴν ὁμολογίαν μίαν ἀναφανῆναι δεῖ u. s. w. Die Lesart: οὖσαν μίαν ἁπάντων findet sich aber nicht nur in den Ausgaben des platonischen Gespräches selbst, sondern auch in dem Citat der Stelle bei Jamblichus: De mathem. p. 193 Villoison. Nach: ἄστρων φορᾶς τὴν ὁμολογίαν die beiden Worte: ἀναλογίαν τε einzuschalten, halten wir uns aber deshalb für befugt, weil nicht nur der Sinn dies zu fordern schien, sondern auch die Handschriften theils ὁμολογίαν haben, theils ἀναλογίαν, und recht wohl denkbar ist, dass wegen der Aehnlichkeit dieser Ausdrücke ein Theil der Abschreiber das erste, ein anderer das letzte Wort, mit der zugehörigen Partikel τε, übersprang.

**) φανήσεται δ' ἄν, ὃ λέγομεν

***) δεσμὸς ἁπάντων τούτων εἷς ἀναφανήσεται.

Dasein gehabt vor den übrigen, wie ein weltgestaltendes und vorbildliches Schöpferwort, auf welches wie nach einem Modelle und urtypischen Vorbilde unverwandt schauend des All's Demiurg die in der Vollendung aus der Hyle hervorgehenden Dinge ordnend geschmückt hat und des passenden Zieles theilhaftig machte*), — von der aber auch behauptet werden müsse, dass sie ihrer Natur nach um so viel früher geboren vorhergehe, als mit ihrer Wegtilgung die übrigen Disciplinen vernichtet würden, nicht aber sie mit jenen der Vernichtung anheimfalle. Es wird nun gezeigt, wie die Geometrie der Zahlenlehre bedürfe, weil ohne Zahlen sie ja nicht einmal der Benennung und Begriffbestimmung ihrer Figuren und regulären Körper theilhaftig sein würde. In höherem Maasse noch sei dies aber bei der Musik der Fall. Diese sei jünger als die Arithmetik, so gewiss als das „Für sich Selbst“ (τὸ καϑ' αὑτὸ) vorhergeboren sei vor dem „Sich verhaltend zum Anderen“ (προγενέστερον τοῦ πρὸς ἄλλο). Die Musik entnehme ja aber auch die Benennungen der Consonanzen den Zahlen; indem sie die Quarte „durch Viere“, die Quinte „durch Fünfe“, die Octave aber „durch Alle“ nenne, und die Rationen dieser Intervalle als das $1\frac{1}{3}$fache, $1\frac{1}{2}$fache und 2fache bestimme. So auch die Sphärik; da einestheils dieser die Geometrie und die Musik vorhergingen, deren erstere um eben so viel früher sei, als das Verbleiben in Ruhe älter wie die Bewegung; während nach den Gesetzen der Harmonie die Bewegungen der Gestirne ihre Regelung empfingen. Aber es zeige sich das Gesagte auch darin, dass die Umläufe der letzteren und ihre Aufgänge und Untergänge, und die vorläufigen und rückläufigen Bewegungen, und die Conjunctionen und Phasen, in allen Beziehungen nach Zahlen bemessen würden. Von Rechtswegen müsse also der Lehrvortrag mit der Arithmetik beginnen, als der ihrer Entstehung nach erstgeborenen, ehrwürdigeren und älteren, der Mutter gleichsam und Nähramme der übrigen Disciplinen.

Alles in kunstgerechter Folge und Vollendung von der Natur im Kosmos zusammengereihte, in den Theilen sowohl wie im Ganzen, zeige sich als nach Zahlen von der Vorsehung und von dem das Ganze als Werkmeister verfertigenden Verstande gesondert und in wohlgefällige Ordnung gebracht, indem feststand das Vorbild, weil gleichsam eines Urgrundes und einer Vorahnung Stelle die Zahl vertrat, welche ihr Vordasein gehabt im denkenden Geiste des die Weltordnung machenden Gottes, und welche allein, dem vernünftigen angehörig und ganz und gar unstofflicher Art, das wahrhafte und ewige Sein also selber ist, so dass durch sie, wie durch ein künstlerisches Schöpferwort vollendet wurde alles dieses insgesammt, Zeit, Bewegung, die Veste des Himmels, die Gestirne, und die Evolutionen der Himmelskörper. Nothwendig ist es daher, dass eben auch sie selbst, die wissenschaftliche Zahl, von solchartigem beginnend, nach sich selbst ihre harmonische Mischung, und nicht von anderem, sondern von sich selber, empfange. Alles harmonisch-zusammengesetzte aber ist ganz und gar aus entgegengesetztem gemischt, und zwar aus seiendem; denn weder kann das nichtseiende als solches, noch das seiende aber einander gleiche, noch das zwar verschiedene aber der Beziehung zu einander entbehrende in harmonischer Mischung zusammengefügt werden. Es erübriget also nur, dass dasjenige, aus welchem eine harmonische Mischung gebildet wird, sowohl seiendes, als verschiedenes, und ein Verhältniss zu einander habendes sei. Aus solchartigem nun besteht auch die wissenschaftliche Zahl; denn es sind in ihr enthalten der uranfänglich zu unterschei-

*) ἔφαμεν αὐτὴν ἐν τῇ τοῦ τεχνίτου ϑεοῦ διανοίᾳ προϋποστῆναι τῶν ἄλλων ὡσανεὶ λόγον τινὰ κοσμικὸν ἢ παραδειγματικόν, πρὸς ὃν ἀπερειδόμενος ὁ τῶν ὅλων δημιουργός, ὡς πρὸς προκέντημά τε καὶ παράδειγμα ἀρχέτυπον, τὰ ἐκ τῆς ὕλης ἀποτελέσματα κοσμεῖ καὶ τοῦ οἰκείου τέλους τυγχάνειν ποιεῖ

denden Gattungen zweie, ihrem Wesen nach angehörig dem Wievielheitlichen, und verschieden von einander, und nicht von fremdartiger, der Vergleichung unfähiger Beschaffenheit: das nichttheilige [nach Stückzahl beziehlich Ganzzahlen gezählte (περιττὸν)*)] nemlich, und das theilige [nach Theilzahlen beziehlich Aliquotbrüchen gezählte (ἄρτιον)**)], beide in sich kreuzender Umkehrung (ἐναλλὰξ)***) durch eine bewunderungswerthe und göttliche Natur auf unzertrennliche und einheitliche Weise miteinander harmonisch verbunden.

Der letzte Ausspruch wird nun in folgenden Worten näher entwickelt: „Es ist die Zahl eine abgegränzte Menge (πλῆθος ὡρισμένον), oder Zusammenstellung von Einheiten (μονάδων σύστημα), oder ein Erguss des Wievielheitlichen aus Einheiten gebildet (ποσότητος χῦμα ἐκ μονάδων συγκείμενον); der Zahl erste Eintheilung (τομὴ) aber ist das theilige (ἄρτιον) und das nichttheilige (περιττόν). Als das theilige erscheint was in zwei gleiche getheilt werden mag, ohne dass dabei herauskömmt eine (übrig bleibende) mittlere Einheit; als das nichttheilige dagegen das nicht in zwei gleiche theilbare, wegen der vorerwähnten durch eine (übrigbleibende) Einheit gebildeten Mittleren. Dies nun ist die Definition nach der Auffassungsweise des Demodos; nach pythagorischer Lehre aber ist eine theilige Zahl diejenige, welche den, dem Selbigen nach, in das grösste und kleinste geführten Schnitt annimmt — ins grösste: dem Wiegrossen nach, ins kleinste aber: dem Wievielen nach, gemäss der natürlichen Wechselbeziehung (wörtlich: Wiedervergeltung) dieser beiden Gattungen; eine nichttheilige dagegen eine solche, welche das eben gesagte nicht erträgt, sondern nur in zwei ungleiche zerlegt wird†). Einer anderen Unterscheidungsweise zufolge ist im Sinne der Alten aber eine theilige diejenige Zahl, welche sowohl in zwei einander gleiche als in zwei ungleiche zerlegt werden kann — mit Ausnahme der in dieser Gattung gleichsam als Urbild zu erachtenden Zweizahl, welche nur die eine Weise der Zerlegung in zwei Theile annimmt, nemlich die in gleiche, zeigend dabei in dieser Zerlegung, wie man auch den Zweischnitt einrichten möge, jedesmal nur die Eine Gattung der Zahl, mit Ausschluss der anderen; — nichttheilige Zahl aber wird dann diejenige genannt, welche nach jeglicher, wie auch immer bewirkten Zerlegung in allemal ungleiches, die beiden Gattungen der Zahl zugleich aufweiset, und zwar nimmer unvermischt, sondern allezeit mit einander verbunden††). Nach der aus ihrem wechselseitigen Gegensatze geschöpften Begriffsbestimmung aber ist nichttheilig die nach beiden Seiten, das ist sowohl

*) Περισσόν (von περὶ und ἴσον), das überflüssige, übermässige, copiosum, in Menge vorhandene, reichliche, vortreffliche, vorzügliche, ausgesuchte.

**) Ἄρτιον (von ἄρω, anpassen, schicklich machen, zurecht machen, zubereiten, schicklick wählen), das ganze, integrum, so eben vollendete, adultum, unversehrte (und darum jeder Art der Theilung fähige), fertige, anpassende.

***) Ἐναλλάξ (von ἐναλλάσσω, tauschen, vertauschen, umtauschen, wandeln, wechseln, verwechseln, kreuzen, über oder durcheinanderlegen), wechselsweise, abwechselnd, kreuzweise, umgekehrt.

†) . . . κατὰ δὲ τὸ Πυθαγορικὸν ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ τὴν εἰς τὰ μέγιστα καὶ τὰ ἐλάχιστα κατὰ ταὐτὸ τομὴν ἐπιδεχόμενος, μέγιστα μὲν πηλικότητι, ἐλάχιστα δὲ ποσότητι, κατὰ τὴν φυσικὴν τῶν δύο τούτων γενῶν ἀντιπεπόνθησιν, περισσὸς δὲ ὁ μὴ δυνάμενος τοῦτο παθεῖν, ἀλλ' εἰς ἄνισα δύο τεμνόμενοε.

††) Die Zahl 8 z. B., nach des Nikomachus Auffassung deshalb eine ἄρτιος-Zahl, weil sie durch 2 theilbar ist, kann in gleiches (4 + 4) und in ungleiches (1 + 7, 2 + 6, 3 + 5) zerlegt werden. Die Zahl 2, nach Nikomachus auch eine ἄρτιος-Zahl, sogar die erste von allen, weil zerlegbar in gleiches (1 + 1), kann nicht auch in ungleiches zerlegt werden (man müsste denn setzen: 0 + 2). Die, nach Nikomachus nicht theiligen, weil ungraden Zahlen 3, 5, 7 u. s. w. können dagegen stets nur in ungleiches zerfällt werden, wobei dann 3 = 2 + 1, 5 = 1 + 4 und 2 + 3, 7 = 1 + 6 und 2 + 5 und 3 + 4 herauskömmt, von welchen zwei Summanden immer der eine eine grade Zahl (im Sinne des Nikomachus ein ἄρτιον) und der andere eine ungrade Zahl (im Sinne des Nikomachus ein περισσὸν) ist.

gegen das grössere als kleinere hin, von der theiligen um die Einheit differirende Zahl, theilig dagegen die um die Einheit nach beiden Seiten von der nichttheiligen differirende, das ist: um Eins grössere oder kleinere Zahl"*).

Wie der Leser bereits ersehen haben wird, passt diese von Nikomachus vorgetragene, einigermaassen schwerfällige Auseinandersetzung der Begriffe ἄρτιον und περισσὸν nicht zu unserer Uebersetzung der beiden Ausdrücke durch theilig und nichttheilig, und noch weniger zu der von uns vorhin gegebenen Umschreibung des Ausdruckes nichttheilig durch „nach Stückzahl beziehlich Ganzzahlen gezählt" — und des Ausdruckes theilig durch „nach Theilzahlen beziehlich Aliquotbruchzahlen gezählt". Nikomachus folgt vielmehr derjenigen Auffassung der Unterscheidung der Zahlen in ἄρτιοι und περισσοὶ, die wir, wie bei seinem Commentator Jamblichus und seinem Bearbeiter Boëthius, so auch in den arithmetischen Büchern der Euclid'schen Elemente finden, welche nicht minder aber auch die bei Aristoteles vorkommende ist, ja sogar die des Platon — wenn wir nemlich den Worten des letzteren, da wo er Zahlenlehre vorträgt, glauben wollen. Es versteht sich, dass wir eine hiervon verschiedene Definition beider Begriffe noch viel weniger bei Theo-Smyrnäus und bei Proclus zu erwarten haben, oder bei den griechischen Musikschriftstellern antreffen, oder bei den neuern Bearbeitern der griechischen Harmonik und bei denjenigen, welche über die Geschichte der Mathematik geschrieben haben. Und was vollends die Geschichte der pythagorisch-platonischen philosophischen Zahlenlehre betrifft, so haben wir ja aus den so sorgfältig bei Brandis gesammelten aristotelischen und sonstigen Zeugnissen gesehen, dass die Lehre von der Zusammenfügung der Welt aus geraden und ungeraden Zahlen (beide Worte ganz in dem alltäglichen Sinne genommen, wie es die Knaben thun, wenn sie um Pfennige würfeln, oder wie wenn in munterer Gesellschaft die Weinzeche „herausgerathen" wird!) angeblich so recht eigentlich der Angelpunkt der pythagorischen Lehre vom Unbegränzten und Begränzten sein soll und der tiefsinnige Kern der ganzen pythagorischen Zahlenphilosophie. Im Sinne der herrschenden Meinung wird freilich hierüber nur derjenige sich verwundern, der nicht mit Gruppe bedenkt, dass, was das philosophiren anlangt, die Pythagoreer beim Lichte besehen eben nur „schwache Anfänger" waren. Was dagegen den Plato betrifft, so sollte man doch meinen, dass in solchen Dingen den Aeusserungen seines oft wunderlichen und schalkhaften Sokrates nicht über den Weg zu trauen sei. Bezüglich des Aristoteles endlich und der Alexandriner, und der Neueren und Neuesten, wagen wir ganz unbedenklich die Behauptung, dass diese alle nur exoterische Definitionen und Theoreme vortragen, welche das frühere Alterthum ausführlich eigends zu dem Zwecke erdacht hatte, um Anfänger und Nicht zum Bunde gehörige — τοὺς φαύλους wie in einem bei Plutarch aufbewahrten Ausspruche die Bezeichnung solcher Sterblichen nicht grade in sehr schmeichelhafter Weise lautet — auch in rein technischen Dingen, deren wahrer Sinn wegen des Zusammenhanges mit dem esoterischen ihnen vorenthalten werden sollte, irre zu leiten. Wie durch tanzende Irrlichter sollte der Nichteingeweihte mittelst derartiger Sätze und entstellter Aussprüche in den Sumpf einer verstümmelten und pseudomystischen Darstellung blosser Afterzahlentheoreme hinabgelockt werden. Wir behaupten, dass das Verschweigen der

*) In der natürlichen Reihe der Zahlen hat jede grade Zahl, rückwärts und vorwärts gezählt, zu Nachbaren nur ungrade Zahlen, von deren jeder sie um 1 differirt; jede ungrade dagegen zu Nachbarn grade Zahlen von denen sie auch beidemal um 1 differirt. Dies, nach Nikomachus, die tiefsinnige Bedeutung des bewunderungswerthen, das innerste Wesen der Zahlengrösse in sich bergenden Unterschiedes der theiligen und nichttheiligen Zahlen und der Inhalt der geheimnissvollen altpythagorischen Aussprüche über die zwiefache Natur aller Zahlenwerthe.

Fünfzahl als musikalischer Zahl und die damit in unmittelbarem Zusammenhange stehende Verläugnung der beiden Terzen und Sexten (über deren Fehlen Newton mit Recht sich so sehr verwunderte), ferner die Nichterwähnung von Accordbildungen in der Harmonik — in der Zahlenlehre aber die falsche Definition des ἄρτιον und περισσὸν und eine davon nicht zu trennende unrichtige Darstellung der Begriffe des Einen und der unbegränzten Zweiheit (τὸ ἓν καὶ ἡ ἀόριστος δυὰς) die Fallthüren, Fussangeln und Sperrhölzer waren, mit welchen man, auf eine fast komische Weise, denen da draussen den Eingang auch in die technischen Vorhöfe, wenn so zu sagen erlaubt ist, des Heiligthumes consequent zu verlegen gewusst hatte. Wir werden nicht verfehlen, zur gewissenhaften Erhärtung dieser Behauptungen Beweise über Beweise im Laufe unserer Untersuchungen beizubringen. Hier erlauben wir uns bezüglich der vielgerühmten geraden und ungeraden Zahlen vorläufig nur, auf die durchschimmernden Zweifel gegen die Richtigkeit oder das Erschöpfende der üblichen Definition anfmerksam zu machen, welche aus der eigenen, so eben mitgetheilten Ausführung des Nikomachus, ihm selbst unbewusst, sich ergeben und durch die Berichte einiger anderen alten Schriftsteller über die altpythagorische Auffassung dieses Gegenstandes erheblich vermehrt werden.

Zunächst ist es doch etwas stark, von dem schlichten Unterschiede der graden und ungraden Zahlen in so prunkhaften Ausdrücken*) zu reden, wie: „das theilige (lies: gerade) und nicht theilige (lies: ungerade); beide in sich kreuzender Umkehrung durch eine bewunderungswerthe und göttliche Natur auf unzertrennliche und einheitliche Weise miteinander harmonisch verbunden". (Tant de bruit pour une omelette! möchte man ausrufen.) Was dagegen die Definition des Demodos betrifft, so geben wir allerdings diese schlechthin preis; ebenso einiges des zuletzt von Nikomachus als von den Alten herrührend beigebrachten. Bezüglich aber der von demselben ausdrücklich als pythagorisch bezeichneten Definition von ἄρτιον möchten wir fragen, ob eine so dunkle Weise den so überaus klaren und einfachen Begriff einer graden und ungraden Zahl zu entwickeln nicht in der That an den bekannten kunstvollen Pfropfenzieher von Hogarth erinnern würde: „die theilige (lies: gerade) Zahl ist diejenige, welche den, dem Selbigen nach, in das grösste und in das kleinste geführten Schnitt annimmt — ins grösste: dem Wiegrossen nach, ins kleinste aber: dem Wievielen nach, gemäss der natürlichen Wechselbeziehung dieser beiden Gattungen". Hat etwa Hegel den alten Pythagoreern an der Ausarbeitung dieser Begriffsbestimmung geholfen? Man erklärt besagten Ausspruch nun in folgender Weise: „Eine gerade Zahl ist eine solche, welche ohne Bruch sich durch 2 theilen lässt, gleiche ganzzahlige Hälften liefernd; betrachtet man die Grösse der durch diesen Schnitt entstandenen Theile, so lässt ein grösserer einfacher Aliquottheil als $\frac{1}{2}$ sich nicht denken, hingegen die Menge der entstandenen Theile ins Auge gefasst, ist, wenn überhaupt getheilt werden soll, es unmöglich weniger als 2 Theile zu machen; und es hat daher der „demselbigen nach" geführte Eine Schnitt grösstes und kleinstes geliefert, das grösste Maass nemlich der Theile, und die kleinste Menge derselben". Recht hübsch in der That! Wir empfehlen allen verehrten

*) Ob dann, wenn theilig und nichttheilig den Gegensatz der bis in's unendliche wachsenden Grösse der Ganzzahlen und der bis in's unendliche sich verkleinernden Grösse der Aliquottheilzahlen der Doppelreihe:

$$\frac{1}{\infty} \cdots \frac{1}{n} \cdots\cdots \frac{1}{5}\;\frac{1}{4}\;\frac{1}{3}\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{1}\;\frac{2}{1}\;\frac{3}{1}\;\frac{4}{1}\;\frac{5}{1} \cdots\cdots \frac{n}{1} \cdots\cdots \frac{\infty}{1}$$

bezeichnet, in zahlenspeculativer und insbesondere in harmonikaler Hinsicht nicht mehr Grund zu einer so schwunghaften Redeweise wie die obige dargeboten ist, kann erst im Verlaufe unserer nachfolgenden Untersuchungen sich zeigen.

Elementarlehrern, sehr dabei auf den Beifall der aufgeklärten Pädagogen aus der Diesterweg'schen Schule rechnend, das interessante Problem zur Benutzung bei den s. g. „Denkübungen" der erwachseneren Dorfjugend. Doch es scheint der alte Ausspruch auch noch einen anderen Sinn zu bieten. Wir verstehen, wie schon angedeutet wurde, unter ἄρτιον diejenige Kategorie der Zahlengrösse, wo als Einheit und Gemäss für die zu bildende Reihe der grösste der in die letztere eintretenden Werthe gesetzt und diese unverändert (nach dem Selbigen, κατὰ ταυτὸ) festgehaltene Zahlengrösse, als eine in dieser Beziehung gleichsam an der Natur des Continuirlichen theilnehmende, mittelst der durch die natürliche Zahlenreihe der Ganzzahlen gelieferten wachsenden Divisoren eine Folge von Theilungen erscheinen lässt, in welcher die zunehmende Menge der jedesmaligen Theile im natürlichen umgekehrten Verhältnisse steht zu deren abnehmenden Grösse. Im Gegensatze zu der aus der Häufung discreter Einheiten sich zusammensetzenden arithmetischen Reihe der Ganzzahlen, stellt in dieser Reihe der aliquoten Bruchzahlen, deren natürliche Ordnung dem Gesetze der s. g. harmonischen Progression den Ausdruck leiht, die nach aussen ihrem Werthe nach umgränzte Zahlengrösse des einheitlichen Dividenden sich für die Folge der Theilungen als ein unabgegränztes, wie die räumliche Grösse gleichsam in einem Flusse verlaufendes Continuum (in diesem Sinne also ein ἄπειρον) dar, in welches die vollzogenen Theilungen selbst erst imaginär die Gliederung und Begränzung (τὰ περαίνοντα) hineintragen, und so in ihnen das discret abgegränzte (τὸ πεπεράσμενον) gewonnen wird. So weiset denn für sich allein schon die ἄρτιος-Zahl in diesem Sinne die Wechselbeziehung nach zwischen Grösse und Menge*) — den beiden Urformen der Dinge. In der Wechselbeziehung aber zwischen der, dem unendlich kleinen zustrebenden Reihe der abnehmenden Grösse der ἄρτιος-Zahlen, und der wachsenden Grösse der in den Begriff des unendlich grossen auslaufenden Ganzzahl-Reihe der περισσὸς-Zahlen, so wie in der gegenseitigen Durchkreuzung dieser beiden Reihen, welche wir als das Gesetz wie jeder geordneten mechanischen Bewegung so auch der harmonischen Verbindung der in den Tönen sich offenbarenden Klangbewegung erkennen werden, tritt uns der Ausdruck eines in Einheit verbundenen Dualismus entgegen, von welchem, wenn wir auch nur die durch ihn bedingten Erscheinungen im Leben der sichtbaren Natur ins Auge fassen, wohl mit Recht gesagt werden konnte, dass in ihm die beiden Urformen aller Grösse in sich kreuzender Umkehrung auf unzertrennliche und einheitliche Weise durch eine bewunderungswerthe und göttliche Natur harmonisch mit einander verbunden seien. So weit der hier angedeutete Gedanke annähernd wenigstens in halb esoterisch, halb exoterisch, gefassten Definitionen eine minder verhüllte Formu-

*) Die περισσὸς-Zahl thut, in einer anderen Weise der Auffassung, dasselbe, insofern jede Anzahl von Einheiten zugleich eine Einheit von Vielen ist. Schwarz: Versuch einer Philosophie der Mathematik, Halle 1853, S. 15, nennt daher überaus treffend die Zahl „Einheit von Einheit und Anzahl, welche als Einheit continuirlich und als Vielheit discret ist". Im Gegensatze zur eigentlichen continuirlichen, räumlichen Grösse, ist aber in der περισσὸς-Zahlengrösse das Quantum nicht blos nach aussen hin, sondern, weil aus discreten Einheiten gebildet, auch in ihm selber unterschieden. Die ἄρτιος-Zahl ist eine begränzte, trägt in sich aber keine Begränzung. Die περισσὸς-Zahl hat (besitzt) in ihr selber Begränzung. Einem Zeugnisse des Varro (bei Servius: in eclog. 8 Virgil.) zufolge, sollen die Pythagoreer dies in eben so kurzen als bezeichnenden Worten gelehrt haben: Varro dicit, Pythagoreos putare imparem numerum habere finem, parem esse finitum. Daraus hat Aristoteles, und mit ihm die neuere Geschichtschreibung der Philosophie, den abgeschmackten Satz gemacht: nach der Lehre des Pythagoras wären die nicht durch 2 theilbaren Zahlen nicht gewordene, die durch 2 theilbaren hingegen muthmasslich (man wisse nemlich nicht ganz genau wie die Pythagoreer darüber gedacht hätten) zeitlich gewordene gewesen. (M. vgl. die in der Einleitung S. 8 bereits citirte Stelle bei Brandis: Handb. B. I, S. 453).

lirung erhalten mochte, finden wir denselben in zwei Bruchstücken altpythagorischer Zahlenlehre ausgesprochen, deren eines der anonyme Commentator des Ptolemäischen Werkes *Tetrabiblum* (zum 1. Buche) und das andere Psellus (ad lib. III Physic.) uns aufbewahrt haben. Die letztere Stelle lautet: „Aber auch darin lehren die Pythagoreer anderes als Plato, dass sie sagen, nicht jegliche Art der Zahlen sei unbegränzt, sondern nur die ἄρτιος-Zahl. Diese nemlich führe zur Theilung in gleiche, welche Theilung keine Gränze habe, und es sei seiner Natur nach das ἄρτιον Unbegränztheit erzeugend in demjenigen, worin es sich befindet. Die Begränzung gehe dagegen aus von dem περισσόν; indem dieses das Theilen in gleiche darbiete, wenn es hinzugesetzt werde dem ἄρτιον“*). Und beim Anonymus heisst es: „Die Pythagoreer scheinen so einen Satz gelehrt zu haben, der folgendermassen lautete, dass nemlich die ἄρτιος-Zahl das der Theilung unterliegende und duldende, dagegen das περισσὸν das nicht der Theilung unterliegende, und nicht duldende, sondern thatkräftige, befasse. Deshalb wird auch jene weiblich, dieses aber männlich genannt“**).

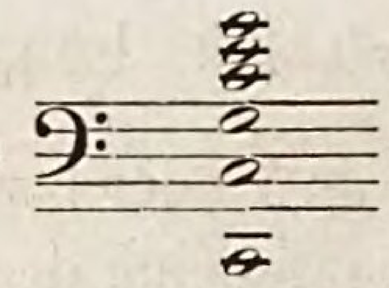
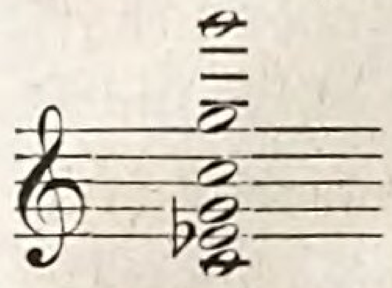
Nachdem Nikomachus die — wie wir also sagen — exoterische Lehre über περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen vorgetragen, dabei aber in den angeführten älteren Definitionen Bruchstücke esoterischer Lehrsätze seinem Vortrage einverleibt hat, wendet er sich den Unterarten beider Gattungen von Zahlen zu. Als besondere Unterarten des ἄρτιον bezeichnet er das ἀρτιάκις ἄρτιον, das περισσάρτιον, das ἀρτιοπέριττον; der von uns gewählten Weise der Benennung nach also das getheilt-theilige, das untheilig-theilige und das theilig-untheilige. Wir übergehen hier sowohl dasjenige, was Nikomachus über die mit diesen Unterscheidungen zu verbindenden Begriffe vorträgt, als auch die betreffenden Ausführungen der übrigen griechischen Arithmetiker und des Boëthius, und fügen nur noch hinzu, dass Euclid, im 7. Buche der Elemente, 11. Definition, ausser diesen drei abgeleiteten oder gemischten Arten noch eine vierte abgeleitete, nemlich den περισσάκις περισσὸς ἀριθμὸς aufzählt. Unsere Anschauungsweise von dem wahren Sinne der Eintheilung der Zahlengrössen in ἄρτιοι und περισσοὶ führt uns zu der Vermuthung, dass unter dem ἀρτιάκις ἄρτιον die alten Pythagoreer die durch Subdivision aliquoter Bruchwerthe entstehenden Aliquottheile von Aliquottheilen, somit Werthe von der Form $\frac{1/n}{1}$, $\frac{1/n}{2}$, $\frac{1/n}{3}$ u. s. w. verstanden haben; unter dem περισσάκις περισσὸν dagegen die Multipel- von Multipel-Ganzzahlen, also Werthe von der Form $\frac{1.n}{1}$, $\frac{2.n}{1}$, $\frac{3.n}{1}$ u. s. w., wenn n nemlich bereits das nfache der Einheit 1 oder jeder anderen kleineren oder grösseren Einheit bedeutet. Unter dem ἀρτιοπέριττον denken wir uns dagegen die Reihe der Multipeln eines bestimmten Aliquotbruches, also Werthe von der Form $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$ beziehlich $\frac{1.m}{n}$, $\frac{2.m}{n}$, $\frac{3.m}{n}$ u. s. w., wenn $\frac{1}{n}$ rsp. $\frac{m}{n}$ den n^{ten} Aliquottheil von 1 oder respective von m bedeutet. Und dem περισσάρτιον entspricht, consequenter Weise, dann die Reihenfolge der Aliquottheile einer solchen Zahlengrösse, welche für sich selber das Vielfache einer anderen Einheit, also eine περισσὸς-Zahl dar-

*) Διαφέρονται δὲ καὶ ταύτῃ πρὸς τὸν Πλάτωνα οἱ Πυθαγόρειοι, οἳ τὸν ἀριθμὸν οὐχ ἅπαντα ἄπειρον λέγουσιν, ἀλλὰ τὸν ἄρτιον μόνον. Τοῦτον γὰρ εἶναι τῆς εἰς τὰ ἴσα τομῆς αἴτιον, ἥτις ἄπειρος, καὶ τῇ αὐτοῦ φύσει γεννητικὸν ἀπειρίας· περαίνεσθαι δὲ ὑπὸ τοῦ περιττοῦ. Τοῦτον γὰρ κωλύειν τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν, προστιθέμενον τῷ ἀρτίῳ.

**) Καὶ γὰρ εἰώθασιν οἱ Πυθαγόρειοι λόγον τινὰ λέγειν τοιοῦτον. Ὅτι ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς τὸ τμητικὸν ἔχει καὶ παθητικὸν, ὁ δὲ περισσὸς τὸ ἄτμητον, καὶ ἀπαθὲς καὶ δραστήριον. Διὸ ὁ μὲν θῆλυς ὀνομάζεται, ὁ δὲ ἄῤῥην.

stellt; Werthe somit von der Form $\frac{1.n}{1}$, $\frac{1.n}{2}$, $\frac{1.n}{3}$ beziehlich $\frac{m.n}{1}$, $\frac{m.n}{2}$, $\frac{m.n}{3}$ u. s. w., wenn 1.n beziehlich m.n das n fache Multiplum von 1 oder beziehlich von m bedeutet. Eine solche Unterscheidung der Werthe, je nach der Zusammensetzung der Reihe derselben aus Ganzzahlen und beziehlich Aliquotbruchzahlen, oder aus echten oder unechten Brüchen, ist nemlich, wie wir noch sehen werden, von grosser Bedeutung für die musikalische Zahlenlehre. Nennen wir den Ton, dessen Oscillationsgeschwindigkeit wir als 1 setzen wollen, z. B. c, so werden die Oscillationsgeschwindigkeiten der Intervalle des Dur-Accordes c $\bar{c}$ $\bar{g}$ $\bar{\bar{c}}$ $\bar{\bar{e}}$ $\bar{\bar{g}}$ durch περισσὸς-Zahlen, nemlich durch die einfachen Multipeln von 1, d. i. durch die sechs Zahlen der arithmetischen Reihe 1, 2, 3, 4, 5, 6 gefunden. Die einfachen Aliquotbrüche $^1/_1$, $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$, $^1/_6$ stellen alsdann, wie die unten von uns beizubringenden Rechnungen noch nachweisen werden, die Oscillationsgeschwindigkeiten der Intervalle des Moll-Accordes c C $\underline{F}$ $\underline{C}$ $\underline{\underline{As}}$ $\underline{\underline{F}}$ dar*). Die Rationen für die Intervalle des in seine Oberoctave oder beziehlich Oberduodecime transponirten vorbezeichneten Stamm-Duraccordes zu finden, müssten wir in der Rechnung nach Oscillationsgeschwindigkeiten das Duplum oder beziehlich Triplum der Einheit c = 1, d. i. die Werthe der Rationen $\bar{c}$ = 2 oder $\bar{g}$ = 3, der Reihe nach mit den Multiplicatoren 1, 2, 3, 4, 5, 6, multipliciren. Wir würden dann die περισσάκις περισσὸς-Zahlen: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2, oder beziehlich: 1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3, erhalten. Um den aus den einfachen Aliquotbrüchen von 1 hervorgegangenen Fmoll-Accord aber in seine Unteroctaven- oder Unterduodecimen-Lage zu bringen, müssten wir im ersteren Falle den einfachen Aliquotbruch $^1/_2$, im zweiten Falle den einfachen Aliquotbruch $^1/_3$ mittelst Subdivision durch: 1, 2, 3, 4, 5, 6 in Unteraliquottheile, also in ἀρτιάκις ἄρτιοι-Zahlen zerlegen. Diese würden uns dann die betreffenden Rationen liefern. Wollten wir hingegen dem Cdur-Accorde den parallelen Amoll-Accord, oder dem Fmoll-Accorde seinen parallelen Asdur-Accord zugesellen (um uns musikalisch gleichsam etwas wohnlicher einzurichten), so würden wir hierfür die Rationen nach dem Gemässe c = 1 finden, wenn im ersteren Falle wir aus der περισσὸς-Zahl 5 die περισσάρτιος-Zahlen: $^5/_1$, $^5/_2$, $^5/_3$, $^5/_4$, $^5/_5$, $^5/_6$ hervorgehen liessen. Es würden diese Werthe nemlich die Oscillationsgeschwindigkeiten der Töne $\bar{\bar{e}}$ $\bar{e}$ a e c A darstellen. Und um das andere zu Wege zu bringen, müssten aus der ἄρτιος-Zahl $^1/_5$ wir ἀρτιοπέρισσος-Zahlen entwickeln, nemlich die Rationen: $^1/_5$, $^2/_5$, $^3/_5$, $^4/_5$, $^5/_5$, $^6/_5$, welche den Oscillationsgeschwindigkeiten der Töne $\underline{\underline{As}}$ $\underline{As}$ Es As c es entsprechen würden. Wollten wir aber die Rationen nach Tonwellen- und beziehlich Saitenlängen, statt nach Oscillationsmengen bestimmen, so brauchten wir nur die ganze Rechnung umzukehren und alle gefundenen Zahlenwerthe in ihre reciproken Werthe zu verwandeln. Die περισσὸς-Zahlen, ebenso wie die ἀρτιοπέρισσος-Abart derselben, liefern in den sechs ersten Stellen allemal den vollkommen consonirenden

*) Durch analytische, an der schwingenden Saite angestellte Rechnung sowohl als auf dem Wege der mannichfachsten empirischen Experimente ist nemlich festgestellt, dass die Anzahl der innerhalb eines bestimmten Zeittheiles vom Primtone ausgeführten Oscillationen sich zur Anzahl der in der gleichen Zeit vom Oberoctavtone ausgehenden Schallwellenschläge verhält wie 1 : 2, zur Anzahl derjenigen der Oberquinte dieses letzteren Tones, oder Oberduodecime des Primtones, wie 1 : 3, zu denjenigen der Doppeloberoctave wie 1 : 4, u. s. w. Die betreffenden Mengen der entsprechenden Unterintervalle des Primtones sind dann nothwendig den umgekehrten Werthen jener Rationen gleich. Der Unteroctavton liefert $^1/_2$ der Oscillationen des Primtones, weil die Oscillationsmenge des letzteren sich zu der der Unteroctave verhält wie 2 : 1. Die Unterduodecime liefert $^1/_3$ der Oscillationen des Primtones. Zu ihr verhält sich nemlich die Oscillationsmenge des Primtones wie 3 : 1 u. s. w.

Sechsklang eines Duraccordes von der Form  ; die ἄρτιος-Zahlen, und deren περισσάρτιος-Abart, erzeugen dagegen in den sechs ersten Stellen der jedesmaligen Reihe allezeit den vollkommen consonirenden Sechsklang eines Moll-Accordes in der umgekehrten Form . Es ergeben demnach, wenn c = 1 gesetzt wird und folgeweise die aus dieser Einheit zunächst hervorgehenden περισσὸς-Zahlen und ἄρτιος-Zahlen die beiden Stamm-Accorde 1 $\bar{c}$ 2 $\bar{\bar{c}}$ 3 $\bar{\bar{g}}$ 4 $\bar{\bar{\bar{c}}}$ 5 $\bar{\bar{\bar{e}}}$ 6 $\bar{\bar{\bar{g}}}$ und 1 $\bar{c}$ ½ c ⅓ F ¼ C ⅕ $\underline{As}$ ⅙ $\underline{F}$ darstellen, gleich die fünf ersten sechsstelligen Progressionen der aus dem Gemässe der gedachten Einheit erzeugten ἀρτιοπέρισσος-Zahlen die abgeleiteten Duraccorde Nr. I—V, die fünf ersten sechsstelligen Progressionen der περισσάρτιος-Zahlen aber die abgeleiteten Mollaccorde Nr. VI—X des nachstehenden Notenbeispiels.

Aus den Stufentönen des Stamm-Mollaccordes der ἄρτιος-Zahlen 1 $\bar{c}$ ½ c ⅓ F ¼ C ⅕ $\underline{As}$ ⅙ $\underline{F}$ abgeleitete Duraccorde der ἀρτιοπέρισσος-Zahlen 1/2 2/2 3/2 4/2 5/2 6/2, 1/3 2/3 3/3 4/3 5/3 6/3, *u. s. w.*



Aus den Stufentönen des Stammaccordes der περισσὸς-Zahlen 1 $\bar{c}$ 2 c 3 $\bar{\bar{g}}$ 4 $\bar{\bar{c}}$ 5 $\bar{\bar{e}}$ 6 $\bar{\bar{g}}$ abgeleitete Mollaccorde der περισσάρτιος-Zahlen 2/1 2/2 2/3 2/4 2/5 2/6, 3/1 3/2 3/3 3/4 3/5 3/6, *u. s. w.*



Den praktischen Werth und die eigentliche Bedeutung dieser Zahlenprogressionen für die musikalische Harmonik werden wir versuchen in einem der nächstfolgenden Hauptstücke mit Hülfe einer tabellarischen Zusammenstellung der betreffenden Ton- und Zahlenreihen darzulegen, welche übersichtlich „in der sich kreuzenden Umkehrung des Theiligen und Nichttheiligen" jene „unzertrennlich und einheitlich verbundene Gestaltung" dieser Tongebilde uns zeigen möge, von der die alten Pythagoreer dem Berichte des Nikomachus zufolge aussagten, dass auf bewundernswerthe Weise in dem Wechselspiele der wievielheitlichen Grösse „harmonisch eine göttliche Natur" sich offenbare.

Dem Gegensatze der untheiligen männlichen περισσὸς- und der weiblichen theiligen ἄρτιος-Zahlen der Oscillationsmengen entspricht somit, wie die vorstehende flüchtige Vergleichung bereits erkennen lässt, auf dem Gebiete der Harmonik der Gegensatz des Dur- und Mollge-

schlechtes der Tonverbindungen. Wohl mag ihrerseits die Tonkunst das Dur-Tongeschlecht dem männlichen, und das Moll-Tongeschlecht dem weiblicheu vergleichen. Die musikalische Anwendung, welche in der Rechnung nach Oscillationsgeschwindigkeiten die περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen finden, mag somit neben der vom ungenannten Commentator des Ptolemäus angeführten zahlenspeculativen Betrachtungsweise, einen weiteren der Harmonik entnommenen Grund geliefert haben, weshalb die alten Pythagoreer die ersteren Zahlen männlich, und die letzteren weiblich nannten. In Plato's Republik wird freilich einmal, neben dem Dorischen, die phrygische Tonart um ihres ernsten, für religiöse Gesänge passenden Ausdruckes willen gelobt, die lydische Tonart dagegen weich und weinerlich gescholten. Unsere Untersuchungen werden uns noch das, von der recipirten Meinung freilich abweichende, Resultat liefern, dass man (mit Glarean) bei der phrygischen Tonart an die toni III und IV, und bei der lydischen Tonart an die toni V und VI gregoriani zu denken hat. Die phrygische Scala ist hiernach eine mollverwandte, die lydische dagegen durverwandt. Plato schilt also die Dur-Tonalität, im Vergleiche mit dem ernsteren und kräftigeren Mollgeschlechte, weich, weinerlich, weibisch, und will sie aus dem Jugendunterrichte verbannen, wofür er von Aristoteles, unseres Bedünkens mit Recht, getadelt wird, der für das lydische — unserer Auffassung nach also für die Dur-Tonart — als die natürlichste und brauchbarste der Tonarten sich zum Vertheidiger aufwirft. Die Kirche singt ihre Trauergesänge, das *Miserere* beim Hingange des Leichenzuges zum Kirchhofe, viele der dem Ritus an der Todtenbahre angehörigen Gesänge und den Introitus zur Requiem-Messe, aber ganz insbesondere noch die Klagegesänge der Charwoche, die Improperien *Popule meus quid feci tibi, aut in quo contristavi te? Responde mihi* — und die Passionsgeschichte, in Melodien, welche der reinen und unvermischten Dur-Tonalität angehören, und dennoch unendlich rührend, weich und trauervoll klingen. Für den Introitus dagegen der Ostermesse: *Resurrexi et adhuc tecum sum alleluja; posuisti super me manum tuam, alleluja: mirabilis facta est scientia, tua, alleluja, alleluja* — und das: *Victimae Paschali laudes immolent Christiani. Agnus redemit oves...... Dux vitae, mortuus regnat vivus. Dic nobis Maria, quid vidisti in via? Sepulchrum Christi viventis et gloriam vidi resurgentis:...... Surrexit Christus spes mea...... tu nobis Victor Rex miserere. Amen. Alleluja* — so wie endlich für das: *Te Deum laudamus; te Dominum confitemur...... Tibi Cherubim et Seraphim incessabili voce proclamant: Sanctus, Sanctus, Sanctus* — bedient die Kirche sich mollverwandter Klänge. Walteten bei den Kirchenlehrern, welche den Ritus der heiligen Gesänge in musikalischer Beziehung geordnet haben, eben solche, oder doch ähnliche Anschauungen über die Beschaffenheit der beiden Tongeschlechter ob, wie jene dort von Plato ausgesprochenen? Oder hatte Plato vielleicht um der exoterischen Darstellungsweise sich anzubequemen die Rationenrechnung, nicht nach Oscillationsmengen, sondern nach Saitenlängen im Auge, in welcher die arithmetisch nun einmal für männlich erklärten περισσὸς-Zahlen die Moll-Tonalitäten und die weiblichen ἄρτιος-Zahlen das Durgeschlecht liefern? Sein in mancher Beziehung musikalisch auffallendes Urtheil wäre dann durch eine Nebenrücksicht beeinflusst worden; aber man darf seinem, in solchen Dingen nie ganz ehrlichen Sokrates schon derartige Nebenbetrachtungen zutrauen.

Wir haben im vorstehenden bisheran gleichsam angenommen, dass alles das, was wir hier aus griechischen Quellen an zahlenspeculativen und harmonikalen Sätzen beigebracht haben, wo nicht pythagorischen, so doch altgriechischen Ursprunges sei. In der Einleitung wurde jedoch bereits darauf hingedeutet, dass die Meinung der Kirchenväter, welche den Ursprung grade der hierhin gehörigen Symbole der alten orphisch-bakchischen sowohl als der pythagorisch-platonischen Lehre auf eine orientalische Quelle, speciell auf den Inhalt der mosaischen heiligen

Ueberlieferung zurückführten, auf einem tieferen und festeren Grunde ruht, als die entgegengesetzten Behauptungen einer vornehm und verächtlich auf jene Ueberzeugung der Kirchenväter herabblickenden pseudowissenschaftlichen modernen Hyperkritik. Die wenigen biblischen Stellen, welche bisheran in den Noten von uns angeführt worden sind, mögen dazu dienen, vorläufig beim Leser einige Zweifel gegen die Untrüglichkeit der herkömmlichen Anschauung vom ausschliesslich griechischen Ursprunge der speculativen, der pythagorisch-platonischen Zahlenlehre und platonischen Ideenlehre zum Grunde liegenden Theoreme anzuregen*).

Für die Erörterung der Frage nach dem eigentlichen Ursprunge und dem wahren Alter und Heimathlande der in diesen Theoremen sich abspiegelnden Symbole so wie der in denselben ihren Ausdruck findenden uralten Verbindung der speculativen Harmonik und Zahlenlehre erscheint von hoher Bedeutung dasjenige, was seit dem Ende des siebenzehnten Jahrhunderts über die älteste harmonikale Literatur und die mit der Musik verschwisterte Zahlenlehre der Chinesen, Dank den Forschungen insbesondere der französischen Missionare auf diesem Gebiete, zu unserer Kunde gekommen ist.

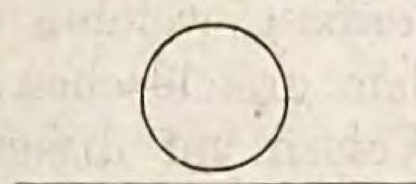
Wie man auch über das Alter der noch vorhandenen Ueberbleibsel der früheren chinesischen Literatur denken möge, so viel mindestens ist doch jedenfalls gewiss, dass der Inhalt der von Confucius (Kung-fu-tseou) gegen Ende des 6. Jahrhunderts v. Chr. gesammelten Aussprüche altchinesischer Weisen nicht füglich aus der platonisch-sokratischen Dialektik, aus der platonischen Ideen- und aristotelischen Kategorienlehre, oder aus den aristotelischen Versuchen einer „metaphysischen“ besseren Begründung der Ethik entnommen sein kann, und auch nicht recht zu ersehen ist, wie der Ursprung dieser Traditionen auf Pythagoras und seine Schule zu Kroton, oder auf die orphischen Theurgen und die bacchischen oder eleusinischen Mysterien zurückgeführt werden möchte. Was wir von chinesischen zahlenharmonikalen Lehrsätzen besitzen läuft nun aber in solchem Maasse auf den von uns als esoterisch zum Theil bereits angedeuteten, im Fortgange der Untersuchung aber noch im Einzelnen nachzuweisenden Inhalt s. g. pythagorischer oder platonischer Zahlentheoreme hinaus, und es zeigt sich dabei in dem allem so ganz und gar auf dieselbe Weise der Gegensatz einer urältesten halbverklungenen esoterischen und einer aus dieser hervorgegangenen, unverkennbar später erst herrschend gewordenen exote-

*) Allen aus den späteren Büchern der h. Schrift, insbesondere aus den beiden Büchern der Weisheit Schirach (Ecclesiasticus) sowohl als Salomon (Liber Sapientiae) entnommenen Stellen wird die verneinende Kritik freilich die ihr sehr geläufig gewordene Behauptung entgegensetzen, dass diese von der katholischen Kirche zur Ungebühr in den Canon aufgenommenen Schriften muthmasslich in Alexandrien, jedenfalls von „hellenisirenden“ Juden verfasst, und die mit pythagorisch-platonischen Sätzen übereinstimmenden Aussprüche derselben aus griechischen, oder Gott weiss aus welchen, der berüchtigten κοινή angehörigen Quellen geschöpft worden seien. Um sich ihre Beweisführungen zu erleichtern, pflegt diese Kritik dann mittelst eines sehr bequemen Cirkelschlusses alle diejenigen Bücher oder Theile erweislich älterer Bücher der h. Schrift für alterirt, neueren Ursprunges, oder doch durch spätere Einschiebsel entstellt zu erklären, in welchen Symbole zahlenspeculativen oder harmonikalen Inhaltes der vorbezeichneten Art sich finden. Die katholische Kirche hat durch solche untrügliche Demonstrationen der modernen Wissenschaft sich nicht abhalten lassen, nach wie vor die hehrsten Theile ihrer Liturgie mit Stellen aus dem Liber Sapientiae Salomonis zu durchweben.

Wir erlauben uns hier nur die Frage, wie es denn mit der oben S. 59 (u. 60) Note *** angeführten Stelle bei Hiob (38, 17) sich verhält: „Wer nennt die Zahl der Himmelsveste mit Weisheit, und der Himmel Harfenklänge wer bringt sie zur Ruhe?“ War Hiob auch ein Zögling der Pythagoreer und Platoniker, etwa ein „hellenisirender“ Araber? Oder sollen, alles Ernstes, die „Schläuche des Himmels“ hier Abhülfe bringen? Im letzteren Falle müssten wir solchem Versuche gegenüber freilich unsererseits in den Stossseufzer ausbrechen: „Du lieber Gott — wer bringt diese curiosen Wolken und diese wässerigen Schläuche des Himmels doch endlich zur Ruhe!“

rischen Lehre und Darstellungsweise, dass wahrlich, wenn die griechische Harmonik und Zahlenlehre griechischen, und die chinesische chinesischen Ursprunges ist, in Beziehung auf Zeit und Ort kaum eine schlagendere Bestätigung des alten Satzes gefunden werden könnte, dass es hier auf Erden unter der Sonne zu keiner Zeit „neues" gegeben hat!

Als Anfang und Ausgangspunkt aller wechselnden Gestaltung und Wandelung der gewordenen Dinge bezeichnen die von Confucius aus älteren Quellen zusammengetragenen Commentare zum Buche Y-king*), dem ältesten der canonischen Bücher der Chinesen, ein oberstes, den Dingen ihre Besonderheit und Begränzung verleihendes Princip: Tai-ki (泰 氣), summus terminus (das pythagorisch-platonische τὸ περαίνον, τὸ ἕν). Aus diesem Urgrunde gehen, als Gegensatz zu demselben, zwei unbegränzte und daher an sich gestaltlose Principe: Ou-ki, sine termino (die ἀόριστος δυάς der Pythagoreer und des Plato) hervor, die beiden Grundkräfte Yang und Yn, in ihrer Wechselwirkung und Vermischung ihre Begränzung empfangend von Tai-ki, der grossen Gränze. Als Symbol des Urgrundes Tai-ki findet sich in einem, im 14. Jahrhunderte unserer Zeitrechnung auf Befehl des Kaisers Yong-lo veranstalteten (zuerst im Jahre 1575 gedruckten) grossen Sammelwerke älterer philosophischer Schriften der Chinesen, Sing-li-ta-tsuen, eine grade Linie mit einem darüber schwebenden Kreise**) angegeben:



Der Tao-te-king aber von Lao-tseu und dessen Commentatoren bezeichnen diese Urquelle der beiden einander entgegengesetzten Principe Yang und Yn, wie die Pythagoreer, als Einheit. „Eins hat Zwei hervorgebracht, Zwei hat Drei hervorgebracht" — sagt Lao-tseu***),

*) Man sehe besonders den Anhang, Hi-tse, zu den beiden Commentaren Toen und Siang in der Pars. III der, unter dem Titel: Y-king, antiquissimus Sinarum liber u. s. w., nach der lateinischen Bearbeitung der Jesuitenpatres Regis, de Maillac und Du Tartre, von Julius Mohl in zwei Bänden (Stuttg. u. Tüb. bei Cotta, 1834 und 1838) veranstalteten Ausgabe des in Rede stehenden heiligen Buches der Chinesen und der Confucius'schen Commentare zu demselben (Y-king besagt so viel als „canonisches Buch der Wandelungen"; also gewissermassen wörtlich dasselbe wie die Titel-Ueberschrift des ältesten hebräischen kabalistischen Buches Sepher Jᵉzirah (ספר יצירה), welche ebenfalls am zutreffendsten durch „Buch der Bildungen", oder „Buch der wechselnden Gestaltungen" übersetzt wird).

**) Illa figura, ait imperator in commentariis novis (editionis sc. anni 1575) initium habet a doctore *Tcheou-tse* — bemerkt Regis (Bd. II, S. 61 Mohl). Tcheou-tse, auch Tcheou-lien-ki genannt, starb im Jahre 1073 unserer Zeitrechnung. Uns erscheint es nicht zweifelhaft, dass dieser chinesische Philosoph des 11. Jahrhunderts nicht der Erfinder des Symboles war sondern dasselbe älteren Quellen entnahm.

***) Tao-te-king Cap. 42 (Julien S. 65; Remusat S. 31). Lao-tseu lebte im 6. Jahrhunderte vor Beginn unserer Zeitrechnung. Im Jahre 604 v. Chr. geboren war er ein hochbejahrter Greis, als Confucius seine Laufbahn begann. Die Darstellungsweise desselben ist durchweg die änigmatische, und er selbst bezeugt es, dass er den Inhalt seiner Lehre aus esoterischen, uralten Quellen schöpfte. Auf die Fragen des jungen Confucius nach den Begründern derselben antwortete Lao-tseu mit prüfendem Spotte: „Diese Menschen, von denen du redest — seit lange sind sie nicht mehr. Selbst ihr Gebein ist in Staub zerfallen, und es ist von denselben nur eine Anzahl bestandlos-unbestimmter Lehrsätze übriggeblieben". Von Dem, der nach Art der alten Weisen im Sinne und auf dem Wege des Tao zu wandeln wisse, sagt Lao-tseu im 27. Cap. des Tao-te-king: „er hinterlässt keine [den Exoterikern erkennbaren] Spuren; er weiss zu reden ohne sich des Mundes zu bedienen; weiss ohne Hülfe der gewöhnlichen Apparate und Methoden zu rechnen; weiss zu verschliessen, ohne eines Riegels zu bedürfen, und es ist unmöglich den Verschluss zu eröffnen, zu binden ohne Stricke anzuwenden, und es ist unmöglich, die Bindung zu lösen". Im 15. Cap. aber wird von den alten Bekennern der Tao-

und einer der Commentatoren desselben bemerkt hierzu: „Diese Worte bedeuten so viel als: „„Eins hat sich getheilt in Yn, das weibliche, und Yang, das männliche Princip. Es haben diese beiden sich verbunden, und aus ihrer Verbindung ging (als Drittes) die Harmonie hervor. Der Hauch der Harmonie (Ki-ho) aber hat, sich verdichtend, alle Wesen hervorgebracht"" *). In allen älteren Schriften der Chinesen wird übereinstimmend gesagt, dass aus

Lehre gesagt: „In den Zeiten des Alterthumes waren die in der Uebung des Tao hervorragenden frei von Banden, vergeistigt, abgezogen und von durchdringender Denkkraft. Ihre Tiefe war so gross, dass man nicht vermochte, sie kennen zu lernen. Ich will versuchen annähernd ihre Weise zu schildern. Sie waren von ängstlicher Behutsamkeit, wie derjenige der zur Winterszeit einen reissenden Strom durchschreitet. Sie waren zaghaft, wie einer der da fürchtet von seinen Nachbarn bemerkt zu werden. Sie waren ernst, wie der geladene Fremdling vor dem Gastgeber. Sie entschwanden dem der sie halten wollte, wie Eis welches dahinschmilzt. Sie waren rauh wie unbearbeitete Holzstücke; ohne greifbaren Inhalt, wie die Leere eines Thales; undurchsichtig-trübe, wie ein lehmigtes Wasser". Es ist unmöglich, die esoterische Abgeschlossenheit der Bekenner der alten Weisheitslehre in markirteren Zügen zu schildern.

*) Pater Regis übersetzt Ki durch *halitus seu spiritus vitalis,* und bemerkt dazu, dass der Sinn des Wortes ganz dem des griechischen πνεῦμα und hebräischen רוּחַ, Ruach, entspreche. Stanislas Julien, der verdienstvolle neuere französische Bearbeiter des Tao-te-king, vergleicht den Ausdruck, den er französisch durch *souffle* wiedergibt, mit dem lateinischen *anima,* welches sowohl Hauch, als vitales Princip bedeute. Wie man sieht ist das chinesische Wort auch dem griechischen ψυχή auf das engste verwandt. Alle kosmischen Erscheinungen werden von den chinesischen Weisen auf diesen belebenden Anhauch, als ihren Urgrund, zurückgeführt. Die Principe Yang und Yn sind nur sein Ausfluss und insofern mit demselben identisch. Von ihm, und beziehlich von den gedachten beiden Principen sagen die Sing-li-Philosophen (Mohl: Bd. II, S. 62 bis 66): „Quando spiritus (*Ki*) seu materia subtilior incipit germinare, efficit ver; ubi crevit efficit aestatem; ubi se colligit efficit autumnum; ubi imminutione et contractione exhauritur, efficit hiemem ille *Ki,* spiritus seu materia subtilis (die ältere Lehre bezeichnet den lebenspendenden Anhauch, Ki, ausdrücklich als völlig stofflos: „Ein stoffloser Hauch erzeugt, die Dinge verbindend, die Harmonie" — heisst es bei Lao-tseu, im bereits citirten 42. Cap. des Tao-te-king), est idem cum duobus principiis rerum *Yn* et *Yang.* Nimirum in coelo terrâque nihil omnino est quod ab illis duobus Yn et Yang non generetur et non corrumpatur ver et aestas sunt materiae seu principii *Yang;* et autumnus et hiems principii *Yn* quod habent ex revolutione ac veluti circulatione nempe utriusque principii rationes eam inter se habent conjunctionem, ut ascensus et descensus nec non generationis ac corruptionis vices se ex ordine excipiant habent crementi ac decrementi terminos quandoquidem vel quilibet arboris ramus habet certos vigendi ac arescendi fines". Die Charactere in der chinesischen Schrift für Yang und Yn sind 陽 und 陰. Das Wort Ho (Harmonie) wird 和 geschrieben. De Guignes (Dictionnaire Chinois, Français et Latin, Paris 1813, S. 85) erläutert das Wort durch: Simul, unire, convenire, obsequi, *pax,* unio, aequalitas. Die eigentliche Bezeichnung für Harmonie war bei den Hebräern שָׁלוֹם (Schalom), Friede. Auch die Pythagoreer und Heraklit reden in Bezug auf dieselbe symbolisch von einem πόλεμος-εἰρήνη. Die letzte Hälfte des Schriftzuges für Ho (Harmonie) besteht aus dem Character für Kieou 口 (Mund); die Apices der ersten Hälfte scheinen dem unteren Theile des Schriftzuges für Ki (Hauch) 氣 verwandt zu sein, als dessen sprachliche Bedeutung im chinesischen Wörterbuche von De Guignes (S. 342): Aër, tempus, odor, *anhelitus,* vapor, exhalatio, *rerum omnium principium,* quod cum immateriali principio lỳ intrinsice res componit; anhelare u. s. w. angegeben wird. Es erinnert der Schriftzug auch an die Charactere 示 Ky, und 示示 Tso-tseu, deren ersterer nach De Guignes (a. a. O. préface p. XXIX): génie, démon, der letztere aber, sehr characteristisch: *l'art de faire des nombres,* bedeutet. Der obere Theil dieses Zeichens besteht aus dem Schriftzuge für Eins: 一 Y (clavis unitatis, prioritatis et perfectionis, unus, primus, De Guignes:

den beiden Principen Yang und Yn alles Werden, jegliche Entstehung und alles Wachsthum, wie jegliche Zerstörung hervorgegangen sei. Das erstere derselben, das Princip Yang, wird als ein Ausfluss der himmlischen Materie dargestellt. Sein Wirken ist: hervorbringende Zeugung, Kräftigung, Erhaltung. Die ihm eigene Gestalt ist, als vollkommenste, die runde. Denn weil leuchtender und herrlicher als diese himmlische Materie nichts gefunden werden kann (weshalb denn auch ihr Name vom Begriffe des Lichten hergenommen ist) gebührt derselben unter allen Formen die schönste und vollkommenste, beziehlich diejenige, welche durch ihre Gestalt sich als Trägerin aller Bewegung kund gibt. Jenes himmlische Princip, obgleich an sich selbst allezeit beharrend als das festeste und nimmer zu erschütternde, ist nemlich gleichwohl vor allem Anderen der schnellsten Bewegung fähig, und Quelle der Bewegung*). Als Gegensatz desselben erscheint in Allem das andere Princip, Yn genannt. Seiner Natur, als Erden-Materie, entspricht das Erdulden, die Zerstörung und Auflösung, das der eigenen Bewegung Entbehrende den Anstoss von einem anderen Empfangende, das Lichtlose im Dunkel Ruhende. Die typische Form desselben ist die quadratische und kantig-eckige**). So empfängt alles Körperliche denn Bestand, Figur und Farbe aus der Mischung dieser beiden Principe. Dem Körperlichen nicht angehörig, als ein Rationales, Intellectuales, steht über denselben aber Tao, die Vernunft***).

Noch vor dem Begränzenden, Tai-ki, und der Unbegränztheit, Ou-ki, und den aus diesen hervorgehenden zeugenden Principen Yang und Yn, wird Chang-ti (上帝) (summus imperator), der höchste Herrscher des Himmels: Gott — genannt. Er ging, sich offen-

S. 7); der untere erinnert in seinen Grundlinien an das Zeichen der Zehnzahl  Chy (clavis perfectionis: numerus *decem*, De Guignes: S. 68).

*) Der eigentliche Urgrund aller Bewegung ist jedoch in Gott selbst zu suchen. „Supremus Imperator *(Chang-ti)* prodiit seu manifestavit *movendo omnia*“ . . . lauten die Anfangsworte einer sogleich im Zusammenhange anzuführenden Stelle des Commentares Hi-tse.

**) An mehreren Stellen des Sing-li-ta-tsuen, besonders im 26. und 27. Buche desselben, wird — wie Regis anführt — von den beiden Principen Yang und Yn gesagt: praeter utramque materiam coelestem *Yang* et terrestrem *Yn* nihil est, ex quo corpora componi possint. Quidquid micat in coelo, quidquid terrae innititur, quidquid in coeli terraeque utroque sinu insitum est, quae in naturas congregantur, quae in species distinguuntur, rerum generatio, figurae, colores, nihil habent quod non existet ex *Yn* et *Yang* aut simul coalescentibus aut divisis aut diverse combinatis. In demselben Sammelwerke findet sich von Tcheou-tse folgender Ausspruch: Materiae coelestis *Yang* proprium est producere, roborare, sustentare. Illius naturae est firmitas, inflexibilitas, perseverantia. Quod assurgit, quod apparet, quod motum habet proditque, id totum ab eâ existit Etsi constet ex subtili tenuique oculorum aciem fugiente, est tamen substantia fixa firmaque, ita ut ipsius actio certam revolutionem habeat, quae nunquam exhauritur. Von der Eigenschaft der runden Gestalt der himmlischen Materie wird ebendaselbst gesagt: Causam afferunt aliqui ipsam coeli a quo existit similitudinem, alii quod ut spiritus qui illam componit est summe mobilis firmusque, ita figura rotunda est, quâ nulla firmior et ad motum continuandum aptior excogitari potest; alii quod materiâ coelesti *Yang* nihil praeclarius sit (quin et a luce nomen mutuetur) ideo ei convenire necesse sit formam omnium pulcherrimam, puta perfectam [Vollkommen platonisch!]. Vom Erden-Principe *Yn* heisst es dann: Illius (ait *Tchao-tse*) natura est cedere, delabi, esse debilem, opacam, segnem ac velut ex se inertem, motum ab *Yang* accipere, se huic quasi praebere et huic obsequi etc.

***) Tchao-tse bezeichnet als Tao, Vernunft (λόγος), die grosse Gränze Tai-ki. Im Sing-li-ta-tsuen findet sich von diesem Philosophen der Ausspruch: *Tao-ouei-tai-ki* (*ratio* est magnus terminus). An einer anderen Stelle sagt derselbe: *Sin-ouei-tai-ki* (*cor* est magnus terminus). Mohl Bd. II S. 65.

barend, bei der Erschaffung der Dinge hervor und hat denselben die Bewegung verliehen, in Ordnung sie geschieden und zusammengefügt, erleuchtend im Lichte sie sichtbar und jegliches Ding dem rechten Zwecke dienstbar gemacht*).

Ganz so wie in den ältesten Denkmälern der chinesischen Literatur diejenigen durch Kraft des intuitiven Gedankens und durch Innigkeit des Gefühles am meisten ausgezeichneten Sprachformen sich finden, welche schon im Wortausdrucke eine bewunderungswürdige Tiefe der Anschauung und des Geistesblickes zu erkennen gebend dennoch dieser Sprache den patriarchalischen Character höchster Einfalt in ihrem Grundbaue verleihen, so muss wer die speculative Gotteslehre der alten Weisen China's in ihrer Reinheit durchforschen will zu den frühesten Darlegungen und zu den ältesten Quellen der Literatur dieses Volkes sich hinwenden. „Eine hohe Erleuchtung", bemerkt mit Recht ein verdienstvoller deutscher Bearbeiter der Geschichte der philosophischen Systeme des Morgenlandes**), „muss den Urvätern dieses Volkes eigen gewesen sein, wie dies ihre canonischen Bücher und ihre Traditionen wirklich zeigen". Die spätere Zeit hat die Reinheit dieser Lehre nur getrübt. „Wer den einfachen und unbefangenen Geist des Alterthums nicht zum Meister hat, weiss nichts mit Sicherheit" — heisst es bei Confucius; und in der Glosse zu den Y-king-Commentaren desselben wird im Hinblicke auf

*) Im Anhange Hi-tse cap. 4 art. 1 (Mohl: Bd. II S. 570, abgedruckt auch in Confucius Sinarum philosophus, sive scientia Sinensis latine exposita stud. et op. Prosperi Intorcetta, Chrtni Herdtrich, Franc. Rougemont, Phil. Couplet, jussu Ludovici magni, e bibliothecâ regiâ in lucem prodit. Paris 1687. Fol. p. XIV prooem.) sagt Confucius: Supremus Imperator prodiit seu manifestavit movendo omnia in *Tschin* (im Aufgange, zugleich Symbol des Frühlings), coordinavit distinguendo quaecunque in *Suen* (Mitte zwischen Ost und Süd, Symbol des Ueberganges des Frühlings in den Sommer), spectabilia reddidit illuminando ea in Li (Mittag, Gluth des Sommers), usibus destinavit subjiciendo eadem in *Kouen* (Mitte zwischen Süd und West, Symbol des Herbstesanfangs und der Erde) etc. Die Glosse zu dieser Stelle aber sagt: *Ti*, imperator, est Coeli dominus et gubernator (*Tien-tchi-tchou-tsai*). Quid significat *Ti* (ait *Ouang-fou*)? *Ti* imperator nempe rerum omnium productarum dominus. Hunc ipsum in locum ita exclamat Doctor *Tcheou*, quaerens: „quisnam has res produxit? quis eas perfecit? Certe existit unus dominus et gubernator, qui hic dicitur *Ti*, imperator supremus". Tchang-ko-lao sagt zu ebenderselben Stelle nach Aufzählung der in den Symbolen versinnbildeten einzelnen Arten der Dinge: „Haec omnia sunt a supremo Imperatore *Chang-ti*". Regis berichtet, dass Chang-ti im Chinesischen die Bezeichnung Gottes sei sowohl bei den Heiden, als Juden, Mahometanern und Christen. So sei es denn auch gekommen, dass philosophische Secten einer atheistischen Richtung sich allerdings des Ausdruckes für ihr, von ihnen so oder so definirtes, materielles Urprincip bemeistert hätten. In dem Sinne heisse dann bei den Betreffenden der magnus terminus *Tai-ki* ebenfalls Chang-ti. Wir werden indessen im Folgenden noch die Ueberzeugung gewinnen, dass auch der unverfälschten theosophischen Lehre der Alten zufolge in einer gewissen Beziehung der magnus terminus *Tai-ki*, als ein Symbol der göttlichen Einheit aufgefasst, wohl mit der Benennung Chang-ti belegt, d. i. Gott genannt werden mochte. Was der vorhin citirte Tchao-tse über die Identität des Tao (Logos) und der grossen Gränze Tai-ki ausspricht, ist wohl geeignet auch der Anwendung des Ausdruckes Chang-ti auf den Begriff der Gränze als gestaltende Einheit und Quelle alles gewordenen Lebens das Wort zu reden.

**) Windischmann — in seinem Werke: Die Philosophie im Fortgang der Weltgeschichte, Th. I Abth. I S. 346. — Der nahe Zusammenhang der ältesten chinesischen Weisheitslehre mit der heiligen Ueberlieferung der noachischen Periode bildet den Gegenstand der ausführlichen Besprechung in einer dem 2. Bande der Mémoires concernant l'histoire, les sciences, les arts, les moeurs et les usages des Chinois (Paris 1777) einverleibten Abhandlung von Pater Amiot. Der gelehrte Missionar spricht sich dort (S. 6) in folgender Weise aus: J'ai rapproché, comparé, analysé, medité: et par une suite de raisonnemens que j'ai cru solides, par un enchainement de preuves qui m'ont paru bonnes, j'ai conclu en dernière instance que les Chinois sont un peuple particulier, qui a conservé les marques caractéristiques de sa première origine; un peuple dont la doctrine primitive s'accorde dans ce qu'elle renferme de plus essentiel, quand on veut se donner la peine de l'éclaircir, avec la doctrine du peuple choisi, avant que Moyse, par ordre de Dieu même, n'en eût consigné l'explication dans nos Livres saints; un Peuple en un mot, dont les connoissances traditionelles, dépouillées de ce que l'ignorance et la superstition y ont ajouté dans les siècles postérieurs, remontent, d'âge en âge et d'époque en époque, sans interruption, pendant un espace de plus de 4000 ans, jusqu'au temps du renouvellement de la race humaine par les petits-fils de Noé.

die Tiefe und Vielseitigkeit der alten Lehrsätze von den Grundprincipien gesagt: reflectendo ad haec et ad mores hominum antiquorum praesens saeculum videtur factum deterius*).

Es berichtet nun aber die in den heiligen Büchern enthaltene Sage von den Begründern der uraltesten Weisheitslehre der Chinesen, dass dieselben sich zur plastisch-symbolischen Bezeichnung der aus der grossen Gränze, Tai-ki, hervorgegangenen, den Bildungen, Fügungen und Wandelungen der Dinge zum Grunde liegenden Principe Yang und Yn für das erstere einer ungebrochenen graden Linie (————), für das zweite einer gebrochenen, in zwei getheilten Linie (—— ——) bedient hätten. Aus den mannigfach verschiedenen Combinationen und wechselnden Gruppirungen dieser beiden Signaturen sei dann ein System von Zeichen gebildet worden mittelst dessen die Möglichkeit gegeben gewesen sei, die Grundregeln der Welt und aller das menschliche Leben erfüllenden Dinge in der Wechselseitigkeit (Siang)**) ihrer Beziehungen für die Contemplation des forschenden Weisen bedeutsamer und eindringlicher selbst für die Vorstellungsweise des in den ethischen Vorschriften der alten Weisheitslehre unterrichteten Volkes darzustellen, als dies in weitläuftigen mündlichen oder schriftlichen Expositionen hätte geschehen können***).

Im 10. Cap. Art. 5 des Anhanges zum Yking-Commentare Hi-tse des Confucius wird in dieser Beziehung gesagt: *Tai-ki* in *Y-king* est summus terminus. A quo in mappa *Fohiana* quae vocatur *Leang-y* duo elementa producuntur, nempe *Yn* et *Yang*. Haec producunt quatuor imagines utriusque lineae combinatione; ex his quatuor producuntur octo *Koua*, figurae, seu (ut vocavimus) emblemata tribus lineis constantes. Die hier erwähnten vier Bilder, Se-Siang†) werden von den Commentatoren in folgender Weise dargestellt:



Die erste dieser vier Signaturen, das s. g. grosse Yang, versinnbildet in der chinesischen Zahlenlehre die Himmelszahl, mit Bezug auf den Gegensatz von Höhe und Tiefe die vorwaltende Macht des Lichtes und der Bewegung. Wir möchten als Zahlenbegriff dieselbe mit dem περισσάκις περισσὸν d. i. mit der aus einer mehrfachen Mehrheit nichttheiliger discreter Einheiten zusammengesetzten Zahlengrösse der pythagorisch-platonischen Zahlenlehre identificiren. Das zweite Symbol wird das kleine Yang genannt. Uns scheint dasselbe dem περισσάρτιον der Griechen zu entsprechen. Im dritten Symbole, dem s. g. kleinen Yn glauben wir das Sinnbild eines Analogons des griechischen Begriffes der ἀρτιοπέρισσος-Zahl zu erkennen. Das vierte Symbol endlich vertritt in der kosmischen Zahlenlehre der Chinesen die Erdenzahl, das der eigenen

*) *Hi-tse* cap. 16 art. 2 und Glosse dazu (Mohl Bd. II S. 547).

**) Siang besagt soviel als: Reciprocität. Die beiden Principe sowohl als die, aus den zur Bezeichnung derselben dienenden Linien zusammengesetzten, sogleich zu erwähnenden vier Bilder werden bei Confucius Si-ang, d. i. Reciproca, genannt.

***) Antiqui cordis nodatis figurisque gubernabant; aetatis sequentis homines substituerunt illis libros ad dirigendos Mandarinos et omnem populum gubernandum — heisst es bei Confucius in den Commentaren zum Y-king.

†) Von der Vierung der vier Bilder Se-Siang dürfte der Ausspruch des Tso-kieou-ming, eines Zeitgenossen des Confucius, zu verstehen sein: „Eins, Zwei, Drei und Vier — darin ist die tiefste Weisheitslehre verborgen; ihr Inhalt war dem Geiste unserer Altvordern nicht fremd, welche denselben zum Gegenstande ihrer unablässigen Betrachtungen gemacht hatten“. „Der Himmel“ — heisst es bei anderen chinesischen Weisen — „nicht der Mensch hat jene Sonderung und Verbindung der vollkommnen und unvollkommnen, graden und ungraden Zahlen gemacht (bei den Chinesen ist der Begriff der theiligen und nichttheiligen Zahlengrösse, ganz wie bei den ausserhalb der esoterischen Geheimlehre stehenden Griechen, in den auf uns gekommenen Schriften durch die exoterische Vorstellung der graden und ungraden Zahlen verdrängt worden), aus welchen auch die Bildung der Lu (der musikalischen Zahlenrationen) hervorgeht“.

Bewegung Entbehrende, das Dunkele des lichtlosen Irdischen*). Uns erinnert die zwiefache getheilte Doppellinie an den Begriff der griechischen ἀρτιάκις ἄρτιος-Zahl, wie wir denselben, abweichend freilich von der herkömmlichen Auffassung, als den der mehrfach getheilten theiligen Grösse definirt haben. Durch Hinzunahme eines dritten Gliedes werden aus den vier Bildern Se-Siang die acht Figuren Koua (Fügungen) abgeleitet. Sie werden als kosmische Symbole der folgenden acht Kräfte und Grundbestimmungen der Welt aufgefasst: Kien (Coelum) ☰, Toui (Aquae, montium fontes, aquae halitus supra ascendens) ☱, Li (Ignis) ☲, Tchin (Tonitru) ☳, Suen (Venti) ☴, Kan (aqua, elementum liquidum) ☵, Ken (Montes) ☶, Kouen (terra, materia terrestris) ☷. Das erste dieser Trigramme Kien entspricht, als Himmelszahl, dem vollkommenen männlichen Principe Yang. Das letzte derselben Kouen empfängt als Erdenzahl seinen Ursprung aus dem unvollkommnern weiblichen Principe Yn**). Auf der rechten Mischung und dem gleichgewichtlichen Einklange

*) Die Glossa communis zum 10. Cap. bemerkt zum vorhin angeführten Art. 5 dieses Capitels: — — materia coelestis *Yang* dicta a lucido materia terrestris *Yn* dicta ab obscuro.

**) Denkt man sich unter a, b, c drei beliebige Ganzzahlwerthe von verschiedener oder auch von gleicher Grösse, so würde man — in verticaler Richtung von unten aufwärts lesend und allemal mit der Zahl a beginnend — unter Festhaltung der typischen Bedeutung der ungebrochenen Linie als Ganzzahl und der gebrochenen als Aliquotbruchzahl das Trigramm ☰ als algebraisches Zeichen auffassen können für Zahlengrössen von der Form $\frac{a^3}{1}, \frac{b^3}{1}, \frac{c^3}{1}, \frac{a^2.b}{1}, \frac{a.b^2}{1}, \frac{a^2.c}{1}, \frac{a.c^2}{1}, \frac{b^2.c}{1}, \frac{b.c^2}{1}, \frac{a.b.c.}{1}$. Als solche Werthe erscheinen die Producte $\frac{1.1.1}{1}$ (= 1), $\frac{1.2.1}{1}$ (= 2), $\frac{1.1.3}{1}$ (= 3), $\frac{1.2.2}{1}$ (= 4), $\frac{1.1.5}{1}$ (= 5), $\frac{1.2.3}{1}$ (= 6).... $\frac{2.2.2}{1}$ (= 8), $\frac{1.3.3}{1}$ (= 9), $\frac{1.2.5}{1}$ (= 10).... $\frac{2.2.3}{1}$ (= 12).... $\frac{1.3.5}{1}$ (= 15) u. s. w. Aus Producten dieser Form entstehen wenn die Oscillationsgeschwindigkeit des Tones 1 $\overline{c}$ zum Gemäss genommen wird z. B. die Rationen der Stufentöne für die Accorde $\frac{1.2.2}{1}\overset{=}{c}$ $\frac{2.2.2}{1}\overset{\equiv}{c}$ $\frac{3.2.2}{1}\overset{\equiv}{g}$ $\frac{4.2.2}{1}\overset{\overline{\equiv}}{c}$ $\frac{5.2.2}{1}\overset{\overline{\equiv}}{e}$ $\frac{6.2.2}{1}\overset{\overline{\equiv}}{g}$ und $\frac{1.2.3}{1}\overset{=}{g}$ $\frac{2.2.3}{1}\overset{\equiv}{g}$ $\frac{3.2.3}{1}\overset{\overline{\equiv}}{d}$ $\frac{4.2.3}{1}\overset{\overline{\equiv}}{g}$ $\frac{5.2.3}{1}\overset{\overline{\equiv}}{h}$ $\frac{6.2.3}{1}\overset{\overline{\overline{\equiv}}}{d}$ u. s. w. Es stellt die aufwärts sich weiter entwickelnde Reihe solcher Accorde eine Folge von Transpositionen des Stammaccordes nach immer höheren Tonlagen dar, welche mehr und mehr der Gränze sich nähern würden, wo das Maass der Schnelligkeit der Schwingungen der Besonderheit der Klangphänomene sich entzieht, die undulirende Molecularbewegung der tönenden Körper nemlich zur beschleunigten periodischen Molecularbewegung der Wärme ausstrahlenden und leuchtenden Körper sich zu potenziren beginnt. Das Trigramm ☷ könnte hingegen dann als Zeichen gelten für Bruchwerthe von der Form $\frac{1}{a^3}, \frac{1}{b^3}, \frac{1}{c^3}, \frac{1}{a^2.b}, \frac{1}{a.b^2}, \frac{1}{a^2.c}, \frac{1}{a.c^2}$ u. s. w. und beziehlich von der Form $\frac{1}{a.b.c.}$. Aus Bruchwerthen solcher Art sind z. B. die Rationen der Stufentöne gebildet der aus 1 $\overline{c}$ hervorgehenden Mollaccorde $\frac{1}{1.2.2}C$ $\frac{1}{2.2.2}\underline{C}$ $\frac{1}{3.2.2}\underline{\ }$ $\frac{1}{4.2.2}\underset{=}{C}$ $\frac{1}{5.2.2}\underset{\equiv}{As}$ $\frac{1}{6.2.2}\underset{\equiv}{F}$ und $\frac{1}{1.2.3}\underline{F}$ $\frac{1}{2.2.3}\underset{=}{F}$ $\frac{1}{3.2.3}\underset{=}{B}^{v}$ $\frac{1}{4.2.3}\underset{=}{F}$ $\frac{1}{5.2.3}\underset{\equiv}{Des}^{v}$ $\frac{1}{6.2.3}\underset{\equiv}{B}^{v}$ u. s. w. Hier verliert die Folge der Tonabstufungen sich in Regionen der stets langsamer werdenden periodischen Bewegung, wo wiederum der Klang als solcher erstirbt, und die Rhythmik der Schwingungen für die menschliche Wahrnehmung nicht mehr als tonerregende Molecularbewegung elastischer Körper in die Erscheinung tritt, sondern unserm Auge als pendelartige Wellenbewegung der auf- und niederschwankenden Oberflächen tropfbar-flüssiger Körper sich darstellt. Die Trigamme ☱, ☲, ☴ könnten als Ausdrücke allgemeiner Geltung gedeutet werden für Zahlen von der Form $\frac{a.b}{c}, \frac{a.c}{b}, \frac{b.c}{a}$. Ebenso würden die Trigramme ☳, ☵, ☶ die

dieser beiden Principe und der erwähnten aus denselben hervorgehenden Fügungen beruht alle geordnete Gestaltung in der Natur*). Sie ist das Bild auch der richtigen Abwägung und Ordnung in den öffentlichen Angelegenheiten des Reiches, wie im geistigen und ethischen Leben des der Weisheit nachstrebenden einzelnen Menschen**). Durch combinatorische Zusammenstellung je zweier Trigramme, indem zu jeder der acht Koua-Figuren einmal sie selbst, und sodann eine jede der sieben anderen hinzugenommen wird, hat die Zahl der acht Trigramme sich demnächst auf vier und sechszig Hexagramme erweitert. Auch diese waren bestimmt in mannigfach gruppirten Diagrammen sinnbildlich alle Zwischenstufen des Wirkens der Natur darzustellen. In der überlieferten Gestalt sind ihre Signaturen noch heute, dem Fussboden des Reichssaales und des alten Tempels des Himmels eingelegt, ein Gegenstand althergebrachter unverbrüchlicher Verehrung.

Die Auffindung der Trigramme wurde Fou-hi, dem ersten der fünf Gründer des Reiches (der s. g. fünf Ti) zugeschrieben. Confucius äussert sich im Commentare zum Y-king***) hierüber in folgender Weise: „Pao-hi (Fou-hi), der Regierung des Reiches obliegend, betrachtete mit empor gerichteten Augen das Gewölbe des Himmels; darauf mit gesenktem Blicke erforschte er der Erde Gestalt, erkannte der Vögel und der Thiere Schönheit und des Bodens Hervorbringungen. Von nahen und entfernten Dingen entlehnte er den Anfang der acht Symbole (Pa-Koua), durch die der Geist und dessen Macht verständlich wird und alle Dinge nach dem, was ihnen eigen ist, geordnet werden". Nach der Meinung Einiger war Fou-hi auch der Erfinder der Hexagramme, während einer anderen Erzählung zufolge Chen-noung, der zweite der fünf Ti, als deren Urheber genannt wird und wieder Andere ihre Erfindung dem Anherrn der Tcheou-Dynastie Wen-wang (1100 v. Chr.), oder dem grossen Yu, dem Stifter der Hia-Dynastie (2200 v. Chr.) zuschrieben. Der am meisten verbreiteten und von den ältesten und angesehensten Gewährsmännern vertretenen Meinung zufolge hatte aber elfhundert Jahre vor Beginn der christlichen Zeitrechnung, Wen-wang in änigmatischen Sätzen nur einer Er-

Signatur liefern für Zahlen von der Form $\frac{a}{b.c}$, $\frac{b}{a.c}$, $\frac{c}{a.b}$, u. s. w. Aus solchen Zahlen gehen für die Ober- oder Unter-Stufen des Primtones 1 $\overline{\text{c}}$ beispielsweise die Rationen hervor: $\frac{5.3}{2}\overline{\overline{\overline{\text{h}}}}$, $\frac{5.2}{3}\overline{\overline{\text{a}}}$, $\frac{3.2}{5}\overline{\text{es}}$, $\frac{5}{3.2}\text{a}$, $\frac{3}{5.2}\text{Es}$, $\frac{2}{5.3}\underline{\text{Des}}^{\vee}$ u. s. w. welche dem Gebiete der in wirklichen Klängen offenbar werdenden Bewegungen undulirende Körper angehören.

*) Im Commentare Choue-koua-tchouen des Confucius zum Y-king heisst es (Cap. 2 Art. 1, Mohl Bd. II S. 568): Coelo terraeque suus est locus determinatus in universo. Montes (das Symbol des Festen) pervaduntur ab aqueis halitibus, ex quibus fontes (Wasser); fulmina et venti (Feuer, Hauch) se mutuo urgent; sed fulmineae exhalationes, calidae scilicet et igneae ventis majorem impetum habent, et vicissim ventosi halitus ab igneis invalescunt. Aqua et ignis non se mutuo conficiunt destruuntque, sed pugna sua contrarias vires ita temperant, ut mutandis, non perdendis, rebus idoneae fiant. Atque illorum symbola *octo* haec exprimunt, et utpote factâ dispositione diversâ linearum duplicis generis sunt mutuae invicem actionis perpetuo succedentis etiam symbola.

**) Im Schu-king sagt der Kaiser Tching-wang: „Die drei Kong (Weise, ohne eine Spur von Leidenschaft, ganz auf die Tugend gerichtet) — der Musterhafte, der Hülfreiche, und der Beschirmer — verwalten das Gesetz, führen die Geschäfte des Reiches und bewirken den vollen Einklang der beiden Grundregeln. Nur den Hochbegabten muss man so erhabene Stellung anvertrauen".

***) *Hi-tse* cap. 13 Art. 1: *Pao-hi* alio nomine *Fohi* dum imperium gubernaret sublatis sursum oculis coeli formam contemplatus est. Demisso postea obtutu in terrae speciem intendit, quod in volucribus bipedibusque nitet, et quod tellus suppeditat, inspexit. Ex corporibus sibi vicinis sicut et ex aliis rebus a se remotis mutuatus est, unde initium daret octo symbolis *(Pa-koua)*; intelliguntur siquidem simili consideratione, quae sint in spiritu agente vires et quae rebus insint proprietates seu insitae affectiones.

klärung der geheimnissvollen Zeichen sich unterzogen. Die inhaltvolle Kürze der Andeutungen Wen-wang's bot dem Sohne desselben und ersten Herrscher der Tcheou-Dynastie Tcheou-kong den Stoff zu weitern Auslegungen. Die Sammlung der Aussprüche Wen-wang's und Tcheou-kong's über die Trigramme und Hexagramme der Altvordern bilden nun den geheiligten Inhalt des Y-king's. Sechs Jahrhunderte später machte der grosse Confucius die Sammlung und Erklärung alles dessen, was von der alten Ueberlieferung bezüglich dieser Symbole noch erübrigte, zur Aufgabe seines Lebens und zum Gegenstande einer Reihe ausführlicher, von ihm verfasster Commentare.

Aus der Mischung und dem Wechselspiele der Himmels- und der Erdenzahlen gingen insbesondere auch die Rationen der musikalischen Intervalle, Lu genannt, hervor. Der Ausdruck Lu bedeutet in der chinesischen Weisheitslehre soviel als Urgrund (ἀρχή, principium), Ursprung, Gesetz, Verhältnissmaass*). Für die Harmonik entsprach das Wort somit dem griechischen λόγος und dem lateinischen *ratio*, in der Anwendung der Begriffe Gesetz und Verhältnissmaass auf Gegenstände des technischen und exacten Wissens. Die harmonikale Entwickelung der zwölf Lu der chinesischen Scale entnahm die Ausgangspunkte für deren Berechnung einer Tetraktys von vier Zahlen, welche typisch durch die vier Hexagramme



dargestellt wurde. Auch hier galt das aus sechs ungebrochenen Linien bestehende, erste dieser Hexagramme, Kien (乾) genannt, als ein Symbol des Himmels und der Himmelszahl, des allezeit bewegten und alles durchdringenden Aethers, der vorwaltenden Macht des Lichtes. Den entgegengesetzten Pol bezeichnete das aus sechs gebrochenen Linien gebildete Hexagramm Kouen (坤) als symbolisches Abbild wiederum der Erde, der Erdenzahl, der ponderabeln stofflichen Materie, des Unbewegtruhenden und Lichtlosen. Aus der abwechselnden Mischung der ungebrochenen Linie und der gebrochenen gehen die beiden mittleren Hexagramme Wei-ki (未氣) und Ki-ki (氣氣) hervor. Der Name des ersteren bedeutet, nach Amiot**), so viel als: „das der Vollendung noch Entbehrende, allmählig

*) Mémoire sur la Musique des Chinois tant anciens que modernes. Par M. Amiot, missionaire à Pekin (im 6. Bande der Mémoires concernant les Chinois, Paris 1779) S. 28 und die dortige Note des Herausgebers der Amiot'schen Arbeit Roussier.

**) A. a. O. S. 132: Le nom de l'Hexagramme *Ouei-ki* signifie: qui n'a pas encore ce qu'il lui faut, qui se remplit peu-à-peu etc., et *Ki-ki* signifie: à qui il ne manque rien, qui est rempli etc. Siu-hoai, einer der Commentatoren des Tao-te-king von Lao-tseu (vgl. die Ausgabe des letzteren von Stanislas Julien S. 183) erläutert sprachlich das Wort: Wei-ki durch: *être divisé* et devenir vase. Amiot bemerkt in Betreff der beiden Ausdrücke Wei-ki und Ki-ki noch: Ces expressions font allusion à la maniere dont les Chinois conçoivent la génération des êtres par le concours de leurs deux principes, le parfait et l'imparfait, le mâle et la femelle, le mouvement et le repos, etc., en un mot l'*yang* et l'*yn*. Pour appliquer cette doctrine à la génération des *Lu* et à la formation du systeme musical ils disent: Les quatres hexagrammes *Kien, Kouen, Ouei-ki* et *Ki-ki*, donnent le principe, l'accroissement, la perfection, ou le complement, à la sublime science des sons. Dass die bereits oben angeführten Worte des Tso-kieou-ming: „Eins, Zwei, Drei und Vier, darin ist die tiefste Weisheitslehre unserer Altvordern verborgen“ — auch auf die Vierung der genannten Hexagramme zu beziehen sind, bedarf keiner besonderen Ausführung.

sich Füllende". Die letztere Benennung besagt: „Das vollaus Vollendete, dem nichts mehr fehlt". Wenn unsere Annahme auf Richtigkeit beruht, dass in der speculativen Zahlenlehre des chinesischen Alterthumes die ungebrochene Linie ein Zeichen für die nicht-theilige Grösse der Ganzzahlwerthe, die in zwei getheilte gebrochene Linie dagegen das graphische Bild der theiligen Grösse der Bruchzahlwerthe war, und wenn ferner die Voraussetzung eine gerechtfertigte ist, dass die in vertikaler Aufeinanderfolge zu Trigrammen und Hexagrammen verbundenen Linien dieser Symbole ein Product durch Multiplication verbundener Ganzzahl- oder Bruchzahlwerthe darzustellen bestimmt waren, so würden die sechs ungebrochenen Linien des Hexagrammes Kien füglich als ein Ausdruck von allgemeiner Geltung aufgefasst werden können für Zahlenwerthe von der Form $\frac{a.b.c.d.e.f......}{1}$, falls nemlich unter a, b, c, d, e, f..... Ganzzahlen wieder von beliebiger Grösse verstanden werden. In Anbetracht der reciproken Geltung der beiden Zeichen ———— und —— —— für die den Gegensatz des Yang- und beziehlich des Yn-Principes versinnbildenden entgegengesetzten Zahlenwerthe müssten dann die sechs gebrochenen Linien des Hexagrammes Kouen als ein gleichsam algebraisches Zeichen für Aliquotbrüche von der Form $\frac{1}{a.b.c.d.e.f....}$ gedeutet werden. Setzt man nun für a, b, c, d, e, f.... die sechs ersten Stellen der natürlichen Ganzzahlenreihe, so erhält man $\frac{1.2.3.4.5.6}{1}$ d. i. die Facultätszahl 6! ($=720$) als Zahlenausdruck für das Hexagramm Kien, für Kouen aber den reciproken Werth dieses Ausdruckes $\frac{1}{1.2.3.4.5.6}$ d. i. $\frac{1}{6!}$ ($=\frac{1}{720}$)*). Das Hexagramm Wei-ki würde sich durch $\frac{a}{1}.\frac{1}{b}.\frac{c}{1}.\frac{1}{d}.\frac{e}{1}.\frac{1}{f}......$ d. i. $\frac{a.c.e...}{b.d.f...}$ das Hexagramm Ki-ki aber durch $\frac{1}{a}.\frac{b}{1}.\frac{1}{c}.\frac{d}{1}.\frac{1}{e}.\frac{f}{1}....$ d. i. $\frac{b.d.f....}{a.c.e....}$ umschreiben lassen — unter der bezeichneten Voraussetzung also für Wei-ki der Bruchzahl-Ausdruck $\frac{1.3.5}{2.4.6}$ ($=\frac{15}{48}$) und für Ki-ki der unechte Bruch $\frac{2.4.6}{1.3.5}$ ($=\frac{48}{15}$) gefunden werden**). Wenn der Ton *d* als Primton einer zu entwickelnden Reihe von Ober- und Unterintervallen genommen und die Oscillationsgeschwindigkeit dieses Tones als einheitliches Gemäss der Rationenberechnung dieser Intervalle zu Grunde gelegt wird, so müsste der Zahlenwerth $\frac{720}{1}$ der Oscillationsgeschwindigkeit eines Obertones der Primstufe 1 *d* entsprechen für welchen die ausserhalb des Bereiches der wirklich hörbaren, oder doch der musikalisch verwendbaren Klänge

*) Die der Zahl 720 vorhergehenden fünf Facultätszahlen sind, wie bekannt: 1! ($=1$), 2! (oder 1. 2 $=2$), 3! (oder 1. 2. 3 $=6$), 4! (oder 1. 2. 3. 4 $=24$), 5! (oder 1. 2. 3. 4. 5 $=120$). Wir erinnern an die Bedeutung dieser Form der Zahlenwerthe für die Lehre von den Combinationen und beziehlich für den binomischen Lehrsatz.

**) Denkt man sich hierbei 1 und jede der übrigen fünf Zahlen nicht nur für Einen der Werthe a, b, c, d, e, f, sondern der Reihe nach auch für zwei, oder mehrere, oder sämmtliche dieser Werthe in Rechnung gebracht, so können, mittelst der verschiedenen durch das Spiel der Linien der 64 Koua-Hexagramme angedeuteten Combinationen, sämmtliche einzelne zwischen 1 und $\frac{720}{1}$ und beziehlich zwischen 1 und $\frac{1}{720}$ liegenden musikalischen Rationen, und noch darüber hinaus alle bis zur sechsten positiven oder negativen Potenz der Sechszahl d(j)baren, in der harmonikalen Berechnung ihrer Zahlen dargestellt werden.

liegende imaginäre Tonstufe eines neunmal gestrichenen $\overline{\overline{\overline{gis}}}{}^{\wedge}$ zu setzen wäre, d. i. die neunte Oberoctave der um ein s. g. Comma (wir deuten die Erhöhung eines Tones um ein Comma, d. i. um die Ration $\frac{81}{80}$, durch das dem Buchstaben des Tonnamens hinzugefügte Zeichen $^{\wedge}$ an — das umgekehrte Zeichen $^{\vee}$ soll fortan die Erniedrigung einer Tonstufe um ein Comma bedeuten) die chromatische Erhöhung der Quarte von *d* übertreffenden Stufe *gis*$^{\wedge}$. Der Aliquotbruch $\frac{1}{720}$ würde umgekehrt die Oscillationsgeschwindigkeit ausdrücken eines ausserhalb des Bereiches wirklicher Klangerscheinungen liegenden imaginären Untertones von 1 *d* für welchen die fictive Fortführung der Intervallenrechnung die musikalische Bezeichnung eines neunmal unterstrichenen $\underline{\underline{\underline{As}}}$, d. i. die neunte Unteroctave des von der chromatischen Erniedrigung der reinen Unterquarte von *d*, nemlich von *As*$^{\wedge}$ um ein Comma abwärts differirenden Tones *As* ergeben würde*). Diese ganz ausserhalb des wirklichen Tongebietes liegenden imaginären Stufen der abgemessenen isochronen Bewegung haben für die Harmonik eine technische Bedeutung um deswillen, weil sie als Anfangspunkte und ideale Zeugertöne zu wählen sind für zwei in fortschreitender accordlicher Entwickelung der harmonikalen Obertöne und beziehlich Untertöne auszubildende Stufenreihen, aus deren Paarung und Vermischung in den mittleren, dem Gebiete der wirklichen Klangerscheinungen angehörenden Regionen der periodischen Molecularbewegung elastischer Körper, wie wir im Fortgange unserer Untersuchungen sehen werden, dann ein vollständiges diatonisch, chromatisch und enharmonisch nach reinen Zahlenrationen der Intervalle abgestuftes Scalensystem sich ergibt. Für die Auffindung des Zahlengesetzes der Gestaltung der gleichsam „als ein dahinfliessender Hauch" (um eines Ausdruckes des Vitruvius**) uns zu bedienen) zu unserem Ohre gelangenden musikalischen Klanggebilde entnimmt die Harmonik nemlich das zwiefache Gemäss ihrer Doppelrechnung jenen beiden Gränzregionen wo aufwärts der Ton zum Lichte sich gestalten will, abwärts die Tonwelle zur Wasserwelle wird***). Von diesen idealen Ausgangspunkten der Harmonielehre könnte der technische Sinn des von Plutarch uns aufbewahrten Ausspruches des Heraklit verstanden werden, dass „die unsichtbare Harmonie vorzüglicher sei als die sichtbare, in welcher der mischende Gott die Unterschiede und Gegensätze eingetaucht und verborgen hat"†).

Steigt man in Duodecim-Sprüngen von dem imaginären Zeugertone der Tiefe $\underline{\underline{\underline{As}}}$ bis zur

*) Die reine Unterquarte von d oder beziehlich reine Oberquinte von D bezeichnen wir mit A$^{\wedge}$ und die chromatische Erniedrigung dieses Tones daher mit As$^{\wedge}$, weil wir die sechste Stufe der natürlichen C-dur-Scala einfach A nennen, die reine Quinte der Secunde D (nemlich der schärferen Obersecunde von C, welche die reine Unterquarte von G bildet) aber um ein Comma höher ist als die gedachte normale sechste Stufe A dieser C-Scala.

**) De Architectura Lib. 5 cap. 3: Vox autem est spiritus fluens, et aëris ictu sensibilis auditui.

***) Buch J^{e}zirah Cap. 1 Absch. 12:

ורוח מים ואש ורום מעלה ותחת זמרה ומערב צפון ודרום:

„Und Hauch, Wasser und Feuer, und Höhe (unendliche Ferne) droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag".

†) Plutarch De anim. procreat. pag. 1026: ἁρμονίη γὰρ ἀφανὴς φανερῆς κρείττων καθ' Ἡράκλειτον, ἐν ᾗ τὰς διαφορὰς καὶ ἑτερότητας ὁ μιγνύων θεὸς ἔκρυψε καὶ κατέδυσε.

mittleren Einheit 1 *d* und von dieser bis zum imaginären Zeugertone der Höhe $\overset{\equiv\equiv}{gis^{\wedge}}$ empor, oder vom letzteren bis zur Mitte und von da bis zum Zeugertone der Tiefe hinab, so erhält man nachstehende, den Fortschreitungen innerhalb des s. g. Quintencirkels entsprechende Folge von Tonstufen: $\frac{1}{720}\underset{\equiv\equiv}{As}$, $\frac{1}{240}\underset{\equiv\equiv}{Es}$, $\frac{1}{80}\underset{\equiv}{B}$, $\frac{1}{27}\underset{\equiv}{F}$, $\frac{1}{9}\underset{=}{C}$, $\frac{1}{3}\underset{-}{G}$, 1 *d*, $\frac{3}{1}\overset{-}{a^{\wedge}}$, $\frac{9}{1}\overset{=}{e^{\wedge}}$, $\frac{27}{1}\overset{\equiv}{h^{\wedge}}$, $\frac{80}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$, $\frac{240}{1}\overset{\equiv\equiv}{cis^{\wedge}}$, $\frac{720}{1}\overset{\equiv\equiv}{gis^{\wedge}}$ *). Wenn die betreffenden Ober- oder Unteroctaven dieser Stufen in der Mitte des Systemes zu einer Octavenleiter verbunden werden, so erscheint folgende Scala:

As, *A*^, *B*, *H*^, *c*, *cis*^, *d*, *es*, *e*^, *f*, *fis*^, *g*, *gis*^ **)

Es birgt dieselbe, wie man sieht, das erforderliche Chroma in sich für die Vorzeichnungen:



Das System derselben bewegt sich mithin in denjenigen modulatorischen Gränzen, über welche hinaus die classischen Componisten des 16. Jahrh. in ihrer Anwendung des Chroma's nicht gegangen sind. Temperirt und durch enharmonische Verbindung der beiden äussersten

*) Die Duodecimen $\frac{1}{80}\underset{\equiv}{B}$ $\frac{1}{27}\underset{\equiv}{F}$ und beziehlich $\overset{\equiv}{h^{\wedge}}$ $\frac{80}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$ sind um ein Comma zu klein. Wollte man die auf den genannten Stufen eintretende enharmonische Abweichung von der absoluten Reinheit der Intervallenschritte vermeiden, so müsste dem Anfang und dem Ende der Reihe folgende Gestalt gegeben werden: $\frac{1}{729}\underset{\equiv\equiv}{As^{\vee}}$, $\frac{1}{243}\underset{\equiv\equiv}{Es^{\vee}}$, $\frac{1}{81}\underset{\equiv}{B^{\vee}}$, $\frac{1}{27}\underset{\equiv}{F}$ $\frac{27}{1}\overset{\equiv}{h^{\wedge}}$, $\frac{18}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$, $\frac{243}{1}\overset{\equiv\equiv}{cis^{\wedge}}$, $\frac{729}{1}\overset{\equiv\equiv}{gis.^{\wedge}}$ Die Zahlen dieser Duodecimenreihe werden einfach dadurch gefunden, dass aufwärts jedesmal die Schwingungsmenge des tieferen Tones mit der Ration der Oberduodecime $^{3}/_{1}$ multiplicirt, abwärts jedesmal die Schwingungsmenge des höheren Tones mit derselben Ration dividirt, oder beziehlich mit der Ration der Unterduodecime $^{1}/_{3}$ muliplicirt wird. Die Ration des Comma ist bekanntlich $\frac{81}{80}$. Die enharmonisch unreine Duodecime $\frac{1}{80}\underset{\equiv}{B}$ $\frac{1}{27}\underset{\equiv}{F}$ ist um ein Comma kleiner als die enharmonisch reine Duodecime $\frac{1}{81}\underset{\equiv}{B^{\vee}}$, weil $\frac{1}{80}\underset{\equiv}{B}$ der tiefere Endton dieser Duodecime um $\frac{81}{80}$ höher ist als $\frac{1}{81}\underset{\equiv}{B^{\vee}}$. Die enharmonisch unreine Duodecime $\frac{27}{1}\overset{\equiv}{h^{\wedge}}$ $\frac{80}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$ ist ebenfalls um ein Comma zu klein, weil hier der obere Endton derselben $\frac{80}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$ um $\frac{81}{80}$ tiefer ist, als der enharmonisch reine Oberduodecimton $\frac{81}{1}\overset{\equiv}{fis^{\wedge}}$.

**) Die enharmonischen Abweichungen mehrerer der Intervalle dieser Scale von den reinen Rationen derselben, welche dadurch entstehen, dass statt der diatonischen Halbtöne H — c, e — f die Limmen H^ — c und e^ — f, so wie statt der Dur- und Mollterzen c — e, A — c, e — g der s. g. Ditonus c e^ und die Trihemitonien A^ — c und e^ — g in derselben erscheinen, bitten wir den Leser hierorts noch übersehen zu wollen. Die Formeln für die enharmonisch vollkommen reine Darstellung der diatonisch-chromatischen Scale werden ihre Stelle im weiteren Verlaufe der Untersuchung erst finden.

Glieder *As* und $gis^{\wedge}$ auf 12 Töne reducirt stellt die Folge dieser Stufen und Halbstufen diejenige diatonisch-chromatische Leiter dar, welche die späteren Chinesen die Scala der 12 Lu nannten.

Die beiden Zahlenrationen $\frac{15}{48}$ und $\frac{48}{15}$, welche wir vorhin aus den Symbolen der Hexagramme Wei-ki und Ki-ki entwickeln zu dürfen geglaubt haben, entsprechen, wenn als Einheit 1 *d* gesetzt wird, den Tonstufen $\frac{15}{48}\,\underline{Fis}^{\wedge}$ und $\frac{48}{15}\,\overline{b}$. Diese Stufen liegen, wie man sieht, innerhalb des Bereiches der wirklichen Klangerscheinungen. Schreitet man von $\frac{15}{48}\,\underline{Fis}^{\wedge}$ aufwärts in Quartenschritten bis zur mittleren Einheit 1 *d* und von da bis zu $\frac{48}{15}\overline{b}$ empor oder von $\frac{48}{15}\overline{b}$ bis zur Mitte 1 *d* und von da bis $\frac{15}{48}\,\underline{Fis}^{\wedge}$ hinab, so erhält man die nachstehende Tonstufenfolge $\frac{15}{48}\,\underline{Fis}^{\wedge}$ (statt $\frac{81}{256}\,\underline{Fis}^{\wedge}$), $\frac{27}{64}\,\underline{H}^{\wedge}$, $\frac{9}{16}\,\underline{E}^{\wedge}$, $\frac{3}{4}\,A^{\wedge}$, 1 *d*, $\frac{4}{3}\,g$, $\frac{16}{9}\,\overline{c}$, $\frac{64}{27}\,\overline{f}$, (statt $\frac{256}{81}\,\overline{b}^{\vee}$) $\frac{48}{15}\overline{b}$*). Durch Octaventransposition einander näher gerückt, ergeben die vorstehenden Stufen folgende Scala (wobei wir wieder bitten, den ein Comma betragenden Unterschied zwischen $\frac{15}{48}\,\underline{Fis}^{\wedge}$ und $\frac{81}{256}\,\underline{Fis}^{\wedge}$, beziehlich zwischen $\frac{256}{81}\,\overline{b}^{\vee}$ und $\frac{48}{15}\,\overline{b}$ für jetzt übersehen zu wollen):

$A^{\wedge}$, *B*, $H^{\wedge}$, *c*, *d*, $e^{\wedge}$, *f*, $fis^{\wedge}$, *g*.

Diese neun Töne bergen die Intervalle der einfachen diatonischen Leiter in sich, und ausserdem die beiden Halbstufen $fis^{\wedge}$ und *B*, deren Chroma vonnöthen ist, um die s. g. Octavengattungen des Systemes der gregorianischen acht Kirchentonarten innerhalb der Stufenordnung der natürlichen Vorzeichnung , so wie innerhalb der s. g. *musica ficta* der Vorzeichnungen  und  des Guidonischen Tonsystemes darzustellen.

Ist unsere Deutung des zahlenspeculativen Sinnes der vier Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki die richtige, so bezeichnen daher die beiden letzteren Symbole im Bereiche des als Ton in die wirkliche Erscheinung tretenden harmoniebildenden Hauches (Ki-ho) die Umgränzung eines streng diatonischen Tonsystemes. Die Hexagramme Kien und Kouen dagegen sind die Bilder der idealen Pole und zeugenden Wurzeltöne eines, wie wir im Fortgange unserer Entwickelungen noch sehen werden, in seiner vollen Ausbildung alle Formen der Diatonik, Chromatik und Enharmonik umfassenden Tonsystemes. Ueber dem Kien-Pole $\frac{720}{1}\,\overline{\overline{\overline{gis}}}^{\wedge}$ der beschleunigten periodischen Molecularbewegung spannt sich weiter aufwärts im Spiele der Aetherwellen der Farbenstrahlen gleichsam ein leuchtendes Himmelsgewölbe aus der in feurigen Wärmeerscheinungen zum Lichte sich verflüchtigenden höchsten Töne. Der Kouen-Pol $\frac{1}{720}\,\underline{\underline{\underline{As}}}$ der verlangsamten Bewegungserscheinungen senkt zu den dunklen Tiefen sich hinab,

*) Die Zahlen dieser Rationen werden gefunden, wenn aufwärts die Schwingungszahl der tieferen Stufe jedesmal mit der Ration der Oberquarte $4/3$, abwärts die Schwingungszahl des höheren Tones jedesmal mit der Ration der Unterquarte $3/4$ multiplicirt wird.

aus welchen die Springquellen des Abgrundes die Wasserwelle zur Oberfläche senden, deren Pulse zum Gemässe werden für die Zählung der Schläge des idealen tiefsten Stammtones des musikalischen Harmoniesystemes. So mochte denn jene lichte περισσὸς-Zahl des Kien-Poles als Himmelszahl, diese dunkle ἄρτιος-Zahl des Kouen-Poles als Erdenzahl bezeichnet werden. Ueber die durch die sechste Facultätszahl $6!$ $(=\frac{727}{1})$ und deren reciprorum $\frac{1}{6!}$ $(=\frac{1}{720})$ gezogene Gränze hinaus wurde die speculative Erweiterung des Tonsystemes zur ἁρμονία ἀφανής, wie es scheint, im Alterthume nicht ausgedehnt. In einem Ausspruche des hebräischen Buches J^e^zirah, dem wir eine zahlenharmonikale Bedeutung beilegen zu dürfen glauben, wird gesagt: „Zween Buchstaben bauen zwei Häuser, drei bauen sechs Häuser, vier bauen vier und zwanzig Häuser, fünf bauen hundert und zwanzig Häuser, sechs bauen siebenhundert und zwanzig Häuser; und von dannen und weiter geh' aus, und denke was der Mund nicht reden und das Ohr nicht hören kann"*)

Aus den Räthselsprüchen des Buches J^e^zirah geht hervor, dass auch der harmonikale Bau des altsemitisch-hebräischen Tonsystemes auf dem Gegenklange zweier sich kreuzender Tonreihen beruht, deren imaginäre Zeugertöne den Regionen einer jenseits des Bereiches der Klangerscheinungen liegenden Tiefe und einer über die Gränze der wirklichen Klangphänomene hinausragenden Höhe der Stufen entnommen werden müssen**). Die nach Anleitung der Aussprüche des Buches J^e^zirah zu entwickelnden Formeln werden zeigen, dass diese beiden Zeugertöne des semitischen Systemes — der einheitliche Unterprimton nemlich einer nach Oberintervallen geordneten aufsteigenden und der einheitliche Oberprimton einer nach Unterintervallen geordneten absteigenden Tonreihe — einem, so und so viel Octaven unter der Mitteloctave des Systemes liegenden, idealen Grundtone As und einem, eben so viele Octaven über derselben Mitteloctave liegenden, idealen Obertone Gis entsprechen, wenn in die Mitte des Systemes die diatonischen Stufen der dorischen und beziehlich hypomixolydischen Scale der Toni

*) Cap. 4 Abschn. 4:
שתי אותיות בונות שתי בתים שלשה בונוה ששה בתים ארבעה בונות ארבע ועשרים בתים חמש בונות מאה ועשרים בתים שש בונות שבע מאות ועשרים בתים מכאן ואילך צא והשוב מה שאין הפה יכולה לדבר ואין האוזן יכולה לשמוע:

Denkt man sich die Stimmung des 1 *d* so, dass dasselbe 300 Undulationen in der Secunde mache, so würde die Oscillationsgeschwindigkeit des idealen Zeugertones der Höhe $\frac{720}{1}$ gis auf nicht weniger als 216000 Undulationen in 1 Secunde — die des idealen Zeugertones der Tiefe $\frac{1}{720}$ As dagegen auf nur $\frac{30}{72}$ Undulationen in 1 Secunde, also auf nur weniges mehr wie 1 Undulation in je zwei Secunden hinweisen. In diesen Regionen der undulirenden Bewegung gibt es für Ohr und Mund keine Töne mehr. Nur der Gedanke vermag es, Töne solcher Lagen sich vorzustellen.

**) Werden doch vom Psalmisten in einem der harmonikalen Symbolik entnommenen Bilde selbst die weltlenkenden Beschlüsse der göttlichen Vorsehung dem Wechselrufe der Stimme (קוֹל, Kôl, *vox*, φωνή, Stimme, aber auch Klang, Ton, bestimmte Tonstufe) zweier einander entgegentönender Abgründe verglichen. Es heisst im 41. (42.) Psalme V. 8:

תְּהוֹם־אֶל־תְּהוֹם קוֹרֵא לְקוֹל צִנּוֹרֶיךָ

(Et abyssus abyssum invocat in voce cataractarum tuarum). Man bringe mit dieser Psalmenstelle den Ausspruch des Buches J^e^zirah (Cap. 1 Abschn. 12) in Verbindung: „Ein Hauch des lebendigen Gottes, und Hauch, Wasser und Feuer, und Höhe droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag":

אחת רוח אלהים ורוח מים ואש ורום מעלה ותחת מזרח ומערב צפון ודרום:

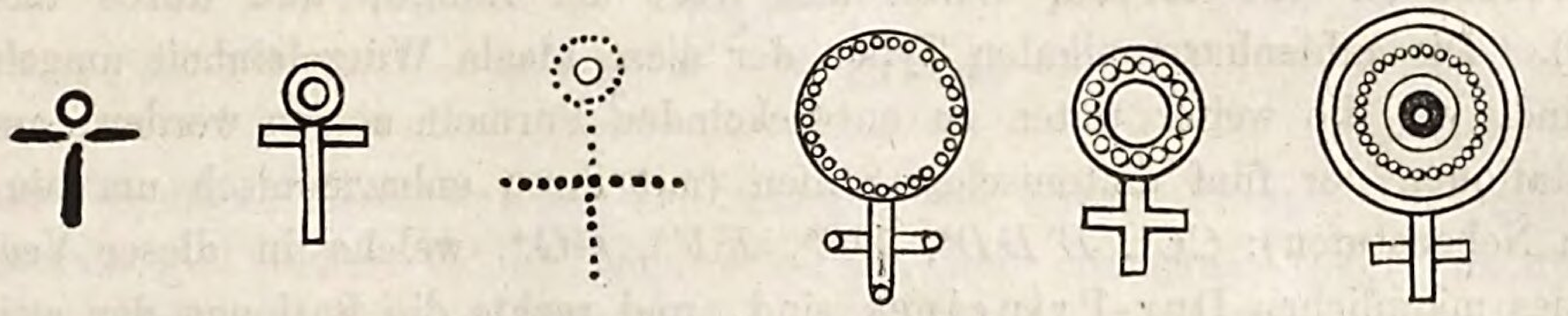
I und VIII gregoriani gestellt und den Benennungen des modernen Tonsystemes gemäss *D E*‘ *F*‘ *G A*^ *H c d* genannt werden*). Der eine dieser beiden idealen Primtöne wurde mit dem Anfangsbuchstaben Aleph, der andere mit dem Endbuchstaben Taw des hieratischen Alphabetes bezeichnet, in der für den praktischen Gebrauch bestimmten Tonschrift hingegen für die Ober- und Unteroctaven dieser beiden Primstufen d. i. für die Töne 𝔊𝔦𝔰 und 𝔄𝔰^ des wirklichen Tonsystems das demotische Zeichen der genannten Buchstaben gebraucht. Entwickelt man nach dem Gesetze der aus den Zahlen des Senariums in fortschreitender Weiterbildung der Accordfolgen abzuleitenden ἄρτιος- und περισσὸς-Rationen die einzelnen Tonstufen, so findet sich, dass als sovielste Oberoctave des Zeugertones der Tiefe der Ton *As*, als sovielste Unteroctave des Zeugertones der Höhe aber der Ton *Gis*^ zwischen die beiden diatonischen Stufen *G* und *A*^ der eben erwähnten dorisch-mixolydischen Scale als Chroma in die Mitte treten. Die Zahlenausdrücke für die Rationen dieser beiden Halbstufen stellen die Näherungswerthe dar, innerhalb deren Gränzen eine (irrationale) Wurzelgrösse liegt, die sich als mittlere Proportionale einer Involution von continuirlichen geometrischen Proportionen, den Logos für sie alle bestimmend, zwischen die reciproken Stellen der sich kreuzenden ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlen der Rationen der correlaten Tonstufen *G* und *A*^, *Fis*^ und *B*, *F*^ und *H*, *E*^ und *c*, *E* und *c*^, *Es* und *cis*^, *D*^ und *d*˅, *D* und *d*, *D*˅ und *d*^, *Cis*^ und *es*, *C*^ und *e*, *C* und *e*^ u. s. w. gleichsam als das verborgene einheitliche Maass des ganzen Gebildes einfügt. Die zwei Werthe der Schwingungsmengen (oder der Wellenlängen wenn nach solchen gerechnet wird) der beiden idealen Primtöne der äussersten Höhe und Tiefe bilden das Doppelgemäss für eine kleinste und eine grösste Zahleneinheit, deren Erstere in ihren Multipeln die Ganzzahlen der περισσὸς-Reihe, und deren Andere nach Aliquottheilen sich theilend die Bruchwerthe für die ἄρτιος-Reihe liefert**). Die, einen erschöpfenden Zahlenausdruck nicht findende (die Terminologie der neuern Mathematik sucht diesen Begriff sehr unpassend durch das Wort: irrational wiederzugeben —) unaussprechbare Wurzelgrösse der Mitte erscheint dagegen als die verborgene unfassbare höhere Einheit des ganzen Gebildes. Man könnte für dieselbe √את schreiben. In ihrer Verbindung mit den Zahlen der beiden polaren Primtöne 𝔄𝔰 und 𝔊𝔦𝔰^ — des Anfangstones der Höhe und des Endtones der Tiefe nemlich — stellt sie das eigentliche Verhältnissmaass (*ratio*, λόγος) für die Aneinderfügung sämmtlicher durch die Zahlen der correlaten Glieder des tonalen Auf- und Abweges (ὁδὸς ἄνω κάτω) der Doppelreihe gebildeten Proportionen dar.

Im Hinblicke auf den Mittelton *Gis*^-*As* wird änigmatisch vom Aleph und Taw der bei-

*) Die Zusammensetzung des Systemes wird sich in der hier bezeichneten Weise gestalten, wenn man die vorhin S. 89 angegebene Duodecimenfolge wie dort geschehen in der Höhe mit gis‘ abschliesst in der Tiefe aber um eine Octave weiter unten nemlich mit As anfangen lässt. Das Tonzeichensystem des Buches Jᵉzirah führt jedoch, wie am geeigneten Orte gezeigt werden soll, noch zu einer anderen, hiervon in etwa abweichenden Methode des Calcul's.

**) Das Verhältniss, welches die Werthe der Schwingungsmengen (oder Wellenlängen) der beiden wirklichen, oder idealen Zeuger-Primtöne zu einander bilden, bestimmt die Grösse des Abstandes der beiden Pole von einander. Hiervon hängt dann wieder die besondere Art und Weise der Gestaltung des musikalisch-harmonikalen Gefüges ab, welches die Stufen der beiden sich kreuzenden Reihen in ihrem Wechselspiele gegen einander hervorbringen. Die genauere Darlegung der in diesen Antiphonien sich kundgebenden tonalen Zahlengesetze erfordert sehr umständliche Erörterungen. Dieselben bilden den Inhalt der folgenden Hauptstücke dieser Ersten Abtheilung unserer Untersuchungen.

den polaren Primtöne Gis' und As der Höhe und Tiefe im Buche J^ezirah gesagt: „Füge das Ende zum Anfang, wie eine Flamme verbunden mit der Kohle". Das graphische Zeichen, dessen sich die altsemitische speculative Zahlenlehre für die unaussprechbare Wurzelgrösse des Zahlenwerthes dieses idealen, in der enharmonischen Verbindung der vorhin genannten beiden chromatischen Halbstufen der Mitte sich aber gleichsam verkörpernden Central-Tones Gis'-As bediente, war nemlich, wie auf dem Wege einer genauer ins Einzelne gehenden technischen Vergleichung des Inhaltes der verhüllten Andeutungen des Buches J^ezirah gezeigt werden soll, das s. g. Ôth-Aleph (אות אלף), d. i. das gleichzeitig Aleph und Taw bedeutende alt-hieratische Taw-Zeichen T, geschmückt mit der, auch in der späteren Quadratschrift der biblischen Codices über gewissen Initialbuchstaben noch vorkommenden ringförmigen *coronula*, unter mannigfachen Umbildungen der Lineamente auf alten asiatischen Bildwerken dargestellt wie folgt: *)



Von diesem die Verbindung des Anfangs mit dem Ende sinnbildlich andeutenden Zeichen heisst es ferner im Buche J^ezirah: „Er machte zum König das Ôth-Aleph im Hauche und band ihm die Krone um, und verschmelzte sie Eins mit dem Andern"**). Als Symbol der, Anfang, Mitte und Ende umfassenden göttlichen Einheit selbst***), aus welcher alle Harmonie hervorgeht des geistig-seelischen und des kosmischen Lebens, wie im Weltganzen so in den einzelnen Erscheinungen der erschaffenen zum bewegten und wechselvollen Dasein in Licht und Ton und in den Schwankungen der Gewässer des auf- und abwogenden Meeres wie in den Umkreisungen der Himmelssphären vom Schöpfer berufenen Natur, wird das geheimnissvolle, im Mittelpunkte des Tonsystemes als harmonikalen Diagrammes des Kosmos stehende Zeichen, auch das Was (מה, Mah, Fragepartikel: Was?) genannt — nemlich das undefinirbare, unaus-

*) Die obigen Abbildungen sind der Abhandlung von Letronne entnommen: La croix ansée égyptienne se retrouve-t-elle sur des monuments antiques étrangers à l'Egypte? welche sich im 2. Bande (S. 665—675) der Revue archéologique (II^e année Seconde. Partie. Du 15 oct. 1845 au 15 mars 1846) findet. Der symbolische Sinn des Zeichens ist dem verdienstvollen Archäologen völlig entgangen.

**) Cap. 3 Abschn. 5:

המליך אות אלף ברוח וקשר לו כתר וצרפן זה עם זה:

Das Aleph-Taw wird hier Ôth-Aleph (wörtlich übersetzt: „Buchstabe Aleph", oder auch „Zeichen Aleph") genannt. Dass jedoch nicht der einfache Buchstabe Aleph hiermit gemeint sei, sondern das mystische Zeichen Aleph-Taw wird, den Esoterikern verständlich, durch die gleichfolgenden Worte: וצרפן זה עם זה d. i. „et zirufavit eas, hanc cum illâ" angedeutet. Nach dem kabalistischen Buchstabenspiele des Z^eruph's, oder Gilgal's (Verschmelzung und Kreislauf) wird nemlich aus Taw (תָו oder der urspr. triliteralen Wurzel entsprechend תָוָא) rückwärts gelesen: Ôth (אות, Denkmal, Vorzeichen, Wunderzeichen, auch: Buchstabe, Zeichen überhaupt, so wie: Feldzeichen (vexillum), Panier, Siegeszeichen). Im arabischen Ausdrucke für kreuzförmiges Zeichen تواء, oder vielmehر توا, hat sich die alte Form der in Rede stehenden Trilitera erhalten. Im hebräischen kömmt dafür תוה vor.

***) Apoc. 1, 8: Ego sum A et Ω, principium et finis, dicit Dominus Deus, qui est, et qui erat, et qui venturus est, omnipotens.

sprechbare Was der allem Sein vorhergehenden ewigen, schaffenden, unendlichen Einheit (יָחִיד Jachid, oder יְחִידָה J^e^chidá, auf welche das in den Psalmen mehrfach vorkommende יַחְדָּיו, יַחַד, *in unum*, *in id ipsum*, ἐπὶ τὸ αὐτὸ, hinweist). Andere für dasselbe vorkommende Bezeichnungen sind: „der Bund des Einigen" (ברית יחיד), die „Zunge der Satzung (לשון חק) die den Ausschlag gibt zwischen der Wagschale der Schuld und der Wagschale der Reinheit". Endlich gestaltet sich das geheimnissvolle Zeichen in der theosophischen Symbolik des Buches J^e^zirah insbesondere zu einem Sinnbilde des göttlichen Namens, „der da lebet in die Ewigkeiten", und des durch den Hauch des Geistes (רוח) von der göttlichen Stimme (קול) hervorgebrachten Wortes (דבור)*). Im Hinblicke aber auf die wurzelhafte Einheit des harmonikalen Zahlensystemes und die hier in Rede stehende höhere theosophische Bedeutung ihres Emblemes wird ebendaselbst**) gesagt: „Zehn Zahlen ausser dem (unaussprechbaren, etwaslosen) Was — die Zahl von zehn Fingern, fünf gegenüber fünfen, und der Bund des Einigen, bestellet in der Mitte, durch das Wort der Zunge, und durch das Wort der Blösse"***). Die zahlenharmonikalen Typen der diese ideale Wurzeleinheit umgebenden zehn Zahlen sind, wie die weiter unten zu entwickelnden Formeln zeigen werden, auf der linken Seite die Rationen der fünf diatonischen Stufen (mit ihren enharmonisch um ein Comma abweichenden Nebenstufen): $CC^\wedge$, $D^\vee DD^\wedge$, $EE^\wedge$, $FF^\wedge$, $GG^\wedge$, welche in dieser Verbindung die Vertreter des männlichen Dur-Principes sind, und rechts die Rationen der weiter aufwärts folgenden fünf Stufen: $AA^\wedge$, $HH^\wedge$, $cc^\wedge$, $d^\vee dd^\wedge$, $ee^\wedge$, welche das Schibboleth darstellen des weiblichen Moll-Principes. Für die Wurzeleinheit Ôth-Aleph selbst aber wird in dieser Stelle die Bezeichnung בלימה, B^e^limah das „Ohne Was" („das Etwaslose") gebraucht†). Allegorisch heisst es von diesem B^e^limah in einer die Allmacht des Schöpfers preisenden Stelle des Buches Hiob: „Er spannt den Norden aus über die Leere, hängt die Erde (wörtlich „kreuzigt die Erde") an das Nichtwas"††). In der kosmologischen harmonikalen Semiotik des Buches J^e^zirah erscheint für das B^e^limah das Zeichen  entstanden aus der Form  des Taw-Buchstabens. Es versinnbildet dort die Kreuzung der beiden Weltachsen (der Erdachse nemlich und der Achse der Sphäre der Ekliptik) und insbesondere wird es zum Zeichen der auf der Hemisphäre der alten Welt allein sichtbaren im Sternbilde des Drachen's

*) Cap. 1 Abschn. 9:

עשר ספירות בלימה אחת רוח אלהים חיים ברוך ומבורך שמו של חי העולמים קול ורוח ודבור וזה רוח הקדוש:

„Zehn Zahlen und das Ohnewas; Eins: der Geist (Hauch) des lebendigen Gottes, gebenedeit und abermals gebenedeit sei sein Name! Der da lebet in die Ewigkeiten; Stimme und Geist (Hauch) und Wort, und dies ist der heilige Geist".

**) Cap. 1 Abschn. 3:

עשר ספירות בלימה מספר עשר אצבעות חמש כנגד חמש וברית יחיד מכוונת באמצע במלת לשון ובמלת המעיר:

***) Durch die dem Abraham gewordene Verheissung nemlich und durch das Gesetz der Beschneidung.

†) בלימה ist zusammengesetzt aus der Fragepartikal מה, Was? und dem Verneinungsworte בְּלִי, nicht, was aber auch — weil aus den Präpositionen בְּ und לְ gebildet — durch: ausser (praeter) übersetzt werden darf und daher auf die Bedeutung „Ausser dem unaussprechbaren Was" — hinführt.

††) Cap. 26, 7:

נֹטֶה צָפוֹן עַל־תֹּהוּ תֹּלֶה אֶרֶץ עַל־בְּלִימָה:

Den Beweis dafür, dass das Zeitwort תָּלָה, aufhängen, speciell die Bedeutung kreuzigen in sich schliesst, werden wir sogleich beibringen.

oder in dessen Nähe am Himmelsglobus liegenden nördlichen Pole dieser beiden Achsen. In der kabalistischen Astrologie der Rabbiner wird der hebräische Ausdruck תלי, Teli, unter welchem im Buche Jezirah dies Pfeilenkreuz gemeint ist, denn auch (auf sprachlichem Wege nicht erklärbar) durch Drache (draco coelestis) wiedergegeben. Drückt man bildlich im Diagramme des Tonsystemes die Richtung der über dem Tone *Gis*ʼ-*As* der Mitte sich kreuzenden Reihen der περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen und Tonstufen durch Pfeile aus:



so erscheint als Zeichen des gedachten Doppeltones das Pfeilenkreuz — das Pfeilenbündel (der Pfeilenköcher):*)



Von diesem Symbole aber, welches sich uns als eine andere Form des Kreuzbuchstabens Taw zu erkennen gibt, heisst es im Buche Jezirah, weil das ganze Diagramm als ein Bild der harmonisch geordneten Welt aufgefasst wird: „das Teli“ — wir übersetzen „die Kreuzung“ der Pfeile — „in der Welt ist wie ein König auf seinem Throne“**). Die Fünfzahl steht in einer sehr nahen, erst im weiteren Fortgange unserer Untersuchungen darlegbaren, zahlenharmonikalen Beziehung zu diesem Pfeilenkreuze. Es möge hinsichtlich dessen hier die Andeutung genügen, dass für die Rationenrechnung des semitischen sowohl, als griechischen und chinesischen Tonsystemes, wenn dieselbe, was beim Calcüle thunlich ist, statt mit den beiden äussersten Primtönen der Höhe und Tiefe zu beginnen, von der Mitteloctave aus entwickelt werden soll, die s. g. Tetraktys der Pythagoreer

6 8 9 12

zum Ausgangspunkte genommen werden muss. Diese Vierung, welche in der speculativen Arithmetik und Harmonik des classischen Alterthumes die *harmonia perfecta maxima* (ἡ τελειοτάτη καὶ τριχῆ διαστάτη πασῶν τε περιεκτικὴ μεσότης) genannt wurde, setzt sich aus einer Kreuzung der arithmetischen Proportionen 6 9 12, welche Zahlen auch durch $\frac{72}{12}\ \frac{72}{8}\ \frac{72}{6}$ geschrieben werden können, mit der harmonischen Proportion 6 8 12, wofür auch $\frac{72}{12}\ \frac{72}{9}\ \frac{72}{6}$ geschrieben werden kann, zusammen. Die arithmetische Proportionalität gehört hier der περισσὸς-Reihe der Multipeln der Einheit 1, die harmonische Proportionalität der ἄρτιος-Reihe der Aliquotbrüche einer Einheit

*) Das Wort תְּלִי findet sich in der h. Schrift nur einmal, nemlich Genes. 27, 3 da wo Isaak zum Esau spricht: „nimm dein Geräthe, deinen Köcher und deinen Bogen, und geh' hinaus auf's Feld und erjage mir ein Wildpret“.

**) Cap. 6 Abschn. 2:

תלי בעולם כמלך על כסאו:

Zur Rechtfertigung der Uebersetzung des Ausdruckes תלי durch „Kreuzung“ der Pfeile sei hier bemerkt, dass das Stammwort תלא oder תלה in der h. Schrift ganz specifisch für תָּלָא עַל עֵץ „an's Kreuzholz heften“ vorkömmt. Bei den Rabbinen wird deshalb häufig der Heiland im Hinblicke auf seine Kreuzigung תלוי genannt. Casaubonus: Exerc. Baron. Nr. 77 (Lond. Ausg. S. 612) sagt: In linguâ hebraïcâ vetere vocabulum quod *Cruci* respondet est עץ; σταυρώσει autem et *crucifixioni* respondent duo verba רקע et תלה.

an, deren Gemäss das 72fache jener anderen kleineren Einheit 1 ist. Durch die Zusammenfügung beider Proportionen entsteht, als eine dritte, die discret-geometrische Proportion $6:8=9:12$. Im Hinblicke auf diese Vierung wird in den Theologum. arithm. περὶ πεντάδος (Ast S. 24) von der Fünfzahl gesagt, sie werde „als elementare Verbindung der ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlengrösse Tetrachord genannt. Mittelst Hinzunahme der 5 gestalte sich dieselbe für die ideale Betrachtung zur geometrischen Symphonie"*). Durch Einschaltung der idealen (irrationalen) Zahl $\sqrt{72}$ als interpolirte fünfte Stelle in die Mitte jener Vierung entstehen nemlich die beiden continuirlichen geometrischen Proportionen $6:\sqrt{72}:12$ und $8:\sqrt{72}:9$. Aber auch noch auf eine andere Weise, welche am geeigneten Orte gezeigt werden wird, verbindet sich die Fünfzahl mit den vier übrigen Gliedern sowohl, als mit der mittleren Wurzelgrösse des so eben erwähnten Zahlengebildes. Neben der Bedeutung als Sinnbilder der unaussprechbaren wurzelhaften Einheit**) gestalten sich in der harmonikalen Symbolik des Alterthumes daher die Zeichen  und  speciell auch noch zu Emblemen der Fünfzahl***). Aus dem

*) Λέγεται (ἡ πεντὰς sc.) τετράχορδος ἐκ πρώτου ἀρτίου εἶναι καὶ πρώτου περισσοῦ, μετὰ τὸν ε̄ νοεῖται συμφωνία γεωμετρική. (Die Ziffer 5 bezeichnet offenbar in diesem Räthselspruche nicht die Kardinalzahl fünf, sondern als Ordnungszahl das fünfte, zur Tetraktys der vier übrigen als Mittelglied hinzutretende Glied der Formel). Ebendaselbst wird von der Fünfzahl auch gesagt, dass sie zuerst die Typen aller Zahlengrösse (τὸ τοῦ παντὸς ἀριθμοῦ εἶδος) umfasse. Dies wird dann exoterisch dadurch erklärt, dass $5=2+3$, die Fünfzahl also die Summe darstelle der ersten graden und ersten ungraden Zahl. Sie heisse deshalb Ehe (διὸ καὶ γάμος καλεῖται ὡς ἐξ ἄῤῥενος καὶ θήλεος). Daran reiht sich der Ausspruch: Κέντρον ἐστὶ (ἡ πεντὰς) τῆς δεκάδος.

**) Dem Tetrachorde der Tetraktys und der verborgenen Einheit seiner mittleren Wurzelgrösse entnahmen die Pythagoreer die zahlenspeculative Hülle des tieferen theosophischen Sinnes der, ihrer berühmten Schwurformel zum Grunde liegenden Symbole. Es ist diese Schwurformel, als Anführung aus einem Gedichte des Empedocles in den Theol. arithm. περὶ τετράδος (Ast S. 18), sodann bei Theo Smyrnäus De mus. c. 38, und bei Jamblichus De vit. Pythag. c. 29 auf uns gekommen. Sie lautete:

Ναὶ μὰ τὸν ἀμετέρᾳ ψυχᾷ παραδόντα τετρακτύν
Παγὰν ἀεννάου φύσεως ῥίζωμά τ' ἔχουσαν.

„Wahrlich bei Dem, der unserer Seele verliehen die Vierzahl,
Jene der ewigen Zeugung Wurzel enthaltende Quelle".

Synesius, der christliche Bischof, zugleich tiefster Kenner und begeisterter Bearbeiter pythagorischer Lehren, verschmäht es nicht, in seinen Hymnen als Anrufung des göttlichen Vaters Gebrauch von einer metaphysischen Metapher zu machen, deren nahe Beziehung zu dem uns hier beschäftigenden Symbole nicht zu verkennen ist. Προανούσιε νοῦ Κοσμοῦ ῥίζα, „vorsubstantiell-unsubstanzliche Wurzel des Gedankens des Kosmos" — und φύσις ἄφθεγκτος τὸ προούσιον ὄν, „unaussprechbare Zeugerkraft, das allem Wesen vorhergehende Sein" lauten seine fast unübersetzbaren Worte. Sehr bezeichnend ist aber auch ein bei Jamblichus: in Nicom. arithm. (S. 11. 12 Tennul.) aufbewahrter Ausspruch des Pythagoreers Thymaridas, der die Monas, welche von anderen Zahlentheoretikern als „das Kleinste im Quantitativen" (ποσοῦ τὸ ἐλάχιστον), oder als „erster nnd gemeinsamer Bestandtheil [Gemäss] oder Anfang des Quantitativen" (ποσοῦ τὸ πρῶτον καὶ κοινὸν μέρος, ἢ ἀρχὴ ποσοῦ) definirt worden war, in folgender Weise bezeichnete: „Es ist die Monas ein begränzendes Wievielheitliches — weil Anfang und Ende eines jeglichen Gränze genannt wird, auch wohl bei manchem dies zukömmt der Mitte, wie bei dem Kreise etwa, oder der Kugel" (Μονάς ἐστι περαίνουσα ποσότης· ἐπεὶ ἑκάστου καὶ ἀρχὴ καὶ τέλος πέρας καλεῖται. Ἔστι δὲ ὧν καὶ τὸ μέσον, ὥσπερ ἀμέλει κύκλου ἢ σφαίρας).

***) Noch dermal wird im Koptischen der die Sylbe *ti* bezeichnende Buchstabe *Tei* (Ϯ, ϯ) als Zahlzeichen für Fünf gebraucht. Fünfe, *quinque*, heisst im Altägyptischen und im Koptischen ϯⲉ, oder ϯⲟⲩ. Das koptische Alphabet ist bekanntlich das griechische, dessen Ordnung und Namen beibehalten und nur durch einige Buchstaben vermehrt wurden für welche das griechische Alphabet keine Zeichen hatte. Diese hinzugefügten Buchstaben sind ϣⲉⲓ, *s^cei;* ϥⲉⲓ, *fei;* ϧⲉⲓ, *chei;* ϩⲟⲣⲓ, *hori;* ϫⲁⲛϫⲓⲁ, *ǵanǵia;* ϭⲓⲙⲁ, *ŝima;*

zweiten dieser beiden Zeichen ist bei den celtischen Druiden das *Tau gallicum*, bei den Aegyptern aber das Lebenskreuz des Ônch's, hieroglyphisch 𓋹 𓈖 𓐍, koptisch ⲱⲛϩ, ⲁⲛϩ (mit dem Artikel ⲡⲱⲛϩ, das Leben) hervorgegangen*), mit welch beiden Symbolen, wir im Ver-

und die Sylbe ϯ, *ti* mit dem Namen ϯⲉⲓ, *tei*. Diese sieben Buchstaben haben ihre demotisch-ägyptische Figur beibehalten, und der Hauchbuchstabe *hori*, *h*, allein (vielleicht auch *ǵanǵia*) auch seinen altägyptischen Namen: „Buchstabe des Hor" (des Lichtgottes Horus, Ὦρος oder Ὥρος, des Sonnengottes Apollo der Griechen). Vgl. Lepsius: Zwei sprachvergleichende Abhandlungen. Berlin 1836. S. 68.

*) Das Zeichen 𓋹 gehört zu denjenigen Hieroglyphen, welche Lepsius (Lettre à M. le Professeur Rosellini sur l'Alphabet hiéroglyphique S. 48) als *Caractères initiaux d'une valeur phonétique spéciale* bezeichnet. Er sagt: „Nous trouvons d'abord une foule de mots qui, exprimés autrefois par des signes idéographiques seulement et transcrits plus tard en lettres phonétiques, ont pourtant conservé pour première lettre phonétique le signe idéographique même. On voit que par cela on ne changeait rien au principe même d'après lequel on avait créé les signes phonétiques ordinaires. La *croix ansée* par exemple était le symbole de la vie, ⲱⲛϧ. On aurait pu admettre ce signe comme ⲱ dans l'alphabet général aussi bien que la chouette, ⲙⲟⲩⲗⲁϫ, pour ⲙ, ou l'aigle, ⲁϧⲱⲙ, pour ⲁ. On ne l'a pas fait parce qu'il fallait se restreindre à un certain nombre. Mais on a excepté un seul cas, savoir le mot ⲱⲛϧ même, le seul mot dans toute la langue sans exception où ce signe représente la lettre ⲱ. On ajoutait le ⲛ et le ϧ de l'alphabet général et réunissait ainsi l'écriture idéographique et phonétique dans un seul groupe." Im allgemeinen phonetischen Hieroglyphen-Alphabete findet sich allerdings unter den Zeichen für den *n*-Laut die horizontale gezackte Linie, und für den *ch*-Laut (den Laut des koptischen *chei*, ϧ oder ɧ) kömmt neben dem Zeichen 𓎛 das Zeichen 𓐍 vor. Die letzte Bemerkung von Lepsius beruht daher zwar auf vollkommener Richtigkeit. Indessen vermischt sich in beiden hier in Rede stehenden Zeichen unverkennbar mit ihrer phonetischen Bedeutung im Worte ⲱⲛϧ zugleich eine ideographische. Die gezackte Horizontallinie (als Wellenlinie) kömmt nemlich in der hieroglyphischen Schreibung der Namen der vier Monate der dritten, s. g. Wasserjahreszeit der alten Aegypter als ideographisches Zeichen für „Wasser" vor. Die dritte Hieroglyphe hingegen des uns beschäftigenden Wortes stellt offenbar das Bild der Sonnenscheibe dar. Ideographisch wird dieselbe also als „Feuer", oder als „Licht", gedeutet werden dürfen. Zu einem gleichen Resultate bezüglich beider Zeichen, gelangen wir auf dem Wege auch selbst der blos phonetischen Erklärung. Denn ⲛ ist die Initiale des koptischen Wortes ⲛⲟⲩⲛ, *abyssus, profundum*. Aus Horapollo nun ersehen wir, dass im Altägyptischen insbesondere auch der Nil, oder die Anschwelle des Nils, so genannt wurde, und mit dem Worte νοῦν sich dann der Nebenbegriff: νέος (sc. ἀγρὸς), d. i. das durch die Wasser des Nils befruchtete, der Neubearbeitung entgegenharrende Brachland, verband (Horap. hierogl. I c. 21: Νεῖλου δὲ ἀνάβασιν σημαίνοντες, ὃν (ἣν?) καλοῦσιν Αἰγυπτιστὶ Νοῦν, ἑρμηνευθὲν δὲ σημαίνει νέον). Die Beziehung des Wortes sowohl, als des ideographischen und phonetischen Hieroglyphen-Zeichen's seiner Initiale, zu den Erdwassern des Abgrundes der noch ungestalteten Schöpfung, springt in die Augen. Die dritte Hieroglyphe endlich, die Kreisscheibe, wird von den Aegyptologen den Zeichen des allgemeinen phonetischen Hieroglyphen-Alphabetes für den *ch*-Laut zugetheilt und dem entsprechend das uns beschäftigende Wort mit den koptischen Buchstaben ⲱⲛϧ oder ⲁⲛϧ (Ônch, oder Anch) geschrieben. In seinem Werke über die Chronologie der Aegypter (Bd. I S. 382) substituirt Lepsius aber dem *chei*, ϧ, ein *hori*, ϩ, und schreibt ⲱⲛϩ. Die Schreibung mit *chei* entspricht dem Memphitischen — die mit *hori* dem Sahidischen Dialecte (ϧ litera dialecti Memphiticae, pro qua Sahidica habet ϩ. Parthey: Vocabularium coptico-latinum et latino-copticum, S. 111). Wir unsererseits würden geneigt sein, die Hieroglyphe 𓐍 phonetisch als Initiale des Wortes ϩⲱⲣ, *hôr* (ὧρος oder ὥρος, hebräisch אוֹר) Licht, aufzufassen. In der ersten der vorhin citirten im Jahre 1836 veröffentlichten beiden Abhandlungen v. Lepsius in welcher der hochverdiente Aegyptologe das in einer Stelle des Clem. Alexandr. erwähnte, durch die Entdeckungen Champollions ins Klare gestellte Princip der akrophonetischen Bildung und Auswahl der

folge unserer Untersuchungen uns noch am geeigneten Orte eingehender zu beschäftigen haben werden.

Die Erfindung der chinesichen Trigramme und den älteren Commentatoren der King's

hieroglyphischen Buchstabenzeichen besprochen hat) lesen wir S. 64 fgde nachstehendes: „Wenn somit aller Zweifel über den Sinn der Worte bei Clemens gehoben zu sein scheint, so bleibt doch die Entdeckung von Champollion dass jeder Buchstabe durch einen Gegenstand bezeichnet wurde, dessen Namen damit anfing, nicht weniger wichtig. Die Sache bestätigt sich übrigens bei jedem Schritte, den man auf diesem Felde thut. Dieses Princip stimmt aber auffallend mit der Wahl der semitischen Buchstabennamen überein, die grade auch lauter Gegenstände benennen, die mit dem zu bezeichnenden Buchstaben anfangen. Dasselbe Gesetz finden wir in der Wahl der Runennamen, wo *ur*, der Stier, *u*, *thurs*, der Riese, *th*, *ós*, die Thüre, *o* u. s. w. bezeichnen. Im Aegyptischen sehen wir statt dieser Namen die abgebildeten Gegenstände selbst. Der Mund, *ro*, bezeichnet *r*; die Hand, *tot*, *t*; die Nachteule, *mulaǵ m*; u. s. w. Diese bemerkenswerthe Uebereinstimmung zwischen der Bezeichnung der semitischen und altägyptischen Buchstaben hat um so mehr Gewicht, wenn man darauf geachtet hat, wie gross auch in vielen andern Punkten die Aehnlichkeit zwischen dem semitischen und ägyptischen Alphabete ist. Mehreres hat darüber schon Champollion beigebracht; sie ist aber noch weit durchgreifender als er geahnt hat; doch ist hier nicht der Ort dies zu entwickeln. Ich habe nur darauf aufmerksam machen wollen, um für meine Ansicht mehr Eingang zu finden, dass auch das ägyptische *A* kein reiner Vocal in unserem Sinne, sondern ganz wie א ein mit *a* verbundener Hauch war. Dieser Hauch galt wie bei den Hebräern als das eigentlich alphabetische Element, daher es von den Griechen für eine muta angesehen werden konnte. Plutarch sagt, dass der erste ägyptische Buchstabe durch den Vogel des Thoth, den Ibis, bezeichnet wurde. Der Ibis heisst ägyptisch ϩⲓⲡ, *hip*, und könnte daher nach dem bekannten Gesetze *h* bezeichnen; dieser Vogel kommt aber nie als phonetische Hieroglyphe vor, sondern nur als Symbol des Thoth. Es scheint hier aber eine Verwechselung des Vogels des Thoth mit dem Vogel des *Hor*, dem Sperber, zum Grunde zu liegen. Die gewöhnlichste Bezeichnung des א ist der Sperber, oder der Adler Für den Sperber war der Name **ⲂⲎϪ**, *bêg*, bei Horapollon βαιήθ benannt; er bezeichnet aber nie ein *b*. Peyron in seinem Lexicon copticum führt dafür aber auch den Namen ϩⲁϣⲏⲧ, *has*ᶜ*êt*, an aus dem Cod. Par. 44. f. 22 und Zoëga Cat. p. 655. Ein dritter Name für den Sperber ϩⲓⲃⲟⲩⲓ, *hibui*, ist zweifelhaft. *Has*ᶜ*êt*, der Edelfalke, dürfte aber der ägyptische Name sein, welcher zu dieser Bezeichnung des א Veranlasssung gegeben hat Die Aegypter hatten gewiss viel mehr verschiedene Hauche, als bisher erkannt worden sind; ich halte sie alle für syllabisch (Lepsius hat in dem hier von uns Uebersprungenen die Ueberzeugung geäussert, dass das ägyptische Alphabet seinem Wesen nach, ganz wie das semitische — wir setzen hinzu: und wie die Schrift der monosyllabischen chinesischen Sprache — ursprünglich syllabisch gewesen, und diesen Character wie alle übrigen Alphabete erst allmählich und nur in bestimmten Gränzen abgelegt habe). Der Sperber war ein sehr schwacher Hauch und ist seiner Natur nach in allen Beziehungen mit dem hebräischen א zusammenzustellen Es wäre zu erwarten gewesen, dass wenn die Aegypter wie die Semiten ihren Buchstaben bestimmte Namen gaben, ihr erster Buchstabe *has*ᶜ*êt* geheissen habe. Ich vermuthe aber, dass dieser erste Buchstabe nicht mit dem Namen des Vogels selbst, sondern mit dem des Gottes benannt wurde, dem er heilig war, *Hor* oder *Har*".

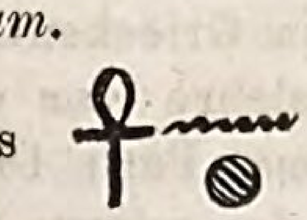
Unsere Vermuthung über die phonetisch der dritten Hieroglyphe des Wortes Ônch, oder vielmehr Ônh', zu gebende Deutung findet, wie man sieht, in vorstehenden Ausführungen des ruhmbedeckten Aegyptologen eine willkommne Bestätigung. So finden wir, da die Hieroglyphe 𓋹 das geheiligte Zeichen für den die Schöpfung beseelenden Odem Gottes ist, in den drei Buchstaben des geheimnissvollen Wortes nicht nur die Trilogie des Buches Jᵉzirah wieder: „Ein Hauch des lebendigen Gottes, und Hauch, Wasser, und Feuer" —; sondern, weil unverkennbar das Zeichen 𓋹 dem semitischen Taw-Buchstaben entstammt, 𓐍 aber, wie wir sahen, eine andere Form ist des semitischen א, so tritt nicht minder auch das heilige Ôth-Aleph (A—Ω) der semitischen Urlehre, die Symbole also des ewigen Anfangs und Endes, in der hieroglyphischen Schreibung des merkwürdigen Symboles, uns entgegen. Auch die nächstfolgenden Worte des Buches Jᵉzirah: „und Höhe (unendliche Ferne) droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag" — mögen in gewissem Sinne daher eine Anwendung auf die hieroglyphische Trilitera des Symboles finden.

Nachdem ein in ausschweifende Mythen abirrender Polytheismus und ein tiefgesunkener Fetischdienst die

zufolge auch jene der Hexagramme wird von der Sage dieses Volkes, wie schon im Obigen bemerkt worden, mit dem Namen des ersten der fünf Gründer des chinesischen Reiches, Fou-hi in Verbindung gebracht*). Die Unterscheidung der Himmels- und der Erdenzahlen als Yang- und Yn-Zahlen soll von ihm angegeben worden sein. In einer wunderbaren Vision hatte Fou-hi das Diagramm der Zehnzahl geschaut. An dem Leibe eines dem geheiligten gelben Strome Hoang-ho**) entstiegenen Drachenpferdes, Lung-ma (Sinnbild der Verbindung der himmlischen und irdischen Natur; der Drache, Lung, ist bei den Chinesen, wie bei vielen Völkern des Alterthumes ein Symbol des Himmels — das Pferd, Ma, scheint als ein Sinnbild der irdischen Natur aufgefasst werden zu können) gewahrte er in der Mitte der Zahlenfigur Ho-tou in fünf lichten, kreuzweise gestellten Punkten (○ ○ / ○ / ○ ○) oder (○ / ○ ○ ○ / ○) das Symbol der Himmelszahl Fünf umgeben von einem die Erdenzahl Zehn bezeichnenden Ringe schwarzer Punkte. Die übrigen acht innerhalb der Stellen der Dekas liegenden Zahlen 1, 3, 7, 9 und 2, 4, 6, 8 umschlossen, wie die Schriftsteller berichten, in symmetrischer Ordnung (und zwar die 1 der 9, die 3 der 7, die 2 der 8, und die 4 der 6 gegenübergestellt, so dass jedesmal die Summe der einander gegenüberstehenden zwei Zahlen 10 ergab) jene beiden; wobei die Zahlen 1, 3, 7, 9 als Himmelszahlen durch lichte, die Zahlen 2, 4, 6, 8 als Erdenzahlen durch schwarze Punkte auf den von den Commentatoren gegebenen Abbildungen der Figur dargestellt werden.

Im Commentare Hi-tse: Cap. 8 Art. 1 (Mohl Bd. II S. 472) heisst es: Numeri coeli et terrae. 5 est coeli. 6 est terrae. 7 est coeli. 8 est terrae. 9 est coeli. 10 est terrae — und ebendaselbst Art. 2 (Mohl S. 474): Coeli numeri sunt quinque, terrae alii quinque; etiam si loco inter sese opponuntur, eorum tamen nullus est qui non conveniat cum alio. Regis hebt in seinen Anmerkungen zu diesen beiden Texten hervor, dass in keinem der canonischen Bücher der Chinesen, d. i. in keinem der King, und in keiner Stelle der als unzweifelhaft von Confucius herrührend beglaubigten Schriften, die hier angegebene Nomenclatur der himmlischen und der Erdenzahlen gefunden werde. Zu beachten sei, dass die angeführten Worte des Hi-tse-Com-

letzten Reste der Urlehre verdunkelt hatten, war der Ursprung und der wahre Sinn des heiligen Symboles in völlige Vergessenheit gerathen. Dennoch behielt das letztere für die Aegypter noch in den Zeiten ihres tiefsten religiösen Verfalles die Bedeutung bei eines Sinnbildes des ewigen Lebens. Trägt das Sitzbild oder Standbild eines vergötterten hingeschiedenen Pharao's in der Rechten das Taw-Zeichen des Kreuzes des Lebens, so ist die Bedeutung, wie die neuere sprachliche Forschung dies durch die Lesung der begleitenden Inschriften festgestellt hat, die: *habet vitam aeternam*.

Der kosmogonische Sinn des Wortes  aber scheint der späteren Zeit völlig abhanden gekommen zu sein. Nachklänge desselben tönen uns jedoch aus den Mythen der polytheistischen, entarteten Götterlehre der Aegypter noch entgegen. Plutarch (Symposiaca VIII. prooem. p. 960 Wyttenb.) berichtet: „die Aegypter setzen das Wesen der Götter in Luft und Winde, und in gewisse feuchte und warme Qualitäten“ (τὰς οὐσίας τῶν θεῶν ἐν ἀέρι καὶ πνεύμασι καὶ τισὶ θερμότησι καὶ ὑγρότησι τίθεσθαι).

*) Fou-hi soll, der ältesten sagenhaften Geschichte der Chinesen zufolge, etwa hundert Jahre vor Hoang-ti, dem dritten der fünf Gründer des Reiches gelebt haben, dessen 61. Regierungsjahr den Anfangspunkt der, nach 60jährigen Cyclen fortgeführten Zeitrechnung der Chinesen bezeichnet und den Forschungen der Chronologen gemäss dem Jahre 2637 v. Chr. entspricht.

**) Die beiden überaus mächtigen Hauptströme China's sind der Hoang-ho, d. i. der Gelbe Strom, der fluvius croceus der Missionare (das Gelbe ist im Chinesischen Emblem der Erde, als solches aber ein Sinnbild des Heiligen), und der noch weit mächtigere Kiang, von den Missionaren oft der Blaue Strom genannt. Ritter bezeichnet beide Ströme als „Riesenströme der Erde“.

Staatl. Bibliothek Bamberg

mentares nicht mit der gewöhnlichen Wendung beginnen: „Confucius ait" . . . Pater Regis hält diese Stelle des Textes für eine spätere Interpolation*). Er macht desgleichen darauf aufmerksam, dass die Bilder der Figur Ho-tou, mit welchen sich die chinesischen Schriftsteller so viel beschäftigen, in derjenigen Gestalt, in welcher sie in den vorhandenen Schriften sich finden, nicht von Confucius, sondern aus einer späteren Zeit, aus der Zeit nemlich der Han, der Tang, und der Ming-Dynastie herrühren**). Wir theilen in Beziehung auf das Apocryphe der Deutung der Himmels- und der Erdenzahlen als ungrade und grade Zahlen vollkommen die Ansicht des gelehrten Missionars. Es hat in der Geschichte der harmonikalen Literatur der Chinesen sich ganz dasselbe ereignet, wie bei den Bestrebungen der Neupythagoreer und Neuplatoniker aus den unvollständigen Bruchstücken der in änigmatische Apophthegmen eingekleideten, von ihren Urhebern gar nicht für das Verständniss der Ungeweihten bestimmten Zahlentheoreme der esoterischen Harmoniker der altpythagorischen Schule die speculativen Grundlagen des auf die Verschwisterung der Klang- und Zahlenlehre gebauten Tonsystemes der letzteren wieder aufzufinden. Die entweder für die Erprobung der Anfänger oder zur Abwehr der profanen Menge ersonnenen trivialen Surrogate der eigentlichen Grundbegriffe und obersten Lehrsätze der betreffenden Disciplinen wurden auch in China von den späteren Bearbeitern der aus ihren Trümmern von neuem aufzurichtenden alten Lehre misverständlich zum Ausgangspunkte ungenügender archäistischer Repristinirungsversuche gemacht***). Den Begriffen

*) Er bemerkt zu Art. 1: „Nullo in loco librorum canonicorum, quos *King* vocant, nec Confucii operum certo reperitur haec nomenclatio numeri coelestis et terrestris. Imo ex Confucii certis textibus nullus afferri potest, qui ad has clare alludat, multo minus in his aut in eorum proportione vim faciat. Horum quidem meminit paucis his verbis appendix ista *Hi-tse*, at praeterquam quod nullam deinde allatae differentiae rationem habet, non appellat Confucium ut in articulis praecedentibus („Confucius ait"); inde factum, ut hic textus variis temporibus varie sit commissus prioribus sententiis Nullatenus ergo fit probabile haec de numeris coeli et terrae esse Confucii. Certum saltem, dubiam rem esse, ita ut in illis numeris non possit quicquam statui quod sit certo Confucii." Regis erwähnt noch, dass diese Nomenclatur der ersten zehn Zahlen allerdings den astrologischen Träumereien zum Grunde liege, welche unter der Dynastie der Han (seit der Mitte des zweiten Jahrhunderts vor Chr.) hervortreten, und noch mehr den astrologischen Zahlenspielen der Astronomen aus der Zeit der Tsin- und der Soui-Dynastien (4., 5. und 6. Jahrhundert n. Chr.). In den Anmerkungen zum Art. 2 weiset Regis mit vollem Rechte auf das Nichtssagende hin und Kindische, von den inhaltreichen, tiefsinnigen Aussprüchen des Confucius so gänzlich Abweichende der platten Aufzählungen und Gegenüberstellungen der geraden und ungraden Zahlen.

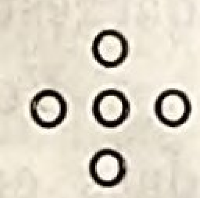
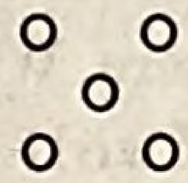
**) A. a. O. Mohl Bd. II S. 474, 475 und Bd. I S. 55 fgde.

***) Ueber die in China (auf ganz ähnliche Weise wie in Griechenland) obwaltenden Gründe der Verheimlichung der obersten speculativen Theoreme der Weisheitslehre vor der profanen Menge äussert sich Abel Rémusat (Mémoire sur la vie et les opinions de *Lao-tseu*, Paris 1823, S. 21) in folgender Weise: Outre l'obscurité de la matière en elle-même, les anciens avaient des raisons pour ne pas s'expliquer plus clairement sur ces sortes de sujets. Dans les endroits où Platon dit quelques mots sur les dogmes les plus relevés de sa philosophie, il semble redoubler à dessein l'obscurité de ses expressions l'on avait, sans doute, à la Chine même, quelques raisons d'être, sur ces mêmes opinions, un peu plus inintelligible encore que la matière ne le comportoit. Il y avait des idées dont il étoit convenu de ne pas laisser répandre la connoissance. Les écrits qui en traitoient étoient *renfermés dans un coffre entouré de bandes d'or* (Worte des Schou-king, Gaubil S. 178), et l'on en cachoit avec soin le contenu au peuple.

Von der alten Lehre sind im Laufe der Jahrhunderte oder vielmehr zweier Jahrtausende, nur spärliche Ueberbleibsel bis auf jene Zeit gekommen, wo Confucius und seine Schüler mit angestrengtester und gewissenhaftester Sorgfalt sich der Sammlung und Neubearbeitung des von den Alten überlieferten Stoffes unterzogen. Die blutigen Verfolgungen, welche die Mandarine der Schule des Confucius unter der Dynastie der Tsin erlitten, die grosse durch den Kaiser dieser Dynastie Chi-Hoang-ti im dritten Jahrhunderte v. Chr. angeordnete Bücherverbrennung, der Vernichtungskrieg, welchen dieser Machthaber aus politischen Gründen gegen

Staatl. Bibliothek Bamberg

der endlos wachsenden discreten und der endlos theilbaren continuirlichen Grösse, der als Menge und Vervielfältigung der Einheit in der arithmetischen Zahlenreihe sich verwirklichenden untheiligen Ganzzahlgrösse und der als ein Gegenbild derselben in der harmonischen Reihe der Aliquotbrüche sich zeigenden Zahlenform der theiligen gebrochenen Werthe — diesen auf die Betrachtung des Einen und der zwiefachen Form der unendlichen Grösse hinweisenden Begriffen wurde auch bei den Nachfolgern der altchinesischen Weisheitslehrer die für die Harmonik völlig werthlose und bedeutungslose Unterscheidung der Zahlen in grade und ungrade substituirt*).

Von einigen älteren chinesischen Schriftstellern wird auf Fou-hi noch die Erfindung einer zweiten geheimnissvollen Zahlenfigur, Lo-chou, zurückgeführt, welche nur die Zahlen von Ein bis Neun umfasst und deren Mitte ebenfalls das heilige Zeichen der Fünfzahl  oder  gebildet habe. Diese Figur soll Fou-hi in wunderbarer Vision auf der Rückenschale einer dem Flusse Lo-ho (einem Nebenflusse des Blauen Stromes) entstiegenen Schildkröte geschaut haben. Die Schildkröte scheint bei den Chinesen, wie bei den Griechen, als ein Sinnbild des All's aufgefasst werden zu können**). Wie in der Erscheinung des Drachenpferdes die fünf kreuzweise gestellten Punkte gleichsam ein theosophisches Symbol darbieten der die irdische Natur zu sich emporziehenden Gotteskraft, so würde hiernach in der Erscheinung der Schildkröte dasselbe geheiligte Zeichen als ein kosmologisches Symbol der von der Mitte des All's aus die Welt tragenden und bindenden materiellen Naturkraft gedeutet werden dürfen. Im Schou-king (Cap. Hang-fang) wird die Erfindung der Figur Lo-chou dem grossen Yu, dessen Regierung im Jahre 2207 v. Chr. beginnt, dem Gründer der Hia-Dynastie zugeschrieben***). Die Abbildungen, welche die chinesischen Schriftsteller uns als die der Figur

alle Erinnerungen und Denkmäler der älteren Zeit führte, haben den Untergang auch des grösseren Theiles der literarischen und historischen Arbeiten der Anhänger des Confucius herbeigeführt. Im Grunde sind nur lückenhafte Reste sowohl dieser als der vorhergegangenen Literatur auf uns gekommen, deren Wiederauffindung die Nachwelt nur den emsigen Bemühungen und der Liebe zu danken hat, mit welcher seit der Mitte des zweiten Jahrhunderts v. Chr. unter der Dynastie der Han so wie unter mehreren der späteren Dynastien — insbesondere im sechszehnten Jahrhundert unter den damaligen, Kunst und Wissenschaft fördernden Herrschern aus der Familie der Ming — man sich der Sammlung und theilweisen Ergänzung der zerstreuten Reste älterer Ueberlieferungen von neuem zuwandte. Die auf diesen Zweck gerichteten gelehrter Arbeiten der Mandarine erfreuten vielfach sich der persönlichen literarischen Mitwirkung auf der höchsten Stufe der wissenschaftlichen Bildung stehender Fürsten dieser späteren Dynastien.

*) Einzelne von den Späteren irrig auf die fünf graden und fünf ungraden Zahlen der Dekas angewendete Sentenzen der älteren chinesischen Zahlenharmoniker erinnern völlig an ähnliche Misverständnisse der alexandrinisch-griechischen Schriftsteller bezüglich fast gleichlautender altpythagorischer Aussprüche. So wird (vgl. Amiot. a. a. O. S. 136) von den fünf ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 gesagt, sie seien vollkommen und werde, weil die Einheit ihre Reihe eröffnet, in ihnen der Anfang gefunden. Die fünf graden Zahlen 2, 4, 6, 8, 10 dagegen werden unvollkommen genannt und von ihnen heisst es, weil sie die Einheit nicht haben, es fehle ihnen der Anfang, die Schlusszahl Zehn aber verleihe ihnen das Ende und die Vollendung. Man vgl. mit diesem, so verstanden, kindischen und trivialen Ausspruche das oben S. 73 Note * citirte, dem Pythagoras zugeschriebene Apophthegma: imparem numerum *habere* finem, parem *esse* finitum — und das dort von uns zur Erläuterung des wahren Sinnes dieser Worte beigebrachte.

**) Pan, des Aethers Sohn von der Oeneïs, ging, der von Creuzer (Symbolik. Bd. IV S. 67) aufgestellten Deutung des alten Mythus zufolge, aus der Vermählung des Himmels mit der feuchten Erde hervor. Die Schildkröte aber ist in der griechischen Mythologie das heilige Thier des Pan (Pausanias. Arc. 54. 5).

***) Vgl. die Abhdlg. von Pater Regis bei Mohl Bd. I S. 59—61.

Lo-chou bieten, sind nichts weiter als ein s. g. magisches, aus folgender Stellung der Zahlen von 1 bis 9 gebildetes Quadrat:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

in welchem die Summe je dreier auf den beiden Diagonalen sowohl als in den Vertical- und Horizontalreihen stehender Zahlen jedesmal gleich 3×5 d. i. gleich 15 ist. In den Darstellungen auch dieser Figur werden von den chinesischen Schriftstellern die die Fünfzahl umgebenden ungraden Zahlen 1, 3, 7, 9 durch lichte, die graden Zahlen 2, 4, 6, 8 durch schwarze Punkte dargestellt.

Von der Fünfzahl und Zehnzahl wird bei den chinesischen Zahlenharmonikern gesagt, dass erstere, die Fünfzahl nemlich, die letzte der fünf Zeugerzahlen, die Zehnzahl aber die letzte der fünf gezeugten Zahlen sei*). Der Fünfzahl gebührt hiernach die grössere Würde. Auf dem Grunde der Fünfzahl ist darum auch von Alters her das Reich erbaut. Zwölf Völkerhirten (Mou, später die grossen Vasallen) sind dem Volke vorgesetzt um ihm die sechs Fou-hang, die Elemente des Lebens, Luft und Wasser, Feuer und der Erde Holz, Metall und Getreidekorn zu sichern. Wer diese verletzt sündigt schwer. Aber fünf sind der Gebote, die vom Himmel kommen, die gegenseitigen Verpflichtungen festigend zwischen dem Kaiser und seinem Volke, dem Vater und seinen Kindern, den älteren und jüngeren Brüdern gegeneinander, dem Manne und der Frau, des Freundes gegen den Freund. Fünf Arten bestehen auch der Strafen; fünf Ordnungen der Kleidung, und fünf Abstufungen des Schmuckes. So hatte Yao, der vierte der fünf ersten Herrscher (Ti) und Gründer des Reiches, zu dessen Zeiten die grossen Gewässer das Land verwüstet, die Berge überfluthet hatten, die Gesetzgebung geordnet. Andere Sagen aber berichteten: schon lange vor Yao habe das Gewässer die Welt erfüllt; Tag und Nacht seien in Unordnung gekommen; denn der erzürnte Herr des Himmels und der Erde habe die Menschen gestraft; dann aber sei das Gewölbe des Himmels mit einem wunderbaren Stein von fünf Farben wieder hergestellt worden**). Der canonischen, von Confucius gesammelten Bücher (King) waren ebenfalls fünf***). Die Reden und Thaten der Kaiser bildeten den Inhalt des Schou-king's †). An ihn schloss sich, als Buch der Gesänge, der Schi-king. Die Sammlung der Lebensvorschriften und Gebräuche bildete den Li-ki. Der Jo-king handelte über die Musikwissenschaft††), von welcher gesagt wurde, sie sei die Wissenschaft der Wissenschaften und das wichtigste Studium des Weisen;

*) Neben der Eintheilung der Zahlen in grade und ungrade erwähnen die chinesischen Harmoniker auch noch einer Eintheilung der zehn ersten Stellen der natürlichen Ganzzahlreihe in zeugende und gezeugte Zahlen. Als Zahlen der ersteren Kategorie bezeichnen sie die fünf kleineren Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, als solche der letzteren die fünf grösseren Zahlen 6, 7, 8, 9, 10. (Amiot a. a. O. S. 94 u. 138). Der nichtssagende Satz beruht offenbar wieder auf einem Missverstehen älterer esoterischer Theoreme.

**) Mémoires concernant les Chinois. Tom. II Dissertation: Sur l'antiquité des Chinois, p. 163 sq. Windischmann a. a. O. Th. I Abth. 1 S. 78—84.

***) Sie wurden oft zusammen Ou-king genannt, d. h. wörtlich (Ou besagt Fünf) die fünf King der wahren, festen Lehre. Das Wort ist gewissermaassen gleichbedeutend mit Pentateuch.

†) Im Schouking sind Stücke, welche nach Klaproth's Meinung, wohl an 1000 Jahre älter sind als Confucius.

††) Er ist, unter den inneren Kriegen China's, leider bis auf einige wenige Bruchstücke verloren gegangen.

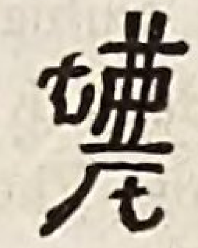
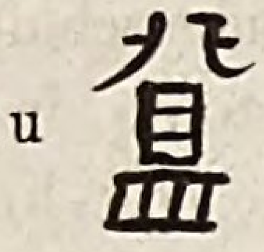
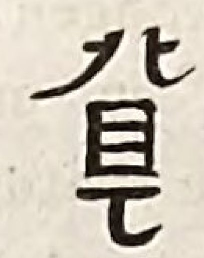
denn es sei „die Musik das Maass der Welt“. Den Schluss endlich machte das seinen Grundzügen nach älteste dieser heiligen Bücher, der von uns im Obigen bereits mehrfach angeführte Y-king (oder I-king, auch Je-king), das Buch der Verwandlungen und Naturfügungen.

Aus der Mischung der Zahlen der Figuren Ho-tou und Lo-chou waren, wie die chinesischen Musikschriftsteller berichten, die Rationen der zwölf Lu, für die musikalische Tonabmessung entsprungen. Ihre absolute Tonhöhe war angeblich auf Befehl Hoang-ti's, des dritten Herrschers in der Reihe der fünf Ti, der dem Systeme der Maasse und Gewichte jeglicher Art seine Ordnung gegeben hatte, durch Lyng-lun festgestellt worden. Unweit der Stelle, wo auf einem hohen Berge der Provinz Si-jung der gelbe Fluss Hoang-ho entspringt, hatte Lyng-lun ein Bambusrohr gefunden, welches, zwischen zwei Knoten seines natürlichen Wuchses durchgeschnitten, einen Ton gab, der dem Klange der eigenen Stimme Lyng-lun's, in der leidenschaftslosen, ruhigen Rede, entsprach. Das Sprudeln der Quelle des heiligen Stromes ertönte in demselben Klange. Da lässt auf den Aesten eines dort stehenden Baumes ein Foung-hoang (der Phönix der chinesischen Sage), begleitet von seinem Weibchen, sich nieder. Das Männchen lässt sechs verschiedene Tonlaute aus seiner Kehle erklingen, das Weibchen ebensoviele. Es sind die dem Klange des Bambusrohres, als Grundton, entsprechenden sechs Yang und sechs Yn Töne der zwölfstufigen Lu-Scale. Die gewöhnliche diatonische Tonleiter der Chinesen zählt, wie bei allen Völkern, sieben Stufen. Für die bedeutsamsten Gesänge ihrer liturgischen Riten aber bedienen sie sich seit den ältesten Zeiten einer nur aus fünf Stufen gebildeten Scale. Die beiden charakteristischen Töne des Dominant-Septimaccordes unseres tonalen Systemes — die grosse Terze nemlich und kleine Septime des Dominanttones d. i. das Subsemitonium und die Oberquarte des Tonus (die s. g. *notes sensibles* der französischen musikalischen Kunstsprache) fehlen dieser Scale. Wir werden am geeigneten Orte uns mit einer eingehenden Betrachtung des harmonikalen Bildungsgesetzes dieser Fünf-Lu-Scale noch in ausführlicherer Weise zu beschäftigen haben.

Die zwölf Lu tragen alte, allegorische, sehr eigenthümliche, wie wir später aber sehen werden, in zahlenharmonikaler Hinsicht sehr bezeichnende Namen. Der Grundton (die Tonica) heisst Hoang-tchoung, „gelbe Glocke“ (eigentlich „der Erde entsprungene“ — denn die gelbe Farbe ist, wie schon bemerkt wurde, das Emblem der Erde — also soviel als: „ursprüngliche Glocke“) die grosse Secunde des Grundton's Tay-tsou, „grosse Gleichheit“*), die grosse Terze (die Mediante) Kou-si, „Rückkehr zum Alten“ („Umkehr“). Die Quarte (Unterdominante) führt den Namen Tchoung-lu, „Mitwirker der Mitte“; die Quinte (Dominante) heisst Lin-tchoung, „Waldglocke“, die grosse Sexte (der Parallelton) Nan-lu, Mitwirker von Süden“, die grosse Septime (der Leitton, das Subsemitonium der Grundton-Octave) Yng-tchoung, „Glocke der Erwartung“. Die chromatische Erniedrigung der letztgedachten Stufe (die kleine Septime des Grundtons, zugleich chromatische Erhöhung der Sexte) heisst Ou-y, „noch unvollendet“, die chromatische Erhöhung des Grundtons oder chromatische Vertiefung seiner grossen Secunde Ta-lu, „grosser Mitwirker“, die chromatisch erniedrigte Mediante (kleine Terze des

*) Wir erinnern daran, dass in den oben von uns aus den Zahlen der Hexagramme Kien und Kouen und beziehlich Wei-ki und Ki-ki entwickelten Tonreihen der Ton *d* d. i. die grosse Sekunde des Tonus *c* der natürlichen diatonischen Scale beidemale die Mitte des Systemes einnahm.

Grundtons, oder chromatische Erhöhung der grossen Secunde) Kia-tchoung, „von zwei Seiten beengte Glocke“, die chromatische Erhöhung der Unterdominante (der Tritonus des Grundtons, oder beziehlich die chromatische Erniedrigung der Dominante) Joui-pin, „das Entbehrliche“, die chromatische Erhöhung der Dominante oder chromatische Vertiefung des Paralleltones — also wenn wir für den Grundton unser C setzen der Ton G♯ oder A♭ (*Gis-As*) — endlich Y-tse, „Hinrichtungswerkzeug“.

Die Charactere der hier aufgezählten Tonstufen des diatonisch-chromatischen Systemes der Chinesen sind (zufolge Amiot: Mémoire sur la Musique des Chinois S. 113 und Planche X fig. 5, b) folgende: Hoang-tchoung 合 und 六, Tay-tsou 四 und 五, Kou-si 乙 und 亿, Tchoung-lu (das Zeichen desselben fehlt auf der Tafel bei Amiot), Lin-tchoung 尺, Nan-lu 工, Yng-tchoung 凡, Ou-y , Ta-lu , Kia-tchoung , Jouipin 上, Y-tse  *).

*) Möchte ein Kenner der chinesischen Sprache und Schrift sich der Aufgabe unterziehen, in eine genaue Analyse dieser Zeichen einzugehen. Es dürfte hierbei der sachverständigen Prüfung werth erscheinen, ob nicht vielleicht die Züge des ersten der beiden Zeichen für die Stufe Tay-tsou als zusammengesetzt aufgefasst werden können aus 丨丅 und 丄丨. Der erste dieser beiden Schriftzüge würde an die Hauptstriche des Characters 下 *Hia*, Unten, Untertheil, der letztere Schriftzug an die Hauptstriche des Characters 上, Chang, Oben, Obertheil, erinnern (die ideographische Bedeutung des Tonzeichens also gleichsam durch ἄνω κάτω wiedergegeben werden können). Wenn die Stufe Tay-tsou, als grosse Ober-Secunde des Tonus Hoang-tchoung, der Stufe *d* der oben von uns aus den Zahlen der vier Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki, und Ki-ki entwickelten Tonreihen gleichzusetzen ist, so würde in der That, weil die genannte Stufe die Mitte bildet zwischen der höheren und tieferen Hälfte der beiden aus der Duodecimenfolge und Quartenfolge der verbindenden Zwischentöne hervorgehenden Systeme, eine solche gleichsam symbolisch die Kreuzung der auf- und absteigenden Scalen beider Tonreihen andeutende Zusammensetzung des Schriftzuges dem Namen Tay-tsou, d. i. „völlige Gleichheit“ sehr wohl entsprechen.

Die Hauptlineamente aber des Characters für die Stufe *Y-tse*, Hinrichtungswerkzeug, liessen sich auf ähnliche Weise vielleicht als zusammengesetzt erklären aus einer Verschränkung der Zeichen 尸 *Keou*, Mund (welches, wie wir bereits sahen, auch im Schriftzuge für *Ho*, Harmonie, gefunden wird, und füglich als ein ideographisches Zeichen für Odem, Hauch, gedeutet werden könnte), und 工, welches letztere wieder eine Verschmelzung darzustellen scheint der Zeichen 丄 und 丅. Die Aehnlichkeit aber dieser Züge mit denen des umgekehrten und beziehlich des aufrechtstehenden Kreuzbuchstabens Taw, Ταῦ, Te, des semitischen, griechischen und lateinischen Schriftalphabetes springt in die Augen. Wie die Lu-Stufe Tay-tsou, welche wir durch den Ton *d* unseres Systemes bezeichneten, die centrale Stufe bildet

Amiot übersetzte mit Hülfe der ihm befreundeten Hofmandarine Y durch: *tuer*, *mettre à mort*, und tse durch: *instrument de supplice.* Wir wissen nicht, ob phonetisch der syllabische Laut tse in einer nachweisbaren Beziehung steht zum semitischen Buchstaben ת, Taw oder Tau (auf althebräischen*) Münzen und Gemmen + und × geschrieben) dessen Name: „Kreuzzeichen“, „Kreuz“, sachlich aufgefasst, der letzten Bedeutung nach in gewisser Weise dem chinesischen Worte synonym erscheint, und ob folgeweise phonetisch eine Parallele zwischen der gedachten chinesischen Monosyllabe und dem Sibilant-*Th*-Laute statthaft sein würde, welchen das dem semitischen Taw-Buchstaben entsprechende Ταῦ der Griechen oder T und Th der lateinischen Italer, sowohl im Alterthume schon als in verschiedenen neuern Töchtersprachen oder deren Dialecten, im Anlaute oder Auslaute vieler Worte angenommen hat**). Könnte diese Frage bejaht werden, so würde mit der, im Fortgange dieser Untersuchungen

der aus den Zahlen der vier Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki, Ki-ki zu entwickelnden Tonreihen, so wird im Mittelpunkte des vollständig ausgebildeten diatonisch-chromatischen Tonsystemes der chinesischen Harmoniker, wie weiter unten sich ergeben wird, eine enharmonisch-doppeldeutige Zwischenstufe gefunden, welche wie das *Gis*ʌ-*As* unseres Systemes aus einer Verschmelzung der so und so vielsten Oberoctave des Zeugertones der Tiefe mit der so und so vielsten Unteroctave des Zeugertones der Höhe entsteht. Ihm entspricht, wie sogleich gezeigt werden soll, in der Nomenclatur der Lu-Stufen die Stufe Y-tse, „Hinrichtungswerkzeug“.

Während, wie bereits angeführt wurde, der Character 十 Chy, das chinesische Zahlzeichen für Zehn ist, scheint der Schriftzug für Fünf, Ty-Ou (*numerus quinque*) 五 in seinen Hauptlineamenten ebenfalls aus einer Zusammenfügung und Verschränkung der beiden Schriftzüge ⊥ und T entstanden zu sein. Es entspricht aber die Stelle, welche das mystische Zeichen der Fünfzahl ⁘ oder ⁜ im Mittelpunkte der Zahlenfiguren Ho-tou und Lo-chou einnimmt, der Mittelstellung des Tones Y-tse im Strahlenpunkte des chinesischen diatonisch-chromatischen Tonsystemes. Wir werden wie schon angedeutet wurde im Verfolge unserer Untersuchungen noch sehen, in welch' naher harmonikaler Beziehung der Zahlenwerth 5 zur Ration des die Mitte des diatonisch-chromatisch-enharmonischen Tonsystemes der Alten einnehmenden Tones steht, welchem der enharmonische Doppelton *Gis*ʌ-*As* unseres modernen Systemes entspricht.

*) Auf phönizischen Münzen und Inschriften kommen für denselben die Zeichen † und ᛚ vor.

**) Nicht nur sprechen die neueren Juden das aspirirte ת, Thaw (Th) als Zischlaut aus, wie *s* (רֵאשִׁית z. B. wie *reschis*) und wurde in derjenigen Periode der Entwickelung der hebräischen Sprache, welche durch hervortretende Hinneigung zum Aramäischen sich kennzeichnet, vielfach für ת der Sibilantlaut שׂ gesetzt, sondern zufolge Gesenius Thesaurus linguae hebraicae et chaldaeae (unter ת) war auch ursprünglich die Aussprache des gedachten Buchstabens ohne Dagesch lene die eines gelispelten *t*, wie die des griechischen ϑῆτα und des th der Engländer (blaesum fere sonum habuisse videtur instar gr. ϑ et *th* Anglorum). Gleichwie im Arabischen, dem ja grade das Festhalten der ältesten semitischen Sprachformen vor dem Hebräischen nachgerühmt wird, das Daleth ד, d (dh), des hebräischen Alphabetes sich in zwei Laute und Zeichen, in Dal nemlich und Dsal, د, d, und ذ, ds, spaltet, finden wir in dieser Schwestersprache des Hebräischen statt des einen hebräischen ת, th, zwei Buchstaben Tha und Thsa, ت, ϑ, tha, und ث, ths — in dem letzteren Laute und Zeichen somit jenes sibilirte th erhalten. Und im Englischen, Baskischen, Spanischen, Neugriechischen, und so vielen anderen Sprachen, treten die Laute d oder th ja in mannigfacher Weise als Zischlaute auf, als ds nemlich oder ths, sei es im Anlaute oder im Auslaute der Sylben und Worte und öfter noch in jeglicher Stellung, mit einem dem uns beschäftigenden chinesischen tse ganz verwandten Laute. Im Griechischen zeigt die Benennung des höchsten Gottes Ζεύς im Verhältnisse zum äolischen Δεύς und lateinischen *Deus* (man vgl. auch die Form Θεός) die Verwechselung dieses zwiefachen Anlautes. Ist ja doch auch, sowohl im Griechischen wie im Lateinischen,

darzulegenden gleichen harmonikalen Geltung des uns beschäftigenden Characters als musikalischen Tonzeichens, und mit der graphischen Aehnlichkeit der Lineamente seines Schriftzuges, auch noch ein phonetisches Element sich vereinigen, um auf einen gemeinsamen Ursprung des bei den verschiedensten Völkern vorkommenden symbolisch so bedeutsamen Zeichens hinzuweisen.

Die Vertheilung der zwölf Namen auf die zwölf Lu-Stufen der diatonisch-chromatischen Tonleiter, wie sie im obigen als die altchinesische bezeichnet wurde, ergibt sich aus einer von Amiot mitgetheilten sehr alten Anleitung zum temperirten Stimmen nach abwechselnden Oberquinten und Unterquarten, welche in einem musikhistorischen Werke von Hoai-nan-tse, dem als Alterthumsforscher bei den gelehrten Chinesen in hoher Geltung stehenden schriftstellernden Könige des Vasallen-Staates Hoai-nan (derselbe lebte gegen Ende d. 2. Jahrh. vor Beginn der christl. Zeitrechnung) sich erhalten hat*). Die Temperirung für die Stimmung der zwölf Lu wird, nach Hoai-nan-tse, gefunden, wenn von der Pfeife des Grundtons Hoang-tchoung ausgehend die 81 Theile des Längenmaasses derselben behufs Bestimmung der Länge der Pfeife für die Oberquinte, nicht mit der Ration der reinen Quinte $^2/_3$, sondern mit der zu dieser wie 750 : 749 sich verhaltenden Ration $\frac{500}{749}$ multiplicirt, die gesuchte Pfeife also um jene kleine Verschiedenheit der Bruchtheile zu lang, und der Ton des Intervalls in demselben Verhältnisse zu tief genommen wird. Durch Multiplication des auf diese Weise bestimmten Maasses der Pfeife der Quinte Lin-tchoung mit $\frac{1000}{749}$, statt mit $^4/_3$, der Ration der reinen Unterquarte, wird dann das Maass für die Unterquarte der Dominante d. i. für die grosse Ober-Secunde des Grundtones, den Ton Tay-tsou nemlich, berechnet. So geht es wenn wir für den Grundton unseren Ton gross *C* setzen, von *C* nach *G*, von *G* nach *D*, von *D* nach *A*, von *A* nach *E*, in abwechselnden Quinten- und Quartenschritten weiter, zu den Stufen *H* . . . *Fis* *cis* *Gis* oder *As* *es* *B* *f* *c*. An neunter Stelle nennt hierbei Hoai-nan-tse die Lu-Stufe Y-tse, und weil wir mit *C* dem Grundtone unserer natürlichen Tonleiter begonnen haben, fällt auf diese neunte Stelle die enharmonisch-chromatische Halbstufe unseres temperirten Systemes *Gis*-*As*. Zu jeder der obigen Stufen wird von Hoai-nan-tse allemal die gefundene Zahl (mit Vernachlässigung der verschwindend kleinen bei den Divisionen übrig bleibenden Brüche) anangegeben und dabei der Name des betreffenden Tones genannt. Die Möglichkeit eines Irrthumes bei der Vergleichung der Reihenfolge der einzelnen Lu-Stufen mit der Quinten- und beziehlich Quartenfolge unseres Systemes ist somit ausgeschlossen. Unsere Deutung weicht von derjenigen des musikgelehrten Missionar's dem wir das interessante Bruchstück verdanken nur insoweit ab, als Amiot — es ist nicht recht ersichtlich aus welchen Gründen — den Hoang-tchoung des chinesischen Systemes nicht mit dem Grundtone *C* (Ut), unseres modernen natürlichen Systemes, sondern mit der Stufe *F* (Fa) des letzteren in Parallele stellt, die Entwickelung der Stufen also von der Unterdominante aus, anstatt vom Tonus der Scale, als Primton be-

die Bezeichnung Σίβυλλα für Prophetin, Wahrsagerin (Verkünderin des Rathschlusses Gottes) aus Σιὸς (statt Διὸς) βουλή entstanden.

*) Von diesem gelehrten Könige sagt der Pater de Premare im Vorworte zu der von de Guignes besorgten Pariser Ausgabe des Schou-king (S. XLVI): „Son palais étoit une académie de savans, avec lesquels il creusoit dans l'antiquité la plus reculée; c'est pourquoi ses ouvrages sont très curieux et son style très beau."

ginnen lässt, oder mit anderen Worten sich das natürliche Tonsystem der alten Chinesen um eine Quinte tiefer oder Quarte höher in der Stimmung vorstellt, als das unsrige.

In Verbindung mit dem technischen Hülfsmittel, welches diese Lu-Berechnung des Hoai-nan-tse bietet, gewinnen die Aussprüche der heiligen Bücher und der ältesten Musikschriften der Chinesen über den Sinn der Trigramme und Hexagramme des Fou-hi, Yu oder Wen-wang, und die sagenhaften Berichte derselben von der wunderbaren Auffindung des Unterschiedes der Yang- und Yn-Zahlen und der Maasse der zwölf Lu-Stufen durch die Gründer ihres Reiches einen technischen Boden, dessen Bedeutung wie für die speculative Weisheitslehre, so für die älteste Geschichte der inductiven und exacten Wissenschaften, keineswegs unterschätzt werden darf.

Die nähere Ausführung dieser Behauptung und die Erbringung der dieselbe begründenden positiven Beweise im Einzelnen soll weiter unten in demjenigen Hauptstücke folgen, welches einer detaillirten Vergleichung des chinesischen Tonsystemes mit den Theoremen der griechisch-pythagorischen Harmoniker gewidmet sein wird.

gleiches Recht, oder mit anderen Worten stellt sich das natürliche Tonsystem der alten Chinesen, die eine Quinte mehr oder weniger in der Stimmung [illegible], als das unsrige.

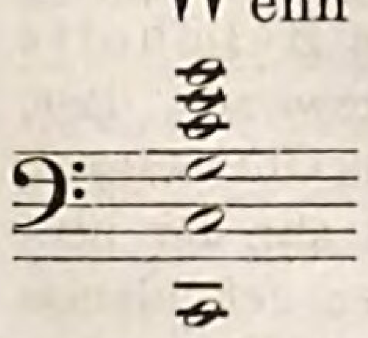
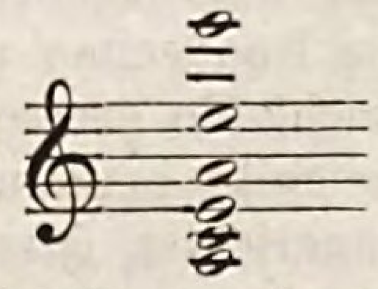
Die Vergleichung mit dem erwähnten Hülfsmittel, welches einen [illegible] Betrachtung des Hoang-[illegible] liefert, [illegible] die Ansprüche der heiligen Bücher und der ältesten [illegible] der Chinesen über den Sinn der Trigramme und Hexagramme des Fou-hi, Yu-[illegible] Wen-Wang, und die [illegible] Berichte derselben von der wunderbaren Auffindung des [illegible] [illegible] aus [illegible] und [illegible] und der Masse der [illegible] durch die Grundidee [illegible] einen [illegible] Boden, dessen Bedeutung wie für die [illegible] Wissenschaften, so für die älteste Geschichte der [illegible] und exacten Wissenschaften, keineswegs [illegible] werden darf.

Die nähere Ausführung dieser Behauptung und die Erörterung der [illegible] begründenden [illegible] Beweise im Einzelnen soll weiter unten in denjenigen Hauptstücke folgen, welches einer detaillirten Vergleichung des chinesischen Tonsystems mit den Theorieen der griechisch-[illegible] [illegible] gewidmet sein wird.

Zweites Hauptstück.

Wie für die Zahlenlehre der Unterschied der nichttheiligen und der theiligen Zahlengrösse, so bildet für die auf Zahlenbetrachtung gegründete Harmonielehre, der Gegensatz des Dur- und Mollgeschlechtes der Tonverbindungen den Ausgangspunkt der Untersuchung. In zwei den allgemeinen Bewegungsgesetzen entspringenden Klangphänomenen wurzelt die Unterscheidung zwischen Dur und Moll. Die Rationen der Oscillationsgeschwindigkeiten für die tonalen Durgebilde werden in der arithmetischen, diejenigen der Mollgebilde in der harmonischen Proportionalität gefunden. Aus der Begegnung und aus der wechselseitigen Durchkreuzung dieser beiden Proportionalitäten entspringt die geometrische Proportion. Die harmonikale Zahlenlehre des Alterthumes stellt an die Spitze der hierauf bezüglichen Darlegungen die Erfassung des Begriffes der endlichen im Gegensatze zur unendlichen Grösse. Die Formulirung dieses Gegensatzes bildet das speculative Theorem vom Einen und von der unbegränzten Zweiheit.

„Als eine wahre Gabe von den Göttern an die Menschen, wofür ich es wenigstens erkenne, ist einmal von den Göttern herabgeworfen worden durch irgend einen Prometheus, zugleich mit dem glanzvollsten Feuer — und die Alten besseren als wir und den Göttern näher wohnenden haben uns diese Sage übergeben — aus Einem und Vielem sei alles, wovon jedesmal gesagt wird dass es ist, und habe Begränzendes und Unbegränztes in sich verbunden.“ Plato: Philebos, 16.

Wenn als Type gleichsam des Durgeschlechtes der Töne wir den tonischen Accord  unserer natürlichen C-dur-Tonart betrachten, und als Type des parallelen verwandten Mollgeschlechtes diesem C-Accorde den tonischen Accord  der natürlichen A-moll-Tonart gegenüber stellen, so bietet dieser Mollaccord gleichsam das umgekehrte Bild, die im Spiegel gesehene Rückstrahlung, jenes Duraccordes dar. Der Duraccord setzt sich aus dem Grundtone der schwingenden Saite und den ersten fünf Stufen jener Reihe von harmoni-

kalen*) Obertönen zusammen, welche unser Ohr — von besonderen Fällen abgesehen — als miterklingende vernimmt, wenn auch nur die Saite des Grundtones allein angeschlagen wird. Dass wir grade diese Töne und gewisse noch höhere, nicht aber zwischenliegende Töne im Klange des Grundtons und mit demselben bei geschärfter Aufmerksamkeit hören, beruht — wie in der Einleitung schon flüchtig angedeutet wurde — auf dem, von Fourier für die Zerlegung aller zusammengesetzten periodischen Bewegungen analytisch nachgewiesenen, von K. S. Ohm speciell als für unser Gehörorgan bei der Auffassung musikalischer Klänge maassgebend befundenen, allgemeinen dynamischen Gesetze, nach welchem aus der Zerlegung derartiger Bewegungen als Factoren derselben allzeit nur solche einfache pendelartige Bewegungen hervorgehen, deren einzelne Schwingungsperioden ihrer Geschwindigkeit nach einfache Multipeln der die Schwingungsperiode der zusammengesetzten Bewegung selbst regelnden Geschwindigkeit darstellen würden. So wurzelt denn das Phänomen des Duraccordes in einem jegliche isochron geregelte Bewegung als solche erfassenden, durch die ganze Natur sich hindurchziehenden Gesetze. Die musikalische Harmonielehre wird zu einem Zweige der Bewegungslehre — der Dynamik überhaupt.

Die Schichtung der Intervalle im Mollaccorde entspricht einem anderen, jenem verwandten Phänomene, welches aus der Uebertragung einer bestimmten periodischen Bewegung von dem bewegten Körper auf einen anderen ruhenden, vorübergehend von den periodischen Stössen des ersteren getroffenen Körper entspringt. Es ist dies das Phänomen des s. g. Mittönens. Dasselbe kömmt bei denjenigen zur Klangerzeugung befähigten Körpern vor, welche, durch irgend einen Anstoss in Schwingung versetzt, eine längere Reihe von Schwingungen ausführen, ehe sie wieder zur Ruhe kommen. Werden dergleiche Körper nemlich von den an sich zwar schwachen aber regelmässig wiederkehrenden periodischen Stössen eines anderen tönenden Körpers berührt, von denen jeder einzelne Stoss viel zu unbedeutend wäre um eine merkliche Mitbewegung des schwingungsfähigen Körpers hervorzubringen, so können dennoch zur Hervorbringung eines Tones ausreichende Schwingungen des letzteren entstehen, wenn die Periode jener schwachen Anstösse gleich oder doch nahezu gleich ist der Periode der möglichen eigenen Schwingungen des von solchen Anstössen berührten Körpers. Von zwei gleichgestimmten Saiten wird auf solche Weise die zweite, nicht angespielte, in sympathische Mitschwingungen versetzt, wenn sie von den Schallwellen getroffen wird, welche ihre angespielte Schwester durch das Medium der umgebenden Luft ihr zusendet. Aber die experimentelle Akustik hat auch noch gezeigt, dass nicht blos gleichgestimmte, sondern auch höher oder tiefer gestimmte Saiten durch einen sie

*) Unter gewissen Voraussetzungen fehlen einzelne Töne. Gelingt es die Saite in eine Bewegung zu versetzen, deren Schwingungsform der einfachen, in der Mechanik mit dem Namen pendelartige Schwingung bezeichneten Form der Hin- und Hergänge der vibrirenden Molecüle entspräche, so fehlen — wie Helmholtz durch sinnreiche Experimente gezeigt hat, alle Obertöne. Thomas Young hatte bereits nachgewiesen, dass, wenn die Saite genau in ihrem Halbirungspunkte vom tonerregenden Anstosse getroffen wird, alle Oberoctaven des Grundtons, nemlich alle die, sonst miterklingenden Obertöne fehlen, deren Schwingungszahl aus der progressirten Zweitheilung hervorgeht; beim Anschlag der Saite in einem durch Dreitheilung derselben gefundenen Theilpunkte aber die Duodecime und deren Octaven; in einem durch Fünftheilung bestimmten Theilpunkte getroffen, die Saite nicht die grosse Terze ihre Doppeloctave hören lässt u. s. w. Unter den Obertönen befindet sich auch der $1/7$ der Saite entsprechende Ton. Weil derselbe musikalisch nur störend wirken würde, sind unsere Claviere so eingerichtet, dass der Hammer die Saite $1/7$ ihrer Länge vom Befestigungspunkte anschlägt, und demgemäss dieser Oberton in der Reihe der miterklingenden Töne ausfällt. Wer den berühmten Ton i Kirnberger's, den Fasch durch besondere Compositionen, zum Entzücken der Berliner, verherrlichte, auf seinem Claviere als Oberton beobachten will, muss daher die Saite nicht mit dem Hammer der Taste anspielen, sondern mit dem Finger an irgend einer anderen Stelle ihrer Länge zupfen.

erreichenden Klang zum Mittönen gebracht werden*), wenn das Intervall, welches der Eigenton der ruhenden Saite zu dem Erregertone bildet, eine Octave, oder eine Duodecime, oder eine Doppeloctave oder Septemdecime u. s. w., kurz eines jener Intervalle ist, aus welchen, vom Grundtone aus gemessen, die Stufen des vorhin betrachteten Accordes der harmonischen Obertöne sich zusammensetzen. Dann ist es einerlei, ob die tiefere oder höhere Saite des Intervall's angespielt wird. Die ruhende höhere Saite nimmt nemlich die Bewegung der angespielten tieferen deshalb in sich auf, weil die Periode ihrer eigenen Schwingungen, welche im vorausgesetzten Falle das doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. der Geschwindigkeit der tieferen Saite beträgt, ja so eingerichtet ist, dass auf den je zweiten, dritten, oder vierten ihrer einzelnen Stösse ein Stoss der tieferen Saite fällt, folglich sie zwar nicht bei jedem ihrer Hin- und Hergänge, wohl aber beim zweiten, oder dritten, oder vierten derselben, eine Verstärkung der in ihr beginnenden Mitbewegung von der tönenden Saite empfängt. Im umgekehrten Falle, wenn nemlich die ruhende Saite die tiefere ist und die höhere Saite angespielt wurde, ist der mechanische Hergang der Sache ein complicirterer und an gewisse, hier füglich zu übergehende besondere Voraussetzungen gebunden. Es genüge zu sagen, dass die tiefere Saite in ihren langsameren Hin- und Hergängen durch die raschere Abwechselung der durch den Ton der höheren Saite hervorgerufenen Luftverdichtungen und Verdünnungen gestört wird, daher mit ihrem Eigentone nicht den Bewegungen der angespielten höheren Saite zu folgen vermag; dass aber unter Umständen zuerst fortschreitende und dann in s. g. stehende Wellen übergehende, in den Aliquottheilpunkten der Saite sich kreuzende Wellenzüge ihre Molecülen ergreifen und in Folge dessen die Saite, durch ruhende s. g. Knotenpunkte in ihre entsprechende Aliquottheile zerlegt, nun nach Hälften, Dritteln, Vierteln u. s. w. zu schwingen anfängt. So antwortet der angespielten höheren Saite dann in der tieferen in solchem Falle sympathisch allerdings nicht deren Eigenton, wohl aber die Octave, Duodecime, Doppeloctave u. s. w. des letzteren, nemlich derjenige Oberton des Grundtons der miterklingenden Saite der Unison ist mit dem Klange der angespielten. Welche Phänomene sich zeigen wenn die Eigentöne beider Saiten andere musikalische Intervalle mit einander bilden, z. B. Quinten, Decimen, Quarten, Undecimen, Terzen, Ganz- oder Halbtöne u. s. w. werden wir weiter unten noch zu betrachten haben.

Das Verhältniss der Intervalle, welche die Saiten des von uns vorhin dem C-dur-Accorde

*) Dem Alterthum war auch das Phänomen des Mittönens, und zwar in beiden Formen der Erscheinung, wohl bekannt. Der Erregung einer ruhenden Saite durch den Klang einer ihr gleichgestimmten erwähnt Aristides Quintilian De Musica Lib. 2 S. 107 Meibom. Er sagt nemlich, nachdem er zuvor von den sympathischen Beziehungen zwischen Seele und Leib geredet, und die dem Seelenleben dienenden Organe des Leibes musikalischen Instrumenten vergleichend darauf hingewiesen hat, dass die im leiblichen Organe hervorgerufenen Bewegungen nothwendig in der Seele selbst einen ihnen harmonisch verwandten Wiederhall erzeugen müssen, es werde dies nicht befremdend erscheinen können, wenn man bedenke, dass ähnliches ja auch auf den musikalischen Saiteninstrumenten sich zeige, und fährt dann fort: εἰ γάρ τις δύο χορδῶν ὁμοφώνων, ἐς μὲν τὴν ἑτέραν σμικρὰν ἐνθείη καὶ κούφην καλάμην, θατέραν δὲ πόρρω τεταμένην πλήξειεν, ὄψεται τὴν καλαμηφόρον ἐναργέστατα συγκινουμένην. δεινὴ γὰρ ὡς ἔοικεν ἡ θεία τέχνη καὶ διὰ τῶν ἀψύχων δρᾶσαι τι καὶ ἐνεργῆσαι. Man hatte also an Saiten schon Versuche mit den s. g. Reiterchen gemacht. Des Mittönens nicht gleichgestimmter, aber harmonisch nahe verwandter Saiten, geschieht Erwähnung in den pseudoaristotelischen Problemen. Es heisst dort (19, 24): „Woher mag es kommen, dass wenn jemand, nachdem er die Saite der Nete angeschlagen, mit der Hand dieselbe berührt (dämpft), alsdann nur die (in die Unteroctave gestimmte) Hypate nachzuklingen scheint? Liegt das vielleicht in der vorzugsweisen Verwandtschaft dieser beiden in einer Consonanz gestimmten Saiten?“ (Διὰ τί, ἐάν τις ψήλας τὴν νήτην ἐπιλάβῃ, ἡ ὑπάτη μόνη δοκεῖ ἀντηχεῖν; Ἢ ὅτι συμφυὴς μάλιστα γίνεται τῷ φθόγγῳ ὁ ἀπὸ ταύτης ἦχος διὰ τὸ σύμφωνος εἶναι;).

gegenübergestellten 𝔄-moll-Accordes zu dem Obertone dieses Accordes bilden, ist nun so geartet, dass der Klang einer jeden der tieferen Saiten das sympathische Mittönen des gemeinsamen Obertones hervorrufen würde, und dass umgekehrt die angespielte Saite des Obertons in allen tieferen Saiten ein Mittönen erzeugt. Aber freilich wird der sympathisch hervorgerufene Ton im Wechselspiele der Saiten des Accordes $\bar{\bar{e}}$ $\bar{e}$ a e c A jedesmal nur der Ton $\bar{\bar{e}}$ sein. Spielt man eine der fünf tieferen Saiten an, so antwortet, nach dem eben gesagten, die Obersaite jedesmal mit ihrem Eigentone $\bar{\bar{e}}$. Und durch den Klang der angespielten Obersaite $\bar{\bar{e}}$ wird als sympathischer Oberton in der Saite $\bar{e}$ deren Oberoctave, in der Saite a deren Oberduodecime, in der Saite e deren Oberdoppeloctave, in der Saite c deren Oberseptemdecime und in der Saite A deren Ober-Decimanona, also allezeit nur der Ton $\bar{\bar{e}}$, wachgerufen. Es tritt uns im Phänomene daher nicht der Mollaccord selbst, wohl aber überall dessen Zeugerton mittönend entgegen. Als solchen müssen wir nemlich, wie der weitere Verlauf unserer Zahlenbetrachtungen noch darthun wird, den mehrgenannten gemeinsamen Oberton betrachten. Die zeugende harmonikale Einheit des Duraccordes ist der Grundton desselben, die Tonica. Zeugerton und einheitliches Gemäss des Mollaccordes ist der Oberton desselben, die Dominante der Molltonart. Die Intervallgruppirungen schichten sich dort nach Ober- hier nach Unter-Intervallen auf.

Die naturgemässe Ursache der befriedigenden Wirkung welche der Klang des einen sowohl wie des anderen der beiden Accorde auf unser Empfindungsvermögen ausübt und welchen — in Uebereinstimmung mit dem Sprachgebrauche der Alten — wir vorzugsweise mit dem Namen „Zusammenstimmung“ (Consonanz, *consonantia*, συμφωνία) bezeichnen, ist unverkennbar, wie Descartes, Newton und Leibnitz gelehrt, in derjenigen Commensurabilität und Symmetrie der Stufentöne zu suchen, welche in dem wiederholten Zusammentreffen des so und so vielsten der rascheren Pulse der höheren Accordtöne mit dem so und so vielsten der langsameren Pulse der tieferen Stufen sich kund gibt. Mersenne war auf dem Wege der von ihm gemachten akustischen Beobachtungen und Untersuchungen ganz zu derselben Anschauung gelangt *). Euler nicht minder suchte in dem Wohlgefallen der menschlichen Seele an einfachen Verhältnissen, wie die öftere Wiederkehr des Zusammenfallens der Schläge ungleich hoher gleichzeitig erklingender Töne sie bedingt, den Erklärungsgrund für die grössere oder geringere Annehmlichkeit solcher Zusammenklänge. Er gerieth nur, wie bereits von uns in der Einleitung gesagt wurde, mit der ins einzelne gehenden Anwendung dieses an sich richtigen Principes sofort auf sehr sonderbare Abwege. In überaus anmuthiger Weise hat Galilei, am Schlusse der Giornata prima seiner im Jahre 1638 veröffentlichten *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno à due scienzi attenenti alla Mecanica ed i movimenti locali*, den Gegenstand erörtert. Sobald Galilei die Ueberzeugung gewonnen hatte, dass in den regelmässigen Schwingungen der durch den tönenden Körper erregten, in bestimmter Zahl während einer gegebenen Zeiteinheit unserem Ohre zugeführten Luftwellen die Erzeugung derjenigen Empfindung zu suchen sei, welche wir Ton nennen, hatte er sofort auch erkannt, dass in der öftern Coincidenz oder aber dem andauernden Auseinanderfallen der Wellenschläge der innere natürliche Grund der Consonanz- oder Dissonanzeigenschaft der Töne zu suchen sei. Er sagt (a. a. S. 77 fde des 1. Bandes der 1655 in Bologna erschienenen Gesammtausgabe seiner Werke) in dieser Beziehung: „Non è la

*) *Harmonie universelle,* Observation 2 der dem Werke vorangedruckten Anmerkungen.

ragion prossima ed immediata delle forme degl' intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, mà si ben la proportione de i numeri delle vibrationi, e percosse dell' onde dell' aria, che vanno à ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare La molestia delle dissonanze nascerà, credo io, dalle discordi pulsationi di due diversi tuoni, che sporportionatamente colpeggiano sopra'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrationi fussero innumerabili, per una delle quali sarà quella, quando di due corde unisone se ne suoni una con tale parte dell' altra, quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono, ò semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute saranno quelle coppie di suoni, che veranno à percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual' ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non habbia à star in un perpetuo tormento d'inflettersi in due diverse maniere per acconsentire, ed ubbedire alle sempre discordi battiture"*). Galilei vergleicht treffend die Wirkung consonirender Töne auf unser Ohr und unser inneres Auffassungsvermögen mit dem wohlgefälligen Eindrucke den unsere Seele mittelst des Auges empfangen würde bei dem Spiele dreier oder mehrerer gleichzeitig bewegter Pendel, deren Längen so bemessen wären, dass nach den Rationen der Octave, der Quinte, der Quarte u. s. w. ihre einzelnen Schwingungsschläge in geregelter Weise abwechselnd bald zusammenträfen, bald einander begegnend sich durchkreuzen würden (...... „il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'udito possa recrearsi nel veder i medesimi scherze, che sente l'udito" — sind seine bezeichnenden Worte). Mit Recht erklärt er die Aehnlichkeit der Octave (er nennt dieselbe eine fast übergrosse — wir wären geneigt zu sagen: die vorzüglichere Würde derselben, und ihre gleichsam ebenbildliche Uebereinstimmung mit dem Primtone) dadurch, dass, wie im Unison alle Schläge gleichgestimmter Saiten zusammen erfolgen**), so bei der Octave alle Schläge der tieferen mit einem Schlage der höheren coincidiren, der je zweite Schlag der höheren Saite aber in gleichmässig wiederkehrender Weise zwischen jene vereinigten Pulse der Begegnung der Schläge beider Saiten sich einschiebt. Den mehr spannenden Reiz der Quinte findet er hingegen mit Recht in der mehr auseinandergehenden Bewegung begründet, welche entsteht indem zwischen die Paare verbundener Schläge je ein Schlag des tieferen Tones und zweie des höheren, als vereinzelte Pulse dazwischen treten. Er sagt: „Le pulsationi della corda grave dell' ottava vanno tutte accom-

*) Der in den letzten Worten hervortretende Versuch einer lediglich physiologischen, sinnlichen Erklärung des psychischen Phänomens beruht auf einer Verkennung auch des physiologischen Hergangs der Sache, da das Gehörorgan in der That nicht von zwei sich widersprechenden Luftbewegungen, sondern nur von einer, wie immer gearteten periodischen Abwechselung der Verdichtungen und Verdünnungen der Luft diesseits und jenseits des Trommelfell's berührt wird, welche ihrerseits aber die Resultante darstellt der von den (zwei oder mehrerern) verschieden schwingenden, tonerregenden Körpern ausgehenden disparaten Luftbewegungen.

**) Die aus dem Spiele der Tonwellen zweier im Intervall der Octave gestimmter Töne als Resultante hervorgehende periodische Bewegung behält den Character grosser Einfachheit und Ueberschaulichkeit — insofern dieser letztere Ausdruck in der Anwendung auf eine Function unseres Gehörsinnes erlaubt ist — auch dann, wenn der Anschlag der das Intervall bildenden Töne nicht gleichzeitig erfolgt und aus diesem Grunde streng genommen ihre Pulse nimmer zusammenfallen. Die dann sich ergebende (physikalisch mit dem Ausdrucke: der Phasenunterschied bezeichnete) Verschiebung hat nur die Folge, die individuelle Schwingungsform des betreffenden Zweiklanges in einer — wie durch Fourier bewiesen wurde — auf die analytischen Bedingungen seiner Zusammensetzung und Zerlegbarkeit in einfache Factoren ohne Wirkung bleibenden Weise zu modificiren, welche — wie Helmholtz gezeigt — selbst die Klangfarbe der gehörten Tonverbindung nicht verändert.

pagnate da quelle dell' acuta, e di queste una s'interpone solitaria, ed in distanze equali, et in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diviene sdolcinata troppo, e senza brio. Ma la quinta con quei suoi contratempi, e con l'interpor trà le coppie delle due pulsationi congiunte, due solitarie della corda acuta, ed una pur solitaria della grave, e queste tre con tanto intervallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è tra ciascuna coppia, e le solitarie dell' acuta, fa una tintillatione, ed un solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno spruzzo d'acrimonia par che insieme soavemente baci e morda."

In einer scharf präcisirten Weise hat Descartes die Postulate, auf welche es für eine das innere Wesen der Sache erfassende Erklärung der musikalischen Consonanz ankommen wird, seinem *Musicae Compendium* unter der Ueberschrift: *Praenotanda* in folgender Formulirung*) vorangeschickt:

„1°. Sensus omnes alicujus delectationis sunt capaces.

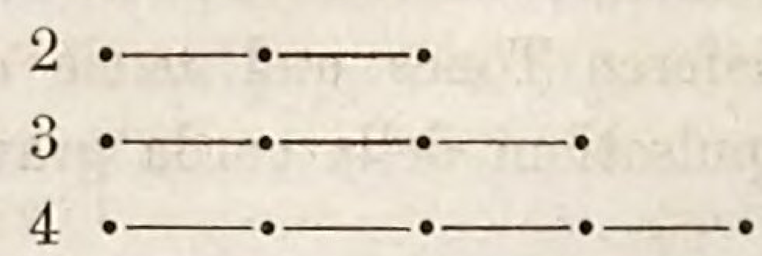
2°. Ad hanc delectationem requiritur proportio quaedam objecti cum ipso sensu, unde fit ut v. g. strepitus scloporum vel tonitruum non videatur aptus ad musicam, quia scilicet aures laederet, ut oculos solis adversi nimius splendor.

3°. Tale objectum esse debet ut non nimis difficulter et confuse cadat in sensum, unde fit ut v. g. valde implicata aliqua figura, licet regularis sit, qualis est mater in Astrolabio, non adeo placeat aspectui, quam alia quae magis aequalibus lineis constaret, quale in eodem rete esse solet: cujus ratio est, quia plenius in hoc sensus sibi satisfacit quam in altero, ubi multa sunt quae satis distincte non percipit.

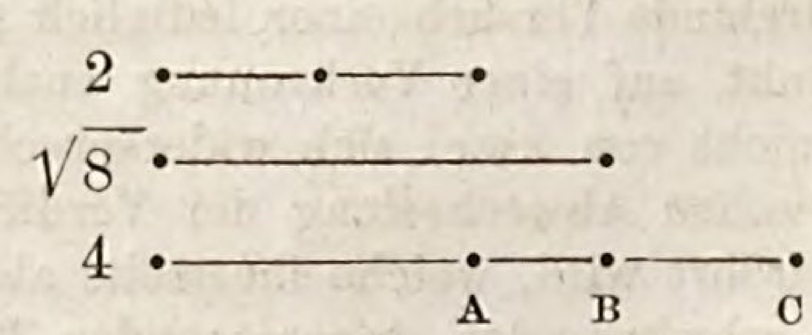
4°. Illud objectum facilius sensu percipitur, in quo minor est differentia partium.

5°. Partes totius objecti minus inter se differentes esse dicimus, inter quas est major proportio.

6°. Illa proportio Arithmetica esse debet non Geometrica, cujus ratio est, quia non tam multa in eâ sunt advertenda, cujus aequales sint ubique differentiae. Ideoque non tantopere sensus fatigetur ut omnia quae in eo sunt non distincte percipiat: Exemplum proportio linearum



facilius oculis distinguitur, quam harum



quia in prima oportet tantum advertere unitatem pro differentia cujusque lineae, in secunda vero partes AB (d. i. $\sqrt{8} - 2$) et BC (d. i. $4 - \sqrt{8}$), quae sunt incommensurabiles. Ideoque, ut arbitror, nullo pacto simul possunt a sensu perfecte cognosci, sed tantum in ordine ad Arith-

*) Da das belehrende kleine Buch — eine Jugendarbeit des berühmten Verfassers — manchem Leser vielleicht nicht zugänglich sein dürfte, so haben wir geglaubt nicht unwillkommnes zu thun, indem wir obige acht Sätze ihrem vollständigen Inhalte nach hier folgen lassen.

meticam proportionem, ita scilicet ut advertat in parte AB v. g. duas partes, quarum tres in BC existant, ubi patet sensum perpetuo decipi*).

7°. Inter objecta sensus, illud non animo gratissimum est quod facillime sensu percipitur, neque etiam quod difficillime; sed quod non tam facile, ut naturale desiderium, quo sensus feruntur in objecta, plane non impleat, neque etiam tam difficile, ut sensum fatiget.

8°. Denique notandum est varietatem omnibus in rebus esse gratissimam."

Die von Galilei, Mersenne, Descartes, Newton und Leibnitz vorgetragene physikalische Erklärung des Wesens der musikalischen Consonanz wird von den neuern Schriftstellern für eine erst durch die akustischen Entdeckungen der Neuzeit wissenschaftlich möglich gewordene gehalten, indem man allerseits voraussetzt, dass die physikalische Natur des Tones von den Alten zwar in gewisser Weise gemuthmasst oder halb errathen worden sei, doch aber — um uns eines Ausdruckes Whewell's**) zu bedienen — „ein bestimmter und genauer Begriff von der Bewegung der Luft bei dem Schalle" nicht in dem „Bereiche" der alten griechischen Philosophen gelegen habe. Denkt man hierbei durchweg an eine analytisch begründete, oder auch nur physikalisch nach allen Seiten hin vollkommen entwickelte Wellentheorie in ihrer Anwendung auf Schallwellen, so wollen wir über die Richtigkeit des so gemeinten Ausspruches allerdings nicht rechten. Man setzt aber weiter voraus, dass dem Alterthume bei seinen harmonikalen Berechnungen auf keine Weise die Betrachtung der verschiedenen Oscillationsgeschwindigkeiten verschieden hoher Töne, sondern nur die bekannten Theilungen der Saitenlängen zur Basis gedient, und dass daher auch in dieser Beziehung wir erst, Dank der Entwickelung welche die Naturwissenschaft seit dem Anfange des sechszehnten Jahrhunderts genommen, zur richtigen Methode und Einsicht in das Wesen der Klangerscheinungen gelangt seien. Den griechischen Schriftstellern über Harmonik aus der alexandrinischen Periode scheint allerdings ein ganz klares Verständniss des Gegenstandes einigermaassen abhanden gekommen zu sein. Dass aber das frühere Alterthum — wir meinen hier besonders die altpythagorische Schule — Kenntniss besass von der physikalischen Natur des Klanges als einer periodischen, aus isochronen Stössen sich zusammensetzenden Bewegung, deren Quelle die Hin- und Hergänge der Theilchen des tönenden Körpers und deren Träger als vermittelndes Zwischenglied die Luft sei — das wird bei unbefangener Prüfung jeder schärfer zusehende schon aus den altpythagorischen Definitionen des Klanges entnehmen müssen, welche Porphyrius in seinem Commentar zur Harmonik des Ptolemäus zusammengetragen hat. Ebenso lässt eine bei Vitruvius aufbewahrte Formulirung des Begriffes Ton, deren Trefflichkeit selbst Whewell ohne Sträuben anerkennt***), darüber

*) Indem wir nemlich gleichsam mit Näherungswerthen rationaler Zahlengrössen statt mit den irrationalen geometrischen Maassen in unserer Seele unbewusst zu rechnen anfangen. Das von Descartes gewählte Beispiel zeigt, dass er nur die Werthe der letzteren Art als Glieder geometrischer Proportionen von den harmonikal anwendbaren Rationen ausschliessen will. Proportionen aus rationalen geometrischen Verhältnissen wie 1 : 2 : 4 : 8 oder 1 : 3 : 9 : 27 für musikalisch unbrauchbar zu erklären, konnte natürlich nicht seine Meinung sein; wenn gleich er stillschweigend der arithmetischen Proportion im engeren Sinne des Wortes — ganz mit Recht in Beziehung auf die Consonanz-Eigenschaft der dadurch bezeichneten Tonverbindungen — den Vorrang vor der geometrischen Proportionalität auch rationaler Zahlen einzuräumen scheint. Die harmonische Proportion zieht er, wie man sieht, nicht in den Kreis seiner Betrachtung.

**) Bd. 1, S. 323 der Littrow'schen Bearbeitung der Gesch. d. induct. Wissensch.

***) Vgl. oben S. 88 Note **. Die Stelle lautet vollständig wie folgt: Vox autem est spiritus fluens, et aëris ictu sensibilis auditui. Ea movetur circulorum rotundationibus infinitis, uti si stantem aquam lapide immisso nascantur innumerabiles undarum circuli crescentes a centro, et quam latissime possint vagantes, nisi angustia loci interpellaverit, aut aliqua offensio, quae non patiatur designationes earum undarum ad exitus per-

kaum einen Zweifel zu. Völlig erhärtet aber wird die Richtigkeit des Vorgesagten durch Vergleichung einer Stelle in den pseudoaristotelischen Problemen, in Beziehung auf welche wir uns wirklich wundern müssen, dass sie von den Bearbeitern der Geschichte der exacten Wissenschaften so gänzlich übersehen werden konnte. Wir meinen das Problem Nr. 39 der Sectio 19, woselbst von der Octave gesagt wird, dass „wie die Füsse mancher Versmaasse so die Töne des Intervalls der Octave ihre Bewegung (wohlgemerkt: nicht etwa blos ihre Saitenlänge) nach dem Verhältnisse des zweifachen zum einfachen regeln". Bei den Consonanzen der Quinte und Quarte deckten sich die „Wendungen" (καταστροφαί, wir vermögen dabei nur an die Hin- und Hergänge der Oscillationen zu denken); sie schlössen in der Hälfte (der Bewegung) ab. Das Ohr gewahre diesen Unterschied, wie wenn am Schlusse eines Chorgesanges eine Stimme vor den übrigen vorherrschend werde. Der Hypate aber begegne es, dass bei ihr die Vollendung der Perioden der Tonbewegung so verlaufe, dass jeder zweite „Luftstoss" der Nete auch der Hypate angehöre*). Kann man deutlicher reden? Ist das nicht gewissermaassen wörtlich dasselbe was Galilei gesagt hat? Die vorhin erwähnten Stellen bei Porphyrius finden sich in der Ausgabe seines Commentares und der Harmonik des Ptolemäus von Wallis (Bd. 3 der Opera des letzteren, Oxforder Ausgabe von 1699, S. 213 fgde und 236 fgde.). Wir begnügen uns aus der Reihe derselben nur die nachstehenden hervorzuheben. „Die Pythagoreer lehrten, die Verschiedenheiten der Höhe und Tiefe der Töne seien nicht Qualitäten sondern Quantitäten" (αἱ ὀξύτητες καὶ αἱ βαρύτητες, αἱ τῶν ψόφων οὐ ποιότητες εἶναι ἀλλὰ ποσότητες), weil ihre ureigene Ursache Bewegung sei (παντὸς δε ψόφου καὶ πάσης φωνῆς ἀρχηγὸς αἰτία ἡ κίνησις); Ursache des Hohen sei das Schnelle in der Hervorbringung der Töne; Ursache des Tiefen das Langsame" (αἰτία δὲ, ἡ μὲν ταχεῖα φορὰ ὀξύτητος· ἡ δὲ βραδεῖα, βαρύτητος). Nach des Heraclides Bericht habe Pythagoras, von harmonikalen Dingen handelnd, zwei Arten der Bewegung unterschieden, eine nach aussen sich mittheilende und eine andere, Veränderung in den Körpern bewirkende (κινήσεως εἴδη δύο· τὸ μὲν φορὰ, τὸ δὲ ἀλλοίωσις). Die erstere könne entweder gradeaus oder im Kreise fortschreiten, die im Kreise erfolgende aber entweder eine fortrückende sein, wie die der Gestirne, oder eine an demselben Orte bleibende, wie wenn Kegel oder Kugeln sich um ihre Axe drehen. (Die Erwähnung dieser letzteren Art der Bewegung deutet, weil auf Klangphänomene angewendet, unseres Bedünkens auf den Begriff der stehenden Schwingung hin). Es werde berichtet, heisst es ferner, Pythagoras habe auch gelehrt, es seien die den Ton erzeugenden Stösse discontinuirlich-momentane, vergleichbar der ohne eigene Breite, eine Fläche theilenden Linie; wir vernähmen sie freilich als solche nicht, dies aber nur um der natürlichen Schwäche unseres Wahrnehmungsvermögens willen; so dass bei den Klangphänomenen in unserem Ohre etwas ähnliches sich ereigne, wie wenn das Auge auf einem sich drehenden Kreisel einen weissen oder schwarzen Punkt als Linie zu sehen vermeine (glaubt man nicht in einem modernen Handbuche der Physik zu lesen!)**)

venire. Itaque cum interpellantur offensionibus, primae redundantes insequentum disturbant designationes. Eâdem ratione vox ita ad circinum efficit motiones. Sed in aquâ circuli aequâ planitie in latitudinem moventur, vox et in latitudinem progreditur et altitudinem gradatim scandit u. s. w. (De architecturâ Lib. V, c. 3).

*) . . . καθάπερ ἐν τοῖς μέτροις οἱ πόδες ἔχουσι πρὸς αὐτοὺς λόγον ἴσον πρὸς ἴσον, ἢ δύο πρὸς ἕν, ἢ καί τινα ἄλλον, οὕτω καὶ οἱ ἐν τῇ συμφωνίᾳ φθόγγοι λόγον ἔχουσι κινήσεως πρὸς αὐτούς. Τῶν μὲν οὖν ἄλλων συμφωνίων ἀτελεῖς αἱ θατέρου καταστροφαί εἰσιν, εἰς ἥμισυ τελευτῶσαι· διὸ τῇ δυνάμει οὐκ ἴσαι εἰσίν· οὖσαι δ' ἄνισοι, διαφορὰ τῇ αἰσθήσει καθάπερ ἐν τοῖς χοροῖς ἐν τῷ καταλύειν μεῖζον ἄλλων φθεγγομένοις ἐστίν. Ἔτι δ' ὑπάτῃ συμβαίνει τὴν αὐτὴν τελευτὴν τῶν ἐν τοῖς φθόγγοις περιόδων ἔχειν· ἡ γὰρ δευτέρα τῆς νεάτης πληγὴ τοῦ ἀέρος ὑπάτη ἐστίν.

**) καθάπερ γάρ, φησὶν, εἰ γραμμὴ τέμνει τὸ ἐπίπεδον, ἐν οὐδετέρῳ ἐπιπέδῳ ἐστὶν ἡ γραμμή· ἀλλὰ ὅρος ἀμφοτέρων ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ γραμμή· οὕτω καὶ ἡ πληγὴ, οὖσα τὸ νῦν, ἐν οὐδετέρῳ τῶν χρόνων ἐστὶ τοῦ παρεληλυ-

Auch jene, von uns bereits in der Einleitung angeführten Stellen, in welchen die alten Harmoniker die Identität des der rhythmischen Mensurirung und der tonalen Melodiebildung zum Grunde liegenden Principes behaupten (wobei das Wort Melodie in dem weiten, auch die harmonischen Beziehungen der Töne zu einander umfassenden Sinne der Alten zu nehmen ist) setzen, wenn irgend eine Bedeutung diesen Aussprüchen innewohnen soll, nothwendig die Erkenntniss voraus, dass der Ton ein Gebilde aus schneller oder langsamer verlaufenden einzelnen Pulsen des tönenden Körpers und beziehlich der umgebenden Luft sei.

Helmholtz erwähnt S. 2 seines classischen Buches: die Lehre von den Tonempfindungen die Thatsache, dass Pythagoras die Rationen gekannt hat nach welchen die Theilung der Saite oder die Bestimmung der Längen verschiedener Saiten von sonst gleicher Beschaffenheit und Spannung geschehen muss, damit die vollkommnen Consonanzen der Octave, Quinte oder Quarte aus denselben hervorgehen. Er bemerkt dann, dass wenn, wie zu vermuthen, Pythagoras seine Kenntnisse zum Theil von den ägyptischen Priestern erhalten habe, „sich gar nicht absehen lasse, bis in wie unvordenkliche Zeiten die Kenntniss dieses Gesetzes zurückreiche". Wir nehmen, dem Gedankengange des genialen Naturforschers folgend, auf Grund der obigen Ausführung gleiche Unvordenklichkeit auch in Betreff der dem Alterthume eigenen Kenntniss der übrigen im vorstehenden erwähnten Momente in Anspruch, auf welchen die richtige Auffassung der Klangphänomene und der Beziehungen der musikalischen Harmoniegesetze zu den letzteren beruht*).

Erinnern die vorhin citirten altpythagorischen Aussprüche bei Porphyrius über die physikalische Natur des Tones uns an die stehend gewordenen Beispiele moderner Lehrbücher der Physik, das Bruchstück Nr. 39 der Section 19 der s. g. aristotelischen Probleme aber an Galilei's Erklärung der musikalischen Consonanz, so lesen wir an demselben Ort Nr. 38 eine Ausführung über die Ursachen des Wohlgefallens, das wir beim Hören ausgeprägte Rhythmen und musikalischer Melodien empfinden, oder vollends bei Zusammenklängen (wegen dieses, hier betonten Gegensatzes zwischen Melodie und Symphonie dürfte die Stelle auch unter die Belege dafür aufzunehmen sein, dass die Alten sich zwei- oder mehrstimmiger Tonverbindungen in ihrer Musik bedienten) — von welcher man fast glauben könnte Descartes habe den wesentlichen Inhalt seiner oben mitgetheilten acht Thesen aus derselben geschöpft. Die Antwort auf die gestellte Frage lautet nemlich dahin, dass abgesehen von dem Genusse, welchen

θότος καὶ μέλλοντος· φαίνεται δὲ, φησὶν, ἡ πληγὴ ἐν χρόνῳ τινὶ γιγνομένη ἀνεπεισθήτῳ, διὰ τὴν τῆς ἀκοῆς ἀσθένειαν, καθάπερ καὶ ἐπὶ τῆς ὄψεως ὁρῶμεν γιγνόμενον· Πολλάκις γὰρ κόνῳ κινουμένου, στιγμῆς ἐπούσης μιᾶς ἐπὶ τοῦ κόνου, λευκῆς ἢ μελαίνης, φαίνεσθαι συμβαίνει κύκλον ἐπὶ τοῦ κόνου ὁμόχρουν τῇ στιγμῇ φησὶ δὲ τὸ τοιοῦτο καὶ περὶ τὴν ἀκοὴν γίγνεσθαι. Καὶ μᾶλλον ἐν ταράχῳ ἐστὶν ἡ ἀκοὴ, ἤπερ ἡ ὄψις· Εἰ γάρ τις, χορδὴν κατατείνας καὶ κρούσας, ἐάσῃ αὐτὴν ἀπηχεῖν· συμβήσεται τινῶν μὲν ἀκηκοέναι φθόγγων· τὴν δὲ ἔτι κινεῖσθαι σειομένην, καὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν τόπον ἀνακάμψεις ποιεῖσθαι· Ὥστε τὴν μὲν ὄψιν, τὴν κίνησιν τῆς χορδῆς, φανερὰν μᾶλλον ἢ τῇ ἀκοῇ γίγνεσθαι· Καθ' ἑκάστην δὲ πρόσκρουσιν τοῦ ἀέρος τυπτομένου ὑπ' αὐτῆς· [ἀναγκαῖον ἔσται μᾶλλον ἀεὶ καὶ μᾶλλον τῇ ἀκοῇ προσπίπτειν τινὰ ἦχον· Εἰ δὲ τοῦτο, φησὶν, οὕτως ἔχει· φανερὸν ὅτι ἑκάστη τῶν χορδῶν πλείους προΐεται φθόγγους· Εἰ οὖν ἕκαστος φθόγγος ἐν τῇ πληγῇ γίγνεται· πληγὴν δὲ εἶναι συμβέβηκεν, οὐκ ἐν χρόνῳ, ἀλλ' ἐν ὅρῳ χρόνου· δῆλον ὅτι ἀναμέσον τῶν κατὰ φθόγγους πληγῶν, σιωπαὶ ἂν εἴησαν, ἐν χρόνῳ ὑπάρχουσαι· Ἡ δὲ ἀκοὴ τῶν μὲν σιγῶν οὐ συναισθάνεται· διὰ τὸ μὴ εἶναι κινητικὰς τῆς ἀκοῆς· ἀλλὰ καὶ ἅμα τὰ διαστήματα μικρὰ ὄντα, καὶ ἀκατάληπτα τυγχάνειν· Συνεχεῖς δὲ ὄντες οἱ φθόγγοι, ἑνὸς ἦχου ποιοῦνται φαντασίαν.

*) Auch Böckh, in der schönen Abhandlung: Ueber die Bildung der Weltseele im Timäos des Platon (in den Studien von Creuzer und Daub, Bd. 3 S. 49, 50) spricht es aus, dass die Alten beide Berechnungsweisen der musikalischen Zahlen gekannt haben, sowohl die nach Schwingungszahlen als die nach Saitenlängen.

wir bei Anhörung bestimmter Arten von Tonweisen vermöge der Erinnerung aus Gewohnheit gleichsam empfinden, wir in naturgemässen Bewegungen und folgeweise in Rhythmen, die auf fasslichen und wohlgeordneten Zahlenverhältnissen beruhen, Kraft natürlicher Ordnung etwas unserer eigenen Natur innerlich Zusagendes erkennen. Denn es sei die in bestimmter Weise gegliederte Bewegung von Natur uns verwandter als die regellos ungegliederte. „Des Zusammenklanges der Töne aber" — heisst es dann weiter — „erfreuen wir uns, weil das Wesen derselben in einer Mischung einander entgegengesetzter aber in bestimmten Proportionen zu einander stehender Elemente beruht. Proportion nemlich ist: festgegliederte Ordnung, der, Kraft Naturnothwendigkeit, der Reiz des Angenehmen innewohnt. Jegliches vermischte aber übertrifft an Annehmlichkeit das unvermischte; besonders dann, wenn dasselbe, auf äusseren Wahrnehmungen beruhend, dem Vermögen nach die Kraft beider Pole in gleicher Weise in sich vereinigt. Denn im zusammenstimmenden Wohlklange wohnet das proportionelle Zahlengesetz" (wörtlich: „wohnet der Logos")*).

Die Schlussworte dieser Stelle leiten unsere Betrachtung auf die Lehre von den musikalischen Proportionen hinüber. Während ein Verhältniss (λόγος, ratio), der euclid'schen Begriffsbestimmung (Elem. Lib. 5 Definitio 3) zufolge die gegenseitige Beziehung darstellt der Maasse zweier gleichartiger Grössen zu einander, bezeichnet Euclid (ibid. Definitio 4) die Proportion (ἀναλογία) als die vergleichende Gegenüberstellung gleicher Verhältnisse**). Diese Definition umfasst, wie man sieht, im Grunde nur die geometrische Proportion, und auch diese zunächst nur in ihrer Anwendung auf Maasse (τὸ πηλίκον) nicht auf Zahlen als solche (τὸ ποσὸν). Euclid übergeht nicht nur hier im 5., sondern auch im 7. bis 10. Buche der Elemente, woselbst er die theoretische Zahlenlehre vorträgt, die arithmetische und harmonische Proportion mit Stillschweigen. Die Theorie dieser beiden anderweiten Gattungen von Proportionen, oder wie man auch wohl — den Ausdruck Proportion im engeren Sinne nur auf die geometrische anwendend — dieselben nannte: von Medietäten (μεσότητες) finden wir unter allen auf uns gekommenen Schriften der Alten zum erstenmale eingehend entwickelt in der Arithmetik des Nikomachus. Aus den eigenen Anführungen dieses Schriftstellers aber geht hervor, dass das von ihm in dieser Lehre Vorgetragene weit älteren Quellen entnommen ist. Die Proportionenlehre bildet den Schluss des 2. Buches der nikomachischen Arithmetik. Es wird der Vortrag derselben dort mit der Bemerkung eingeleitet, dass die Kenntniss der Lehre von den verschiedenen Arten der Medietäten überaus nothwendig sei „für die Naturkunde und für die Lehren der Musik, für die Betrachtung der Sphären (die Astronomie) wie der Gesetze geometrischer Messung im Ebenen (also für die gesammte Physik und alle Zweige des Quadriviums), am meisten aber für das Ver-

*) Διὰ τί ῥυθμῷ καὶ μέλει καὶ ὅλως ταῖς συμφωνίαις χαίρουσι πάντες; Ἢ ὅτι ταῖς κατὰ φύσιν κινήσεσι χαίρομεν κατὰ φύσιν (σημεῖον δὲ τὸ τὰ παιδία εὐθὺς γενόμενα χαίρειν αὐτοῖς)· διὰ δὲ τὸ ἔθος τρόποις μελῶν χαίρομεν· ῥυθμῷ δὲ χαίρομεν διὰ τὸ γνώριμον καὶ τεταγμένον ἀριθμὸν ἔχειν, καὶ κινεῖν ἡμᾶς τεταγμένως· οἰκειοτέρα γὰρ ἡ τεταγμένη κίνησις φύσει τῆς ἀτάκτου, ὥστε καὶ κατὰ φύσιν μᾶλλον. Συμφωνίᾳ δὲ χαίρομεν, ὅτι κρασίς ἐστι λόγον ἐχόντων ἐναντίων πρὸς ἄλληλα. Ὁ μὲν οὖν λόγος τάξις, ὃ ἦν φύσει ἡδύ· τὸ δὲ κεκραμένον τοῦ ἀκράτου πᾶν ἥδιον, ἄλλως τε κἂν αἰσθητὸν ὂν ἀμφοῖν τοῖν ἄκροιν ἐξ ἴσου τὴν δύναμιν ἔχοι· ἐν τῇ συμφωνίᾳ ὁ λόγος. Die Quelle, aus welcher die fälschlich unter dem Namen des Aristoteles auf uns gekommenen Probleme herrühren, dürfte für viele dieser interessanten Bruchstücke zweifellos eine mit der Schule der Pythagoreer und mit den Ueberlieferungen dieser Schule in Verbindung stehende gewesen sein.

**) Λόγος ἐστι δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις. Ἀναλογία δ' ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

ständniss der Lesung der alten Schriften"*). Was hierunter zu verstehen sei, kann in verschiedenem Sinne aufgefasst werden. Es kann einfach bedeuten, dass die Kenntniss der Proportionenlehre nöthig sei für das richtige Verständniss der Lehrbücher der Alten. Es kann auch heissen: für das Verständniss des transcendenten esoterischen Inhaltes der Schriften der Alten, für die rechte Deutung ihrer esoterischen Symbole. Der Ausdruck συναναγνώσεις zeigt in gewisser Weise auf etwas mehr als Einem alten Volke Gemeinschaftliches hin — möglicher Weise also auf eine gemeinsame Symbolik, einen κοινὸς λόγος, ein ξυνὸν, nicht etwa nur der griechischen Weisen, sondern der Geheimbünde und überlieferten Weisheitslehre auch anderer Völker**). Und weil von einem Lesen die Rede ist, so könnte gar eine Hindeutung auf die symbolischen Bestandtheile der Hieroglyphenschriften in dem dunkeln Worte liegen. Wir

*) A. a. O. Lib. 2 c. 21: Ἐπὶ δε τούτοις καιρὸς ἂν εἴη τὸν περὶ ἀναλογίων τόπον προσθέντας, ἀναγκαιότατον ὄντα εἰς τὰς φυσιολογίας καὶ εἰς τὰ μουσικά τε καὶ σφαιρικὰ καὶ γραμμικὰ θεωρήματα, οὐχ ἥκιστα δὲ καὶ εἰς τὰς τῶν παλαιῶν συναναγνώσεις, τέλος ἐπιθεῖναι τῇ ἀριθμετικῇ εἰσαγωγῇ τὸ ἁρμόζον ἅμα καὶ συμμετρώτατον. Boethius drückt sich im Eingange zum 51. Capitel des 2. Buches seiner Arithmetik, von den in den vorhergehenden Kapiteln abgehandelten drei Gattungen der Proportionen, der arithmetischen, geometrischen und harmonischen redend, in folgender Weise aus: „Hae quidem sunt apud antiquiores inventae probataeque medietates, quas idcirco longius enodatiusque tractavimus, quod hae maxime in antiquiorum lectionibus inveniuntur, et ad omnem paene vim cognitionis eorum versatur utilitas." Diese Redewendung des Boethius ist eine Umschreibung der Eingangsworte des 28. Capitels bei Nikomachus, wo dieser, noch einmal auf den Gegenstand zurückkommend, von den drei Proportionen sagt: ὅτι πολλάκις τε καὶ ποικιλώτερον ἐντυγχάνειν ἦν αὐταῖς ἐν τοῖς ἀναγνώσμασι.

**) Den Anfang des Buches des Heraklit über die Natur bildete, gemäss Angabe des Sextus Empiricus (adv. Math. VII, 129 und 131 fgde) die Darlegung der Lehre von dem das All umspannenden und durchwaltenden gemeinsamen und göttlichen Logos. Nur durch die Gemeinschaft und Vereinigung mit diesem Logos (er wird τὸ περιέχον, und ὁ κοινὸς καὶ θεῖος λόγος von Heraklit genannt) seien wir Menschen vernünftigdenkend (λογικοί). Es wird dieselbe Bezeichnung von Heraklit aber auch im Sinne von Vernunftgesetz gebraucht und von diesem gesagt, dass „unvernünftig die Menschen werden, sowohl bevor sie dasselbe (verkünden) gehört haben, als wenn sie es zum erstenmale hören" (λόγου τοῦδε ἐόντος, ἀξύνετοι γίνονται ἄνθρωποι καὶ πρόσθεν ἢ ἀκοῦσαι καὶ ἀκούσαντες τὸ πρῶτον). Sextus Empiricus führt weiter an, dass nachdem Heraklit beredt entwickelt hatte, dass wir Alles durch die Theilnahme am göttlichen Logos vollbringen und erkennen, er kurz darauf hinzufüge: „Darum müsse man dem Gemeinsamen folgen (διὸ δεῖ ἕπεσθαι τῷ κοινῷ); ξυνὸς und κοινὸς seien nemlich gleichgeltende Begriffe; aber während der Logos (das vernünftige Gesetz) ein gemeinsames sei, lebe die Masse der Menschen als wenn sie eigene Vernunft hätten" (ξυνὸς γὰρ ὁ κοινός· τοῦ λόγου δὲ ἐόντος ξυνοῦ, ζώουσιν οἱ πολλοὶ ὡς ἰδίαν ἔχοντες φρόνησιν). Diese Aussprüche des Heraklit beziehen sich allerdings unzweifelhaft ihrem nächsten und directen Sinne zufolge auf den metaphysischen, transcentenden Begriff eines das All durchwaltenden göttlichen, vernünftigen Weltgesetzes. Es bedeutet aber, wie bekannt, λόγος auch so viel als Rede, überlieferte Rede, Lehre. Sollte man daher nicht die doppelsinnige Bezeichnung κοινὸς λόγος in den Worten Heraklit's vielleicht in zweiter Linie auch von dem verstehen dürfen, was die Theurgen den ἱερὸς λόγος, d. i. die heilige Ueberlieferung nannten, und zwar von einer gemeinsamen, d. i. den wenigen Besseren unter allen Völkern gemeinsamen Lehre.

In einem höchst merkwürdigen anderen heraklitischen Bruchstücke, welches uns Origines contr. Cels. VI S. 663 de la Rue aufbewahrt hat (womit das von Plutarch De EI ap. Delph. c. 8 u. 9, S. 388 zur Erklärung der Aufschrift auf dem delphischen Tempel in Betreff der Bedeutung der Fünfzahl und Zehnzahl als Symbole des Urprincipes der Welt Gesagte zu vergleichen ist) heisst es: EI (d. i. Fünf und Zehn — in hebräischen Zahlbuchstaben He und Jod: הי und auf semitische Weise rückwärts gelesen folgeweise: Jah, Abkürzung von: Jah Jehova יְהוָֹה יָה) δὲ χρὴ τὸν πόλεμον ἐόντα ξυνὸν καὶ Δίκην ἐρεῖν· καὶ γινόμενα πάντα κατ' ἔριν καὶ χρεώμενα. „EI (יָה, Jah d. i. J^ehova) — so muss als das Seiende, Gemeinsame, bezeichnet werden der Kampf, und die sühnende Dike; das Gewordene aber als sich bethätigend Alles nach dem Gesetze des Streites". Wie, wenn als Mittelpunkt und Inbegriff einer im Beginne allen Völkern gemeinsamen Erblehre sich die Lehre vom Logos erwiese, und als urzeitliche Symbole dieser Lehre das Kreuzzeichen und die Buchstaben des unaussprechlichen Namens J^ehovah nachgewiesen werden könnten? In einer nicht zu verkennenden Beziehung zu den geheiligten Zeichen der *quadrilittera ineffabilis* wird zweifellos auch jener andere Ausspruch des Heraklit stehen: Ἓν τὸ σοφὸν μοῦνον λέγεσθαι οὐκ ἐθέλει καὶ ἐθέλει, Ζηνὸς ὄνομα (bei Clemens Alex. Stromat. V, 14. p. 718 Pott.), „das Eine allein Weise will nicht und will ausgesprochen werden, der Name des Zeus."

bescheiden uns gern, dass es kühn wäre zu behaupten, Nikomachus habe das vieldeutige Wort so verstanden. Wie aber, wenn er auch diese Stelle einem alten Pythagoreer entnommen hat?

Das unterscheidende Merkmal der arithmetischen Proportion ist die Gleichheit der Differenz welche die Vorder- und Hinterglieder der in dieser Proportion verglichenen Rationen von einander abgezogen ergeben. Die Folge der Ganzzahlen in ihrer natürlichen Ordnung, ist eine endlose Progression von continuirlichen arithmetischen Proportionen. Ebenso die Reihe der ungraden oder die der graden Zahlen, jede besonders betrachtet: 1 3 5 7 u. s. w. beziehlich 2 4 6 8 u. s. w., überhaupt jede aus gleichweit in der natürlichen Zahlenreihe von einander abstehenden Zahlen gebildete Reihe. Nicht minder stellen aber auch Reihen von echten oder unechten Brüchen, deren Nenner eine constante, bekannte oder unbekannte Zahlengrösse ist, deren Zähler aber eine Folge äquidifferenter Zahlen bilden, arithmetische Progressionen dar. Die Schwingungsmengen des Grundtons und seiner fünf ersten Harmonikalen, aus welchen der im Anfange des gegenwärtigen Abschnittes von uns betrachtete Dur-Accord sich zusammensetzt, werden durch Zahlen ausgedrückt, welche eine sechsgliedrige Progression mit einander verketteter dreistelliger arithmetischer continuirlicher Proportionen bilden. Dasselbe trifft zu bei den Saiten- und beziehlich Wellenlängen des von uns dem Dur-Accorde gegenüber gestellten Moll-Accordes.

Der arithmetischen Proportion steht, gleichsam als ihr Gegenbild, die sogenannte harmonische gegenüber. Das Gesetz der continuirlichen harmonischen Proportion wird von den alexandrinisch-griechischen Arithmetikern dahin angegeben, dass — während in der arithmetischen die Differenzen zwischen den Vorder- und Hintergliedern der beiden zu einer Proportion verbundenen Verhältnisse einander gleich sind, also zu einander so sich verhalten, wie sich in der continuirlichen dreigliedrigen jedes der Endglieder und das Mittelglied zu sich selbst verhält*) — in der harmonischen die beiden Differenzen zwischen den Vorder- und Hintergliedern der Verhältnisse nicht gleich, aber so bemessen sind, dass in einer dreigliedrigen Proportion dieser Art die Differenz zwischen dem ersten und dem mittleren Gliede zur Differenz zwischen dem mittleren und dritten sich verhält wie das erste Glied zum dritten**). Als elementare Beispiele oder Grundformen (πυθμένες) dieser harmonischen Medietät werden von den Alten die Proportionen 2 3 6 und 3 4 6 hingestellt; weil $3 - 2 : 6 - 3 = 2 : 6$, nemlich die Verhältnisse $3 - 2 : 6 - 3$ und $2 : 6$ beide gleich $1 : 3$ sind; und ebenso $4 - 3 : 6 - 4 = 3 : 6$ $(= 1 : 2)$ ist. Die Reihe der einfachen Aliquotbrüche in ihrer natürlichen Folge, und überhaupt jede Reihe von echten oder unechten Brüchen welche einen constanten Zähler haben deren Nenner

*) Jamblichus: in Nicomachi Arithm., Tennulius S. 144: Ἴδιον δὲ τῆς μεσότητος ταύτης (sc. τῆς ἀριθμετικῆς) ὡς ἕκαστος ὅρος ἔχει πρὸς ἑαυτὸν, οὕτω καὶ ἡ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, τοῦτο δέ ἐστι τὸ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ τοὺς ὅρους εἶναι.

**) Um dieses ihres Gegensatzes gegen die arithmetische Proportion willen ist, wie Jamblichus a. a. O. S. 141, 142 berichtet, die harmonische Proportion von den Pythagoreern auch manchmal mit dem Namen „die abwärts entgegengesetzte“ bezeichnet worden und sei die Benennung: „harmonische Medietät“ jüngeren Ursprungs und erst von den Schülern des Archytas und Hippasus eingeführt worden: Μόναι δὲ τὸ παλαιὸν τρεῖς ἦσαν μεσότητες ἐπὶ Πυθαγόρου καὶ τῶν κατ' αὐτὸν μαθηματικῶν, ἀριθμητική τε καὶ γεωμετρικὴ, καὶ ἡ ποτὲ μὲν ὑπεναντία λεγομένη τῇ τάξει τρίτῃ· ὑπὸ δὲ τῶν περὶ τὸν Ἀρχύταν αὖθις καὶ Ἵππασον ἁρμονικὴ μετακληθεῖσα, ὅτι τοὺς κατὰ τὸ ἁρμοσμένον καὶ ἐμμελὲς ἐφαίνετο λόγους περιέχουσα (im Sinne nemlich der exoterischen Harmonik, der die Kenntniss des Doppelspieles beider Arten von Proportionen abhanden gekommen war). Ὑπεναντία δὲ πρότερον ἐκαλεῖτο, διότι ὑπεναντίον τι ἔπασχε τῇ ἀριθμητικῇ (da schimmert denn freilich ein Nachklang an die esoterische Lehre durch, mit dem aber Jamblichus nichts anzufangen weiss!).

aber äquidifferente Zahlen sind und folgeweise eine arithmetische Reihe darstellen, bilden eine Verkettung von continuirlichen harmonischen Proportionen. Die Folge z. B. der Brüche $1/1$ $1/2$ $1/3$, wenn diese auf gleiche Nenner gebracht werden, wird gleich $6/6$ $3/6$ $2/6$; es verhält sich aber $6/6 - 3/6 : 3/6 - 2/6 = 6/6 : 2/6$, weil $6/6 - 3/6 : 3/6 - 2/6$ und $6/6 : 2/6$ beide gleich $3/6 : 1/6$ sind. Und die Folge der Brüche $1/2$ $1/3$ $1/4$ kann dargestellt werden durch $6/12$ $4/12$ $3/12$; es ist aber $6/12 - 4/12 : 4/12 - 3/12 = 6/12 : 3/12$, da beide Verhältnisse gleich $2/12 : 1/12$ sind, u. s. w. Allgemein ausgedrückt: $\frac{n}{m}$ $\frac{n}{m \pm d}$ $\frac{n}{m \pm 2d}$ bilden allemal eine harmonische Proportion, weil — wie eine leichte algebraische Rechnung zeigt, $\left(\frac{n}{m} - \frac{n}{m \pm d}\right) : \left(\frac{n}{m \pm d} - \frac{n}{m \pm 2d}\right) = \frac{n}{m} : \frac{n}{m \pm 2d}$ ist*). Bei den alexandrinischen Arithmetikern, die ja überhaupt der Bruchzahlen kaum gedenken, wird dieser Form der harmonischen Proportion, welche so recht das Gegensätzliche derselben im Vergleiche mit der arithmetischen vor Augen stellt und in welcher die Glieder derselben jedesmal als die s. g. reciproken Werthe einer aus umgekehrten echten oder unechten Bruchwerthen gebildeten arithmetischen Proportion erscheinen, merkwürdiger Weise mit keiner Sylbe Erwähnung gethan. Unter den neuern ist, unseres Wissens, der dänische Mathematiker Horrebow**) der erste der auf diesen Lehrsatz aufmerksam gemacht und denselben in einer fruchtbaren Reihe von Folgesätzen näher entwickelt hat. Horrebow sagt mit Recht: „Et vix ulla dari potest terminorum harmonicorum idea, quae ipsorum terminorum proprietates, et progressionis naturam, simpliciori ratione sistat, atque usum pro re nata, expeditiorem reddat, quam si terminos concipiamus tanquam ejusmodi fractiones, non equidem semper alicujus certi aut dati integri cum etiam similes fractiones pluribus totis, sive integris, majores esse queant.“ — Wie die Schwingungsmengen des Grundtones und seiner fünf ersten harmonikalen Obertöne im Dur-Accorde eine arithmetische, den ersten sechs Stellen der natürlichen Ganzzahlenreihe entsprechende Proportion bilden, so stellen die Schwingungsmengen des Stamm-Obertones und seiner ersten fünf harmonikalen Untertöne des Moll-Accordes eine sechsgliedrige nach der Ordnung und den Werthen der sechs ersten Stellen der natürlichen Aliquot-Bruchzahlen bemessene harmonische Progression dar. Und wie die Saiten- und Wellenlängen im Moll-Accorde eine Verkettung arithmetischer, so zeigen die Saiten- und Wellenlängen der Stufentöne des Dur-Accordes eine Folge harmonischer zu einer Progression vereinigter Proportionen.

Plato und nach seinem Vorgange Nikomachus und Jamblichus definiren das Wesen der harmonischen Proportion noch in einer anderen Weise dahin, dass in derselben das Mittelglied um einen ebensovielsten Theil des einen kleineren Endgliedes dieses übertrifft, als es

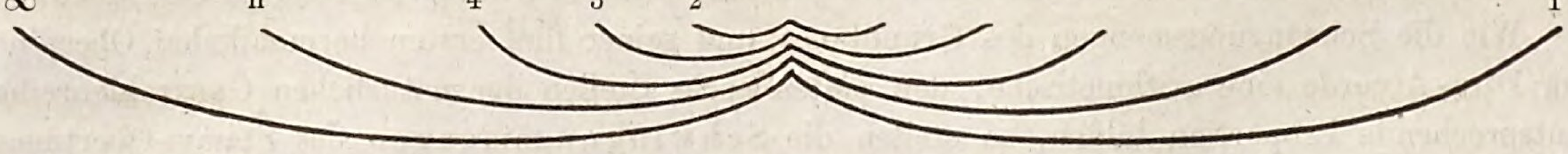
*) Es werde m durch a, m ± d durch b, m ± 2 d durch c ausgedrückt. Dann ist $\frac{n}{m} - \frac{m}{m \pm d} = \frac{n}{a} - \frac{a}{b} = \frac{bn - an}{ab} = \frac{n(b-a)}{ab}$ und $\frac{n}{m \pm d} - \frac{n}{m \pm 2d} = \frac{n}{b} - \frac{n}{c} = \frac{nc - nb}{bc} = \frac{n(c-b)}{cb}$. Für $b - a$ und $c - b$, welche, vermöge der Voraussetzung, einander gleich sind, setze man e; so hat man als Ausdruck für $\frac{n(b-a)}{ab}$ dann $\frac{ne}{ab}$, und für $\frac{n(c-b)}{bc}$ hat man $\frac{ne}{bc}$. Es ist aber $\frac{ne}{ab} : \frac{ne}{bc} = \frac{n}{a} : \frac{n}{c}$ weil $\frac{ne}{ab} \cdot \frac{n}{c} = \frac{n^2 e}{abc}$ und $\frac{ne}{bc} \cdot \frac{n}{a} = \frac{n^2 e}{abc}$ ist.

**) Horrebow: In continuam proportionem harmonicam mathemata. Kopenhagen 1737. (Auch abgedruckt in des Verfassers oper. mathemat. physic. T. I p. 175—222. Kopenhagen 1740).

selbst um einen ebensovielsten Theil des anderen (grösseren) Endgliedes von diesem übertroffen wird*). In der Proportion z. B. 3 4 6 ist das Mittelglied 4 um 1, das ist um $^1/_3$ von 3, grösser als das kleinere Endglied 3, und um 2, das ist um $^1/_3$ von 6, kleiner als das grössere Endglied 6. Eine andere, auch von den Alexandrinern hervorgehobene Eigenschaft der harmonischen Proportion ist die, dass das Product aus der Summe der beiden äusseren Glieder mit dem Mittelgliede gleich ist dem Doppelten des Productes der beiden äusseren Glieder unter sich. Allgemein ausgedrückt: wenn a b c eine harmonische Proportion bilden, so ist $(a + c)\,b = 2ac$**). Endlich gefallen sich die alexandrinischen Arithmetiker und ihre späteren Nachfolger noch in der spielenden Bemerkung, dass die harmonische Proportion am Würfel zu finden sei, weil ja der Würfel zwölf Saiten, acht Ecken und sechs Flächen habe, die Zahlen 12 8 6 aber eine harmonische Proportion bilden***). Deshalb, vermeinen sie, werde bei den Alten von einer ἁρμωνία γεωμετρικὴ geredet, und die uns beschäftigende Proportion heisse eigentlich deshalb die harmonische, weil der Cubus die wahre geometrische Harmonie darstelle; indem in den erwähnten Zahlen die Rationen der Octave (12 : 6 d. i. 2 : 1), der Quinte (12 : 8 d. i. 3 : 2) und der Quarte (8 : 6 d. i. 4 : 3) enthalten seien†). Man sieht, wie tief die speculative Zahlenharmonik bei den alexandrinischen Neupythagoreern gesunken war!

Aus der Verbindung der arithmetischen mit der harmonischen Proportion geht eine Verkettung geometrischer Proportionen hervor. Schreibt man nach rechts, gleichsam aufwärts, von der Einzahl aus eine arithmetische Folge von Ganzzahlen, und von derselben Einzahl aus nach links, rückwärts oder gleichsam abwärts, die Folge der als reciproke Werthe jenen Ganzzahlen entsprechenden Aliquotbrüche:

$$\frac{1}{\infty} \;\ldots\ldots\; \frac{1}{n} \;\ldots\ldots\; \frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \;\ldots\ldots\; n \;\ldots\ldots\; \frac{\infty}{1}$$



*) Jamblichus a. a. O. S. 155: Ἁρμονικὴ γάρ ἐστιν ἡ μεσότης, ἡ ταυτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσά τε καὶ ὑπερεχομένη und Nikomachus: a. a. O. II, 25: ὅταν τῷ αὐτῷ μέρει ἑαυτοῦ ὁ μείζων τοῦ μέσου ὑπερέχῃ, ὁ δὲ ἐλάττων ὑπερέχηται. — Das erste (grösste) Glied einer harmonischen Proportion heisse a, das zweite b, das dritte (kleinste) c. Dann ist, vermöge der Voraussetzung $a - b : b - c = a : c$ und demnach $(a - b)\,c = (b - c)\,a$; woraus unmittelbar das elementare $(a - b) : a = (b - c) : c$ folgt.

**) Der Beweis ist wieder einfach: $a - b : b - c = a : c$ ergibt $(a - b)\,c = (b - c)\,a$ oder $ac - bc = ab - ac$, woraus $2\,ac = ab + bc = (a + c)\,b$ folgt. Soll die harmonische mittlere Proportionale y zu zwei gegebenen Endgliedern α und ω gefnnden werden, so ergibt sich hierfür aus vorstehender Gleichung unmittelbar $y = \frac{2\,\alpha\omega}{\alpha+\omega}$ oder $\frac{2}{\alpha+\omega}\,\alpha\omega$. Die arithmetische Mittlere ist bekanntlich gleich der Hälfte der Summe der beiden äusseren Glieder. Nennen wir die arithmetische Mittlere x, so ist für die Endglieder α und ω folgeweise $x = \frac{\alpha+\omega}{2}$. Fassen wir das Product der beiden äusseren $\alpha\omega$ als eine Einheit höherer Ordnung auf, so sind demnach in Beziehung auf diese Einheit die beiden vorgedachten Mittleren $\frac{\alpha+\omega}{2}$ und $\frac{2}{\alpha+\omega}\,\alpha\omega$ reciproke Werthe, weil miteinander multiplicirt sie $\alpha\omega$ geben.

***) Nikomachus und Jamblichus a. a. O. Vergl. auch: Boethius: Arithmetica II, 49.

†) Nikomachus: a. a. O. (Lib. 2, 26) meint hierfür sich auf das Ansehen des Philolaus berufen zu können: Τινὲς δὲ αὐτὴν ἁρμονικὴν καλεῖσθαι νομίζουσιν, ἀκολούθως Φιλολάῳ ἀπὸ τοῦ παρέπεσθαι πάσῃ γεωμετρικῇ ἁρμονίᾳ· γεωμετρικὴν δὲ ἁρμονίαν φασὶ τὸν κύβον ἀπὸ τοῦ κατὰ τρία διαστήματα ἡρμόσθαι ἰσάκις ἴσα ἰσάκις· ἐν γὰρ παντὶ κύβῳ ἥδε ἡ μεσότης πάντως ἐνοπτρίζεται· πλευραὶ μὲν γὰρ παντὸς κύβου εἰσιν ιβ̄, γωνίαι δὲ η̄, ἐπίπεδα δὲ ς̄ u. s. w. Wenn Philolaos wirklich so etwas gesagt hat, that er es gewiss nur in der wohlmeinenden Absicht, den Exoterikern ein kleines zahlenspeculatives Vergnügen zu bereiten — eine s. g. „Denkübung", um dieses der neueren Pädagogie geläufigen Ausdruckes uns noch einmal zu bedienen!

so bilden die analogen Glieder der einen und anderen Seite mit der Einheit*) jedesmal eine continuirliche geometrische Proportion. Wie in der arithmetischen Progression der kleinste Werth, nemlich die zum Gemäss der περισσὸς-Zahlen genommene Einheit, in der harmonischen der ἄρτιος-Zahlen dagegen der constante Dividend als grösster, das continuirliche Ganze darstellender Zahlenwerth das Gemäss und die Einheit der betreffenden Reihe bildet, so erscheint als ideale Einheit und gleichsam als Gemäss der geometrischen Proportion recht eigentlich das den Logos der verbundenen Rationen bestimmende Mittelglied. Im vorstehenden Diagramme tritt dies Mittelglied, zu welchem die entsprechenden beiden äusseren Glieder sich als Rationalzahlen verhalten, als eine aussprechbare Zahlengrösse (ῥητὸν) uns entgegen. In anderen Verbindungen der reciproken Werthe einer arithmetischen und einer harmonischen Proportion oder Progression kann der Logos der Doppelreihe auch durch eine den äussern Gliedern incommensurable Zahlengrösse gebildet werden. Die das Doppelgebilde beherrschende Einheit ist alsdann eine s. g. irrationale, oder richtiger ausgedrückt, eine unaussprechbare Zahl (ἄῤῥητον). Solche Verbindungen würden die beiden folgenden Doppelreihen in allen den Fällen sein wo die Ganzzahl n nicht eine grade Potenz irgend einer anderen Zahl wäre:

$$1 \quad 2 \quad 3 \longrightarrow \quad \cdot\ \cdot \quad \sqrt[+2]{n} \quad \cdot\ \cdot\ \cdot \longleftarrow \quad \frac{n}{3} \quad \frac{n}{2} \quad \frac{n}{1}$$

$$\cdot\ \cdot \longleftarrow \frac{n}{n} \quad \frac{n-1}{n} \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad \times \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad n-1 \quad n \longrightarrow \cdot\ \cdot$$

beziehlich:

$$\frac{1}{n} \quad \frac{2}{n} \quad \frac{3}{n} \longrightarrow \quad \cdot\ \cdot\ \cdot \quad \sqrt[-2]{n} \quad \cdot\ \cdot\ \cdot \longleftarrow \quad 1/3 \quad 1/2 \quad 1/1$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot \longleftarrow \frac{1}{n} \quad \frac{1}{n-1} \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad \times \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad \frac{n-1}{n} \quad \frac{n}{n} \longrightarrow \cdot\ \cdot\ \cdot$$

Hier sind $1 : \sqrt[+2]{n} : \frac{n}{1}$, $2 : \sqrt[+2]{\ } : \frac{n}{2}$, $\frac{n}{n-1} : \sqrt[+2]{n} : n-1$, u. s. w., $\frac{1}{n} : \sqrt[-2]{n} : \frac{1}{1}$, $\frac{2}{n} : \sqrt[-2]{n} : \frac{1}{2}$, $\frac{1}{n-1} : \sqrt[-2]{n} : \frac{n-1}{n}$, u. s. w. alles geometrische continuirliche Proportionen. Aber das mittlere Glied derselben ist unter der angegebenen Voraussetzung jedesmal ein s. g. irrationaler Zahlenausausdruck; weil $\sqrt[+2]{n}$ und beziehlich $\sqrt[-2]{n}$ nur dann rationale Zahlen sein können, wenn n eine Zahl von der Form $p^{\pm 2m}$ ist. Nur in solchem Falle dann nemlich $\sqrt[\pm 2]{n}$ gleich $p^{\pm m}$ sein.

*) Fassen wir die Primzahlen der Ganzzahlenreihe als positive erste Potenzen ihrer selbst, die entsprechenden Aliquotbrüche der anderen Seite als negative erste Potenzen derselben Zahlen, alle übrigen Ganzzahlen der rechten Seite und Aliquotbrüche der linken Seite aber als so und so vielste positive und negative Potenzen (oder beziehlich aus solchen gebildete Productzahlen) jener Primzahlen auf, so erscheint in dieser Verbindung so recht die Einzahl als die gemeinsame nullte Potenz aller jener περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen. In diesem Sinne heisst es in einem altpythagorischen Ausspruche, den Jamblichus (S. 102 Tennulius) uns aufbewahrt selber aber nur halb verstanden hat, von der Einheit wie folgt: Κατιδόντες γὰρ οἱ σοφώτατοι πάντας τοὺς ἐν ἀριθμῷ λόγους ποικιλωτάτους ὄντας, καὶ ἀπείρους τὸ πλῆθος, ἀπὸ μονάδος ἅπαντας, ὥσπερ ἀπὸ κοινῆς τινος ῥίζης φυομένους, καὶ εἰς τὸ ἐνεργείᾳ ἀπὸ δυνάμεως μεθισταμένους, ἀρτίους τε καὶ περισσοὺς, καὶ καθ᾽ ἑκάτερον τοὺς ἰδικοὺς αὐτῷν τελείους τε καὶ ἐναντίους, ἔτι μὴν καὶ τὰς δέκα σχέσεις ἀπ᾽ αὐτῆς πλασσομένας· κ. τ. λ.

Das erste der drei vorstehenden Diagramme setzt sich aus aneinander gereihten περισσὸς-Zahlen und ἄρτιος-Zahlen zusammen. Im zweiten kreuzt sich, wenn der Werth n der Reihe der περισσὸς-Zahlen 1 2 3 n — 1 n entnommen ist, mit den wachsenden περισσὸς-Zahlen eine abnehmende Reihe von περισσάρτιος-Zahlen. Zahlen der letzteren Art sind nemlich alsdann diejenigen der Reihe $\frac{n}{1}\ \frac{n}{2}\ \frac{n}{3} \ldots \frac{n}{n-1}\ \frac{n}{n}$. Und im dritten Diagramme begegnen sich ἄρτιος- und ἀρτιοπέρισσος-Zahlen. Als Zahlen erstgenannter Art erscheinen nemlich die der Reihe $\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3} \ldots \frac{1}{n-1}\ \frac{1}{n}$ und ἀρτιοπέρισσος-Zahlen werden die der Reihe $\frac{1}{n}\ \frac{2}{n}\ \frac{3}{n} \ldots \frac{n-1}{n}\ \frac{n}{n}$ sein, wenn $\frac{1}{n}$ einen der ἄρτιος-Reihe der einfachen Theilzahlen der Einheit entnommenen Aliquotbruchwerth darstellt.

In der Mitte des ersten Diagrammes desjenigen nemlich der περισσὸς-Zahlen und ἄρτιος-Zahlen tritt die Einheit 1 uns sinnbildlich als die Monas der Pythagoreer entgegen, von welcher diese sagten, sie sei „die Gränzscheide der Ganzzahl und der Theile, weil von ihr aus, wie aus einem Samen und einer unvergänglichen Wurzel, nach beiden Seiten hin dem Gesetze der Wiedervergeltung gleichsam entsprechend die Rationen der Zahlen vermehrt würden — und zwar die einen durch ins unendliche gehende Theilung, die immer kleinere Werthe gebe nach je grösseren Zahlen deren Name laute — die anderen aber wachsend an Grösse bis ins Unendliche, entsprechend ihren aus immer grösseren Werthausdrücken gebildeten Namen“*). Wir haben im Diagramme der verbundenen περισσὸς- und ἄρτιος-Reihe als letzte Glieder daher die beiden Zeichen für die unendliche Grösse hingesetzt, an's Ende der Ganzzahlreihe das unendlich Grosse $\frac{\infty}{1}$, an's Ende dagegen der Aliquotbruchreihe das Zeichen des unendlich Kleinen $\frac{1}{\infty}$.

Aber nicht blos die Endglieder beider Reihen, auch ihre idealen Anfänge — wenn dieser Ausdruck gestattet ist — verlieren sich in die unendliche Grösse. Dem Ein der arithmetischen Reihe geht als ideales Anfangsglied die Null voran — nicht die Läugnung und Verneinung aller Grösse, sondern vielmehr der Anfangs- und Ausgangspunkt derselben, ohne den es keine Grösse gäbe. Der Idee nach ist 0 1 2 eine arithmetische Proportion; denn es wird $1 - 0 = 2 - 1$, die Differenzen sind somit gleich; und auch das Mittelglied 1 zeigt sich gleich $\frac{0+2}{2}$ wie es die Regel der arithmetischen Proportion fordert. Es ist diese Nullgrösse, gleichsam die verborgene Kraft aller werdenden Grösse, die gestaltlose, für uns verborgene Wurzel der

*) Jamblichus a. a. O. S. 12: Τινὲς δὲ τῶν Πυθαγορείων, μονάς ἐστιν, εἶπον, ἀριθμοῦ καὶ μορίων μεθόριον. Ἀπ' αὐτῆς γὰρ, ὡς ἀπὸ σπέρματος καὶ ἀϊδίου ῥίζης ἐφ' ἑκάτερον ἀντιπεπονθότως αὔξονται οἱ λόγοι, τῶν μὲν ἐπ' ἄπειρον τεμνομένων, μειούμενοι μεγαλονυμώτερον ἀεί· τῶν δὲ ἐπ' ἄπειρον αὐξομένων, ἔμπαλιν μεγεθυνομένοι. Denselben Gedanken finden wir, eben dort S. 19. mit ausdrücklicher Bezugnahme auf die Eintheilung der Zahlen in ἄρτιοι und περισσὸς folgendermaassen ausgesprochen: δυνάμει πάντα ἐν αὐτῇ (sc. τῇ μονάδι) θεωρεῖται κοινῶς, τά τε ἀρτίου καὶ περισσοῦ εἴδη ὡς πηγῇ τινι, καὶ ἀμφοτέρων ἀδιακρίτῳ ῥίζῃ, καὶ ἀναγκαίως ἀδιαιρέτῳ παρὰ τὰ ἄλλα πάντα. Wir bitten den Leser, diese Stellen, so wie die in der vorigen Note mitgetheilten, mit denjenigen Belegstellen zu verbinden, welche wir oben S. 80 u. ffgde bei Erörterung der von Nikomachus vorgetragenen Definitionen des ἄρτιον und περισσὸν bereits angeführt haben, und wir hoffen, dass etwaige Zweifel über die wahre, jener Unterscheidung zu gebende Deutung vollends verschwinden werden.

Letzteren, das „Wer“ und das „Was“ (מִי Mi und מָה Mah) das „Nichts“ oder vielmehr „Nicht-Etwas“ (אַיִן, Ajin) und „Ohne-Was“ (בְּלִי־מָה B^{e}li-Mah) der hebräischen Ueberlieferung. Ihr steht gegenüber, oder es ist vielmehr, vermöge der Verschmelzung der Gegensätze auf dem Gebiete der unendlichen Grösse, mit dieser Nullgrösse gleich und identisch das unendlich Grosse ∞. Dieses letztere bildet den idealen Anfangspunkt der harmonischen Reihe. Denn sucht man zu den beiden gegebenen $^1/_1$ $^1/_2$ das dem Gliede $^1/_1$ vorhergehende, so erhält man $\frac{\infty}{1}$, nemlich $\frac{1/2}{0}$ *). Nur dies Symbol des unendlich Grossen, wenn wir statt dessen $^1/_0$ schreiben, erfüllt in der Formel $^1/_0$ $^1/_1$ $^1/_2$ die Bedingung der in Bruchform ausgedrückten harmonischen Proportion, dass die Divisoren des constanten Dividenden unter sich eine arithmetische Proportion bilden sollen. Und nur wenn wir für $^1/_0$ das unendlich Grosse $\frac{\infty}{1}$ setzen, ist die Differenz $\frac{\infty}{1} - {}^1/_1$ selbst wieder $\frac{\infty}{1}$, weil durch keinen Abzug endlicher Einheiten oder Mengen die Grösse des unendlich Grossen gemindert werden kann. Nur so bleibt es wahr, dass $\frac{\infty}{1} - {}^1/_1 : {}^1/_1 - {}^1/_2 = \frac{\infty}{1} : {}^1/_2$, also die Differenz zwischen dem ersten und zweiten Gliede zu derjenigen zwischen dem zweiten und dritten sich verhalte wie das erste zum dritten Gliede.

So zeigt sich in jeder der beiden Gattungen der discreten Zahlengrösse, ganz so wie dies auch bei der zeitlichen und räumlichen continuirlichen Grösse der Fall ist, nach der Seite des Anfangs und nach der Seite des Endes hin, das Unbegränzte. Dem Punkte im Raume und dem Zeitmomente ohne Ausdehnung entspricht jenes Null-Anfangsglied der arithmetischen περισσὸς-Reihe und das als $\frac{1}{\infty}$, d. i. gleich Null, zu setzende Endglied der imaginär den letzten und kleinsten aller Aliquotbrüche erreichenden harmonischen ἄρτιος-Reihe. Ein Bild dagegen der räumlichen, ins Unendliche sich ausdehnenden Dimensionen der Länge, Breite und Tiefe und der zur Ewigkeit werdenden Zeit ist das $\frac{\infty}{1}$-Anfangglied der harmonischen ἄρτιος-

*) Nennen wir das erste Glied einer arithmetischen oder beziehungsweise harmonischen Proportion, p, das mittlere m, und das letzte u, so ergibt sich für die arithmetische Proportion als Formel für die Bestimmung des ersten Gliedes aus dem mittleren und letzteren, und des letzten Gliedes durch das mittlere und erste:

$$p = 2m - u, \text{ und } u = 2m - p$$

Beides folgt unmittelbar aus dem für die arithmetische Proportion geltenden Satze, dass $p + u = 2m$ ist. Wird $m = 1$ und $u = 2$ angenommen, so wird also $p = 2 . 1 - 2 = 0$ sein.

Die Formel für die Auffindung des ersten oder des letzten Gliedes einer harmonischen Proportion zu den gegebenen Werthen der beiden anderen Glieder dagegen ist

$$p = \frac{um}{2u - m} \text{ und beziehlich } u = \frac{pm}{2p - m}$$

Aus dem Gesetze nemlich für die harmonische Proportion: $p - m : m - u = p : u$ folgt:

$$(p - m)\, u = (m - u)\, p$$

und hieraus sowohl $um = 2pu - mp = (2u - m)\, p$, was für das erste Glied $p = \frac{um}{2u - m}$ gibt, als $pm = 2pu - mu = (2p - m)\, u$, woraus für das letzte Glied $u = \frac{pm}{2p - m}$ hervorgeht. Wenn $m = {}^1/_1$ und $u = {}^1/_2$ ist, wird also $p = \frac{1/2 \,.\, 1}{1 - 1}$ d. i. $\frac{1/2}{0} = \frac{\infty}{1}$ sein. Für $\frac{1/2}{0}$ kann selbstredend auch $^1/_0$ gesetzt werden.

und das als unendliche Grösse aufzufassende Endglied der arithmetischen περισσός-Reihe. Wie aber das end- und anfangslose πηλίκον der continuirlichen räumlichen und zeitlichen Grösse und das end- und anfangslose πόσον der discreten Ganzzahlen- und Bruchzahlengrösse eine Zweiheit bilden, deren beide Glieder als ἀόριστα erscheinen, so stellen auch beide Gattungen des Discreten — die Reihe nemlich der schlechthin discreten Ganzzahlen, und die das continuirliche nachahmende Reihe der Aliquottheilzahlen, welche beide sich in gewissem Sinne als ohne Anfang und Ende gezeigt haben — in ihren imaginären polaren Gliedern jede für sich allein, dem Gesagten zufolge, eine ἀόριστος δυάς — eine unbegränzte Zweiheit dar.

Dem gestaltlosen, unfassbaren Principe des Unbegränzten in Raum und Zeit, Ausdehnung und Menge, Vielheit und Theilung, steht als das gestaltende und begränzende (τὸ εἰδοποιοῦν, τὸ περαῖνον), den Einzelndingen begrifflich und stofflich ihre Wesenheit verleihende andere Princip das Eine (τὸ ἕν), die Einheit (ἕνωσις), gegenüber. „Alle Zeugung, alles Werden, im Kosmos ist in harmonischer Mischung zusammengefügt aus Unbegränztem und Begränzendem, der ganze Kosmos sowohl, wie alle Einzelndinge in ihm"*) — so soll, dem Berichte des von Diogenes Laertius (VIII, 85) angeführten Demetrios des Magneten zufolge, der Anfang der Schrift des Philolaos „von der Natur" gelautet haben. „Nach dem Vorbilde der Zahl fand diese Zusammenfügung statt"· — so lautete die alte Lehre der Pythagoreer, der mit geringer Aenderung des Wortlautes auch Plato folgte; denn es ist „das Weltall gemischt in seiner Zusammensetzung aus dem Begränzenden zugleich und Unbegränzten gleichwie die Gesammtheit der Zahlen aus der Einheit und aus der Zweiheit des Theiligen und Nichttheiligen sich aneinanderreiht, worin Gleichheit und Ungleichheit, Selbstheit des Seins und Anderssein, Schranke und Unendlichkeit, Begränztes und Unbegränztes in die Erscheinung treten"**). Ueber der Gränze jedoch und dem Unbegränztem, aus welchen beiden das Begränzte wird, steht als Urgrund dieser beiden Urgründe (ἀρχαί) der gewordenen Dinge, als nicht gewordene Ursache der Ursachen

*) Φύσις δὲ ἐν τῷ κόσμῳ ἁρμόχθη ἐξ ἀπείρων τε καὶ περαινόντων, καὶ ὅλος κόσμος καὶ τὰ ἐν αὐτῷ πάντα Böckh: Philol. d. Pythag. Lehren, Berlin 1819 S. 45.

**) Nikomachus Arithm. II, 28: Καὶ καλῶς οἱ παλαιοὶ φυσιολογεῖν ἀρχόμενοι τὴν πρώτην διαίρεσιν τῆς κοσμοποιΐας ταύτῃ ποιοῦνται. Πλάτων μὲν τῆς ταὐτοῦ φύσεως καὶ τῆς θατέρου ὀνομάζων καὶ πάλιν τῆς ἀμερίστου καὶ ἀεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἐχούσης οὐσίας τῆς τε αὖ μεριστῆς γινομένης· Φιλόλαος δὲ, „Ἀναγκαῖον τὰ ἐόντα εἶμεν ἤτοι ἄπειρα ἢ περαίνοντα ἅμα καὶ ἄπειρα"· ὅπερ μᾶλλον συγκατατίθεται εἶναι, ἐκ περαινόντων ἅμα καὶ ἀπείρων συνεστάναι τὸν κόσμον, κατ' εἰκόνα δηλονότι τοῦ ἀριθμοῦ· καὶ γὰρ οὗτος σύμπας ἐκ μονάδος καὶ δυάδος σύγκειται ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ, ἃ δὴ ἰσότητός τε καὶ ἀνισότητος ἐμφαντικὰ, ταυτότητός τε καὶ ἑτερότητος, περαίνοντός τε καὶ ἀπείρου, ὡρισμένου τε καὶ ἀορίστου. Die platonischen Hauptstellen sind die bekannten im Philebos und im Timaios. Bei Hippolytus: Philos. p. 8 Miller, lesen wir: Διόδωρος δὲ ὁ Ἐρετριεὺς καὶ Ἀριστόξενος ὁ μουσικός φασι πρὸς Ζαράταν τὸν Χαλδαῖον ἐληλυθέναι Πυθαγόραν· τὸν δὲ ἐκθέσθαι αὐτῷ δύο εἶναι ἀπ' ἀρχῆς τοῖς οὖσιν αἴτια, πατέρα καὶ μητέρα. Und an was wir hierbei zu denken haben, wird klar aus dem Berichte des Plutarch: De genert. anim. in Timaeo, 1012, ε, der da sagt: Zaratas, der Lehrer des Pythagoras (ohne Zweifel identisch mit dem von Porphyrius: De vita Pythagorae, 12, unter dem Namen Zabratos erwähnten chaldäischen Weisen, mit welchem während seiner Gefangenschaft in Babylon Pythagoras Umgang gepflogen haben soll) habe die Einheit den Vater, die die Zweiheit aber die Mutter der Zahlen genannt (Καὶ Ζαράτας, ὁ Πυθαγόρου διδάσκαλος, ταύτην μὲν (τὴν δυάδα) ἐκαλεῖ τοῦ ἀριθμοῦ μητέρα· τὸ δὲ ἕν, πατέρα). Gar albernes berichtet Jamblichus (in Nicomach. S. 216 und 86, Tennul.) über die ihm, wie es scheint, völlig unklar gebliebene Bedeutung des Begriffes der ἀόριστος δυάς. Am letzteren Orte meint er gar, es sei die Zweizahl (er denkt sich darunter immer die wirkliche Zahl 2) um deswillen von den Pythagoreern „unbegränzt" genannt worden, weil aus allen anderen Zahlen, als s. g. figurirten in den arithmetischen Reihen zweiter Ordnung geometrische Schemen hervorgehen, z. B. 3 .·., 4 :: u. s. w., aus der 2 aber nur eine Linie (. .) sich bilden lasse!

(causa causarum) Gott*). Er hat die Gränze und das Unbegränzte gesetzt. Vor Gott erscheinen Gränze und Unbegränztes, Eines und Vieles, die Einheit und die unbegränzte Zweiheit, als *Dasselbige* (ταὐτὸν). Die menschliche Seele hingegen vermöchte Unbegränztes nicht zu fassen, so wenig sie das Wer und Was und das Nichtwas, und die Wesenheit des absoluten Seins (τὸ ὄν) in seiner Einheit und Zweiheit und Dreiheit anders als nur ahnend zu schauen vermag. Dadurch aber, dass die Dinge Begränzung und Gestaltung von dem Einen empfingen, sind vermöge der ihnen einwohnenden Zahl sie der Seele erkennbar, Gegenstand der intellectualen Auffassung, geworden. Denn das Gleiche wird von dem Gleichen erkannt, und ihrer Form nach ist die Seele selber Zahl, oder doch nach einem Zahlengesetze gebildet**).

Wie für die Zahlenlehre aus dem Einen und der unbegränzten Zweiheit die Zahlengrösse, so geht für die ideale Betrachtung der harmonikalen Gesetze auch die begränzte, geordnete Bewegung der musikalischen Töne aus einer Verbindung und gegenseitigen Durchdringung der Gegensätze des Begränzenden und Unbegränzten hervor. Auch für die Harmonik zeigt das Unbegränzte sich dann in zwiefacher Weise als solches. Das bestimmende Gesetz für die Maasse der wachsenden und abnehmenden Beschleunigung rhythmisch gegliederter Bewegung aus welchem die Abstufungen der Töne ihre Regelung empfangen reicht dem Gedanken nach (νοητῶς) weit hinaus über die engbemessene Gränze, innerhalb welcher unser Ohr die geregelte Bewegung sinnlich als Ton vernimmt. Die Anfänge und Endpunkte der diese Maasse bestimmenden steigenden und fallenden Reihen der Ganzzahlen und Theilbrüche müssen nemlich, wie in Kürze dies schon im Vorhergehenden angedeutet worden ist, in solchen Regionen der periodisch geregelten Bewegung gesucht werden, wo nach der Seite der beschleunigten Oscillationen der hohen Töne hin sowohl, als in den stets langsamer sich folgenden Schwingungen der tiefen Töne, zuletzt der Rhythmus der Pulse als Ton erstirbt, um in anderen Erscheinungen dann im Verfolge wieder vernehmbar zu anderen unserer Sinne zu reden. Die vielmal potenzirte Beschleunigung der Pulse äussert dort sich in den Phänomenen der Wärme, der Farbe, des Lichtes und der elektrischen Kraft. Nach der Seite der wachsenden Langsamkeit der Rhythmen tritt an die Stelle der in den tiefsten Klängen vernehmbar werdenden einzelnen Stösse der Schallwellen musikalisch die Mensurirung des Taktes. Ein Spiel noch langsamerer Zahlenrationen zeigt sich unserem Auge im Wechselspiele der Wasserwellen und in den abmessbaren Schlägen wirklicher Pendel. Hier tritt dann im Bereiche des sichtbaren ein Gesetz in die Erscheinung,

*) Syrian: in Aristot. Metaph. XIV, 1, p. 289, 20: ὅλως δὲ ... οἱ ἄνδρες ... τῶν δύο στοιχείων τὸν ἐπέκεινα ᾔδεσαν, ὡς μαρτυρεῖ Φιλόλαος τὸν θεὸν λέγων πέρας καὶ ἀπειρίαν ὑποστῆσαι, διὰ μὲν τοῦ πέρατος τὴν τῷ ἑνὶ συγγενέστεραν ἐνδεικνύμενος πᾶσαν συστοιχίαν, διὰ δὲ τῆς ἀπειρίας τὴν ταύτης ὑφειμένην, καὶ ἔτι πρὸ τῶν δύο ἀρχῶν, τὴν ἑνιαίναν αἰτίαν καὶ πάντων ἐξῃρημένην προέτταтον, ἣν Ἀρχαίνετος μὲν αἰτίαν εἶναί φησι, Φιλόλαος δὲ τῶν πάντων ἀρχὰν εἶναι διισχυρίζεται, Βροντῖνος δὲ ὡς νοῦ παντὸς καὶ οὐσίας δυνάμει καὶ πρεσβείᾳ ὑπερέχει.

**) Jamblichus περὶ τῆς κοινῆς μαθεματικῆς ἐπιστημῆς (Villoison II, S. 196) und in Nicomach. Arithm. (Tennulius 7): Ἀρχὰν γὰρ οὐδὲ τὸ γνωσούμενον ἐσσεῖται πάντων ἀπείρων ἐόντων, κατὰ τὸν Φιλόλαον. Sodann zwei Bruchstücke des Philolaos bei Stobäus. Ecclog. phys. I, 22, 7 u. 2, 3 (S. 456 und 8 fgde Heeren): Καὶ πάντα γα μὰν τὰ γιγνωσκόμενα ἀριθμὸν ἔχοντι· οὐ γὰρ ὁτιῶν οἷόντε οὐθὲν οὔτε νοηθῆμεν οὔτε γνωσθῆμεν ἄνευ τούτω. ὅ γα μὰν ἀριθμὸς ἔχει δύο μὲν ἴδια εἴδη, περισσὸν καὶ ἄρτιον, τρίτον δ' ἀπ' ἀμφοτέρων μιχθέντων ἀρτιοπέρισσον. ἑκατέρω δὲ τῶ εἴδεος πολλαὶ μορφαὶ, ἃς ἕκαστον αὖ ταὐτὸ δημαίνει; und νομικὰ γὰρ ἁ φύσις ἁ τῶ ἀριθμῶ καὶ ἁγεμονικὰ καὶ διδασκαλικὰ τῶ ἀπορουμένω παντὸς καὶ ἀγνοουμένω παντί. οὐ γὰρ ἦς δῆλον οὐθενὶ οὐθὲν τῶν πραγμάτων οὔτε αὐτῶν ποθ' αὑτὰ οὔτε ἄλλω ποτ' ἄλλο, εἰ μὴ ἦς ἀριθμὸς καὶ ἡ τούτω ἐσσία· νῦν δὲ οὗτος καττὰν ψυχὰν ἁρμόζων αἰσθήσει πάντα γνωστὰ καὶ ποτάγορα ἀλλάλοις κατὰ γνώμονος φύσιν ἀπεργάζεται, σωματῶν καὶ σχίζων τοὺς λόγους χωρὶς ἑκάστους τῶν πραγμάτων, τῶν τε ἀπείρων καὶ τῶν περαινόντων.

welches erst in den kosmischen Bewegungen und in den Maassen der nach himmlischen Zeitläuften geordneten Umkreisungen der Weltkörper seinen Abschluss findet. Mit den polaren Spitzen (τὰ ἄκρα) der Rationenreihen solchergestalt idealisch sich der unendlichen Grösse des Kleinsten und Grössten zuwendend, verliert die harmonikale Rechnung aber auch innerhalb des Gebietes der wirklichen Töne — der unendlichen Mannigfaltigkeit wegen der möglichen Theilungen und Unterabstufungen der Tonstufen sich in den Begriff des ἄπειρον, des Schrankenlosen. Und wiederum ganz dasselbe ist nicht minder der Fall auch hinsichtlich der unbegränzten Dynamis der modulatorischen Fortschreitung der dem idealen Gedanken nach möglichen Uebergänge nemlich von Tonica zu Tonica im Spiele der phonetisch wirklich vorhandenen Töne nach der Folge der nimmer ein Ende findenden Fortrückungen in Quinten- und Quarten-Reihen, oder in Terzenreihen, innerhalb des nicht sich schliessenden Cyclus der aus der stetigen Mehrung der chromatischen Erhöhungen und Vertiefungen in unbeschränkter Zahl hervorgehenden Tonarten. „Die Menge der Ausweichungen d. i. der Versetzungen gegebener tonaler Motive in höhere oder tiefere, einer anderen Leiter angehörige Lagen des Systemes ist, der Möglichkeit nach, eine unbegränzte“ — sagt Ptolemäus im 7. Cap. d. 2. Buches seiner Harmonik. „Eben dies gilt ja,“ fährt er fort, „auch von der Menge der einzelnen Töne, obgleich der Wirklichkeit nach, wenn wir das in die Sinne fallende zum Maassstabe nehmen, freilich die Menge beider eine begränzte ist“*). Aristides Quintilian drückt denselben Gedanken fast mit den nemlichen Worten aus, sagend: „der Töne potenzielle Kräfte sind ihrer Natur nach unbegränzte“**). Vom sterbenden Pythagoras aber erzählt uns der zuletzt angeführte Schriftsteller: es habe derselbe beim Herannahen des Todes seinen Gefährten befohlen die Töne des Monochordes anzuschlagen, „andeutend hierdurch“ — wie Aristides sagt — „dass die höchsten und letzten Spitzen der musikalischen Betrachtung nicht sowohl in den mittelst der sinnlichen Wahrnehmung gehörten Tönen, als auf dem Wege der idealen intellectualen Betrachtung der Zahlen zu erfassen seien“***). Aristides versteht und commentirt diesen Ausspruch in einem technisch-musikalischen Sinne. Und nach dem Vorgesagten geschieht dies, auch vom technischen Standpunkte aus, mit Recht. Wir werden freilich uns noch überzeugen, dass der symbolischen Hinweisung des Sterbenden auf dasjenige was er im Leben seine Schüler am Monochorde gelehrt hatte, noch eine ganz andere, höhere, religiöse Bedeutung innewohnt. In diesem Sinne wird bei der ἀκρότης, ἡ ἐν μουσικῇ an die, in den esoterischen Lehren der speculativen Harmonik verborgenen Sinnbilder höchster Wahrheiten zu denken sein, deren Beziehung zur harmonikalen Zahlenlehre wir theilweise schon im bisher Vorgetragenen anzudeuten versucht haben, deren eigentliche Darlegung aber erst im weiteren Fortgange der Untersuchungen folgen kann.

*) Bei Wallis S. 122: Διοριστέον δὲ πάλιν, ὅτι τῶν καθ' ὅλας τὰς συστάσεις γινομένων μεταβολῶν δυνάμει μὲν ἄπειρόν ἐστι τὸ πλῆθος, ὥσπερ καὶ τὸ τῶν φθόγγων ἐνεργείᾳ δὲ τῇ πρὸς τὴν αἴσθησιν ὡρισμένον· ἐπειδὴ καὶ τὸ τῶν φθόγγων.

**) De Mus. Meibom S. 9: φθόγγων δὲ δυνάμεις ἄπειροι μέν εἰσι τῇ φύσει.

***) Bei Meibom S. 116: . . . Πυθαγόραν φασί, τὴν ἐντεῦθεν ἀπαλλαγὴν ποιούμενον, μονοχορδίζειν τοῖς ἑταίροις παραινέσαι, δηλοῦντα ὡς τὴν ἀκρότητα, τὴν ἐν μουσικῇ, νοητῶς μᾶλλον δι' ἀριθμῶν, ἢ αἰσθητῶς δι' ἀκοῆς ἀναληπτέον.

Drittes Hauptstück.

Verbindung der Reihen der περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen und ihrer Unterarten zu einer Tafel der Rationen, als deren äusseres Gerippe das Lambdoma der griechischen Arithmetiker erscheint. Betrachtung der musikalischen Eigenschaften dieser Tafel. Aehnlichkeit derselben mit dem im 1. Buche der Geometrie des Boëthius beschriebenen Abacus der Pythagoreer. Semitischer Ursprung des Abacus und der s. g. indo-arabischen Zahlzeichen. Die Kenntniss der letzteren, so wie der Abacus-Tafel und eines auf Stellenwerth der Zahlzeichen nach dekadischer Ordnung gegründeten Zahlensystemes findet sich bei den mittelalterlichen Arithmetikern des 10. bis 12. Jahrhunderts. Papst Sylvester II. (Gerbert) als eifrigster Förderer des Quadriviums. Die harmonikalen Zahlen der platonischen Timaios-Stelle.

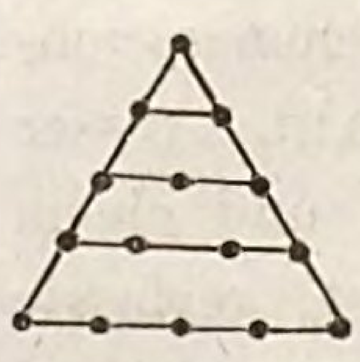
„Denn ohne die Zahl würde weder Verbindung, noch Zusammensetzung, noch Zertrennung möglich sein. Die Einheiten aber zeugen und mehren in der Vervielfältigung die Zahl. Zerlegt dagegen in ihre Theile, nehmen sie dieselbe in sich wieder zurück“.

Pseudo-Hermes Trismegistus: Poëmander 12, 15.

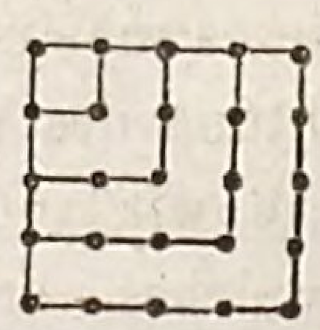
Der περὶ μονάδος überschriebene erste Abschnitt der älteren Quellen entnommenen, unter dem Namen Die Theologumena der Arithmethik (τὰ Θεολογούμενα τῆς Ἀριθμετικῆς) auf uns gekommenen Sammlung pythagorisch-platonischer Aussprüche über die Eigenschaften der ersten zehn Zahlen beginnt mit einer einleitenden, wie es scheint, aus dem verlorenen gleichnamigen Werke des Nikomachus ausgezogenen Betrachtung des Wesens der Einzahl. Ausser der kürzeren Einleitung in die Arithmetik, welche wir vollständig besitzen, und einem grösseren Werke über diesen Zweig des Quadriviums, welches verloren gegangen ist, verfasste nemlich Nikomachus unter dem bezeichneten Titel auch eine Zusammenstellung speculativer Sentenzen über die erwähnten Hauptzahlen. Es hat desgleichen der von Eusebius, vom h. Hieronymus und von anderen Kirchenvätern um seiner grossen Gelehrsamkeit und der leuchtenden Tugenden seines Lebenswandels willen hoch gepriesene Anatolius, Bischof von Laodicäa (vor seiner Weihe zum christlichen Bischofe im Jahre 280 v. Chr. gefeierter Lehrer der Philosophie an der grossen Schule zu Alexandrien) eine ebenso betitelte Schrift verfasst. Das uns beschäftigende Bruchstück rührt um des willen wahrscheinlich von Nikomachus her, weil eine darin vorkommende Bezugnahme des Verfassers auf eine von ihm ausgearbeitete Schrift über die Arithmetik kaum anders, als von der verloren gegangenen grösseren Einleitung in die

Arithmetik des Nikomachus verstanden werden kann. Die schöne Stelle der Theologumena handelt, wie gesagt, von dem Lobe der Einzahl. Bekanntlich war die Behandlungsweise der Zahlenlehre bei den auf uns gekommenen griechischen Arithmetikern eine, so zu sagen, ganz geometrische. Arithmetische Theoreme wurden an linearen Figuren dargelegt, und unter den Eintheilungen der Zahlen spielte die Lehre von den s. g. Figuralzahlen die hervorragendste Rolle. In diesem Sinne werden in dem hier in Rede stehenden Bruchstücke denn auch die Eigenschaften der Einzahl entwickelt. Das Lob der letzteren wird in folgender Weise verkündigt: „Es ist die Einzahl (μονάς) der Anfang der Zahlen, sie selbst nicht durch anderes gesetzt (θέσιν μὴ ἔχουσα), μονάς genannt von μένειν bleiben. Denn an welche Zahl sie auch zeugend hinantritt, bewahrt sie unverändert das Gebilde, wie z. B. 1 mal 3 gleich 3, 1 mal 4 gleich 4. Aus der Einheit, welche der Kraft nach Alles umfasst, empfing das All seine gegliederte Schönheit; sie selbst aber hat in sich, wenn auch nicht der Wirkung nach so doch wie im Samenkeime, aller Zahlen-Verhältnisse alle, und ja auch die der Zweiheit, theilig seiend und nichttheilig, und theilignichttheilig, und lineare Zahl und Flächen- und Körperzahl (Cubus), und circulare und Polygonalzahl, vom Quadrate an bis zu den Vielecken mit einer unendlichen Anzahl von Seiten in den verschiedenen Arten der Pyramidalzahlen*), und vollkommne Zahl und übervollständige, und unvollständige**) und Proportionalzahl, und harmonische, und Primzahl und nicht

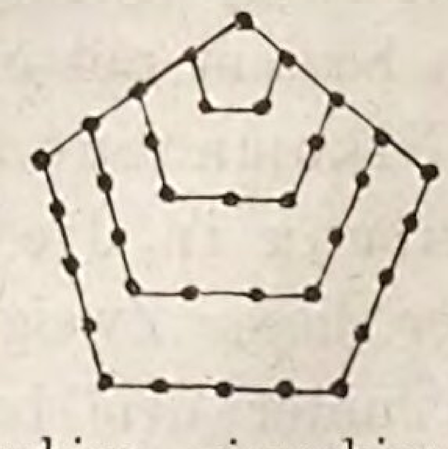
*) Die Ausdrücke: lineare Zahl, Flächen- und Körperzahl bedürfen keiner Erläuterung. Es sind eben die 1., 2., 3. Potenzen der Primzahlen; und die Einheit ist gleich 1, gleich 1^2, gleich 1^3. — Circularzahlen, oder auch Kugelzahlen nennt man solche, deren Potenzzahlen in den Einern wieder mit derselben Zahl abschliessen. Z. B. von 5 ist das Quadrat 25, der Würfel 125 u. s. w.; von 6 ist das Quadrat 36, der Würfel 216 u. s. w.; von 76 ist das Quadrat 5776, der Würfel 438976. „Dieses ist von keinem Nutzen" — sagt mit Recht Klügel: Mathem. Wörterb. unter dem Worte „Circularzahl". — Polygonalzahlen werden die Summen arithmetischer Reihen genannt, deren Anfangsglied die Einheit, der Unterschied der Glieder eine der ganzen Zahlen ist. Sie machen eine besondere Gattung von arithmetischen Reihen zweiter Ordnung aus. Ist der Unterschied der Glieder in der arithmetischen Reihe gleich 1, so entstehen die Triangularzahlen: 1 3 6 10 15. Denn 1 ist gleich 1, 3 gleich $1 + 2$, 6 gleich $1 + 2 + 3$, 10 gleich $1 + 2 + 3 + 4$, 15 gleich $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ u. s. w. Die Quadratzahlen 1 4 9 16 25 gehen aus den Summen der Glieder von wachsenden arithmetischen Reihen hervor deren Differenz 2 ist; denn $1 = 1$, $4 = 1 + 3$, $9 = 1 + 3 + 5$, $16 = 1 + 3 + 5 + 7$, $25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ u. s. w. Pentagonalzahlen 1 5 12 22 34 50 entstehen wenn die Differenz 3 war; denn $1 = 1$, $5 = 1 + 4$, $12 = 1 + 4 + 7$, $22 = 1 + 4 + 7 + 10$ u. s. w. u. s. w. Der Grund der Benennung Polygonalzahl ist, dass die Zahlen durch ihre Einheiten, als Punkte in reguläre Vielecke gestellt werden können, welche den betreffenden geometrischen Figuren entsprechen. Z. B. die Triangularzahlen



, die Quadratzahlen



, die Pentagonalzahlen



u. s. w. — Parymidalzahlen sind die Summen von Polygonalzahlen. Man nennt sie dreieckige, viereckige, fünfeckige u. s. w. je nachdem sie Summen von Trigonal-, Tetragonal-, Pentagonalzahlen u. s. w. sind. Die Anzahl der in den Zeughäusern in einer dreiseitigen gleichförmigen Pyramide aufgesetzten Kugeln ist eine Trigonal-Pyramidalzahl, die in einer gleichseitig viereckigen eine Tetragonal-Pyramidalzahl u. s. w.

**) Ueber die arithmetische Eintheilung der Zahlen in vollkommene (τέλειοι); übervollständige (ὑπερτελεῖς) und unvollständige (ἐλλιπεῖς) vgl. m. Euclid: Elem. IX, 36; sodann Nikomachus: Arithm. I, 14—16, und Jamblichus: in Nicom. Tennul. S. 43 fgde. An den beiden letzteren Orten werden freilich von dieser, für die Zahlenlehre nicht unwichtigen Unterscheidung auch allerlei sonderbare symbolische Anwendungen auf ganz heterogene Dinge gemacht. Eine vollkommene Zahl ist eine solche, welche der Summe ihrer aliquoten Theile gleich ist. Die Sechszahl z. B. ist theilbar durch sich selbst, durch 3 und durch 2; aus welchen Theilungen als Quotienten 1 2 und 3 hervorgehen, deren Summe dann gleich 6 ist. Eben so ist $28 = 1 + 2 + 4 +$

zusammengesetzte, und zusammengesetzte*), und Diametralzahl sowohl als Lateralzahl**), und den Anfang machend aller Verhältnisse in der Gleichheit wie in der Ungleichheit, was alles in der arithmetischen Einleitung gezeigt worden ist. Und in sämmtlichen hier erwähnten Beziehungen

7 + 14, welche Summanden als Quotienten hervorgehen, wenn man 28 durch seine einzigen möglichen Theiler 28, 14, 7, 4 und 2 der Reihe nach dividirt. Die nicht vollkommnen Zahlen sind entweder übervollständige oder unvollständige, je nachdem sie selbst grösser sind oder kleiner als die Summe ihrer aliquoten Theile. Die vollkommnen Zahlen entstehen, wenn man in der Reihe der Potenzen von 2, von der Einheit beginnend, jedesmal die gegebenen Glieder summirt und die gefundene Summe mit dem höchsten Summanden (also mit dem letzten der gegebenen Glieder) multiplicirt, sofern nemlich die Summe eine Primzahl ergeben hat. War die Summe eine zusammengesetzte Zahl, so trifft das Ergebniss nicht zu, und ist diese Stelle in der Reihe der vollkommnen Zahlen zu übergehen:

$2^0 = 1$ (Primzahl)	$2^0 + 2^1 = 3$ (Primzahl)	$2^0 + 2^1 + 2^2 = 7$ (Primzahl)
$1 \times 1 = 1$ (vollkommene Zahl)	$3 \times 2^1 = 6$ (vollkommne Zahl)	$7 \times 2^2 = 28$ (vollkommne Zahl).

Dagegen $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$ (eine zusammengesetzte Zahl),

$15 \times 2^3 = 120$ (eine übervollständige Zahl);

denn die Summe der Theiler von 120 $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 12 + 15 + 20 + 24 + 30 + 40 + 60 = 240)$ beträgt das Doppelte dieser Zahl. Hinwiederum ist

$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$ (Primzahl)

$31 \times 2^4 = 496$ (vollkommne Zahl) u. s. w.

Die vollkommnen Zahlen folgen sich in der natürlichen Zahlenreihe nur in sehr weiten Abständen. Die nächste nach 496 ist 8128. Dann folgt 130816, dann 2096168, dann 33550336 u. s. w. Dem von Euclid für die Berechnung der vollkommnen Zahlen entwickelten Gesetz entsprechend, lassen dieselben sich auch ausdrücken wie folgt: $(2^2 - 1) . 2^1 = 6$; $(2^3 - 1) . 2^2 = 28$; $(2^5 - 1) . 2^4 = 496$; $(2^7 - 1) . 2^6 = 8128$ u. s. w. Ausser der Einheit ist die Sechszahl unter den vollkommnen Zahlen die einzige musikalische Zahl. Eine sonderbare Eigenthümlichkeit der vollkommnen Zahlen ist noch die, dass sie alle abwechselnd mit 6 oder mit 8 endigen.

*) Als zusammengesetzte Zahl kann die Einheit insofern fictiv aufgefasst werden als $1 = 1 . 1$ oder auch $= \frac{n}{m} . \frac{m}{n}$ ist.

**) Unter einer Diametralzahl verstehen neuere Mathematiker, z. B. Klügel und Stifel, das Product aus zwei Factoren, deren Quadrate summirt eine Zahl ergeben, die gleich dem Quadrate irgend einer anderen rationalen Zahl ist. So ist z. B. 12 eine Diametralzahl, weil 12 gleich 3×4 ist, $3^2 + 4^2$ aber gleich 5^2 nemlich $9 + 16 = 25$. Eine Diametralzahl drückt hiernach den Inhalt eines Rechteckes aus, dessen Diagonale und Seiten rationale Verhältnisse gegeneinander haben. Da $1 = 1 . 1$ ist, $1^2 + 1^2$ aber 2 gibt, 2 indess nicht Quadrat einer rationalen Zahl ist, so passt vorstehende Definition einer Diametralzahl nicht auf die Einheit. Aus den mathematischen Erläuterungen des Theo Smyrnäus zu Plato, Cap. 31 (Bulliald S. 67—70), ersehen wir aber, in welchem Sinne dennoch die Alten auch die Einheit ihrer δύναμις nach eine Diametralzahl genannt haben. Es zeigt nemlich dort Theo, dass wenn zunächst für die Seite eines Quadrates 1, und für den incommensurabeln Diameter des Quadrates auch 1 gesetzt wird, diese (zunächst unrichtige Resultate liefernde) Rechnung immer mehr sich verbessernde Näherungswerthe alsdann ergibt, wenn als Maasse für die Seite und den Durchmesser man folgende Zahlen der Reihe nach setzt:

für die Seite:	1	2	5	12	29	70	169	
für den Durchmesser:	1	3	7	17	41	99	239	u. s. w.

Die weitläuftige Darlegung des Verfahrens, mittelst dessen diese Zahlen gefunden werden, möge der Leser bei Theo selbst nachsehen. Das Resultat ist dann, dass vermöge dieser fingirten Zahlen nach dem pythagorischen Lehrsatze nun die Summe der beiden Quadrate der Seiten jedesmal ergäbe:

	2	8	50	288	1682	9800	57121	
das Quadrat der Diagonale aber:	1	9	49	289	1681	9801	57120	u. s. w.

Wie man sieht ist abwechselnd das Quadrat der Diagonale einmal um Eins grösser und einmal um Eins kleiner als die Summe der beiden Quadrate der Seiten. Da diese Einheit aber im Verhältnisse zu den gefundenen beiden Zahlen in rapider Folge sich verkleinert und bald verschwindend klein wird, so nähert die Rechnung immer mehr sich dem imaginären Punkte wo Seite und Diameter des Quadrates als commensurabel angesehen werden könnten. Und weil den Ausgangspunkt die fingirte Annahme bildet, dass 1 = der Seite und = dem Diameter sei, wurde von den alten Arithmetikern der Satz aufgestellt, dass die Einheit ihrer δύναμις nach sowohl Diametral- als Lateralzahl sei.

ist sie Punkt sowohl als Winkel, und zwar alle Winkelgattungen in sich vereinigend, und erscheint als Anfang, Mitte und Ende des Ganzen; da nach der Seite hin des Kleineren als sie durch sie der ins Unendliche gehenden Theilung des continuirlichen der begränzende Ausgangspunkt gesetzt wird, nach der Seite des Grösseren aber der ebenso gearteten Vermehrung des Discreten; und dies nicht nach einer von uns bestimmten, sondern nach der Satzung der zeugenden göttlichen Natur. Nach dem Gesetze der Analogie wird nun Beides, in entgegen gesetzter Richtung sie umstehend, mit entsprechendem Namen in ihr benannt, die Theile sowohl wie die Ganzheiten in ihren gegenseitigen Beziehungen aufeinander; wie in dem, das Bild eines Lambda (Λ) darstellenden Diagramme zu Anfang der Arithmetik dies von uns verdeutlicht worden ist*). Wie das als Linearzahl Zweifache, der Potenz nach Vierfache, als cubische Grösse aber Achtfache, und das als Linearzahl Dreifache, der Potenz nach Neunfache, als Cubus aber Sieben und zwanzigfache in der wohlgegliederten Reihenordnung der Gesammtheit der Zahlen, so erscheint auch in derjenigen der Theile das linearisch Halbe, in der Potenz Vierteltheilig, cubisch aber Achteltheilig, oder das linearisch Dritteltheilige, in der Potenz Neunteltheilig, dem Cubus nach aber Sieben und zwanzigtheilig".

Die Figur des mit dem Schriftzuge Λ verglichenen Diagramms ist unserer Stelle der Theologumena nicht beigefügt. Der Verfasser hatte dasselbe, wie er ja andeutet, in seinem grösseren Lehrbuche der Arithmetik entwickelt und näher erklärt. Glücklicher Weise aber besitzen wir das Diagramm im Jamblichischen Commentar zur kleineren Arithmetik des Nikomachus. Es hat nemlich Jamblichus dort (Tennul. S. 15 fde) mitten zwischen seine Darlegung der Lehre von den ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlen, oder um uns im Sinne des Jamblichus auszudrücken, von den geraden und ungeraden Zahlen, auf höchst sonderbare Weise, als eine mit seinem Begriffe von ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlen in gar keinem inneren Zusammenhange stehende Episode, eine kurze Erwähnung des Unterschiedes der continuirlichen und discreten Grösse eingeschaltet. Zur Erklärung des Unterschiedes dieser beiden Begriffe bringt er daselbst das Diagramm des Lambdoma's, welches hierfür sehr schlecht passt, unseres Bedünkens dagegen vollkommen geeignet ist, das gegenseitige Verhältniss dessen, was wir ἄρτιος- oder theilige Zahl, und περισσὸς- oder nichttheilige Zahl genannt haben, auf augenfällige Weise darzustellen.

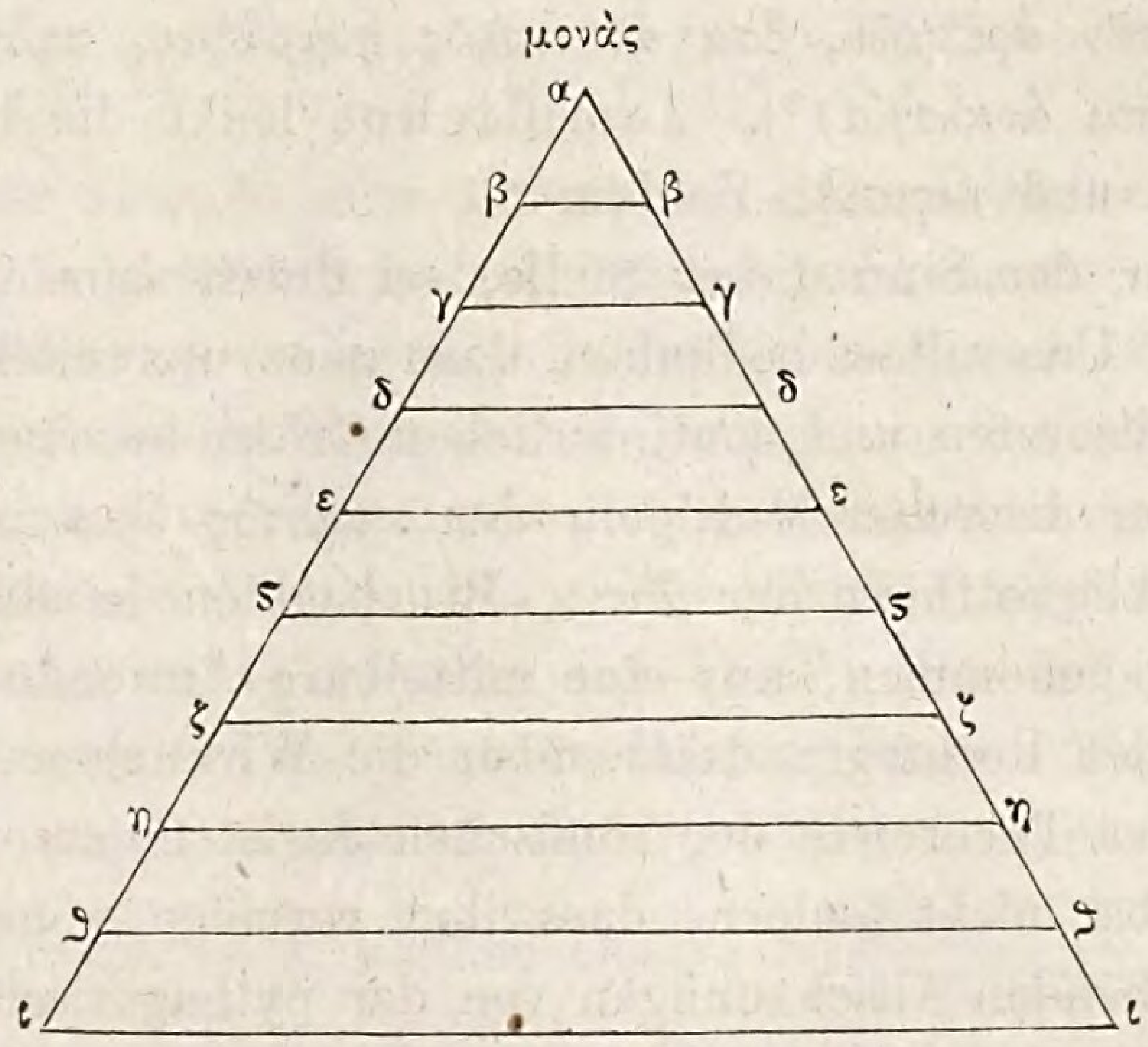
Jamblichus bespricht a. a. O. das Diagramm des s. g. Lambdoma's nun in folgender Weise. Nachdem er die Lehre von den ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlen bereits zum grösseren Theile vorgetragen hat, unter den ersteren (seinem Standpunkte gemäss) die s. g. geraden und unter den letzteren die ungeraden Zahlen verstehend, müht er sich ab zu zeigen, dass die Monas im Grunde beiden Gattungen gegenüber eine exceptionelle Stellung habe. Dann aber plötzlich, ohne dass man recht sieht warum**), die Ausdrücke ἄρτιον und περισσὸν mit πηλίκον und ποσὸν vertauschend, führt er seine Darstellung folgendermassen weiter: „Aus der, der Ein-

*) ἐπὶ μὲν τὸ μεῖον αὐτῆς, τὴν ἐπ᾽ ἄπειρον τοῦ συνεχοῦς ὁρίζουσα τομήν, ἐπὶ δὲ τὸ μεῖζον, τὴν ὁμοίαν τοῖς διῃρημένοις ἐπαύξησιν, οὐχ ἡμῶν τοῦτο θεμένων, ἀλλὰ θείας φσεύως. Ἀναλόγως γοῦν ἀνθυπακούει καὶ ἀντιπεριΐσταται ἑκάτερα ἐν αὐτῇ τὰ μέρη πρὸς τὰ ὅλα, ὡς ἐν τῷ λαμβδοειδεῖ διαγράμματι ἐσαφηνίσθη κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀριθμετικῆς·

**) Wir bitten den Leser eingedenk zu sein, dass Jamblichus meist nicht eigenes, sondern aus altpythagorischen Quellen abgeschriebenes uns mittheilt, aneinandergereiht und verarbeitet, so gut oder so übel, als er es eben vermochte. Er selbst sagt uns (Tennul. S. 4): Ἀλλ᾽ οὐδὲ τοῦτο δεῖ, ἀλλοτρίους τῶν Πυαγορικῶν διατριβῶν λόγους ποιεῖσθαι. Οὐδὲ γὰρ καινὰ λέγειν ἡμῖν πρόκειται, ἀλλὰ τὰ δοκοῦντα τοῖς παλαιοῖς ἀνδράσιν, ὅθεν οὐδὲν οὔτε ἀφελόντες, οὔτε προσθέντες, αὐτὴν τὴν Νικομάχειον τέχνην ἤδη παρατιθέμεθα ἐν τοῖς λόγοις.

heit vermöge ihrer Natur einwohnenden Untheilbarkeit geht hervor, dass sie gegen Beides hin als Ende und Begränzung erscheinen wird, des Wie grossen (πηλίκον), damit von ihr, als von dem Ganzen, die ins Unendliche geführte Zerschneidung beginne, — des Wie viel (ποσὸν) aber, damit im Gegensatze hierzu auf dieselbige Weise von der Monas ins Unendliche sich erstrecke die Mehrung". Er stellt sodann, ganz so wie dies in den Theologumenis geschieht, die Beziehungen und die Namen der Multipeln und Aliquottheile einander gegenüber; worauf schliesslich von der Einheit gesagt wird, dass sie „nach der Weise eines zeugenden Bindegliedes (ἄρθρου τρόπον) unterstellt, oder beziehlich vorgestellt sei (ὑφισταμένης) jenen beiden, dem Wie gross nemlich und dem Wie viel (πηλίκῳ τε καὶ ποσῷ), und wie eine Scheidewand und trennende Gränze dazwischentrete zwischen das Wechselspiel der entgegengesetzten Namen" (καὶ ὡσανεὶ διάφραγμα καὶ μεθόριον ποιούσης ἑαυτῆς τῆς ἀντιπαρωνυμίας τούτων).

Nun folgt in der Ausgabe des Jamblichus von Tennulius der Abdruck des nachstehenden Schema's:



Demselben ist von Tennulius die Bemerkung vorangeschickt:

„Sequens figura erat descripta in codicis Memmiani margine, in reliquis aberat"; an welche ganz dankenswerthe Notiz, zur weiteren Information und Nutz und Frommen des Lesers, die völlig unrichtigen, auf der gedankenlosesten Verwechselung des Begriffes der quantitas continua mit einer sich vermindernden quantitas discreta beruhende Erläuterung von Tennulius angehängt wird: „Continua quantitas hic est primo decem, et tam diu dividitur et decrescit, donec unum h. e. decima pars, restet. Discreta vero quantitas primo est unum, perque contrarium affectum sibi toties additur, donec perveniat ad decem, hoc est, decuplum." (In einer rückläufigen Abzählung der discreten Zahlen 10, 9, 8, 7 bis 1 erblickt Tennulius eine fortschreitende continuirliche Theilung der Zahl 10!)

An das Diagramm reiht sich dann im Texte folgende von Jamblichus selbst gegebene Erklärung an: „Nehmen wir vorab die Einheit, und beschreiben wie von einem Winkel derselben aus, eine Figur in Gestalt des Lambda (ὡς ἀπὸ γωνίας αὐτῆς λαμβδῶμά τι καταγράψωμεν) und füllen die eine der Seiten der Reihe nach mit den an die Einheit sich anschliessenden Zahlen, so weit fortschreitend als wir eben wollen z. B. 2 3 4 5 6 7 u. s. w., die andere Seite aber, beginnend von dem grössten der Theile, welcher das seiner Grösse nach dem Ganzen zunächstliegende Halbe ist, der Reihe nach mit den hieran sich anschliessenden Theilen $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ $^1/_7$ u. s. w., so wird sich unseren Blicken das erwähnte Wechselspiel des Einander ausgleichenden

zeigen (τὴν εἰρημένην ἀντιπεπόνθησιν ὀψόμεθα), und wir werden jenes Gleichgewicht des Mitverknüpften (συνάρτησιν), und das wohlgegliederte Verhältniss (καὶ εὔτακτον σχέσιν) sehen, welches wir eben bezeichneten. Und dieweil das Ganze in Zwei getheilt Hälfte genannt wird, so zeigt sich als ein Zwiegespann gleichsam das Halbe und die Zwei (καὶ συνεζύγη οὕτως τὸ ἥμισυ τῶν δύο). Ebenso verhält es sich, wenn aus der Theilung in Drei das Drittel, und aus der Theilung in Vier das Viertel entsteht. Und so geht es weiter bis zum Hundertstel, und Tausendstel, und Zehntausendstel, und zeigt sich so in zwingender Weise hier recht die Nothwendigkeit der ins Unendliche gehenden Zerschneidung, um der anderseits ins Unendliche sich ausdehnenden gleichnamigen Mehrung willen". Jamblichus ergeht sich nun noch in einigen weiteren Zahlenbeispielen. Dann heisst es: „Und überhaupt — mögen wir von der einen oder andern Seite beginnen — es bleibt im an sich Selbigen das Verhältniss (ὅτι ἂν ἀφ' ἑκατέρου λάβωμεν, ἐν αὐτῷ ἐκείνῳ ὁ λόγος μένει), und zu einer jeden der Zahlen, so viele ihrer sich irgend aneinanderreihen, wird aus dem Ganzen gefunden werden auch dieselbe Beziehung der umgekehrten Werthe seiner Theile" (καὶ ἐφ' ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν, ὅσα ἂν ἁπλῶς συμβαίνει, ταῦτα ἐκ πάντος καὶ ἐπὶ τῶν ἀντιστρόφων μερῶν εὑρεθήσεται ἀναλογία)*). Jamblichus lenkt die Untersuchung dann wieder auf das Wesen der ἄρτιος- und περισσὸς-Zahlen.

Man sollte nun meinen, der Sinn dieser Stelle, sei durch seine seltene Klarheit vor jedem Misverständnisse geschützt. Uns will es bedünken, dass ganz unzweifelhaft auch dieselbe keineswegs vom Gegensatze der discreten und continuirlichen Grösse im eigentlichen Sinne des Wortes, sondern vom Gegensatze der discreten Multipeln der περισσὸς-Ganzzahlen, und der dem Continuirlichen verwandteren Aliquottheile der ἄρτιος-Bruchzahlen handelt; auf das Continuirliche als solches dagegen, streng genommen, nur eine mittelbare Anwendung finden kann. Indessen wollen wir in Anbetracht der Rechtsgrundsätze über die Wirkungen der unvordenklichen Verjährung, und eingedenk des Theoremes der römischen Juristen: error communis ius facit, mit dem guten Tennulius darüber nicht hadern, dass ihm vermöge seiner mit der herkömmlichen Auffassung in Einklang stehenden Anschauungen von der pythagorischen Eintheilung der Zahlen in grade und ungrade der Gedanke nicht gekommen ist, das Diagramm des Lambdoma's auf die περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen zu beziehen. Dagegen erscheint, Angesichts des Textes der jamblichischen Stelle, jener andere Irrthum — die Verwechselung nemlich der Begriffe einer continuirlichen Theilung und einer abnehmenden (rückläufigen) arithmetischen Zählung discreter Zahlen — als ein kaum begreiflicher. Der Abschreiber, von welchem die Memmianische Handschrift herrührt, hatte es freilich vergessen, den neun Zahlen auf dem einen Schenkel der Figur das unterscheidende Merkmal der Bruchzahlen, den Apex, beizufügen. Trotz des Jamblich'schen Textes hat Tennulius daher auf beiden Seiten der Figur die Zahlen für Ganzzahlen versehen und liefert nun, in der Zwischennote, die obige geistreiche Beschreibung der quantitas continua, deren Natur er anschaulich dargelegt findet wenn man von 10 erst auf $10 - 1 = 9$, dann auf $10 - 2 = 8$, dann $10 - 3 = 7$ u. s. w. und endlich auf $10 - 9 = 1$ herabschreitet**).

*) Das Diagramm liefert der Reihe nach die continuirlich geometrischen Proportionen: $2 : 1 : \frac{1}{2}$, $3 : 1 : \frac{1}{3}$, $4 : 1 : \frac{1}{4}$ u. s. w. alle gebildet aus der Einheit und den reciproken Werthen der zu einander gehörigen Ganz- und Aliquotbruchzahlen.

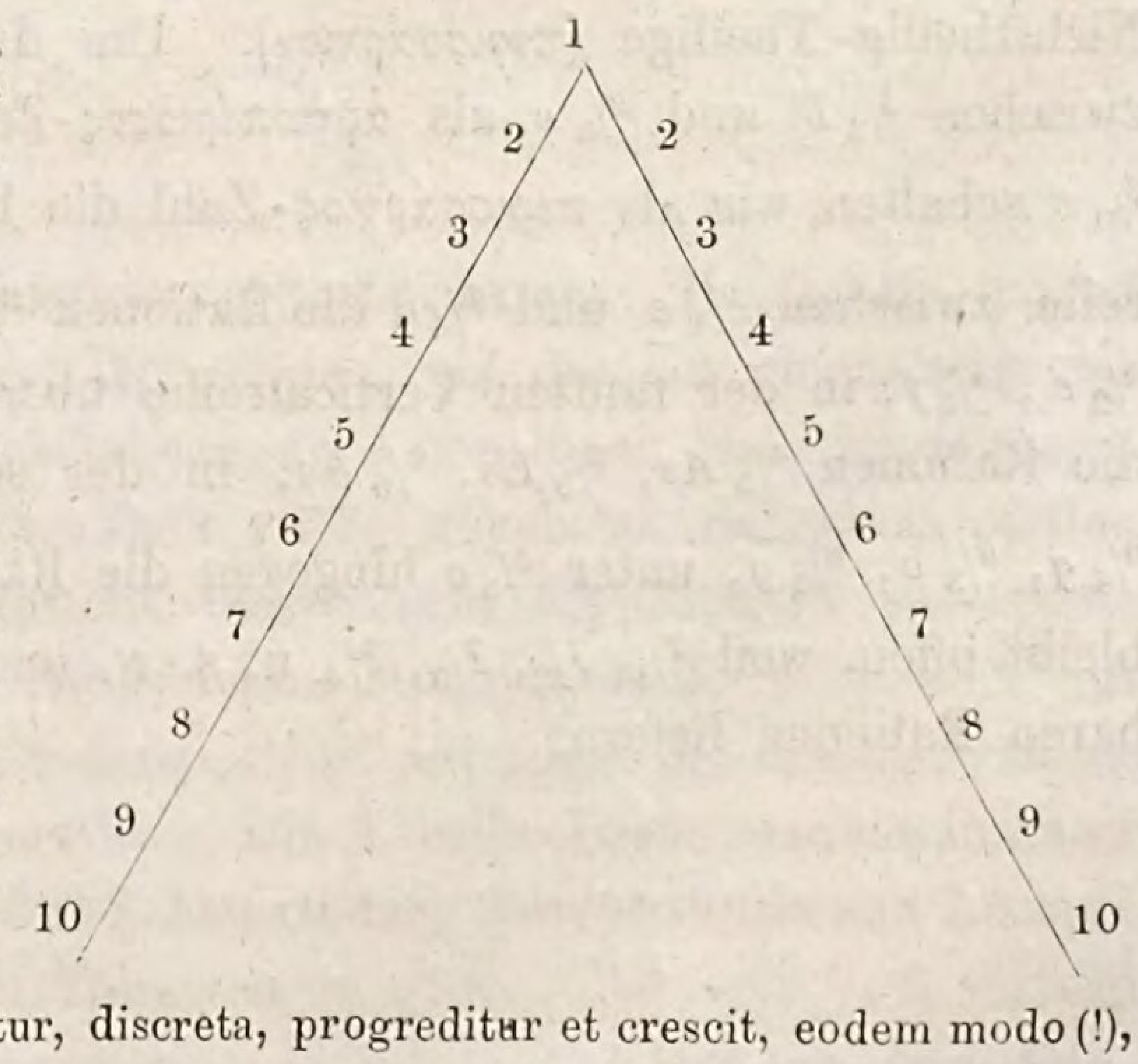
**) Tennulius' lateinische Uebersetzung sowohl als commentirende Noten fallen von Seite zu Seite, man könnte fast sagen von Satz zu Satz des zu commentirenden Autor's aus einem Missverständnisse in das andere. Nesselmann: Algebra der Griechen, S. 233, hat einige desfallsige Proben zusammengestellt (jede Seite bei Tennulius liefert aber eben so ergötzliche) und fasst sein Urtheil, mit gewohnter Strenge, jedoch mit Gerech-

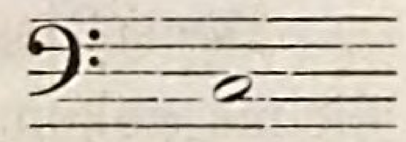
Dem Diagramme des Lambdoma's fehlt in derjenigen Gestalt, in welcher es auf Jamblichus gekommen ist, offenbar seine Füllung, sein πλήρωμα — um uns eines antiken, specifisch harmonikalen Ausdruckes zu bedienen. Es erscheint als das blosse äussere Gerippe (κένωμα) einer Rationentafel. Wir versuchen, dasselbe zu vervollständigen. Zu dem Ende schreiben wir zunächst, um in einem Bilde gleichsam die Möglichkeit jener bis ins Unendliche gehenden Mehrung der Einheit durch Vervielfältigung und jener fortschreitenden Verkleinerung derselben durch Theilung anzudeuten, der Reihe nach bis zu irgend einer grösseren Zahl getheilt durch sich selbst, $^1/_1$ voranschickend alle diejenigen Ausdrücke für die Einheit hin, welche sich ergäben, wenn die Ganzzahlen des einen Schenkels des von Jamblichus beschriebenen Lambdoma's mit den zugehörigen Bruchzahlen des anderen Schenkels multiplicirt, oder aber in einer gewöhnlichen Multiplicationstabelle die gleichnamigen Ganzzahlen der verticalen und der horizontalen Hauptreihe statt mit einander multiplicirt die einen durch die anderen dividirt würden. Wir erhalten so folgende Reihe:

$$^1/_1\ ^2/_2\ ^3/_3\ ^4/_4\ ^5/_5\ ^6/_6\ ^7/_7\ ^8/_8\ ^9/_9\ ^{10}/_{10} \dots\dots\dots \frac{n}{n} \dots$$

In der Richtung zweier über $^1/_1$ sich kreuzender Diagonalen schreiben wir dann aufwärts und abwärts (das Lambdoma gleichsam auf die Seite legend, damit die den Schwingungsmengen der höheren Töne entsprechenden wachsenden Zahlenrationen nach oben, die den tieferen Tönen entsprechenden, sich verkleinernden Rationen aber nach unten kommen) die Reihe der natürlichen Ganzzahlen über, und jene der diesen Zahlen entsprechenden Aliquotbrüche unter die vorstehenden Ausdrücke für die Einheit hin. Wir beschränken aber hier weil wir mit der arithmetischen Zahlenbetrachtung sofort eine musikalische verbinden wollen, beide Reihen zunächst auf die unmittelbar aus dem Senarium hervorgehenden Werthe. Der grösseren musikalischen Anschaulichkeit wegen setzen wir für $^1/_1$ einen bestimmten Ton unseres Systemes. Wir wählen dafür den Ton der s. g. kleinen Octave c . Neben jeden Zahlenausdruck schreiben wir dann das Buchstabenzeichen desjenigen Ober- oder Untervalls hin, welchem

tigkeit, dahin zusammen: „Hätte Tennulius zum besten derer, welche nicht Griechisch verstehen, die Griechischen Wörter mit lateinischen Buchstaben geschrieben, so wären dieselben eben so gut daran gewesen, wie jetzt mit seiner Lateinischen Uebersetzung". Aber auch der verdienstvolle Ast, der in seiner sorgfältigen Ausgabe der Theologumena arithmetica und der Nikomachischen Arithmetik in den commentirenden Noten zu der oben mitgetheilten Stelle das Lambdoma aus Jamblichus mittheilt und erklärt, fällt in den unbegreiflichen Irrthum des Tennulius. Er theilt nemlich (a. a. O. S. 159) die Figur in nebenstehender Abbildung mit und bemerkt dazu: *Numerus decem* dividitur in minores semper partes, donec ad extremam et minimam sui partem (h. e. decimam) perveniat; numerus 1 vero augetur, donec ad decuplum progrediatur; innumeri divisione cernitur ἡ πηλικότης, in progressione autem ἡ ποσότης (vid. Jambl. in Nicom. p. 15 A. Tennul ad eund. p. 94 sq. et nos ad Nicom. Arithm. I, 7). Et quemadmodum numerus, utpote quantitas, quae dicitur, discreta, progreditur et crescit, eodem modo(!), utpote quantitas continua, imminuitur u. s. w.



die betreffende Zahlenration entspricht wenn die Oscillationsgeschwindigkeit von  gleich $^{1}/_{1}$ ist. Die Spitze des Diagramms gestaltet sich dann zunächst folgendermassen:

$^{1}/_{7}$ (vacat)

$^{6}/_{1}\,\overline{\overline{g}}$.

$^{5}/_{1}\,\overline{\overline{e}}$. .

$^{4}/_{1}\,\overline{\overline{c}}$. . .

$^{3}/_{1}\,\overline{g}$

$^{2}/_{1}\,\overline{c}$

$^{1}/_{1}$ c $^{2}/_{2}$ c $^{3}/_{3}$ c $^{4}/_{4}$ c $^{5}/_{5}$ c $^{6}/_{6}$ c $^{7}/_{7}$ c $\frac{n}{n}$ c

$^{1}/_{2}$ C

$^{1}/_{3}\,\underline{F}$

$^{1}/_{4}\,\underline{C}$. . .

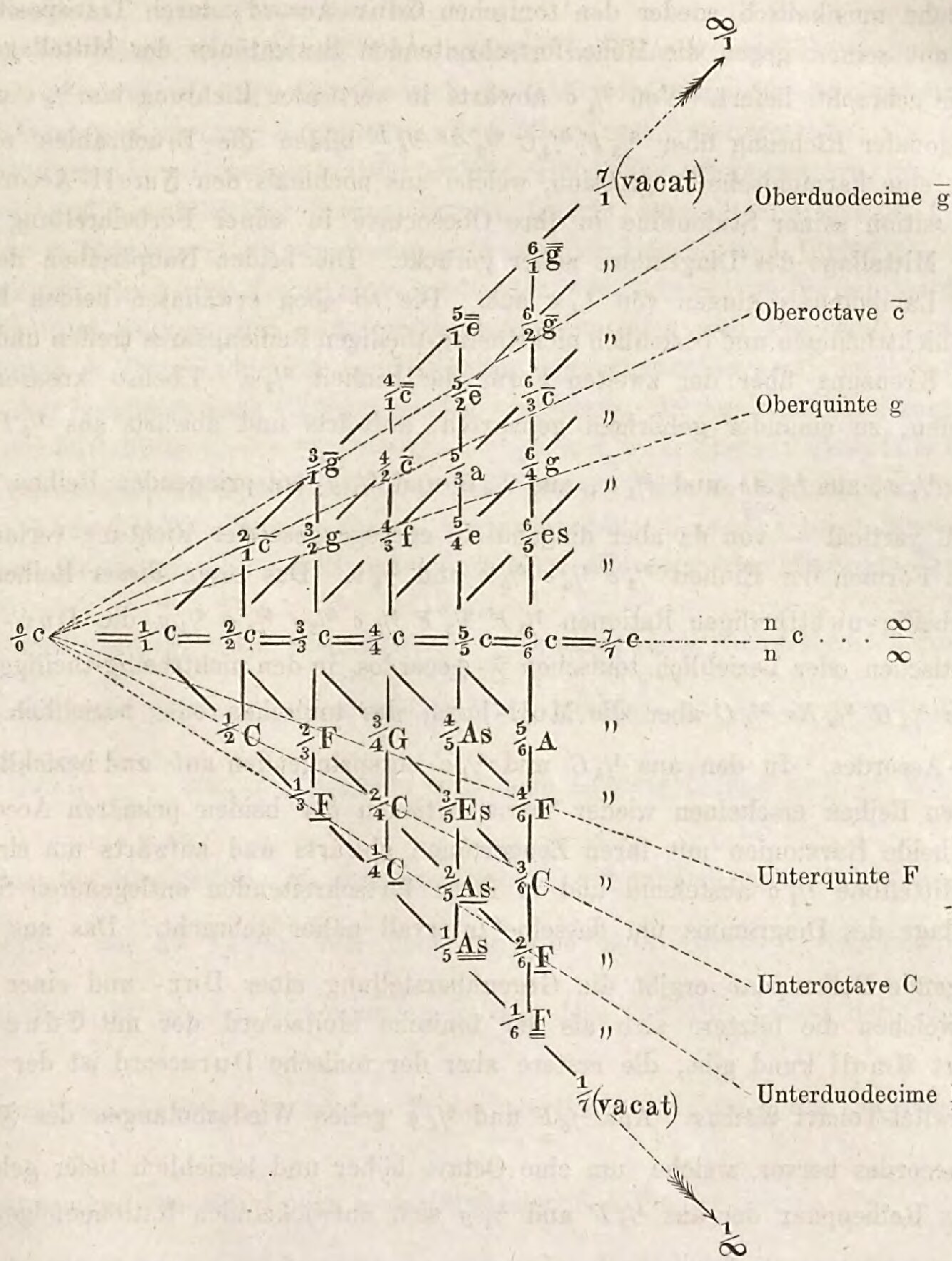
$^{1}/_{5}\,\underline{\underline{As}}$. .

$^{1}/_{6}\,\underline{\underline{F}}$.

$^{1}/_{7}$ (vacat)

Der aufsteigende Schenkel zeigt nichttheilige Zahlen (περισσὸς-Zahlen) der absteigende theilige Zahlen (ἄρτιος-Zahlen). Es fehlt noch das Theilig-Nichttheilige (ἀρτιοπέρισσον) und das Nichttheilig-Theilige (περισσάρτιον). Um die Tabelle zu vervollständigen schieben wir daher zwischen $^{1}/_{3}\,\underline{F}$ und $^{3}/_{3}\,c$ als ἀρτιοπέρισσος-Zahl die Ration $^{2}/_{3}\,F$ ein. Und zwischen $^{3}/_{1}\,\overline{g}$ und $^{3}/_{3}\,c$ schalten wir als περισσάρτιος-Zahl die Ration $^{3}/_{2}\,g$ ein. Eben so in der vierten Verticalreihe zwischen $^{1}/_{4}\,\underline{c}$ und $^{4}/_{4}\,c$ die Rationen $^{2}/_{4}\,C$, $^{3}/_{4}\,G$, und zwischen $^{4}/_{1}\,\overline{\overline{c}}$ und $^{4}/_{4}\,c$ die Rationen $^{4}/_{2}\,\overline{c}$, $^{4}/_{3}\,f$, in der fünften Verticalreihe über $^{5}/_{5}\,c$ die Rationen $^{5}/_{4}\,e$, $^{5}/_{3}\,a$, $^{5}/_{2}\,\overline{e}$, unter $^{5}/_{5}\,c$ aber die Rationen $^{4}/_{5}\,As$, $^{3}/_{5}\,Es$, $^{2}/_{5}\,\underline{As}$, in der sechsten Verticalreihe über $^{6}/_{6}\,c$ die Rationen $^{6}/_{5}\,es$, $^{6}/_{4}\,g$, $^{6}/_{3}\,\overline{c}$, $^{6}/_{2}\,\overline{g}$, unter $^{6}/_{6}\,c$ hingegen die Rationen $^{5}/_{6}\,A$, $^{4}/_{6}\,F$, $^{3}/_{6}\,C$, $^{2}/_{6}\,\underline{F}$. Die siebente Reihe bleibt offen, weil $^{7}/_{1}$, $^{7}/_{2}$, $^{7}/_{3}$, $^{7}/_{4}$ u. s. w. und $^{1}/_{7}$, $^{2}/_{7}$, $^{3}/_{7}$, $^{4}/_{7}$ u. s. w. keine musikalisch brauchbaren Rationen liefern.

Das Diagramm hat dann folgendes Ansehen gewonnen:



In arithmetischer Hinsicht bedarf die Figur keiner weiteren Erklärung. Ihr Gesetz springt in die Augen. Die Zahlen des oberen Schenkels derselben bilden, als die der einen Seite des Lambdoma's, eine *arithmetische* Progression. Musikalisch geht aus ihnen ein emporsteigender *Cdur*-Accord hervor. Die Brüche des anderen, nach unten gekehrten Schenkels stellen eine *harmonische* Progression dar. Ihnen entspricht musikalisch die abwärts gewendete Stufenfolge eines entweder als Mollharmonie des Unterdominanttones von C, oder aber als tonische Harmonie einer im *Cdur*-Accorde der anderen Seite ihre Dur-Dominantharmonie findenden *Fmoll*-Tonart aufzufassenden *Fmoll*-Accordes. Die Tabelle birgt nemlich in ihrer weiteren Entwickelung, wie wir noch sehen werden, den Schematismus der Intervalle und Accorde sowohl der einen als anderen der genannten beiden Tonarten in sich. Die von $^{1}/_{2}\,C$ vertical nach $^{2}/_{2}\,c$ und in gebrochener Linie dann diagonal nach $^{3}/_{2}\,g$ $^{4}/_{2}\,\bar{c}$ $^{5}/_{2}\,\bar{e}$ $^{6}/_{2}\,\bar{g}$ aufwärts fortschrei-

tenden ἀρτιοπέρισσος-Zahlen bilden, wie der obere Schenkel der Figur, eine arithmetische Progression, welche musikalisch wieder den tonischen Cdur-Accord, durch Transposition in die Unteroctave mit seinen gegen die Höhe fortschreitenden Stufentönen der Mittellage des Diagramms näher gebracht, liefert. Von ${}^{2}/_{1}\,\bar{c}$ abwärts in verticaler Richtung bis ${}^{2}/_{2}\,c$ und von da weiter in diagonaler Richtung über ${}^{2}/_{3}\,F$ ${}^{2}/_{4}\,C$ ${}^{2}/_{5}\,\underline{As}$ ${}^{2}/_{6}\,\underline{F}$ bilden die Bruchzahlen einer περισσάρτιος-Reihe eine harmonische Progression, welche uns nochmals den Fmoll-Accord vorführt, durch Transposition seiner Stufentöne in ihre Oberoctave in seiner Fortschreitung gegen die Tiefe hin der Mittellage des Diagramms näher gerückt. Die beiden Hauptreihen der äusseren Schenkel des Lambdoma's gingen von ${}^{1}/_{1}\,c$ aus. Die so eben erwähnten beiden Reihen des ersten theilig-nichttheiligen und beziehlich nichttheilig-theiligen Reihenpaares treffen und schneiden sich in ihrer Kreuzung über der zweiten Form der Einheit ${}^{2}/_{2}\,c$. Ebenso kreuzen sich die weiter folgenden, zu einander gehörigen gepaarten, aufwärts und abwärts aus ${}^{1}/_{3}\,F$ und ${}^{3}/_{1}\,\bar{g}$, aus ${}^{1}/_{4}\,\underline{C}$ und ${}^{4}/_{1}\,\bar{\bar{c}}$, aus ${}^{1}/_{5}\,\underline{\underline{As}}$ und ${}^{5}/_{1}\,\bar{\bar{e}}$, aus ${}^{1}/_{6}\,\underline{\underline{F}}$ und ${}^{6}/_{1}\,\bar{\bar{g}}$ entspringenden Reihen — bis zur Mitte jedesmal vertical — von da aber diagonal in entgegengesetzter Richtung verlaufend über den folgenden Formen der Einheit ${}^{3}/_{3}\,c$ ${}^{4}/_{4}\,c$ ${}^{5}/_{5}\,c$ und ${}^{6}/_{6}\,c$. Das erste dieser Reihenpaare liefert in den theilig-nichttheiligen Rationen ${}^{1}/_{3}\,\underline{F}$ ${}^{2}/_{3}\,F$ ${}^{3}/_{3}\,c$ ${}^{4}/_{3}\,f$ ${}^{5}/_{3}\,a$ ${}^{6}/_{3}\,\bar{c}$ die Dur-Form des unterdominantischen oder beziehlich tonischen F-Accordes, in den nichttheilig-theiligen Rationen ${}^{3}/_{1}\,\bar{g}$ ${}^{3}/_{2}\,g$ ${}^{3}/_{3}\,c$ ${}^{3}/_{4}\,G$ ${}^{3}/_{5}\,Es$ ${}^{3}/_{6}\,C$ aber die Moll-Form des tonischen oder beziehlich oberdominantischen C-Accordes. In den aus ${}^{1}/_{4}\,\underline{C}$ und ${}^{4}/_{1}\,\bar{\bar{c}}$ entspringenden auf- und beziehlich abwärts sich wendenden Reihen erscheinen wieder Transpositionen der beiden primären Accorde Cdur und Fmoll, beide Harmonien mit ihren Zeugertönen abwärts und aufwärts um eine Doppeloctave vom Mitteltone ${}^{1}/_{1}\,c$ abstehend und in ihren fortschreitenden entlegeneren Stufentönen so der Mittellage des Diagramms um dasselbe Intervall näher gebracht. Das aus ${}^{1}/_{5}\,\underline{\underline{As}}$ und ${}^{5}/_{1}\,\bar{\bar{e}}$ entspringende Reihenpaar ergibt die Gegenüberstellung einer Dur- und einer Mollharmonie, von welchen die letztere sich als der tonische Mollaccord der mit Cdur gepaarten Parallel-Tonart Amoll kund gibt, die erstere aber der tonische Duraccord ist der zu Fmoll gehörigen Parallel-Tonart Asdur. Aus ${}^{1}/_{6}\,\underline{\underline{F}}$ und ${}^{6}/_{1}\,\bar{\bar{g}}$ gehen Wiederholungen des Fdur- und des Cmoll-Accordes hervor, welche, um eine Octave höher und beziehlich tiefer gelegen, vorher schon das Reihenpaar der aus ${}^{1}/_{3}\,\underline{F}$ und ${}^{3}/_{1}\,\bar{g}$ sich entwickelnden Rationenfolgen geliefert hatte.

Wenn es sich rechtfertigt, im Spiele der Töne und musikalischen Zahlenrationen vom Standpunkte pythagorischer Anschauung aus das typische Abbild zu suchen der elementaren Anfänge unendlich potenzirt in der Ordnung und in den Bewegungen des Kosmos ihren Ausdruck findender Zahlengesetze für die Zusammenwirkung und Bewegung einander bedingender entgegengesetzter Kräfte, so dürfte es gestattet sein, bei Ansicht des Wechselspieles der aus der tonalen Einheit des zeugenden Urtones durch Vervielfältigung und Theilung des Gemässes seiner Oscillationsgeschwindigkeit sich entfaltenden und wieder zur Einheit zurückkehrenden Tonreihen jener Gegenüberstellung und Verbindung des Theiligen und Nichttheiligen und der theilig-nichttheiligen und nichttheilig-theiligen Zahlengrösse zu gedenken, welche in dem von Nikomachus uns aufbewahrten pythagorischen Ausspruche „der uranfänglich zu unterscheidende Gegensatz der mit einander in sich kreuzender Umkehrung durch eine bewunderungswerthe und

göttliche Natur auf unzertrennliche und einheitliche Weise harmonisch verbundenen Gattungen des Wievielheitlichen" genannt worden ist.

Wenden wir unsere Betrachtung den einzelnen im Diagramme sich aneinander reihenden Intervall-Rationen zu, so zeigt dasselbe sich als eine vollständige Zusammenstellung aller einfachen und zusammengesetzten consonirenden Ober- und Unterintervalle; von den s. g. einfachen vollkommnen Consonanzen der Octave, Duodecime, Doppeloctave, Septemdecime und Decima Nona und beziehlich der Octave, Quinte, Quarte, grossen und kleinen Terz an, bis zu den (minder vollkommnen) zusammengesetzten der Decime und Undecime, und den aus Umlagerungen (der beiden Terzen) hervorgehenden beiden Arten von Sexten und deren Octaven. Die erstgenannten vollkommnen Consonanzen bilden in allen sich kreuzenden Reihen die uns bekannte Folge der Stufentöne der im Diagramm hervortretenden Dur- und Mollaccorde nach Ober- oder aber beziehlich nach Unterintervallen eingetheilt. In den beiden Horizontalreihen über und unter der Mittellinie ${}^1/_1\,c = {}^2/_2\,c = {}^3/_3\,c = {}^4/_4\,c$ u. s. w. erscheinen gleichfalls die fünf vollkommnen Consonanzen der Octave, Quinte, Quarte, grossen Terz, und kleinen Terz in dieser ihrer Reihenfolge, über der Mittellinie als Ober- unter der Mittellinie als Unter-Intervalle geordnet. Sie umstehen gleichsam nach der Rangordnung ihrer Würde in der Hierarchie der Töne ihren Zeugerton: die Prime ${}^1/_1\,c$. Die Oberoctave $\begin{array}{c}{}^1/_2\,\bar{c}\\ |\\ {}^2/_2\,c\end{array}$ reproducirt sich, nach Ueberspringung einer Verticallinie in der zweitfolgenden Verticallinie, in den identischen, nur anders ausgedrückten Rationen $\begin{array}{c}{}^4/_2\,\bar{c}\\ |\\ {}^4/_4\,c\end{array}$. Die Quinte $\begin{array}{c}{}^3/_2\,g\\ |\\ {}^3/_3\,c\end{array}$ erscheint dagegen erst, nach Ueberspringung zweier Verticallinien, in der drittfolgenden Verticallinie in den identischen, nur anders ausgedrückten Rationen $\begin{array}{c}{}^6/_4\,g\\ |\\ {}^6/_6\,c\end{array}$ wieder. Hätten wir die Tabelle hier noch um eine gute Anzahl Verticallinien nach rechts weiter fortgeführt, so würden wir gefunden haben, dass sich die Ration der Quarte $\begin{array}{c}{}^4/_3\,f\\ |\\ {}^4/_4\,c\end{array}$ nach Ueberspringung von drei Linien allemal in der viertfolgenden, die Ration der grossen Terz $\begin{array}{c}{}^5/_4\,e\\ |\\ {}^5/_5\,c\end{array}$ nach Ueberspringung von vier Linien in der fünftfolgenden, die der kleinen Terz $\begin{array}{c}{}^6/_5\,es\\ |\\ {}^6/_6\,c\end{array}$ nach Ueberspringung von fünf Linien in der sechsten folgenden Verticalreihe reproducirt. Und was wir hier von diesen Oberconsonanzen gesagt haben zeigt sich in ganz gleicher Weise auch unter der Mittellinie bei den entsprechenden consonirenden Unterintervallen. Auch die Rationen der um eine Zeile weiter von der Mittellinie abstehenden Horizontalreihen, überhaupt alle Rationen der Tabelle, reproduciren sich in den gleichgeltenden Zahlenausdrücken jedesmal nach Ueberspringung einer bestimmten Zahl von zwischenliegenden Reihen in der so und so vielsten folgenden Verticalreihe; und zwar die Duodecime eben so oft wie die Quinte, die Undecime eben so oft wie die Quarte, die grosse Decime eben so oft wie die grosse Terz, die kleine Decime so oft wie die kleine Terz. Es zeigt sich hierin gewissermassen eine gleiche Rangwürde der genannten Consonanzen und ihrer Octaven. Denn die häufigere oder minder häufige Wiederkehr derselben Ration in einer veränderten Form des Zahlenausdruckes entspricht in der Tabelle offenbar dem Nähegrade der harmonischen Verwandtschaft des betreffenden Intervalls zum Prim-

Zeugertone, zur Tonica der C-dur-Tonart und zeugenden Dominante der F-moll-Tonart $^1/_1\,c$. Man möchte sagen: die Agnaten und Agnatinnen umstehen den Thron ihrer tonisch-dominantischen Allmutter und Fürstin um so näher und um so öfter, je unmittelbarerer Abstammung sie sich rühmen dürfen. Man dürfte auch sagen: die Hauptäste des Baumes sind von gedrängterem Baue und kräftiger als die aus diesen Hauptästen erst erzeugten Aeste zweiter Ordnung; die Palme treibt in dem zunächst über ihrem Stamme sich entfaltenden Blattfächer kräftigere und grössere Blattformen hervor, als in den höheren, noch weniger entwickelten Ringschichten. Aber die Keime zu weiteren Bildungen, und die Blüthenknospen, und endlich der Farbenschmuck der Blüthen mit ihren Samenkapseln und Staubfäden, zeigt sich je weiter obenhin in der mehr und mehr sich entfaltenden Krone in grösserem Reichthume. Mit jedem Ringe wird die Entwickelung mannichfaltiger, und vielgestaltiger. Lassen wir nemlich das Gebilde wachsen (man vgl. die Tabelle Anlage Nr. I) so zeigen sich in den neuen Reihen zuerst auch die dissonirenden diatonischen Intervalle, dann die chromatisch alterirten Zwischenstufen, dann die noch feineren Unterscheidungen der commatischen Verschiedenheiten und Abstufungen der Intervalle. Dabei rücken diese enger beisammenliegenden Intervalle und Schattirungen dem musikalischen Abstande nach immer enger und näher an die Mittellinie hinan, je weiter die beiden Stammtöne der betreffenden theilig-nichttheiligen und nichttheilig-theiligen Reihenpaare von der zeugenden ersten Ur-Einheit $^1/_1\,c$ und der Mittellinie sich entfernen. So entfaltet sich gleichsam in einer aus Zahlen gebildeten Klangfigur graphisch vor dem Auge allmählich das ganze unbegränzte Reich der Töne. Man könnte dabei auch bildlich von positiven und negativen Polen, von einem Zink- und einem Kupfer-Ende gleichsam der elektrischen Kette aufgeschichteter Zink- und Kupferplatten, von einem Süden und Norden des Gebildes und seiner Strömungen reden. Es schichten sich nemlich die Reihenpaare mit ihren entgegen gesetzten Spitzen, wie die Plattenpaare einer voltaischen Säule übereinander. In den continuirlichen und beziehlich discreten geometrischen Proportionen, welche als Zeugertöne zweiter Ordnung die Spitzen der ἀρτιοπέρισσος- und περισσάρτιος-Reihen und überhaupt alle in den kreuzweise verbundenen Reihen gleichweit von der Mitte abstehenden Rationen mit dem einheitlichen Gliede der Mitte und beziehlich mit den gegenüberstehenden analogen Gliedern der anderen Hälfte des Diagrammes bilden, zeigen sich die positiven und negativen Potenzen der einzelnen Zahlen und die aus positiven und negativen Potenzen hervorgehenden Product- und beziehlich Theilzahlen, als entgegengesetzte Werthe, und als einander gegenüberstehende Vorder- oder beziehlich Hinterglieder zu Gleichungen verbundener Rationen. In diesem Spiele der positiven und negativen Potenzen, welchem musikalisch der Gegensatz und die Mischung der Dur- und Moll-Tonalität entspricht, tritt unverkennbar das musikalische Abbild eines dualistischen allgemeineren, durch die ganze Natur und ihre Zeugungen sich hindurchziehenden Gesetzes hervor.

Dem Diagramme fehlen noch die περισσάκις περισσὸς- und die ἀρτιάκις ἄρτιος-Zahlen. Auf ihrer Einführung in dasselbe beruht aber die Weiterentwickelung des Diagramms. Die Hauptreihe der περισσὸς-Ganzzahlen und der einfachen ἄρτιος-Aliquotbrüche durch Anreihung weiterer Primzahlen fortzusetzen erscheint in harmonikaler Hinsicht unthunlich, um der natürlichen Gränze willen, die durch das Senarium unserer Auffassung tonaler Beziehungen gesetzt ist. Es würden nemlich dann zunächst sofort die ekmelischen Rationen $^7/_1$ und $^1/_7$, so wie $^{11}/_1$ und $^1/_{11}$, $^{13}/_1$ und $^1/_{13}$ u. s. w. der jenseits der Fünfzahl liegenden Primzahlen mit ihren Multipeln und Aliquottheilen in die Reihen eintreten. Wie aber in der Mensurirung der Taktpulse — wir hoben dies schon einmal hervor — unserem rhythmischen Gefühle Verdoppelungen und Verdreifachungen, und beziehlich Halbirungen und Drittelungen nur der nach der Zwei-

und Dreizahl gegliederten Theilnoten der Takte in mehrfacher Aufeinanderfolge, oder auch in der mannichfachen Mischung zwei und dreitheiliger Vervielfältigungen oder Theilungen zweiter, dritter und fernerer Ordnung verständlich bleiben und unmittelbar, auch ohne alle Reflexion, unserem psychischen Auffassungsvermögen auf intuitive Weise sich einprägen, so vernimmt unsere Seele (empfindend das Maass der Zahl) in dem noch um die Fünfzahl und ihre Multipeln und Potenzen bereicherten Zahlenspiele der vielmal schnelleren periodischen Bewegungen tönender Körper nur innerhalb gewisser enggezogener Gränzen das rhythmische Gesetz nach bestimmten Rationen geordneter Klangbewegung. Wir gehen daher im Diagramme dazu über, durch Verdoppelung, Verdrei-, vier-, fünf- und Versechsfachung der innerhalb des Senariums liegenden Multipeln erster Ordnung, Multipeln zweiter, und demnächst dritter, vierter, fünfter Ordnung u. s. w. zu bilden. Und eben so schreiten wir dazu, durch Halbirung, Drittelung, Viertelung, Fünftelung und Sechstelung der Aliquotwerthe der anderen Seite dort Aliquottheile von Aliquottheilen, und zwar Theile zweiter, dritter, vierter und weiterer Ordnung, darzustellen. Mittelst solcher Fortbildung des Diagrammes erhalten wir über der Ration $^2/_1\,\bar{c}$ einen um eine Octave höher hinaufgerückten Cdur-Accord $1 . {}^2/_1\,\bar{c}$ $2 . {}^2/_1\,\bar{\bar{c}}$ $3 . {}^2/_1\,\bar{\bar{g}}$ $4 . {}^2/_1\,\bar{\bar{\bar{c}}}$ $5 . {}^2/_1\,\bar{\bar{\bar{e}}}$ $6 . {}^2/_1\,\bar{\bar{\bar{g}}}$, über der Ration $^3/_1\,\bar{g}$ einen Gdur-Accord $1 . {}^3/_1\,\bar{g}$ $2 . {}^3/_1\,\bar{\bar{g}}$ $3 . {}^3/_1\,\bar{\bar{\bar{d}}}$ $4 . {}^3/_1\,\bar{\bar{\bar{g}}}$ $5 . {}^3/_1\,\bar{\bar{\bar{h}}}$ $6 . {}^8/_1\,\bar{\bar{\bar{\bar{d}}}}$. Ueber $^4/_1\,\bar{\bar{c}}$ entsteht wieder eine Transposition des Cdur-Accordes, über $^5/_1\,\bar{\bar{e}}$ aber ein Edur-Accord in den Rationen $1 . {}^5/_1\,\bar{\bar{e}}$ $2 . {}^5/_1\,\bar{\bar{\bar{e}}}$ $3 . {}^5/_1\,\bar{\bar{\bar{h}}}$ $4 . {}^5/_1\,\bar{\bar{\bar{\bar{e}}}}$ $5 . {}^5/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{gis}}}}$ $6 . {}^5/_1\,\bar{\bar{\bar{\bar{h}}}}$. Die Multipeln von $^6/_1\,\bar{\bar{g}}$ bringen abermals eine Transposition des Gdur-Accordes, u. s. w. Und in der absteigenden Reihe der anderen Hälfte des Diagramms erhalten wir aus $^1/_2\,C$ eine Transposition des primitiven Fmoll-Accordes in seine Unteroctave $\frac{1}{1 . 2}C$ $\frac{1}{2 . 2}\underline{C}$ $\frac{1}{3 . 2}F$ $\frac{1}{4 . 2}\underline{\underline{C}}$ $\frac{1}{5 . 2}\underline{\underline{\underline{As}}}$ $\frac{1}{6 . 2}\underline{\underline{F}}$. In ähnlicher Weise liefert uns $^1/_3\,\underline{F}$, durch neue Theilung, die Rationen eines tief liegenden Bmoll-Accordes, $^1/_4\,\underline{C}$ abermals eine Transposition des Fmoll-Accordes in eine noch tiefere Octave; aus $^1/_5\,\underline{\underline{As}}$ aber geht ein sehr tief liegender Desmoll-Accord hervor, u. s. w. In diesen neu hinzugetretenen Dur- und Moll-Accorden hat sich dem primären tonischen Cdur-Accord der Dominant-Accord Gdur, dem tonischen Amoll-Accorde der Parallel-Tonart dieses Namens aber im Edur-Accorde der Dominant-Accord der letzteren (auch Duraccord der Mediante von Cdur) zugesellt. Und ebenso hat die Fmoll-Tonart im Bmoll-Accorde ihren Unter-Dominantaccord gefunden; und im Desmoll-Accorde entstand ein Accord, von welchem Asdur, die Paralleltonart von Fmoll, auf ihrer vierten Stufe sehr wohl Gebrauch zu machen weiss.

Wir könnten die Rationen dieser aus περισσάκις περισσός- und ἀρτιάκις ἄρτιος-Zahlen gebildeten Dur- und Mollaccorde über und unter den betreffenden Stellen der beiden Schenkel des Lambdoma's in neuen Verticalreihen auftragen. Doch würde das Bild dadurch für das Auge sich vielleicht verwirren. Wir verzichten daher auf diese Veranschaulichung der neuen Accord-Zeugungen, flechten dagegen aus den Stufen der erwähnten neuen Durharmonien eine Kette in einander greifender sechsgliedriger arithmetischer Progressionen zusammen, aus welcher wir die Fortsetzung der Zahlenreihe des aufsteigenden Schenkels bilden. Und in gleicher Weise tragen wir die Aliquoten von Aliquot-Rationen der vorgedachten neuen Mollaccorde auf den abwärts gewendeten Schenkel auf, dessen Verlängerung dann sich aus einer Verkettung sechs-

gliedriger harmonischer Progressionen zusammensetzen wird. Aus jeder neuen Ration der περισσάκις περισσὸς-Reihe entwickeln wir dann aber, wie vorhin geschah, in verticaler Richtung abwärts wieder eine περισσάρτιος-Reihe, und aus jeder neuen Ration der ἀρτιάκις ἄρτιος-Reihe vertical aufwärts wieder eine ἀρτιοπέρισσος-Reihe. Auf diese Weise treten, aus den Rationen $^1/_8\,\underline{\underline{C}}$, $^1/_{16}\,\underline{\underline{\underline{C}}}$, $^1/_{32}\,\underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}$ u. s. w. entspringend immer neue Cdur-Reihen in die Tabelle ein, deren Stammaccord in immer tiefere Ton-Regionen hinabsteigt, welche aber weiter hinauf, da wo sie über den Einheiten $^8/_8\,c$, $^{16}/_{16}\,c$, $^{32}/_{32}\,c$ u. s. w. mit den ihnen entgegenlaufenden, aus den Rationen der anderen Seite $^8/_1\,\overline{\overline{\overline{c}}}$, $^{16}/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$, $^{32}/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}}$ u. s. w. entspringenden Fmoll-Reihen sich kreuzen, ebenso wie diese, ein immer reicheres Geflechte von stammverwandten Accorden und eine stets wachsende Mannigfaltigkeit neu eintretender Intervall-Rationen aufweisen. Denn in den aus den negativen Potenzen der Zweizahl abgeleiteten ἀρτιοπέρισσος-Reihen aufsteigenden Ordnung (wie in der primären Cdur-Reihe des Lambdoma's) gesellen sich vor und nach den von Octave zu Octave sich reproducirenden Intervallen des Cdur-Stammaccordes die Accorde Gdur, Edur, Ddur, Hdur, A$^\wedge$dur, Fis$^\wedge$dur u. s. w. zu. Durch diese Accorde werden die entsprechenden chromatisch erhöhten Stufen dem Schema einverleibt. Und die aus den positiven Potenzen der Zweizahl hergeleiteten περισσάρτιος-Reihen absteigender Ordnung fügen, neben den Intervallen des von Octave zu Octave sich fortsetzenden Fmoll-Accordes die nach und nach eintretenden weiteren Mollaccorde: B$^\wedge$moll, Des$^\vee$moll, Es$^\vee$moll, Ges$^\vee$moll, As$^\vee$moll, Ces$^\vee$moll, mit ihren chromatisch erniedrigten Stufen in das Flechtwerk der Rationen ein. Die andern abgeleiteten, aufwärts aus $^1/_{12}\,\underline{\underline{\underline{F}}}$, $^1/_{24}\,\underline{\underline{\underline{F}}}$, aus $^1/_9\,\underline{\underline{\underline{B^\vee}}}$, $^1/_{18}\,\underline{\underline{\underline{\underline{B^\vee}}}}$, aus $^1/_{10}\,\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}$, $^1/_{20}\,\underline{\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}}$ u. s. w., und beziehlich abwärts aus $^{12}/_1\,\overline{\overline{\overline{g}}}$, $^{24}/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}$, aus $^9/_1\,\overline{\overline{\overline{d}}}$, $^{18}/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$, aus $^{10}/_1\,\overline{\overline{\overline{e}}}$, $^{20}/_1\,\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}$ u. s. w. entspringenden Reihen führen dann zwischen den Stufen ihrer endlos fortwachsenden Fdur-, B$^\vee$dur-, Asdur- und beziehlich Cmoll-, Gmoll-, Amoll-Stammaccorde wieder andere Dur- und Moll-Nebenaccorde und andere Intervalle und Abstufungen von Intervallen in den Schematismus ein.

Es haben hierbei die wachsenden Multipelrationen der περισσὸς- und die abnehmenden Aliquottheil-Rationen der ἄρτιος-Stammreihe sehr bald die engbemessenen, nur sieben oder acht Octaven umfassenden Gränzen überschritten, innerhalb deren die periodischen Schwingungen der erzitternden Molecüle als Klangbewegung in musikalisch-brauchbaren Tönen für uns in die Erscheinung treten. Aber die aus solchen fernliegenden, dem Bereiche der musikalischen Töne nicht mehr angehörigen imaginären Tiefen und Höhen emporsteigenden ἀρτιοπέρισσος- und herabsteigenden περισσάρτιος-Reihen führen die Octaven-Transpositionen der erwähnten, aus Zeugungen von Zeugungen hervorgehenden Accorde in die zwischenliegende Region der Mitte ein, wo über und unter den Formen der Einheit $^1/_1\,c$ $^2/_2\,c$ $^3/_3\,c$ u. s. w. das Leben der wirklichen Töne im Hauche der spielenden Luftwelle sich entfaltet; während jene Zeugertöne nach so und so viel Potenzirungen, in Regionen hinauf- und hinabreichen werden, wo jenseits der durch die Himmelszahl Kien und die Erdenzahl Kouen den idealen Erweiterungen des Tonreiches gezogenen Gränzen droben das Feuer und in den Abgründen unten das Gewässer der Tiefe wohnet, und aus vielzähligmal langsameren oder billionenmal schnelleren Erzitterungen und Schwingungen dort die Licht-, hier die Wasserwelle sich gestaltet*).

*) Buch J^ezirah Cap. 1 Abschn. 12:

ורוח מים ואש ורום מעלה ותחת מזרח ומערב צפון ודרום:

So finden in den zunächst über und unter der Mittelreihe hinlaufenden Horizontalreihen sich mehr und mehr alle diatonischen und alle chromatischen Intervalle und deren enharmonisch um ein Comma abweichende Nebenstufen zusammen. Die beiden Formen des Ober-, und Unter-Ganztones z. B. werden von den aus $^{9}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{d}}}$ und $^{10}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{e}}}$ absteigenden und beziehlich von den aus $^{1}/_{9}\,\underline{\underline{B}}^{v}$ und $^{1}/_{10}\,\underline{\underline{\underline{As}}}$ aufsteigenden Reihen, in den Rationen $^{9}/_{8}\,d$, $^{10}/_{9}\,d^{v}$, $^{8}/_{9}\,B^{v}$ und $^{9}/_{10}\,B$ u. s. w., geliefert. Die aus den Ausdrücken für die Einheit gebildete Reihe der Mitte birgt die Kreuzungen aller dieser Nebenreihen in sich. Aber auch über jeder anderen Ration der Tabelle kreuzen sich eine diagonal auf- oder absteigende Reihe mit einer vertical ab- oder aufsteigenden*), und da jede einzelne Reihe in einer gewissen Entfernung vom Anfangspunkte sich aus mehreren Accorden zusammenflicht, werden folgeweise mehr und mehr diese Kreuzungen zu Angelpunkten einer stets wachsenden Anzahl von modulatorisch einander verwandten Accorden. Unten in der Tiefe setzt sich, als *basse fondamentale* im eigentlichsten Sinne des Wortes, die Reihe der imaginären Grundtöne und Stammtöne fort. Auf dem anderen Schenkel des Lambdoma's zeigen sich oben, in einer jenseits der Gränze der musikalisch brauchbaren Töne liegenden Höhe, die zeugenden Stamm-Obertöne der abwärts verlaufenden Accordgebilde ebenfalls in fortschreitender gegliederter Ordnung und liefern, gleichsam als eine fictive über allen andern Stimmen liegende Oberstimme, jenes zweite Princip für die Erklärung der Accordbildungen, welches Rameau's Accordlehre noch vermissen lässt, von welchem in der Einleitung oben als von einem für die speculative Harmonik unentbehrlichen die Rede gewesen ist.

Boëthius erwähnt am Schlusse des 1. Buches seiner Geometrie, welches eine abgekürzte Bearbeitung der vier ersten Bücher der Elemente des Euclid darstellt, neben der theoretischen Geometrie aber Excurse auch über andere mathematische Gegenstände enthält, ausführlich eines bei den Pythagoreern üblich gewesenen Zahlensystemes mit Stellenwerth der Ziffern. In der — lange unbeachtet gebliebenen — Beschreibung dieses, von den sonst bekannten griechischen und römischen Methoden der Zahlenbezeichnung wesentlich abweichenden Systemes haben, seit Isaac Vossius**) und Huet***), sehr bewährte fachkundige Autoritäten†) kein

„Und Hauch, Wasser, und Feuer, und Höhe (unendliche Ferne) droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag".

*) So kreuzen sich z. B. in der Ration $^{12}/_{6}\,\overline{c}$ der aus $^{1}/_{6}\,\underline{\underline{F}}$ emporsteigende Fdur-Accord und die mit den Stufen dieses Fdur-Accordes verflochtenen Accorde $^{9}/_{6}\,g$ $^{12}/_{6}\,\overline{c}$ $^{15}/_{6}\,\overline{e}$ und $^{10}/_{6}\,a$ $^{12}/_{6}\,\overline{c}$ $^{15}/_{6}\,\overline{e}$ mit dem aus $^{12}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{g}}}$ abwärts hervorgehenden Cmoll-Accorde und dem in den Stufen $^{12}/_{3}\,\overline{\overline{\overline{c}}}$ $^{12}/_{6}\,\overline{c}$ $^{12}/_{9}\,f$ $^{12}/_{12}\,c$ $^{12}/_{15}\,As$ $^{12}/_{18}\,F$ sich dieser Cmoll-Reihe einverleibenden Fmoll-Accorde. Man vgl. hierzu und zu allem oben im Texte Gesagten die Tabelle Anlagen Nr. I, Figur 1.

**) In einer Note zum 12. Cap. des 1. Buches seiner Ausgabe der drei Bücher des Pomponius Melas über die Erdkunde sagt Vossius: Notum enim apud omnes gentes ante quam cifrae quas vocamus essent repertae, literas pro numeris in usu fuisse. Nec tamen adeo recens est cifrarum usus, atque plerique existimant. Illae ipsae notae, quibus nunc utimur, extant quoque in notis Senecae et Tyronis, multo vero clarius apud Boëthium in elementis geometricis, ubi Pythagoricis inventionem earum tribuit. Verum ut id non sit, neutiquam dubitandum, quin antiquissimis etiam Graecis et Romanis cognitae fuerint, et ab iis praecipue usurpatae, qui compendiarum scribendi genus sectabantur. Hinc adparet toto coelo errare illos, qui ab Indis aut Arabibus notulas has fluxisse existimant. Nullum Arabum monumentum extat, quod vel Boëthii aetatem aequet, ne dicam Senecae et Tyronis.

***) Vgl. des gelehrten Bischofes: Demonstratio Evangelica ad seren. Delphinum. 1681. ed. quart. 1694. p. 294—297.

†) Der Wittenberger Professor J. F. Weidler in zwei Dissertationen: De characteribus numerorum vulgaribus et eorum aetatibus. Viteb. 1727, und: Spicilegium observationum ad historiam notarum numeralium per-

anderes als unser jetzt gebräuchliches s. g. indo-arabisches Zahlensystem erkannt. Die zum Theil dunkeln Worte der Stelle, deren Originaltext wir wo dessen Vergleichung wünschenswerth scheinen möchte in den Noten beifügen, lassen in erläuternder Uebersetzung sich etwa folgendermaassen wiedergegeben:

„Die Alten nannten gewöhnlich *digitus* jede Art von Zahl unterhalb der ersten *limes*, d. h. diejenigen, welche wir von Eins bis Zehn zählen, nemlich: Eins, Zwei, Drei, Vier, Fünf, Sechs, Sieben, Acht und Neun. Sie nannten *articuli* alle die von der Ordnung der Zehner und der folgenden Ordnungen bis ins Unendliche; *numeri compositi* alle die zwischen der ersten und zweiten limes begriffenen, d. h. zwischen Zehn und Zwanzig und alle folgenden mit Ausschluss der limites; und *numeri incompositi* sind alle digiti und limites".

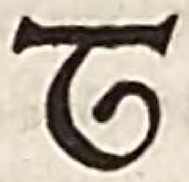
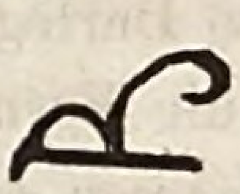
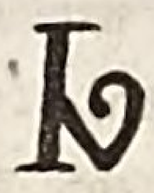
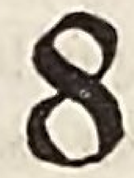
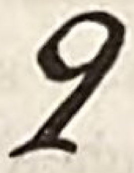
Nach dieser einleitenden Erklärung der Ausdrücke *digitus* und *articulus*, deren Auftreten, wie Chasles hervorhebt, für sich allein schon anzeigen würde, dass hier von einem mit dem unsrigen übereinstimmenden Zahlensystem die Rede ist, indem selbst noch die aus den späteren Jahrhunderten des Mittelalters herrührenden Lehrbücher der Arithmetik allemal sich der Bezeichnung *digiti* und *articuli* für die, dem dekadischen Systeme entsprechend, nach Stellenwerth geordneten Zahlen bedienen, und ebenso wie die vielen aus dem 10. und 11. Jahrhunderte vorhandenen Beschreibungen des Abacus gewöhnlich (Chasles führt als Beispiele die Tractate von Sacro Bosco und von Vincent de Beauvais aus dem 13. Jahrhundert an) mit denselben Worten anfangen wie diese unsere Stelle, schaltet Boëthius noch die Bemerkung ein: „Die multiplicirenden Zahlen vertauschen unter einander ihren Platz, d. h. bald ist die grössere Multiplicator der kleineren, und bald ist die kleinere Multiplicator der grösseren. Oft ist eine Zahl Multiplicator von sich selbst. Aber die kleineren Zahlen sind immer Divisoren der grösseren" Dann fährt er fort:

„Die Pythagoreer hatten, um Irrthümer in ihren Multiplicationen, Zerlegungen und Messungen zu vermeiden — wie sie denn überhaupt in hohem Grade durch Erfindungsgabe und Subtilität ausgezeichnet waren — zu ihrem Gebrauche eine Formel erdacht, die sie zu Ehren ihres Lehrers die pythagorische Tafel nannten; weil das, was sie im Bilde entwarfen, durch die Darlegungen des Meisters selbst zu ihrer Kunde gelangt war. Diese Tafel wurde von den Späteren *abacus* genannt. Dieselbe sollte dazu dienen, was Hohes sie in ihrem Geiste erfasst, in anschaulicherer Weise gleichsam sichtbar dem Auge darzulegen und so dessen Verständniss Allen zugänglich zu machen, und wurde von ihnen in nachstehender, überaus merkwürdigen Gestalt gebildet"*)

tinentium. Viteb. 1755; dessen Ausführungen auch Gatterer beigepflichtet hat. Sodann Mannert: De numerorum quos arabicos vocant vera origine pythagorica. Norimbergae 1801; Montucla: Hist. des Mathém. Paris 1758, Th. I S. 122, 123; vor allem Chasles in der 12. Note zu seinem: Aperçu historique sur l'orig. et le dévelop. des méthod. en Géométrie, 1837 (deutsch von Sohncke, Halle 1839) und in zwei, in den Sitzungsberichten der Académie des Sciences 1843, Jan., Febr. und Juni, abgedruckten Abhandlungen über die Geschichte des Abacus; endlich Nesselmann: Alg. d. Gr. S. 92—104. Chasles nennt als Solche welche der Meinung beipflichten, dass unser Zahlensystem den Pythagoreern bekannt gewesen sei, noch: Conrad Dasypodius, Dom Calmet, Eduard Bernard, Ward, Bayer und Villoison.

*) „Pythagorici vero, ne in multiplicationibus et participationibus et in podismis aliquando fallerentur, ut in omnibus erant ingeniosissimi et subtilissimi, descripserunt sibi quandam formulam, quam ob honorem sui praeceptoris, mensam Pythagoream nominabant, quia hoc, quod depinxerant, magistro praemonstrante cognoverant. A posterioribus appellabatur *abacus*, ut quod alta mente conceperant, melius, si quasi videndo ostenderent, in notitiam omnium transfundere possent, eamque subterius habita sat mira descriptione formabant"...

(Es folgt in den Handschriften und gedruckten Ausgaben hier die Figur des Abacus. Wir geben eine Copie derselben in den Anlagen, auf Tafel II Figur 1 nach Anleitung des Titelkupfers der von uns vorhin citirten Mannert'schen Schrift.)

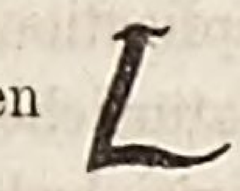
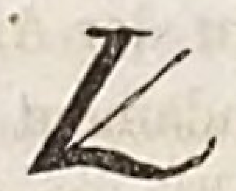
„Die Weise des Gebrauches der nach vorstehender Abbildung entworfenen Formel war nun aber folgende. Sie hatten apices und characteres von verschiedener Gestalt. Einige nemlich hatten sich so aussehende Zeichen als apices gebildet, dass dieser Schriftzug der Einheit entsprach ; der folgende der Zweizahl ; der dritte der Dreizahl ; der vierte der Vierzahl ; dieser der Fünfzahl ; dieser der Sechszahl ; der siebente der Siebenzahl ; dieser der Achtzahl ; der Neunzahl aber dieser angehörte . Einige hingegen bedienten sich bei der Entwerfung des obigen Diagramms der Buchstaben des Alphabetes in der Art, dass der erste Buchstabe die Einheit, der Zweite die Zweizahl, der Dritte die Dreizahl darstellte und die übrigen in ihrer natürlichen Ordnung der natürlichen Aufeinanderfolge der Zahlen entsprachen. Andere hingegen begnügten sich, bei diesen Operationen die üblichen Zeichen für die natürlichen Zahlen anzuwenden. Gleichsam wie Staub*) streuten sie aber in den mannigfachsten Richtungen diese von ihnen gewählten apices bei ihren Multiplicationen und Divisionen auf ihren Tafeln aus, so dass sie, wenn unter der Einheit der natürlichen Zahl sie eine Ordnung solcher Charactere anfügend hinsetzten, dies immer nur digiti bedeutete. Wenn man die erste Zahl d. h. Zwei (denn die Einheit ist, wie in der Arithmetik gesagt wurde, nicht selbst eine Zahl, sondern der Ursprung und das Fundament der Zahlen), wenn man also Zwei nnter die Linie, die mit der Zehn bezeichnet war, stellte, so kam man darin überein, dass sie Zwanzig bedeute; die Drei Dreissig; die Vier Vierzig; und den anderen Zahlen gab man die Bedeutung, welche aus ihrer eigenthümlichen Benennung folgte. Wenn man dieselben apices unter die Linie, welche mit Hundert bezeichnet war, stellte, so setzte man fest, dass 2 Zweihundert bedeute, 3 Dreihundert, 4 Vierhundert, und dass die anderen den anderen Benennungen entsprächen. Und so weiter fort in den folgenden Columnen. Dieses System war keinem Irrthume unterworfen"**).

Nach vorstehender Auseinandersetzung des Principes dieses den Pythagoreern eigenthümlichen Zahlensystemes gibt Boëthius dann die Regeln für das Verfahren bei Multiplicationen

*) Hos enim apices ita varie ceu pulverem dispergere in multiplicando et in dividendo consuerunt, ut si sub unitate naturalis numeri ordinem iam dictos caracteres adjungendo locarent, non alii quam digiti nascerentur" (Boëthius spielt in den Worten: ita varie ceu pulverem dispergere — auf die Gewohnheit der Alten an, zum Einzeichnen der Figuren und Schriftzüge auf den abacis ausgestreuten Staubes sich zv bedienen).

**) Gegen Ende des 2. Buches seiner Geometrie kömmt Boëthius, bei Gelegenheit der Aufzählung der Eintheilungen der Unze nach Brüchen, nochmals auf die Methode des Abacus zurück. Nach Inhalt des dort von Boëthius Angeführten, müsste man annehmen, dass auch die Zeichen für die Brüche der Unze, je nach der Colonne des Abacus, in welche sie gesetzt wurden, ihren Werth in entsprechender Weise veränderten. Er schreibt auch diese Erfindung den Pythagoreern zu, den Archytas als seinen Gewährsmann anführend. Seine Worte sind: Reliquum est ut de unciali et digitali mensurâ, et de punctorum et minutorum subtilitatibus, caeterisque minutiis sicut promisimus, dicamus mirabilem et arti huic (geometriae) caeterisque matheseos disciplinis necessariam figuram, quam Archytâ praemonstrante didicimus edituri.

und Divisionen nach der Schreibweise des Systemes an. Die ersteren sind vollkommen deutlich und bedürfen kaum einer Erläuterung*). Die Regeln für die Division sind dagegen so dunkel gefasst, dass Chasles in seinem so eben citirten Geschichtswerke noch auf den Versuch einer Uebersetzung und Erklärung derselben verzichtete und erst nach Vergleichung der aus dem 10. bis 13. Jahrhundert herrührenden handschriftlich in mehreren Bibliotheken sich findenden mittelalterlichen Tractate über den Abacus ganz gleichen Inhaltes, insbesondere des berühmten, von dem gelehrten Gerbert (Papst Sylvester II.) verfassten, unter dem Titel De numerorum Divisione irrig in die Ausgaben der Werke des Beda Venerabilis aufgenommenen Excurses, auf welchen wir sogleich zurückkommen müssen, eine erschöpfende Darlegung des Gegenstandes gegeben hat. Chasles äussert in der Geschichte der Geometrie die Vermuthung, dass vielleicht der Text des Autors nur lückenhaft und verunstaltet uns zugekommen sei. Vielleicht befand sich Boëthius gegenüber den älteren Quellen, aus welchen er schöpfte, ohne es recht gestehen zu wollen, in derselben Lage. Er leitet seine Auseinandersetzung über Divisionen mit Worten ein, welche einigermaassen einen solchen Verdacht bei uns erwecken**).

Bekanntlich bietet uns die ganze mathematische Literatur der Alten kein Beispiel einer in Zahlen wirklich ausgeführten Divisionsrechnung. Wir wissen nur, dass sie Brüche mit Ganzzahlen im Nenner und Zähler in einer von unserer Methode nur dadurch sich unterscheidenden Weise zu schreiben pflegten, dass bei Brüchen deren Zähler die Einheit ist, also bei Aliquotbrüchen, nur der Zahlbuchstabe des Nenners, mit einem Apex versehen, hingeschrieben wurde (γ' bedeutet $^1/_3$; δ' $^1/_4$; der erste aller Brüche $^1/_2$ wurde durch ein besonderes Zeichen  oder  geschrieben). Brüche mit grösseren Zahlen als 1 im Zähler wurden so bezeichnet, dass in die ordentliche Zeile der Zahlen und Worte der Zähler gestellt, und der Nenner ihm oben, wie ein Exponent angesetzt wurde. So bedeutet $\vartheta^{\iota\alpha}$ so viel als $^9/_{11}$. (Man vergl. das Nähere bei Nesselmann S. 112—115).

In der Glarean'schen Ausgabe des Boëthius, und wahrscheinlich in den meisten Manuscripten, ist unsere Stelle insbesondere noch dadurch entstellt, dass da, wo die Figur des Abacus im Texte als eingeschaltet erwähnt wird, statt einer irgendwie zur Beschreibung passenden Tabelle, die allbekannte, gewöhnliche Multiplicationstafel, das Ein mal Eins, sich eingeschoben findet. Wie diese als Hilfsmittel nicht nur bei Multiplicationen sondern auch für Zerlegungen und Messungen, worunter die Pythagoreer sicherlich ganz vorzugsweise die Zerlegung der Saite am Monochorde und die Abmessungen der musikalischen Intervalle verstanden, von einem so besonderen Nutzen hätte sein können, ist ebensowenig zu ersehen, als auf welche Weise die Anordnung eines auf Stellenwerth der Ziffern beruhenden arithmetischen

*) Die Stelle kann bei Chasles: Gesch. d. Geom. (S. 535 u. 536 der Uebersetz. von Sohncke) nachgesehen werden.

**) Es wird nemlich als Vorwort zu dem dann Folgenden von ihm bemerkt, die Divisionen beliebig grosser Zahlen würden, nach dem über die Multiplication Gesagten, für den Leser leicht sein. Er wolle daher auch nur summarisch von denselben handeln; fände sich irgend eine Schwierigkeit dabei, so könne er wohl die Mühe, sie zu heben, dem eigenen Fleisse des Lesers überlassen. Die berühmte Dunkelheit der demnächst folgenden ückenhaften Darstellung ist wenig geeignet dies lakonische Verfahren des sonst so ausführlichen und wortreichen Boëthius auf eine befriedigende Weise zu erklären.

Zahlensystemes, um von einem musikalischen nicht zu reden, an ihr dargelegt oder mit ihr in Verbindung gebracht werden könnte, oder wie das Ein mal Eins den Pythagoreern vollends dazu dienen mochte, den höheren speculativen Inhalt ihrer Lehre, wie Boëthius dies ja ganz besonders betont, dem Auge ihrer Schüler in bildlicher Weise vorzuführen. Nur auf Autorität unserer Stelle und der erwähnten Beschaffenheit der Manuscripte hin, haben seitdem die Ausdrücke *abacus pythagoricus* und *mensa pythagorica* die Bedeutung: Multiplicationstafel, oder Ein mal Eins, angenommen. In seinem Werke über Arithmetik, wo Boëthius vielfach einer Multiplicationstafel sich bedient um die Eigenschaften der Zahlen zu erklären, benennt er diese nie nach dem Namen des Pythagoras oder mit dem Ausdrucke Abacus. Eben so wenig gebraucht Nikomachus, der im Cap. 19 des Buchs seiner Arithmetik eine bis zehn mal zehn durchgeführte Multiplicationstafel mittheilt, für dieses Ein mal Eins, wie wir sagen würden, die Bezeichnung ἄβαξ.

In zwei werthvollen, dem 11. oder möglicher Weise dem 10. Jahrhunderte*) angehörigen Manuscripten, deren eines der Bibliothek zu Altdorf**) angehörte, das andere zu Chartres***) bewahrt wird, findet sich an der hier fraglichen Stelle des Textes eine von den gedruckten Ausgaben des Boëthius wesentlich abweichende Darstellung des Abacus — im Altdorfer Manuscripte nemlich, dessen Fac-Simile wir auf Tafel II unter Nr. 1 nach Mannert mitgetheilt haben, und im Manuscripte von Chartres eine Figur, welche — der von Chasles gegebenen Beschreibung zufolge — wenigstens in den oberen Reihen vollkommen mit der Altdorfer Tabelle übereinstimmt. Die in beiden Darstellungen über der obersten Zeile den zehn Apices beigefügten Namen *Igin*, *Andras*, *Ormis*, *Arbas* u. s. w. finden sich noch in einem dritten, von dem gelehrten Orientalisten Greaves aufgefundenen Manuscripte, dessen Huet und Chasles (letzterer in Note [158]) der Gesch. der Geom.) erwähnen. Wo aber im Altdorfer Manuscripte an fünfter Stelle *Quinas* steht, ist nach den beiden anderen Manuscripten (mit Huet und Chasles) *Quimas* zu lesen. Die Aehnlichkeit fast sämmtlicher, die oberste Reihe bildenden zehn, von der Rechten zur Linken aufeinander folgenden Charactere mit unseren s. g. arabischen Zahlen ist unverkennbar. In der zweiten Zeile sind, wieder von der Rechten zur Linken, die römischen Ziffern für die Zahlen 1, 10, 100, 1000, 10000 u. s. w., d. i. für die aufsteigenden Potenzen der Zehnzahl eingeschrieben. Deutet man die, unseren arabischen Ziffern entsprechenden Zeichen der obersten Zeile als Ordnungszahlen dieser dekadischen Potenzen — mit der bei uns den Namen der nullten Potenz führenden als ersten Ordnung anfangend — und bezieht man dieselben auf die durch Verticallinien gebildeten Colonnen (paginae, paginulae) der Tabelle, so kann in ihren beiden obersten Zeilen letztere dem Zwecke einer Veranschaulichung des dekadischen Zahlensystemes mit Stellenwerth der Ziffern dienen. Diesem Zwecke offenbar fremd sind aber die drei nun folgenden Zeilen der Tabelle, welche sowohl im Altdorfer Manuscripte, wie in dem von Chartres, die römischen Bruchzeichen, beziehlich in römischen Ziffern Zahlen enthalten,

*) Vgl. Mannert: S. 6 und 7 und Chasles (Sohncke) S. 531.

**) Altdorf war ehedem die Universität der freien Reichsstadt Nürnberg. Ihr berühmtester Schüler mag wohl Wallenstein gewesen sein, der dort seine Studien absolvirte.

***) In der Abhandlung, welche im Juniberichte 1843 der Académie des Sciences abgedruckt ist, erwähnt Chasles noch zweier im brittischen Museum aufbewahrter Handschriften des Boëthius, in welchen die Figur ganz in Uebereinstimmung mit dem Altdorfer und dem Chartres'schen Codex abgebildet ist. Vereinzelt kömmt die Figur noch in anderen mittelalterlichen Handschriften vor.

welche den Hälften, Vierteln und Achteln der darüber stehenden dekadischen Zahlen der vorhergehenden Zeile gleich sind. Im Manuscripte von Chartres folgen nun, wie Chasles berichtet, in zwei anderen Zeilen andere römische Charactere, welche die üblichen Bezeichnungen der Theile der uncia darstellen und hieran reiht sich dort noch eine letzte Zeile, in welcher die Zahlen 1, 2, 3, 4 12 in römischen Ziffern eingeschrieben sind.

Dass auch die so beschaffenen Abbildungen des abacus, wie sie in den hier erwähnten Manuscripten sich finden, dem nicht vollkommen entsprechen, was Boëthius über Zweck und Gebrauch der Figur bei den Pythagoreern berichtet, springt in die Augen. Hat Boëthius, dessen Schriften von keiner eindringenden Kenntniss der pythagorischen Geheimlehren zeugen*), das vollständige wahre Diagramm des abacus überhaupt wirklich vor Augen gehabt und die eigentliche Bedeutung desselben verstanden? Wir möchten ersteres, und jedenfalls das letztere, aus vielen Gründen bezweifeln. Die Aufzeichnung der Zahlen beim Gebrauche in den, lose auf der Tafel des Abacus aufgestreuten Staub mittelst eines Griffels, war schon an sich eine solche, welche bleibende Spuren der ausgeführten Zahlenoperationen oder Zusammenstellungen nicht zurückliess. Es gehörte ja aber auch, wie wir in der Einleitung durch Beibringung bestätigender Zeugnisse darzuthun beflissen gewesen sind und wie im Verlaufe unserer Untersuchungen sich noch an vielen Beispielen zeigen wird, zu den überlieferten Verhaltungsregeln der pythagorischen Schule, die Anfänge — gleichsam das äussere Gerippe ihrer für die arithmetische Harmonik unentbehrlichen, das künftige Verständniss der esoterischen Lehren bedingenden Formeln und Diagramme den Schülern zuerst nur im Umrisse, etwa in Verbindung mit der Ausdeutung einiger elementarer Vorbegriffe vorzulegen. Oft genug war diese letztere, wie wir an der exoterischen Entwickelung, oder vielmehr Verdunkelung der Begriffe ἄρτιος- und περισσὸς-Zahl bereits gesehen haben, planmässig so eingerichtet, dass der Neuling, der für die aufzusuchende fernere Lösung des Problemes gedankenlos, statt selber forschend, den Worten und Weisungen des Lehrers folgte, unfehlbar auf Abwege gerieth, von welchen aus kein Pfad mehr zur Erkenntniss des wahren Inhaltes der Lehre hinführte. Der Novize wurde auf die Probe gestellt. Er musste den Doppelsinn der mitgetheilten Räthselsprüche errathen lernen; auch in technischen Zweigen des Unterrichtes stets vor Augen halten, dass nicht die so ohne weiteres dargebotene und mühelos hingenommene Deutung der Lehrsätze, sondern die mittelst des prüfenden eigenen Nachdenkens zu erringende Aneignung des tieferen Inhaltes der Aussprüche des Lehrers seine Aufgabe war.

So möchten denn auch die Abbildungen in den beiden vorgenannten Manuscripten des Boëthius so wenig wie der erläuternde Text des letzteren uns erschöpfende und vollkommen sichere Auskunft darüber zu geben geeignet sein, wie die zum esoterischen Gebrauche bestimmte rechte Ausführung der Abacus-Tabelle — die wahre Füllung derselben (ihr πλήρωμα im eigentlichen Wortsinne) beschaffen gewesen sein mag.

*) Mit Recht sagt Mannert a. a. O. S. 10 von Boëthius: Cuncta quae tradit de Pythagoreorum methodo legentem eorum arcanae arti non initiabunt, declarant potius, auctorem ipsum parum intellexisse, quae proponit S. 13: Omnino patet Boëthium nec Pythagoreorum rationem computandi, quam tantopere verbis extollit, nec eorum abaci mentem et connexum satis intellexisse; admiratum tantum Id quod ex ejus verbis: „Hos enim apices ita varie ceu pulverem dispergere in multiplicando et dividendo consuerunt etc.“ omnibus probatur. Eadem tamen verba cum reliquâ expositione manifestare mihi videntur, Boëthium de Pythagoreorum calculis non tantum auditu aut legendo percepisse, sed eorum tractandi numeros modum oculis usurpasse.

Für unsere Zwecke genügt es, als Resultat der Erzählung des Boëthius zu constatiren:

1) dass den Pythagoreern ein, von den gemeinüblichen Systemen abweichendes, als Geheimniss der Schule bewahrtes, dekadisches Zahlensystem mit Stellenwerth der Ziffern bekannt war, wobei als Zeichen für die neun Einheiten und die Null besondere, den heute s. g. indo-arabischen Ziffern ähnliche Charactere neben den Buchstaben zur Anwendung kamen;

2) dass Hand in Hand mit diesem besonderen Zahlensysteme die Pythagoreer sich einer Tabelle der Vervielfältigungen und Theilungen der Zahlenwerthe bedienten, welche eine gewisse Aehnlichkeit mit unserem s. g. Ein mal Eins gehabt haben muss, zugleich aber auch in einer engen Beziehung zu besonderen Theilungen, Zerlegungen und Messungen stand, welche bestimmt waren dem Auge des Schülers gleichsam plastisch gewisse speculative die Geheimlehre der Schule berührende Lehrsätze auf eine verständlichere Weise vorzuführen;

3) dass die Entwickelung dieser Tabelle, deren Zusammenhang mit dem in den Theologumenis arithmeticis erwähnten und von Jamblichus uns aufbewahrten Diagramm des Lambdoma nicht zu verkennen ist, in einer Gegenüberstellung der in horizontaler Aneinanderreihung geordneten Ganzzahlen, nach deren natürlichen Folge, und einer absteigenden Progression in verticaler Richtung untereinander gesetzter einfacher Aliquotbrüche, ihren Anfang nahm;*)

4) dass den neun Zeichen für die Einheiten und dem Nullzeichen in einem auf Boëthius gekommenen Schema der Tafel Namen beigeschrieben waren, welche, der griechischen wie lateinischen Sprache völlig fremd, ersichtlich einen orientalischen**) und zwar — wie sogleich gezeigt werden soll — vorwiegend einen chaldäisch-hebräischen Ursprung verrathen.

Von Huet***), von dem bei Mannert†) citirten Altdorfer Orientalisten Bauer, und von Nesselmann††), werden drei der in den Manuscripten vorfindlichen, erwähnten Namen, nemlich *Arbas* Vier, *Quimas* Fünf, und *Temenias* Acht, mit Recht unmittelbar auf die entsprechenden hebräischen, oder aramäisch-chaldäischen Zahlwörter zurückgeführt. *Arbas* ist einfach das hebräische ארבע oder ארבעה, das arabische أربعة; *Quimas* entspricht dem hebräischen *Chamesch*,

*) Die Verticalreihen im Altdorf'schen und Chartres'schen Diagramme deuten allerdings auf eine geometrische absteigende Progression der Brüche, nicht auf eine harmonische Reihe derselben hin. Aber wie unvollständig und offenbar entstellt ist in diesen Abbildungen der Schematismus der Tabelle auf uns gekommen. Substituirt man dieser geometrischen Bruchreihe eine harmonische, so wird hierdurch nicht nur der Bau der Tabelle mit der Anordnung der Zahlen und Brüche des Lambdoma's in Einklang gebracht, sondern es erscheint dieselbe alsdann gleichsam als eine bildliche Versinnlichung des bei Pseudo-Hermes-Trismegistus uns aufbewahrten Ausspruches welchen wir auf S. 129 dem gegenwärtigen Hauptstücke als Motto vorangestellt haben. Die Worte dieses Ausspruches, welchen im Falle der Richtigkeit der hier angedeuteten Vermuthung über ihren Zusammenhang mit dem Abacus der Pythagoreer eine nicht zu unterschätzende Bedeutung für die Geschichte der Arithmetik und Harmonik beizumessen wäre, lauten im Texte des griechischen Originales: χωρὶς γὰρ ἀριθμοῦ σύστασιν ἢ σύνθεσιν ἢ διάλυσιν ἀδύνατον γίνεσθαι. αἱ δὲ ἑνάδες τὸν ἀριθμὸν γεννῶσι καὶ αὔξουσι, καὶ πάλιν διαλυόμεναι εἰς ἑαυτὰς δέχονται.

) Wir verstehen dies, wie wohl kaum erst nöthig ist zu sagen, von einem, dem urältesten Alterthume angehörigen Ursprunge. Mit der gewöhnlichen Meinung einer indo-arabischen Herkunft unserer heutigen Zahlen hat diese unsere Ansicht also keinerlei Gemeinschaft. Die herrschende Meinung findet ihre Widerlegung, ausser vielen anderen von Chasles entwickelten Gründen, schon darin, dass sowohl die Indier als die Araber sich von jeher ganz anderer, von unseren zehn Zeichen völlig abweichender Schriftzüge für die Zahlen bedienen. Man vgl. die vorhin S. 143 Note angeführten Aeusserungen von Vossius über diesen Gegenstand.

***) Praepar. Evangel. Prop. IV. M. vgl. auch Heilbronner Historia matheseos p. 744.

†) A. a. O. S. 18 u. 19.

††) A. a. O. S. 102 fgde.

חמש, dem arabischen خمس; *Temenias* ist aramäisch oder arabisch תמניה, ثمانية, hebräisch aber *Schemonath*, שמנת (wofür *Themonas* steht, mittelst der so häufig vorkommenden Verwechselung des Sibilanten ש mit dem entsprechenden platten Laute ת). Für *Zenis*, Sieben, glauben Huet und Nesselmann verbessernd *Zevis* lesen zu müssen, was dann dem hebräischen *Schebagh*, שבע, beziehungsweise *Schibath*, שבעת, arabisch سبعة, nahe käme. Nesselmann weiset noch auf die Aehnlichkeit hin, welche hervortritt, wenn wir *Igin*, Eins, in *Igid* verwandeln, und für Andras, Zwei, *Achras* lesen, was den semitischen Worten *Echad*, אחד, احد, Eins, und *Achar*, אחר, آخر Zwei, beziehlich der Andere, der Zweite, entsprechen würde. *Sipos*, Null, hält er für eine etwas entstellte, dem arabischen *Sifr*, صفر, verwandte Form. Dieselbe entspräche dann nicht minder dem hebräischen ספר, *Sepher*, wovon unser Wort Ziffer, und die im englischen übliche Bezeichnung der Null: *cipher* oder *cypher* herkömmt, welch Wort aber in letzterer Sprache, characteristisch genug, wie im hebräischen, auch: Buchstabe und Zahlzeichen überhaupt, und auch so viel als: geheimer Schriftzug, bedeutet. Wo sieben Namen ihre Deutung finden, da möchte — meint Nesselmann — wohl auch an dem Ursprunge der übrigen drei nicht zu zweifeln sein.

Von bestätigendem Gewichte für die von den vorgenannten Gelehrten aufgestellte Herleitung des Ursprung der uns beschäftigenden Namen ist, unseres Bedünkens, in hohem Grade ein anderer, von Wallis im 4. Cap. seiner berühmten Algebra erwähnter Umstand, die Thatsache nemlich, dass Hermannus Contractus, der um die Mitte des 11. Jahrhunderts den Gebrauch unserer s. g. arabischen Zahlzeichen verbreitete und von welchem in einer Handschrift der Bodleianischen Bibliothek speciell gesagt ist, dass „von ihm und von einem gewissen Prodocimus die Kenntniss des Abacus gelehrt worden sei“, denselben Berichten zufolge hierbei Zahlzeichen angewendet hat, welche als „chaldäischen Schriften entnommene“ bezeichnet wurden und deren Namen man einen chaldäischen Ursprung beilegte.

Auch die sprachliche Ableitung des Wortes *abacus* deutet eine semitische Herkunft an. *Abach*, *Abak*, אבך, אבק, arabisch ابك, ابق, in einander winden, in intransitiver Bedeutung verwickelt sein, in einander verflochten sein (vgl. Gesenius: thesaurus, verbo אבך), entspricht vollkommen der Zusammensetzung des Abacus aus vielfach verflochtenen Reihen von Zahlen. Substantivisch heisst אבק im hebräischen aber auch feiner Staub; was wieder ganz zu dem oben über die Handhabung der Abacus-Tafel Gesagten passt. Das griechische ἄβαξ liesse sich vielleicht in Verbindung bringen mit dem Adjectiv ἄβαξ, stumm, sprachlos (von βάζω, reden, sprechen, mit dem ἀ privativum); und würde der Name des geheimnissvollen Diagramms dann so viel bedeuten als: „nicht in Worten redend, sondern in belehrenden Bildern“, oder wie es in dem sogleich zu erwähnenden merkwürdigen Briefe Papst Silvesters II heisst: „Via rationis, *brevis verbis*, prolixa sententiis“. Im gewöhnlichen Sprachgebrauche wurde das Wort, griechisch wie lateinisch, für: Tisch, Brett (insbesondere das mit Kugelschnüren bespannte Rechenbrett), Tafel (daher auch in der Architectur die viereckige, den obersten Theil des Säulencapitels bildende Platte so heisst) gebraucht. Vom 13. Jahrhunderte an kömmt es bei den mittelalterlichen Schriftstellern vielfach als synonymer Ausdruck vor für Algorithmus, oder Rechenkunst überhaupt. So nannte Leonhard Fibonacci von Pisa um 1202 sein, den s. g. indo-arabischen Calcul behandelndes Werk über Arithmetik: Liber *Abaci*. Ein Jahrhundert später wurde ein anderer, als Geometer, Astronom und Literator berühmter Schriftsteller, dessen eigentlicher Name Paolo di Dagonari war, Paolo *dell' Abaco* genannt.

Die Bekanntschaft des Mittelalters mit den s. g. arabischen Zahlzeichen und dem Zahlensysteme mit Stellenwerth der Ziffern, so wie der, Hand in Hand mit der Kenntniss dieses Systemes gehende Gebrauch einer aus dem Oriente herrührenden Zahlentafel, reicht — wie schon Wallis a. a. O. zeigte und vollends in den beiden oben citirten Abhandlungen von Chasles auf unwidersprechbare Weise dargethan und durch viele handschriftliche Zeugnisse belegt wird — jedenfalls um mehr als ein ganzes Jahrhundert weiter in die Vergangenheit zurück als Hermannus Contractus, und steht, nach dem von Chasles darüber beigebrachten, in unverkennbarem Zusammenhange mit der Ueberlieferung des Boëthius.

Das älteste bisher gedruckt vorliegende und berühmteste Beweisstück dafür, dass lange vor dem Bekanntwerden der arabischen Rechnungsmethode im Abendlande zu Anfang des 13. Jahrhunderts und um ein Jahrhundert früher als Hermannus Contractus, die Principien unseres heutigen Zahlenwesens der lateinischen Christenheit bekannt waren, ist der berühmte, bereits vorhin von uns genannte, gewöhnlich unter dem Titel *De numerorum divisione* oder *Rationes numerorum abaci* citirte, in den Handschriften die Ueberschrift: *Constantino suo Gerbertus scolasticus* führende Tractat oder Brief, arithmetischen Inhaltes, des nachherigen Papstes Sylvester II. Gerbert war, wie bekannt erst Erzbischof von Rheims, welche Würde der berühmte Gelehrte seinem Freunde und Schüler König Robert von Frankreich, dem Sohne und Nachfolger Hugo Capet's, verdankte. Dann vertauschte er, auf des jungen Kaisers Otto III. Wunsch, der ebenfalls zu seinen eifrigen Schülern zählte, den Stuhl von Rheims mit jenem zu Ravenna; und endlich wurde ihm, auf desselben Otto III. Betreiben, die päpstliche Würde zu Theil, welche er von 998 oder 999 bis 1003 bekleidete*). Seine vorerwähnte Schrift rührt aus der Zeit her, wo Gerbert noch einfacher Benedictinermönch der Abtei Fleury war, fällt also in das zweit- oder drittletzte Decennium des 10. Jahrhunderts. Wir besitzen eine reichhaltige (zu Paris in zwei Ausgaben, 1611 und 1636 im Druck erschienene) Sammlung von Briefen desselben. Ihr Inhalt zeigt, dass der gelehrte Mönch, Bischof und Papst mit ganz besonderer Vorliebe den mathematischen und selbst den s. g. astrologischen Wissenschaften**) ergeben war. Gulielmus Malmesburiensis, ein englischer Chronist des 12. Jahrhunderts, berichtet von ihm, dass er aus Liebe zu den pythagorischen Disciplinen als angehender Jüngling dem Kloster in Frankreich entflohen und nach Spanien zu sarazenischen Lehrern gegangen sei, hier aber, neben der Astrologie, auch die Arithmetik, Musik und Geometrie in höchster Vollkommenheit erlernt habe, und für die Ausbreitung dieser damals obsoleten Studien in Gallien dann später mit grösstem Eifer thätig gewesen sei. Es habe Gerbert, sagt Malmesburiensis weiter, bezüglich

*) Die Chronisten seiner Zeit erwähnen eines auf den successiven Wechsel jener drei Würden des Gerbert Bezug habenden Verses folgenden Inhaltes: Scandit ab R. Gerbertus ad R. post Papa vigens R.

**) Wenn in den Berichten jener Zeit insbesondere auch von den astrologischen Wissenschaften als von solchen die Rede ist, denen Gerbert mit Vorliebe zugethan gewesen sei, so wolle man eingedenk sein, dass unter der Bezeichnung *astrologia* damals noch jede Art der ernsten astronomischen Studien, nicht jene auf Ergründung der Schicksale der Menschen aus der Stellung der Gestirne gerichtete eitle und trügerische Kunst verstanden wurde, welche im 16. und 17. Jahrhundert eine so grosse Macht über die Gemüther gewonnen hat, wenn gleich nicht geläugnet werden soll, dass gewisse unklare, einer wissenschaftlichen Grundlage entbehrende Vorstellungen von besonderen Einflüssen der Sonne, des Mondes, und der Gestirne überhaupt, auf das Naturleben und menschliche Leben hienieden von den griechisch-römischen Astronomen des späteren Alterthumes auf die hier in Rede stehende Zeit übergegangen und nicht ohne grossen Einfluss auf die Anschauungen einzelner mittelalterlicher Gelehrten und Denker geblieben sind.

des zuerst von ihm sicherlich den Sarazenen*) entrissenen Abacus Lehrsätze vorgetragen, welche fast zu hoch für das Verständniss der nur mühsam folgenden Schüler seien**).

Wir besitzen eine Chronik der Ereignisse des 10. Jahrhunderts von Richerus, einem Mönche der Abtei St. Remi zu Rheims***), der persönlich mit Gerbert befreundet war. Derselbe erzählt uns, es habe Gerbert zuerst in Frankreich die Kenntniss der Musik verbreitet und sei in der Astronomie ausgezeichnet gewesen. Mit demselben Eifer habe er aber auch der Geometrie obgelegen, und zur Erleichterung des Studiums derselben von einem Münzpräger einen Abacus, nemlich eine den Maassverhältnissen angepasste Tafel (abacum, id est tabulam dimensionibus aptam) anfertigen lassen, die der Länge nach in 27 Columnen eingetheilt gewesen sei, in welche er die neun Zahlzeichen vertheilt habe, mittelst deren jegliche Zahl ausgedrückt worden sei (cujus longitudini, in 27 partibus diductae, novem numero notas omnem numerum significantes disposuit). Es wird nun noch erzählt, er habe auch „tausend Abbildungen der Zahlzeichen aus Horn anfertigen lassen, durch deren wechselnde Stellung in den 27 Columnen die Multiplication und die Theilung aller Zahlen angezeigt worden seien (mille corneos effecit caracteres qui per 27 abaci partes mutuati cujusque numeri multiplicationem sive divisionem designarent), mit Hülfe welcher Einrichtung in gedrängtester Kürze so viele Zahlen getheilt oder vervielfältigt worden seien, dass um der grossen Zahlenfülle willen es sich eher durch den Verstand auffassen als mit Worten beschreiben lasse". Richerus verweiset zum Schlusse dann auf das von Gerbert für den Grammatiker C. verfasste Büchlein, unter welchem eben der vorhin erwähnte Brief an Gerberts Freund Constantin zu verstehen ist.

Die Eingangsworte dieses Briefes sind beachtenswerth. Sie lauten:

„Vis amicitiae pene impossibilia redigit ad possibilia. Nam quomodo rationes numerorum Abaci explicare contenderemus, nisi te adhortante, o mi dulce solamen! Itaque cum aliquot lustra jam transierint, ex quo nec librum nec exercitium harum rerum habuerimus, quaedam repetita memoriae eisdem verbis proferimus, quaedam eisdem sententiis. Nec putet philosophus sine literis haec alicui arti vel sibi esse contraria. Quid enim dicit esse digitos, articulos, minuta, qui auditor majorum dedignatur fore? Vult tamen videri solus scire, quod mecum ignorat, ut ait Flaccus? Quid cum idem numerus modo simplex, modo compositus, nunc digitus,

*) Chasles hebt hervor, dass Gulielmus Malmesburiensis und noch Spätere sagen, es habe Gerbert die Rechnungsmethode des Abacus von den Sarazenen gelernt; dass nach den zuverlässigeren Berichten seiner Zeitgenossen Gerbert aber überhaupt nicht der erste gewesen sei der diese Methode lehrte, sondern von ihm in solchen älteren Berichten nur rühmend gesagt werde, er habe ganz besonders zur Verbreitung jener Methode in Gallien beigetragen. Chasles macht geltend, dass Gerbert's Büchlein De numerorum divisione ja sich nicht einmal auf eine Erklärung des Zahlensystemes mit Stellenwerth einlässt, vielmehr dessen Kenntniss gewissermassen als bekannt voraussetzend sofort mit der Entwickelung der Regeln für die Multiplication beginnt. Er vindicirt daher Gerbert nur die Ehre, in Gallien für die Wiederherstellung derjenigen Rechnungsmethode mit Erfolg gewirkt zu haben, welche Chasles im Hinblicke auf Boëthius als die alte Methode der Römer bezeichnet.

**) Guil. Malmesburiensis: De Gestis Anglorum, Lib. 2, Frankfurt 1601, p. 64: Ex Galliâ natus, Monachus a puero apud Floriacum adolevit. Moxque cum Pythagoricum bivium attigisset, seu taedio monachatus, seu gloriae cupiditate captus, nocte profugit Hispaniam, animo praecipue intendens ut Astrologiam et id genus artes a Saracenis addisceret. — Ad hos Gerbertus proveniens, desiderio satisfecit. Ibi vicit scientiâ Ptolemaeum in Astrolabio, Alcandrum (lege Alchindum) in Astrorum interstitio, Julium Firmicum in Fato. — De Arithmeticâ, Musicâ, et Geometriâ, nihil attinet dicere, quas ita ebibit ut inferiores ingenio suo ostenderet, et magnâ industriâ revocaret in Galliam, omnino ibi jam pridem obsoletas. Abacum certe primus a Saracenis rapiens, Regulas dedit quae a sudantibus Abacistis vix intelliguntur.

***) Richeri Historiarum libri III, ex codice seculi X autographo edidit G. H. Pertz. Hannover, 1839.

nunc constituatur ut articulus? Habes ergo talium diligens investigator, viam rationis brevem quidem verbis, sed prolixam sententiis et ad collectionem intervallorum et distributionem in actualibus geometrici radii secundum inclinationem et erectionem et in speculationibus et actualibus simul dimensionis coeli et terrae plena fide comparatam.

An diese kurze Einleitung reiht sich sofort eine eben so kurze Auseinandersetzung der Regeln der Multiplication. In nicht minder gedrängter Fassung folgen dann diejenigen der Division, womit das Büchlein abschliesst.

Wie der Schlusssatz der an seinen Freund Constantin gerichteten einleitenden Worte zeigt, erachtete Gerbert die Zahlenrationen des Abacus als den geeignetsten Weg zur Erlangung einer genauen Kenntniss der Zusammenstellung und Eintheilung der Intervalle (ad *collectionem* intervallorum et *distributionem*) und zwar — wie er in dunkeler Kürze wörtlich sich ausdrückt — „einer Zusammenstellung und Eintheilung der Intervalle nach der Actualität (ἐν ἐνεργείᾳ?) des geometrischen Radius nach der Senkung und Hebung". Was diese Worte besagen, ist so leicht nicht zu erklären*). Als sicher und untrüglich soll jener „Weg der Ration" in seiner inhaltreichen Wortkürze endlich noch sich bewähren in der „speculativen sowohl, als actuellen Betrachtung der Dimensionen sowohl des Himmels als der Erde". Radulph von Laon, ein Bruder des berühmten Anselmus von Laon, er selbst Verfasser einer Abhandlung über das Zahlenwesen des Abacus und einer Schrift über die Musik, der zu Anfang des 12. Jahrh. lebte, bespricht (Chasles a. a. O.) in ähnlicher Weise aber noch eingehender, den grossen Nutzen des Abacus für alle Zweige des Quadriviums und alle mit dem Quadrivium zusammenhängende Speculationen. Derselbe sei „ein wesentliches Hilfsmittel bei Erforschung der Rationen der speculativen Arithmetik, so wie derjenigen Zahlen, auf welchen die Modulationen der Musik beruhen; nicht minder aber auch für dasjenige, was der Fleiss der Astrologen aufgefunden habe über die mannigfachen Umläufe der Wandelsterne und deren gleichmässig, trotz der grossen Verschiedenheit der Durchmesser ihrer Kreisbahnen und ihrer von den Maassen der letztern abhängigen Umlaufszeiten, entgegen der Drehung des Weltgebäudes (des Fixsternhimmels nemlich) verlaufenden Bewegung. Ueberdies werde man den Abacus ganz

*) Schon Boëthius nennt den Abacus die *Mensa geometricalis*. Einige Seiten vor der Beschreibung der Abacus-Figur sagt er: „Sed iam tempus est ad geometricalis Mensae traditionem ab Archyta non sordido auctore latio accommodatam venire." Da wo er zur Entwickelung der üblichen Bruch-Eintheilung der Unze übergeht, nennt er an erster Stelle den geometrischen Nutzen der Tafel, sofort allerdings auch der übrigen „Disciplinen der Mathematik" erwähnend (... dicamus mirabilem et arti huic (Geometriae) caeterisque matheseos disciplinis necessariam figuram); unter welchen, dem feststehenden Sprachgebrauche des Alterthums zufolge, alle vier Disciplinen des Quadrivium's (also auch die Musik) zu verstehen sind. Bei einem von Chasles neben dem sogleich zu citirenden Radulph von Laon angeführten ungenannten Schriftsteller heisst es: „Nunc de Abaci utilitate dicamus. Abaci utilitas est bifaria. Abacus enim est introductio Astronomiae et principale instrumentum *Geometriae*. Utrumque enim patet quia nec primus canon Astronomiae, nec proportionalitates sine Abaco possunt sciri Geometriae". Ein anderer Schriftsteller des Mittelalters, Adelard, sagt: „Vocatur (Abacus) etiam *radius geometricus*, quia cum ad multa pertineat, maxime per hoc geometricae subtilitates nobis illuminantur" ... und etwas weiter: „Quisquis Abaci, qui est radius geometricus, diligens investigator" ... Er bedient sich also des auch von Gerbert gebrauchten Ausdruckes. Chasles ist auf den verzweiflungsvollen Erklärungsversuch verfallen, die Deutung der Worte: radius geometricus, geometricalis Mensa (wir wissen nicht ob auch das über die Hebungen und Senkungen des radius geometricus Gesagte) daher zu entnehmen, dass man die Zahlen der geheimnissvollen Figur mittelst eines Schreibgriffels auf die staubbedeckte Tafel geschrieben habe. Ein solcher Griffel habe radius geometricus geheissen, weil die Geometer beim Zeichnen ihrer linearen Figuren auf staubbedeckte Tafeln sich auch solcher Griffel bedient hätten. Du lieber Gott, welche Erklärung!

unentbehrlich finden auch für das Verständniss der platonischen Sentenzen über die Weltseele und bei Lesung fast aller alten Schriftsteller, welche mit subtilem Fleisse von den Zahlen gehandelt hätten. Am meisten diene diese Tafel jedoch zur bequemen Auffindung der geometrischen Formeln und ihrer gegenseitigen Anpassung und Verbindung mit einander, auf welch letzterer, nach richtigem Dafürhalten, die wunderbare Erforschung der Maasse der Länder der Erde und der Meere beruhe. Da aber die Disciplin, von der hier die Rede, bei fast allen Bewohnern der abendländischen Erdstriche der Vergessenheit anheimgefallen sei, so wären mit dem Aufhören derjenigen Kunst, welcher jene Rechnungsmethode zu dienen bestimmt gewesen, auch die letztere selbst der Verachtung überantwortet worden; wenn man davon absehe, dass durch Vermittelung jenes mit höchster Einsicht begabten Mannes, des Gerbert nemlich, dem der Beiname des Weisen gegeben worden, und des hervorragenden Lehrers Hermann, so wie der Schüler dieser Männer, von den Quellen der bezeichneten Wissenschaft eine bescheidene Ader herabgeleitet worden sei, die auch in diesen spätern Tagen noch fliesse".

Die Beziehung, in welche die Rationenrechnung des Abacus in diesen verschiedenen Aussprüchen zu allen vier Disciplinen des Quadriviums wie zu den kosmologischen und metaphysischen Speculationen gebracht wird, welche das Alterthum auf das Quadrivium gründete, muss billig unser Erstaunen erregen, wenn der Abacus nichts anderes war, als eine auf das System mit Stellenwerth gebaute Anleitung zum Multipliciren und Dividiren grösserer Zahlen. Allerdings bedarf sowohl die Astronomie als die Geometrie und die Zahlenharmonik der Kunst des Multiplicirens und des Dividirens. Diese Deutung der auf hohem Kothurn einherschreitenden Aussprüche dürfte aber doch wirklich allzu nüchtern sein. In dem Sinne hätte dann, wenigstens bei Boëthius (weil das Mittelalter keine verzinsliche Darlehne kannte) billiger Weise auch der grosse Nutzen hervorgehoben werden sollen, welchen eine rechte Gewandtheit im Multipliciren und Dividiren den Kapitalisten bei ihren Zinsberechnungen gewähre, und der Unentbehrlichkeit dieser Kunst für die Specereihändler und andere Detailisten beim Verschleisse der von ihnen feilgebotenen Waaren. Dazu kömmt nun aber vollends noch folgende Betrachtung. Die mittelalterlichen Abacisten, so nannten sich damals die Arithmetiker, sagen uns in ihrer Mehrzahl übereinstimmend, es habe die Abacustafel 27 verticale Columnen gehabt*). Einige zeichneten, wie Chasles dies in den vielen von ihm verglichenen Handschriften gefunden hat, die Figur so, dass in den drei ersten Columnen rechts die Bruchzeichen standen. Dann gab man aber der Tafel 30 Columnen, damit 27 derselben für die Ganzzahlen blieben. Für die letzteren war die Zahl von 27 Reihen so zu sagen unerlässlich. Der vorhin angeführte Radulph von Laon sucht hierfür nach einer Erklärung und bezeichnet als solche, in Verbindung damit dass 27 der Cubus von 3 ist, die altpythagorisch-platonische Lehre von der Bedeutsamkeit des Cubus. Wir lassen die Richtigkeit dieser Erklärung dahingestellt, können aber nicht in den geringschätzigen Tadel einstimmen, welchen Chasles derselben zu Theil werden lässt, der, zu unserem grossen Bedauern, nur wenige Worte aus dieser, immerhin merkwürdigen Stelle Radulph's abdruckt**). Die Deu-

*) Ein von Chasles übersetzter und erläuterter Tractat spricht zwar nur von 12, oder mehr, oder weniger Reihen und im Tractate von Gerland findet sich die Figur in 15 paginulas eingetheilt. Aber — wie gesagt — die grosse Mehrzahl spricht von 27 Columnen.

**) Dieselben lauten: Philosophi etenim disciplinae hujus inventores, ut perfectum opus fecisse videantur, tabulae istius spatia *cubicâ* quantitate metienda putaverunt. Sed quia cubus a primo pari surgens, scilicet octonario, minori quam opus erat pluralitate protenditur, qui vero ab his numeris qui ternarium sequuntur cubi fiunt prolixiori quam opus esset numerositate concrescunt, illum qui ex ternario est cubum elegerunt,

tung des letzteren hält jedenfalls mindestens den Vergleich aus mit der von Chasles gegebenen Erklärung der Worte radius geometricus. Und ohne Radulph grade beipflichten zu wollen, lässt sich doch nicht verkennen, dass zur Erlangung der Einsicht in das dekadische Gesetz unseres Zahlensystemes und der nöthigen Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren es keiner Uebungen mit Zahlen von 27 Stellen, d. h. mit Zahlen erfordern kann, die bis zu Hunderten von Quadrillionen sich versteigen. Daneben würde dann nur noch der Arenarius (ψαμμίτης) des Archimedes aufkommen können, d. h. jene Zahlenbildung, die im Stande wäre, die Menge der Sandkörner auszudrücken, welche — wie Archimedes es bezeichnet — eine Kugel fassen würde, deren Radius die Entfernung des Erdmittelpunktes von dem Fixsternhimmel ist. Archimedes hat diese Rechnung bis zur Zahl

$$10^{800000000}$$

fortgeführt; und freilich ist unbestreitbar, im Vergleiche mit dieser Zahl, die unsrige, auf Hunderte von Quadrillionen sich belaufende, noch ausserordentlich klein zu nennen. Aber was soll die gewöhnliche Arithmetik und namentlich eine Zahlenharmonik, die sich als äusserste Gränze ihrer Messungen angeblich mit dem Limma und Apotome der Pythagoreer behalf, mit einem Rechenknecht angefangen haben, dessen Multiplicationen und Divisionen bis in die Quadrillionen gegangen wären?

Wir legen nun nicht ohne einige Beklommenheit das Geständniss ab, dass als wir zum erstenmale bei Wallis die Eingangsworte des Gerbert'schen Briefes an Constantin lasen und eine andere Stelle, in einem Briefe Gerberts an seinen Freund und Schüler Kaiser Otto III. uns zu Gesichte kam, in welcher er, eine Bitte dem Kaiser vortragend, halb scherzend von einer der Zahlenkunde entnommenen Metapher Gebrauch macht — gleichsam die Majestät der allherrschenden Einheit allegorisch auf den Kaiser beziehend nemlich sich selbst „den Hörigen“ desselben und die „äusserste der Zahlen des Abacus“ nennt*) — das auf den ersten Seiten des gegenwärtigen Hauptstückes aus dem Lambdoma entwickelte Diagramm uns in den Sinn kam, und wir unwillkührlich besonders an die gegliederte Aufreihung der Rationen desselben nach der hierarchischen Ordnung ihrer harmonikalen Würde erinnert wurden. Dabei regte sich dann in uns der ganz unkritische Gedanke: sollte Gerbert etwa das Lambdoma der Alten mit seiner Füllung gekannt haben? Hat er ein solches, oder ein verwandtes Diagramm, vielleicht bei den Sarazenen geschaut, und ist die, in den Werken des *Beda venerabilis* abgedruckte, nur von der Multiplication und Division handelnde kleine Schrift wirklich eine von Gerbert und nicht von Beda verfasste und in der That — wie Chasles versichert — identisch mit des ersteren Brief an Constantin; oder wird nicht vielmehr der Inhalt dieses Schriftstückes, wenn dasselbe vollständig aufgefunden werden sollte, zeigen, dass der Abacus des Gerbert auch eine Entwickelung der musikalischen Rationen enthielt? Bei näherem Nachdenken musste uns nun

secundum quem tabulae suae intervalla metirentur. Sic enim eam nec quicquam necessum habere nec modum excedere arbitrati sunt. Chasles fügt hinzu: „Ensuite Radulphe s'étend sur la formation des nombres cubiques, leur analogie avec la Géometrie, leurs propriétés de perfection etc., toutes choses étrangères à son sujet. Sur divers autres points du système de l'Abacus, dont nous n'avons pas à parler ici, le même auteur entre encore dans des explications qui ne sont ni plus satisfaisantes ni plus plausibles que celle-là“. Wir bedauern, wie gesagt, die Unterdrückung dieser uns vorenthaltenen Aeusserungen des mittelalterlichen Zahlenharmonikers.

*) Es ist der 25. Brief der gedruckten Pariser Sammlung von 1636. Derselbe enthält die Worte: ... vester Gerbertus Extremus numerorum Abaci

freilich sehr bald die völlige Unmöglichkeit einleuchten, dass Gerbert durch Vermittelung der Sarazenen Kenntniss des musikalischen Abacus des Alterthumes erlangt haben sollte. Denn die ganze Cultur der spanischen Araber, wie die der Araber überhaupt, stand in keiner Verbindung mehr mit der altsemitischen Cultur. Was sie an Kunst und Wissenschaften besassen, haben dieselben bei den Griechen, bei Aristoteles, und aus den Resten der von ihnen verbrannten alexandrinischen Bibliothek gelernt. Ihre reiche und nicht uninteressante Literatur über musikalische Arithmetik und Harmonik stammt aus den mittelalterlichen Jahrhunderten der Blüthe ihres Reiches und ist ein arabisirtes Plagiat der alexandrinisch-griechischen Musik-Literatur. Was die späteren griechischen Schriftsteller nicht wussten — und diese kannten ja nur das äussere Gerippe des Lambdoma's — konnte also Gerbert unmöglich bei den spanischen Sarazenen gelernt haben. Es kömmt aber noch hinzu, dass nach Einsicht des von Chasles (nach Vergleichung von neun verschiedenen Manuscripten der Pariser Bibliothek und der Bibliotheken zu Chartres, Rouen, Brüssel, Leyden und der Abtei St. Emmeran zu Regensburg) edirten vollständigen Textes des Gerbert'schen Briefes an Constantin auch jeder Zweifel über die Identität dieses Textes und des in den Werken des Beda venerabilis abgedruckten Tractates De numerorum divisione schwinden muss. Es steht jetzt fest, dass Gerberts Schrift in der That ausser einer kurz gefassten Darstellung der Regeln für die Multiplication und Division nichts — namentlich aber nichts auf Harmonik bezügliches enthält. Allerdings sagt Gerbert im Eingange, er schreibe auf Constantins Wunsch eben nur dasjenige flüchtig hin, was in seinem Gedächtnisse ihm 'grade noch vorschwebe, nachdem seit mindestens 15 bis 20 Jahren er weder mit Büchern noch mit eigenen Uebungen sich beschäftigt habe, welche auf Dinge des Abacus sich bezogen hätten. Der Brief an Constantin enthält daher vielleicht nur einen Theil dessen was in Wirklichkeit dem Gerbert über den Abacus bekannt geworden war. Constantin hatte vielleicht grade nur Auskunft über die Methode des Multiplicirens und Dividirens gewünscht. An so schwache Argumente wollen wir uns indessen nicht anklammern, geben vielmehr unsere, vor Lesung der beiden Chasles'schen Abhandlungen in den Memoiren der Academie eine Zeitlang gehegte Hypothese willig preis. Dennoch aber behalten in unseren Augen die 27 Columnen der Tafel und Radulph's Angaben über diese Zahl und die wunderlichen Sentenzen bei Gerbert über die via rationis ad collectionem et distributionem intervallorum comparata und Gerberts so wie Radulph's phantastische Erwähnungen der platonischen Weltseele und sonstiger sphärenmusikalischer und kosmologischer Dinge, vollends aber die inclinatio und erectio des radii geometrici etwas völlig Unbegreifliches, wenn der Abacus schlechthin nichts anderes als ein simples Ein mal Eins oder eine simple Tabelle der Brüche der Unze war. Was Radulph im Hinblicke, wie es fast den Anschein hat, auf die berühmten Zahlen der platonischen Timaios-Stelle in Betreff der von den Erfindern des Abacus bis zum Cubus fortgeführten Entwickelung der Potenzen der Zweizahl und Dreizahl und der hieraus sich ergebenden Bedeutung der cubischen Zahl 27 als Gränze für die Bestimmung der Intervalle vorbringt, berührt unmittelbar einen der obersten Fundamentalsätze der speculativen Harmonik des Alterthums. Man erinnere sich, wie der Erschaffung der Weltseele in der platonischen Stelle die Bildung jenes eigenthümlichen Substrates aller ferneren Gestaltungen vorangeht, welches der Weltschöpfer aus der allezeit auf dieselbe Weise sich verhaltenden untheilbaren Substanz (οὐσία ἀμέριστος) und aus der in ihrer Erscheinung am Körperlichen (περὶ τὰ σώματα) theilbar gewordenen als eine an der Natur jener beiden anderen auf gewisse Weise theilhabende dritte Substanz mischend zusammenfügt, dann aber das aus diesen Dreien gewordene eine Ganze in die schickliche Anzahl von Theilen nach den Maassen zerlegt, welche aus der Einheit und den Zahlen 2 4 8 3 9 27 sich

ergeben*). Die Bezeichnung der vom Demiurgen gebildeten einzelnen Theile und ihrer gegenseitigen Verhältnissmaasse, welche nun in der platonischen Stelle folgt erscheint so wie sie dort angegeben wird als eine Aufzählung nur der für die exoterische Lehre von den consonirenden und dissonirenden musikalischen Intervallen in Betracht kommenden Zahlenrationen des Einfachen, Zweifachen, Dreifachen, Anderthalbfachen, und der in den Potenzen der Zwei- und Dreizahl ihren Ausdruck findenden höheren Multipeln. Uns erscheint die Erwähnung einer Mischung des Untheilbaren und des an den Körpern (an der Quantitas continua) Theilbaren als eine freilich nur den Esoterikern verständliche Hinweisung auf die mischende Verbindung der theiligen und nichttheiligen Zahlengrösse zu einer, weder den ἄρτιος- noch περισσὸς-Zahlen als solchen angehörigen dritten, beide Arten von Werthen aber als Factoren in sich schliessenden Art der Zahlengrösse. Wir verbinden demgemäss die drei ersten Potenzen der Zweizahl mit den correlaten der Dreizahl, die Einheit in die Mitte stellend, aufwärts zu Rationen, welche unechte Brüche ergeben, abwärts aber zu Rationen, in welchen die reciproken Werthe dieser unechten Brüche als echte Brüche zu Tage treten**). Und indem wir, von der Oscillationsgeschwindigkeit des Tones *d* als einheitlichem Gemäss ausgehend, einer jeden dieser Rationen die ihr entsprechende Tonstufe zutheilen, erhalten wir das nachstehende, aus den sieben Tönen der diatonischen natürlichen Leiter zusammengesetzte Quinten-Gerippe:

$$\begin{array}{ccccccc} 8/27 & 4/9 & 2/3 & 1 & 3/2 & 9/4 & 27/8 \\ \underline{F} \ldots\ldots & C \ldots\ldots & G \ldots\ldots & d \ldots\ldots & a^{\wedge} \ldots\ldots & \overline{e}^{\wedge} \ldots\ldots & \overline{h}^{\wedge} \end{array}$$

In absichtlich dunkel gehaltenen Worten besagt die Timaios-Stelle hierauf weiter, es habe der Demiurg dann die Abstände zwischen den so gewonnenen aus dem Zweifachen und Dreifachen gebildeten Intervallen je durch Einfügung einer arithmetischen und einer harmonischen mittleren Proportionale ausgefüllt. Um den wahren Sinn des Angedeuteten vor den Exoterikern zu verbergen werden dabei Ausdrücke gebraucht, welche auf den ersten Blick nur den Sinn geben: „er füllte die aus dem Doppelten und die aus dem Dreifachen hervorgehenden Intervalle — τά τε διπλάσια καὶ (τὰ) τριπλάσια διαστήματα — durch Interpolirung arithmetischer und harmonischer Mittleren aus". Irregeführt hierdurch haben alle bisherigen Erklärer der Stelle geglaubt, es handle sich in der Darstellung Plato's von einer zu bewirkenden harmonischen und arithmetischen Theilung: erstens der durch die Potenzen der Zweizahl bis zum Cubus gebildeten Octaven, und: zweitens der durch die bis zum Cubus gehende Folge der Potenzen der Dreizahl gebildeten Duodecimen. Das harmonikale combinirte Ergebniss einer solchen Doppeloperation ist aber eine völlig nichtssagende und musikalisch-werthlose Aneinanderreihung bald näher bald weiter von einander abstehender Töne. Der für Esoteriker bestimmte versteckte und wahre Sinn der uneigentlich gebrauchten Worte ist vielmehr unverkennbar der: es füllte nun der Demiurg die (sämmtlich einander gleichen) Abstände aus zwischen den durch das Doppelte und Drei-

*) Timaios 35, b und c: τῆς ἀμερίστου καὶ ἀεὶ κατὰ ταυτὰ ἐχούσης οὐσίας, καὶ τῆς αὖ περὶ τὰ σώματα γιγνομένης μεριστῆς τρίτον ἐξ ἀμφοῖν ἐν μέσῳ συνεκεράσατο οὐσίας εἶδος, τῆς τε ταυτοῦ φύσεως αὖ περὶ καὶ τῆς τοῦ ἑτέρου, καὶ τατὰ ταυτὰ ξυνέστησεν ἐν μέσῳ τοῦ τε ἀμεροῦς αὐτῶν, καὶ τοῦ κατὰ τὰ σώματα μεριστοῦ μιγνὺς δὲ μετὰ τῆς οὐσίας, καὶ ἐκ τριῶν ποιησάμενος ἓν, πάλιν ὅλον τοῦτο μοίρας ὅσας προσῆκε διένειμεν· κ. τ. λ.

**) Man kann sich die Brüche $3/2$ $9/4$ $27/8$ als durch Multiplication der ἄρτιος-Zahlen $1/2$ $1/4$ $1/8$ mit den περισσὸς-Zahlen $3/1$ $9/1$ $27/1$ entstanden denken, die Brüche $2/3$ $4/9$ $8/27$ aber als Producte der περισσὸς-Zahlen $2/1$ $4/1$ $8/1$ und der ἄρτιος-Zahlen $1/3$ $1/9$ $1/27$. So könnte dann die aus den in Rede stehenden unechten und echten Brüchen sich zusammensetzende geometrische Reihe eine aus dem Theiligen und Nichttheiligen zusammengefügte genannt werden.

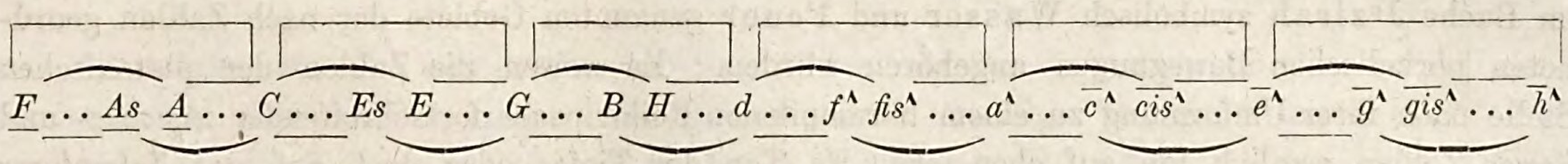
fache bestimmten Intervallen (τά τε διπλάσια καὶ τριπλάσια διαστήματα — d. h. die Abstände der in ihren Vordergliedern (Zählern) aus den Potenzen der einen — in den Hintergliedern (Nennern) aber aus den Potenzen der anderen Primzahl gebildeten Rationen) mittelst Einschaltung je zweier mittleren Proportionalen — einer arithmetischen nemlich und einer harmonischen. Indem dann noch, heisst es hierauf, auch Intervalle des Anderthalbfachen, Ein und ein drittelfachen und des Ein und ein achtelfachen hervorgebracht worden seien — der Demiurg mittelst harmonischer und arithmetischer Theilung der Octave, unabhängig von der Bildung des so eben beschriebenen Gefüges durch eine selbstständige zweite Operation (so ergänzen wir die Worte der Stelle) die Maasse der Quinten, Quarten und Ganztöne festgesetzt hatte — seien diese Bindeglieder (d. h. die Ganztöne) verwendet worden, in den Zwischenräumen die Quarten alle auszufüllen; wodurch dann auch die kleinen Abstufungen des Apotome und Limma gewonnen worden seien*). Die zwiefache Theilung der sechs Quintenabstände gibt die betreffenden Dur- und Mollterzen. Die Ausfüllung dann der noch offenen Zwischenräume des Diagrammes mit Ganztönen aber wird dadurch bewirkt, dass in einen jeden der Quintenräume aufwärts vom unteren Endtone ein Ober-Ganzton, abwärts vom oberen Endtone aber ein Unterganzton eingefügt wird. Die durch die beiden Medietäten $\underline{As}$ und $\underline{A}$ harmonisch und arithmetisch getheilte Quinte $\underline{F}$ C z. B. erhält solchergestalt als Ergänzung aufwärts von $\underline{F}$ den Ton $\underline{G}$, abwärts von C den Ton $\underline{B}^{\vee}$. Es ist dabei in Wahrheit das Intervall des Ober- oder beziehlich Unter-Ganztones nicht sowohl zur Ausfüllung von Quarten- als vielmehr von Terzen-Abständen verwendet worden. Da die interpolirte Ober-Ganztonstufe $\underline{G}$ aber zur Unterquarte von C wird, die interpolirte Unterganztonstufe $\underline{B}^{\vee}$ hingegen eine Oberquarte von $\underline{F}$ darstellt, so mag künstlich die Sache auch so aufgefasst werden, als sei in den Quartenabstand $\underline{F}$ $\underline{B}^{\vee}$ der Ober-Ganzton $\underline{G}$ des unteren — in den Quartenabstand $\underline{G}$ C aber der Unter-Ganzton $\underline{B}^{\vee}$ des oberen Endtones eingefügt worden. Und diese gewundene, oder wenn man will verschrobene Weise der Darstellung und des Ausdruckes wird gewählt, um vor den Exoterikern das geheimgehaltene harmonikale Intervall der reinen Dur- oder Moll-Terze nicht zu nennen. Nach dem Gesetze der vom Meister gebotenen Verschwiegenheit (κατὰ τὴν νενομοθετημένην ἐχεμυθίαν)**) wird daher gesagt, es habe der Demiurg mit Ganztönen die Intervalle der Quarten (nicht der Terzen) ausgefüllt. Es war diese Darstellungsweise um so mehr verstattet, als man zur Vervollständigung auch der commatischen Nebenformen z. B. des ersten Quintenabstandes in denselben noch die Töne $\underline{A}^{\wedge}$ und beziehlich $\underline{As}^{\vee}$ einschob, in den Stufenfolgen $\underline{F}$ $\underline{G}$ $\underline{A}^{\wedge}$ $\underline{B}$ und C $\underline{B}$ $\underline{As}^{\vee}$ $\underline{G}$ dann aber wirklich zwei Tetrachordformen sich in entgegengesetzter Richtung als Quarten dem Pentachordabstande einfügten, deren jede zwei Ganztöne und ein pythagorisches Limma umschloss.

Das Ergebniss der hier von Plato ihrem wahren Sinne nach freilich nur den Exoterikern verständlich angedeuteten harmonikalen Operationen ist ein überaus reichgegliedertes musikalisches Diagramm, mit dessen vollständiger Darlegung und Entwickelung wir uns erst im zweiten Theile unserer Untersuchungen zu beschäftigen haben werden. Hier möge vorerst der Leser

*) Timaios 36, a und b: μετὰ δὲ ταῦτα, ξυνεπλήρωσε τά τε διπλάσια καὶ τριπλάσια διαστήματα, μοίρας ἔτι ἐκεῖθεν ἀποτέμνων, καὶ τιθεὶς εἰς τὸ μεταξὺ τούτων, ὥστε ἐν ἑκάστῳ διαστήματι δύο εἶναι μεσότητας· τὴν μὲν, ταὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, τὴν δ' ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερέχουσαν, ἴσῳ δὲ ὑπερεχομένην. ἡμιολίων δὲ διαστάσεων καὶ ἐπιτρίτων καὶ ἐπογδόων γενομένων, ἐκ τούτων τῶν δεσμῶν ἐν ταῖς πρόσθεν διαστάσεσι, τῷ τοῦ ἐπογδόου διαστήμασι τὰ ἐπίτριτα πάντα ξυνεπληροῦτο, λείπων αὐτῶν ἑκάστου μόριον. κ. τ. λ.

**) Worte der Einleitung S. 12 Note * angeführten Stelle des Jamblichus.

nur dem durch die Einfügung der arithmetischen und harmonischen Theilungen der Quintenabstände gewonnenen harmonikalen Gebilde seine Aufmerksamkeit zuwenden. Die arithmetisch getheilte Quinte ergibt eine Verbindung dreier Tonstufen deren Rationen sich zu einander verhalten wie 4 5 6. Die interpolirte arithmetische Mittlere liefert, wenn nach Schwingungsmengen gerechnet wird, die grosse Oberterze des unteren Endtones des getheilten Quinten-Intervalls, welche zugleich die kleine Unterterze des oberen Endtones darstellt. Das Gebilde stellt folgeweise den consonirenden vollkommnen Dur-Dreiklang dar. Der harmonischen Theilung der Quinte entsprechen dann drei Tonstufen deren Rationen in den Aliquotbruchzahlen $1/_6$ $1/_5$ $1/_4$ ihren Ausdruck finden. Hier bildet der Mittelton die grosse Unterterze des oberen, die kleine Oberterze des unteren Endtones. Die consonirende durch diese drei Töne gebildete Harmonie ist der vollkommne Moll-Dreiklang in der natürlichen Lage seiner Stufen. Es birgt die platonische Stelle somit auf versteckte Weise die esoterische Lehre in sich von der Fünfzahl als wesentlichem Rationenbildner, von den beiden Formen der Terzen als Consonanzen, von der Dur- und Moll-Tonalität als dem zweifachen Grundtypus aller musikalischen Gebilde, und von den Dreiklängen als den Grundformen der musikalischen Harmonie. Indem wir zwischen die sechs, innerhalb der Zahlen $^8/_{27}$ und $^{27}/_8$ liegenden Quintenabstände die zu interpolirenden Dur- und Mollterzen einschieben erhalten wir das folgende Diagramm:



Wir haben die Quintenabstände durch die über der Linie stehenden eckigen Klammern markirt, die arithmetischen Theilungen der Quinte aber durch das Zeichen ⌒ —— über der Tonreihe, und die harmonischen Theilungen durch —— ‿ unter der Tonreihe angedeutet. Es sind die chromatischen Stufen As, Es, B, Fis$^\wedge$, Cis$^\wedge$ und Gis$^\wedge$ zu den sieben natürlichen diatonischen Stufen hinzugetreten. Weil in der unteren Hälfte die Durterzen aus den Tönen A, E und H, und in der oberen Hälfte die Mollterzen aus den Tönen $f^\wedge$, $c^\wedge$, und $g^\wedge$ bestehen, so sind in den Octaven dieser Töne den diatonischen Stufentönen F, C, G . . . A$^\wedge$, E$^\wedge$, H$^\wedge$, welche die Entwickelung der cubischen Reihe geliefert hatte, die Nebenformen F$^\wedge$, C$^\wedge$, G$^\wedge$. . . A, E, H hinzugetreten, die von den bereits vorhandenen jedesmal um ein Comma differiren. Es gehen diese commatischen Nebenformen, wie bereits erwähnt wurde, auch hervor aus der vorhin beschriebenen Zerlegung der mittelst der Einschaltung der ersten Ganztöne gewonnenen Quarten in je zwei Ganztöne und ein Limma. Diese letzte, den Abschluss der ganzen Entwickelung bildende harmonikale Operation liefert ausserdem noch, wie der Leser sich durch Abmessung der betreffenden Ganztonstufen selber überzeugen wolle, commatische Nebenformen auch zu den sechs chromatischen Stufen As, Es, C, Fis$^\wedge$, Cis$^\wedge$, Gis$^\wedge$, nemlich die Formen As$^\vee$, Es$^\vee$, C$^\vee$, Fis$^\wedge$, Cis$^\wedge$ und Gis$^\wedge$. In dieser, für die modulatorische Anwendung nach pythagorischen Rationen gestimmter (nicht temperirter) Tonabstufungen in einer vollkommen rein auszuführenden Musik ganz unentbehrlichen Einführung der commatischen Unterscheidungen und Rückungen wurzelt dasjenige, was das frühere griechische Alterthum die Enharmonik*) nannte, bezüglich deren

*) Die Bestandtheile des enharmonischen μεσόπυκνον's As$^\vee$ As . . A A$^\wedge$ der Quinte F C werden in der Quarte G As$^\vee$ As C zu einem βαρύπυκνον, in F A A$^\wedge$ B$^\vee$ aber zu einem ὀξύπυκνον. Gleiches findet

eigentlichem Wesen die Späteren, weil ihnen die Beachtung des Unterschiedes zwischen der reinen Terze und dem Ditonus abhanden gekommen war, jede auch nur entfernte Ahnung des Richtigen vollständig verloren hatten.

Das Chroma der Timaios-Formel geht, wie man sieht, nach der Seite der erniedrigten Stufentöne nicht über 𝔄𝔰 oder 𝔄𝔰$^{\vee}$ — nach der Seite der kreuzerhöhten Stufentöne nicht über 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}$ oder 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}_{\wedge}$ hinaus. Will man die diatonischen, chromatischen, und enharmonischen Stufen, Halbstufen und Nebenstufen dieses Gebildes im Gegenspiele sich kreuzender Wechselreihen aus der Verkettung der in Duraccorden aufwärts strebenden Oberharmonikalen eines **tiefsten Grundtones** und der abwärts zu Mollaccorden sich zusammenreihenden Unterharmonikalen eines **höchsten Obertones** hervorgehen lassen, so muss nach der dem Chroma hier gesetzten Gränze als zeugender Grundton der aufsteigenden Reihe die so und so vielste Unteroctave eines Tones 𝔄𝔰 oder 𝔄𝔰$^{\vee}$, als zeugender Oberton der abwärts gewendeten Gegenreihe aber die so und so vielste Oberoctave eines Tones 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}$ oder 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}_{\wedge}$ genommen werden. Es setzt das platonische Diagramm als ideale Ausgangspunkte des Auf- und Abweges der im Bereiche der Erscheinungen des tönenden **Hauches** aus den Schwingungswellen musikalischer Klänge sich zusammensetzenden wirklichen Tonreihen einen imaginären Stammton der Tiefe und einen jenseits der Gränzen sinnlicher Wahrnehmung liegenden Zeugerton der Höhe voraus, welche dem im Buche **J^{e}zirah** symbolisch **Wasser** und **Feuer** genannten Gebiete der nach Zahlen geordneten periodischen Bewegungen angehören würden. Es weisen die Zahlen der platonischen Stelle nach ihrer Umformung zu einem harmonikalen Reihenpaare fortschreitender περισσός- und ἄρτιος-Zahlen nemlich hin auf eben jenen 𝔄𝔰-Ton der Tiefe, oder doch auf eine Nebenform desselben 𝔄𝔰$^{\vee}$, welchen wir im 1. Hauptstücke bei der Betrachtung der symbolischen Bedeutung der chinesischen Hexagramme als den Vertreter der Erdenzahl **Kouen** des Hexagrammes ䷁ glaubten bezeichnen zu dürfen. Und der Zeugerton der Höhe wird dann eine Nebenform 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}_{\wedge}$ desjenigen imaginären Obertones 𝔊𝔦𝔰$^{\wedge}$ sein, in welchem wir dort den harmonikalen Ausdruck der Himmelszahl **Kien** des Hexagrammes ䷀ gefunden haben. Indem wir das Zahlensymbol **Kien** durch die allgemeine Formel $\frac{a.b.c.d.e.f}{1}$ umschrieben und für die Factoren des Zählers a bis f dann die sechs ersten Zahlen der natürlichen Reihe setzten, erhielten wir nemlich die Facultätszahl $\frac{720}{1}$, der wenn für 1 der Ton *d* gesetzt wird ein Ton *gis*$^{\wedge}$ entspräche. Und ebenso ergab die Umschreibung des Zahlensymboles **Kouen** durch den Ausdruck $\frac{1}{a.b.c.d.e.f}$ unter Substituirung derselben Zahlen für dieselben Buchstaben, den reciproken Werth jener Facultätszahl $\frac{1}{720}$, wofür wir einen Ton *As* erhielten. Die Hexagramme **Wei-ki** ䷿, als Zeichen für die ihrer Vollendung als Ganzes noch nicht theilhaftigen Zahlengrösse, und

in den übrigen Quintenräumen bezüglich der dort vorkommenden enharmonischen Doppel-Halbstufen statt. Es sind also im platonischen Diagramme die Typen gegeben für die beiden besonderen, der auf- und absteigenden Bewegung zukommenden Formen enharmonischer Tetrachord-Bildung.

Ki-ki, als Symbol der bereits übervollen Zahlengrösse lieferten, durch die Ausdrücke $\frac{a.c.e}{b.d.f} = \frac{1.3.5}{2.4.6}$ und beziehlich $\frac{b.d.f}{a.c.e} = \frac{2.4.6}{1.3.5}$ wiedergegeben, dann die Rationen $\frac{15}{48}Fis$ und $\frac{48}{15}\bar{b}$, zwischen welchen beiden chromatischen Stufen jene Quartenfolge des chinesischen Systemes sich einschiebt, welche die sieben diatonischen Stufentöne enthält, die auch im platonischen Diagramme das Grundgerippe bilden.

Die Allgemeinheit der Ausdrücke $\frac{a.b.c.d.e.f}{1}$, $\frac{1}{a.b.c.d.e.f}$, $\frac{a.c.e}{b.d.f}$, $\frac{b.d.f}{a.c.e}$, gestattet uns aber, wie im ersten Hauptstücke schon bemerkt worden ist, für verschiedene Buchstaben auch eine und dieselbe Zahl zu wählen. Wir setzen nun in den Hexagrammen Kien und Kouen für jeden der sechs Buchstaben die Zahl 3 und erhalten für das erstere Hexagramm so die positive Potenzzahl $\frac{729}{1}$, für das zweite aber die negative Potenzzahl $\frac{1}{729}$. Diesen beiden Rationen entsprechen wenn $d = 1$ gesetzt wird die imaginären Tonstufen *gis* und beziehlich *As*. Eben diese sind es, welche als Zeugertöne genommen werden müssen, wenn alle Haupt- und Nebenstufen aus den fortschreitenden Ganzzahlen und Bruchwerthen der Ober- und Unterharmonikalen eines Reihenpaares hervorgehen sollen. In den Hexagrammen Wei-ki und Ki-ki wollen wir für a, c, e, jedesmal 2, für b, d, f, jedesmal 3 setzen. So erhalten wir für $\frac{a.c.e}{b.d.f}$ die Ration $^8/_{27}\,F$, für $\frac{b.d.f}{a.b.c}$ aber die Ration $^{27}/_8\,\bar{h}$. Es würde diese Behandlung der Hexagramme Wei-ki und Ki-ki also auf diejenigen Klangstufen hinweisen, welche den Anfangs- und den Endton bilden der aus den sieben natürlichen diatonischen Stufen zu entwickelnden Quintenfolge des platonischen Gebildes.

Wir glauben die harmonikale Bedeutsamkeit der Zahl 27 durch das Gesagte hinreichend nachgewiesen zu haben. Die Gewohnheit der Harmoniker des Alterthums die Entwickelung ihrer Abacus-Tafel bis zur sieben und zwanzigsten Reihe fortzusetzen, deren Radulph von Laon gedenkt, scheint hiernach wohl als ein bestärkendes Anzeichen angeführt werden zu dürfen für die Vermuthung, dass die Art der Einrichtung und die wahre Bestimmung der gedachten Tafel eine zahlenharmonikale und vorwiegend musikalische gewesen ist. Im folgenden Hauptstücke soll auch eine Deutung versucht werden der bei Gerbert vorkommenden Worte: via rationis... ad collectionem intervallorum et distributionem *in actualibus geometrici radii secundum inclinationem et erectionem* — deren Ergebniss zur Bekräftigung der angedeuteten Vermuthung wohl stärkere Gründe noch an die Hand liefern möchte, als das im Obigen über die Zahl 27 Vorgetragene.

So gelangen wir denn schliesslich zu dem Resultate, unsere Auffassung des allerdings der Aufhellung noch sehr bedürfenden Gegenstandes dahin zu formuliren, dass die Einrichtung des Abacus und die wahre Bestimmung und Weise seines Gebrauches zur Zeit des Boëthius längst vergessen waren, dass aber Andeutungen und eine unzusammenhängende, nur auf Einzelnes mehr sich beziehende, dunkle Ueberlieferung in Betreff dieser graphischen Darlegung zahlenspeculativer und harmonikaler Lehrsätze der alten Schule in der Erinnerung der Menschen sich erhalten hatten.

Wir stehen nicht an desgleichen auch die vielleicht allzu kühne Vermuthung auszusprechen,

dass unabhängig von den Schriften des Boëthius, aus welchen das Mittelalter sein sonstiges Wissen in harmonikalen Dingen des Alterthumes fast ausschliesslich schöpfte, noch auf irgend einem anderen uns unbekannten Wege den Abacisten des 11. bis 13. Jahrhunderts Ueberlieferungen über gewisse Eigenschaften und Beziehungen der Abacus-Tafel zugekommen sind, vermöge deren diese Männer zwar nicht zu einer erschöpfenden Erkenntniss der betreffenden Lehrsätze gelangten — was unter allen Umständen schon wegen des unentwickelten Standpunktes des musikalischen Wissens und der mit der Musik verschwisterten anderen exacten Wissenschaften jener Zeit eine völlige Unmöglichkeit blieb — wohl aber eine dem Wesen der Sache näher kommende Vorstellung von der Beschaffenheit und Bedeutung der alt-pythagorischen Lambdoma-Tafel der Zahlengrössen und der Abstände besassen, als Boëthius selbst aus den ihm zugänglichen, lediglich alexandrinischen Quellen zu schöpfen vermocht hat.

Viertes Hauptstück.

Die geometrischen Eigenschaften der aus dem Lambdoma entwickelten Tafel. Es zeigt sich in derselben der Stern eines durch die Radien der wiederkehrenden Rationen eines und desselben Intervalls gebildeten Strahlenbündels. Bei den Gnostikern ist von einem „Sterne des Pleroma's" die Rede, in Verbindung mit allegorischen Zahlenspielen, welche auf eine theilweise Bekanntschaft mit pythagorischen Theoremen und mit den harmonikalen Symbolen theosophisch-kosmologischen Inhaltes der hebräischen Weisheitslehre hinweisen. Versuch einer Darstellung des Kosmos-Diagrammes der Pythagoreer nach Anleitung der Aussprüche des Buches J^e^zirah. Für die Geschichte der neueren Entwickelung der Geometrie erscheint die Lehre vom harmonischen Strahlenbündel und der harmonisch geschnittenen Transversale von hervorragender Bedeutung nachdem die Neubegründer dieses Zweiges der mathematischen Wissenschaft die systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander und insbesondere die Lehre von den Kegelschnitten im Anschlusse an die Lehrsätze vom enharmonischen Verhältnisse auf die Betrachtung des harmonischen Strahlenbündels und der harmonischen Proportionalität gegründet haben. Systeme parabolischer Curven treten auf verschiedene Weise auch in der Intervallentafel des Lambdoma's und des Abacus hervor.

„Wo warest du, als ich die Gründe der Erde legte? Sag's an, wenn du Einsicht davon hast. Wer setzte ihre Maasse, wenn du es weisst? oder wer spannte über sie die Messschnur? In welche Stütze sind ihre Füsse eingesenkt? Oder wer gründete ihren Eckstein? Als die Morgensterne allzumal jubelten, und alle Söhne Gottes jauchzten?" Hiob 38, 4—7.

Wir haben im vorigen Hauptstücke bei der Betrachtung der aus dem Lambdoma entwickelten Intervallen-Tafel es besonders hervorgehoben, dass die Rationen der nach der Reihenfolge der vollkommnen und unvollkommnen Consonanzen, ferner der dissonirenden diatonischen Stufen, so wie weiterhin der chromatischen und endlich der enharmonischen Halbstufen und Nebenstufen um den Stammton $^1/_1$ *c*, dem Nähegrad ihrer Verwandtschaft mit demselben entsprechend, sich gruppirenden Intervalle, nachdem sie allemal zuerst mit dem aus ihren relativen Primzahlen hervorgehenden Ausdrucke in das Schema eingetreten sind, nach einem erkennbaren bestimmten Gesetze in den weiteren so und so vielsten Verticalreihen in Ausdrücken sich repro-

duciren, die aus der Folge der Multipeln jener Primzahlen gebildet werden. Wir sahen solchergestalt die Ober- und Unteroctave jedesmal nach Ueberspringung der je nächsten, nemlich der aus den ungraden Ganzzahlen und Brüchen mit ungraden Theilern der beiden äusseren Hauptreihen entspringenden Reihen sich in der zweitfolgenden Verticalreihe wiederholen. Die Ober- und beziehlich Unterquinten und Duodecimen der dritten Verticalcolumne finden in Multipelzahlen ihrer Primzahlen ausgedrückt sich wieder in der 6ten, 9ten, 12ten u. s. w. Columne, d. h. in allen denjenigen Verticalreihen deren Ordnungszahl, wenn von $^1/_1\,c$ an gezählt wird, eine durch 3 theilbare Zahl darstellt. Ebenso die Ober- und Unterquarte und Ober- und Unterdoppeloctave in allen Columnen deren Ordnungszahl durch 4 theilbar ist; die grossen Ober- und Unterterzen und Ober- und Unterdecimen in den Columnen deren Ordnungszahl ein Vielfaches von 5 darstellt u. s. w. Dabei zeigt sich für jedes einzelne Intervall auch eine feste Regel in Beziehung auf die Anzahl quadratischer Maschen des Netzes um welche allemal in der neuen Verticalreihe die horizontale Lage des Ausdruckes für ein bestimmtes Oberintervall aufwärts, diejenige aber für ein Unterintervall abwärts fortschreitet. So steigen die sich wiederholenden Ausdrücke für die Octave und Unteroctave jedesmal um eine Horizontalreihe höher hinauf oder beziehlich tiefer hinab. Ebenso die Quarten und Quinten. Die Duodecimen steigen und fallen um zwei Horizontalreihen. Die Doppeloctaven um drei u. s. w. Eine nothwendige Folge hiervon ist, dass jede Verbindungslinie welche durch die Mittelpunkte der von den äquivalenten Ausdrücken der Ration eines und desselben bestimmten Intervalls eingenommenen Maschen hindurchgeht, eine ungebrochene, unter einem bestimmten Winkel schräg die ganze Tabelle durchlaufende grade Linie sein wird, alle einzelnen durch die Serien der Ausdrücke verschiedener Intervalle hindurchgehenden schrägen Querlinien der Tafel aber in einem und demselben Punkte, nemlich in der Mitte derjenigen quadratischen Masche sich treffen müssen, welche in der Horizontalmittelreihe der Rationen des Primtones den eigentlichen Anfang macht wenn wir — wie in dem Diagramme auf S. 137 und in Figur I sowohl als II der Tafel Nr. I der Anlagen geschehen ist — den Ausdrücken für die Einheit $^1/_1\,c = {}^2/_2\,c = {}^3/_3\,c = {}^4/_4\,c$ u. s. w. noch den imaginären Ausdruck $^0/_0\,c$ voranschicken und von diesem Nullpunkte aus der als ein Symbol des unergründlichen Anfangs aller Grösse gelten möge und den Eckstein gleichsam des Gebäudes versinnbildet, die Eintheilung und Abzählung der Linien und ihrer Maasse beginnen. Da nemlich die Anzahl der einander gleichen quadratischen Maschen um welche die äquivalenten Ausdrücke eines bestimmten Intervalls nach rechts in horizontaler Richtung fortrücken zu derjenigen um welche diese Ausdrücke in verticaler Richtung jedesmal in den nachfolgenden Columnen sich aufwärts oder beziehlich abwärts verschieben in einem constanten Verhältnisse steht, so folgt hieraus, dass ein Gleiches auch gelten wird in Betreff des Verhältnisses der aus diesen Differenzen sich zusammensetzenden Längen der horizontalen Entfernungen vom Nullpunkte $^0/_0\,c$ zu den verticalen Abständen äquivalenter Ausdrücke von der horizontalen Mittellinie des Diagrammes. Weil aber die horizontale Mittellinie des Primtones von welcher aus und an welcher die Messungen jener zwiefachen Abstände stattfinden eine gerade ist und die verschiedenen Verticalreihen unter sich parallel laufen, so geht vermöge eines bekannten Lehrsatzes der elementaren Geometrie hieraus hervor, dass die dritten Seiten der einander ähnlichen, ihrer Lage nach durch die Dimensionen jener Abstände und den gemeinsamen Eckpunkt $^0/_0\,c$ bestimmten ins Unendliche sich mehrenden und wachsenden Dreiecke für jedes Intervall nothwendig jedesmal in eine grade, unter einem bestimmten Winkel sämmtliche Verticallinien durchschneidende Linie fallen müssen. Aus diesen gradlinigten Strahlen — man dürfte sehr wohl für dieselben sich des bei Gerbert vorkommenden Ausdruckes „geometrische Strahlen“

(radii geometrici) bedienen — sammelt um den Eckpunkt als Null- und Anfangspunkt des ganzen Gebildes sich ein Stern, den man den Stern des Pleroma's nennen könnte*). Das Spiel der Winkel, welche diese Strahlen unter sich und mit der horizontalen Mittellinie des Primtons bilden, zeigt in seinen Abstufungen dann einen Climax „der Hebungen und Senkungen des geometrischen Strahles", vermöge dessen die im vorigen Hauptstücke erwähnten Worte Gerbert's Anwendung auf dies Gebilde finden könnten: „Habes ergo viam rationis ad collectionem intervallorum et distributionem in actualibus *geometrici radii secundum inclinationem et erectionem* in speculationibus et actualibus simul plena fide comparatam".

Dem bunten Gemische phantastischer Dichtungen und synkretistischer Combinationen bis zur Unkenntlichkeit entstellter christlicher Lehren mit orientalischen Theosophien und mit Bruchstücken griechischer philosophischer Systeme, welches die Geschichte der Häresien der ersten christlichen Jahrhunderte unter dem Gesammtnamen des Gnosticismus zusammenfasst, lag wie bekannt, so weit hierbei von philosophischen Doctrinen die Rede ist, vorzugsweise eine Benutzung pythagorisch-platonischer, der herrschenden eclectischen Geistesrichtung jener Zeit nach der Weise des Philo angepasster Lehrmeinungen zum Grunde. Neben gewissen, unter der schlecht verhüllten Lüge einer für die willkührlichste Behandlung der heiligen Urkunden des christlichen Glaubens in Anspruch genommenen geheimen Tradition vorgeblich apostolischer Abkunft gefälschten Dogmen des Christenthums bildeten mit dualistischen Lehren persischer oder gar buddhistischer Färbung vermischte Sätze der eben damals unter den Händen der Rabbinen seit Akiba ihrer Ausartung mehr und mehr entgegen gehenden hebräischen Kabbalah, philonisch-platonische Ideen über Weltharmonie, möglicher Weise auch einige unbestimmte Ueberbleibsel älterer vollends sich verdunkelnder ägyptischer Geheimlehren, so wie die aus ihrem Zusammenhange gerissenen Zahlenphilosopheme der pythagorischen Schule, die vielgestaltigen Bestandtheile, aus welchen die Irrlehren der hellenistischen Gnostiker des 2. Jahrhunderts, die Systeme nemlich des Alexandriners Karpokrates, des aus Syrien stammenden in Alexandrien lehrenden Basilides, und des dort gebildeten, in Rom für die Verbreitung der Lehre thätigen Valentinus und ihrer Schüler sich zusammensetzten. Aus dem Contacte dieser Elemente ging unter dem Vorgeben eine reifere Gestalt des christlichen Bewusstseins zu sein jene verderbliche Scheinweisheit hervor, die eines Erschliessens der Tiefen der Gottheit und der Vermittelung eines fast göttlichen Wissens sich rühmte, unter ihren Anhängern aber nur zu einer pseudo-idealistischen Verflüchtigung der historischen Wahrheit und Wirklichkeit des Christenthumes geführt hat und vermöge der verkündeten Autonomie des Subjectes auf dem Gebiete des ethischen Lebens in einigen Verzweigungen dieser Irrlehre unter Aufstellung des Satzes: Gebet dem Geiste was des Geistes und dem Fleische was des Fleisches ist, dem Zeugnisse des h. Irenäus zufolge, trotz aller scheinbar spiritualistischen Theorien, zur Ursache der entschiedensten und äussersten sittlichen Entartung geworden ist.

An die Spitze ihres Systemes stellte die unter Basildes und Valentinus zu ihrer vollen Ausbildung gelangte alexandrinische Gnosis den Begriff eines unaussprechlichen Urwesens, einer

*) Wir haben im Diagramme auf S. 137 die beginnende Strahlenbildung dieses Sternes durch punktirte Linien angedeutet. Auf Tafel I der Anlagen, welche wir zu vergleichen bitten, Figur I und II, ist dasselbe durch Einzeichnung rother Linien geschehen. Der Stern ist dort noch um die Strahlen der Ober- und Unterquarte, der grossen und der kleinen Ober- und Unterterze, ebenso der beiden Ober- und Untersexten, der grossen Ober- und Unterdecime und der Ober- und Unterdoppeloctave vermehrt worden. Die weitere Entwickelung des Diagrammes bedarf wohl nicht einer besonderen graphischen Darlegung.

anfangslosen durch sich selbst seienden Tiefe der Gottheit, welche bei Basildes als θεὸς ἄῤῥητος und ὁ οὐκ ὢν θεὸς (das אין Ajin — beziehlich der אין־סוף Ain-soph der rabbinischen Kabbalah) bezeichnet, bei Valentinus βυθὸς und προαρχή-προπάτωρ genannt wird*). Wir werden unschwer in diesem Begriffe eine Nachbildung des B^elimah, so wie des Mi und Mah, d. i des Nicht-was, des Unendlichen, und des Wer? und Was? der esoterisch-speculativen hebräischen Ueberlieferung erkennen — eine nachahmende Umschreibung also des Begriffes der in der Erhabenheit und Tiefe ihres ursprünglichen Seins gedachten noch unoffenbarten Gottheit. Nicht minder erinnert dieser Anfang der gnostischen Aeonenreihe an die theosophische Allegorie welche in der altägyptischen Geheimlehre unter der mythologischen Type eines Gottes Amun sich verbirgt, so wie an die vor ihrem Offenbarwerden in der Hypostasirung als Tai-ki *(magnus terminus)* unter dem Begriffe Ou-ki *(sine termino)* aufgefasste Kraft des höchsten Herrn des Himmels und der Erde Chang-ti der in so wunderbarer Reinheit uns entgegentretenden ältesten Gotteslehre und Schöpfungslehre der Chinesen.

Den ernst-erhabenen Gedanken der uralten Weisheitslehre hüllt die häretische Gnosis der Valentinianer dann aber sofort in den verwirrenden Bilderschmuck einer mythisch-phantastischen Dichtung. Die Tiefe der Gottheit selbst, Bythus, wird mannweiblich gesetzt, als seine weibliche Seite σιγή, das Schweigen in welches die leere gestaltlose Ewigkeit des Urgrundes gehüllt war (wofür auch wohl χάρις steht), demselben zugesellt. Nur mittelbar, in einer Aeonenreihe nemlich verbundener Zweiheiten (συζύγιαι), tritt nach gnostischer Lehre das im Urwesen verschlossene Leben, als zeugendes und empfangendes Princip der Ehe Urbild darstellend, in die Erscheinug. Aus Bythus und Sige — diese auch wohl ἔννοια, Wissen, genannt — entspringt das eingeborne Selbstbewusstsein der Gottheit, νοῦς μονογενής, dem als Gattin, mit ihm die zweite Syzygie — oder wenn βυθός als Monas aufgefasst und aus der Reihe der Zweiheiten ausgeschlossen gedacht wird**) die erste Syzygie bildend — ἀλήθεια, die Wahrheit als Inbegriff der Ideen, beigegeben ist. Von dieser Syzygie werden λόγος, das Wort, und ζώη, das Leben, gezeugt; aus Logos aber und Zoë gehen als ein neues Paar dann ἄνθρωπος, das Urbild des Menschen, und ἐκκλησία, das ideale Reich der geistigen Versammlung (entsprechend dem מלכות, Malchut, der hebräischen Kabbalah), hervor. In dieser Ogdoas schliesst sich dann der erste und höchste Aeonenkreis der Valentinianer ab, von welchem als Hypostase aller gewordenen Dinge erst eine zweite Emanation beginnt. Wie der h. Irenäus bezeugt nahmen aber die vier ersten Glieder: Bythus nemlich sammt der Sige, und die von ihnen gezeugten Nus und Aletheia, in dieser Achtheit wieder eine besondere Stelle ein. Es behaupteten die Anhänger des Valentinus dass in diesen vier Begriffen die Bedeutung und das eigentliche Wesen der den Urgrund und Anfang aller Zeugung darstellenden pythagorischen Tetraktys beschlossen sei, welche auch von ihnen die Wurzel aller Dinge genannt wurde***).

*) Der Ausdruck βυθὸς erinnert an den Ausspruch des Buches J^ezirah (Cap. 1 Abschn. 5): „Zehn Zahlen ausser dem Ohnewas, ihre Maasse zehn, deren keine Gränze ist; Tiefe (עימק) des Anfangs, und Tiefe des Endes; Tiefe des Guten, und Tiefe des Bösen; Tiefe der Höhe und Tiefe drunten; Tiefe des Aufgangs, und Tiefe des Niedergangs; Tiefe der Mitternacht, und Tiefe des Mittags; ein einiger Herr, Gott, ein beständiger König, herrscht über sie alle, aus seiner heiligen Wohnung, bis in die ewigen Ewigkeiten“ (עד עדי עד).

**) Zufolge Hippolytus Philosoph. VI, 31 scheint Valentinus nemlich den Bythus als Monas, die Sige aber als eine blosse Verneinung, und so den ersteren als ausserhalb der Aeonenreihen stehend aufgefasst zu haben.

***) Irenäus Adv. Heres. L. 1 c. 1 §. 1: καὶ εἶναι ταύτην πρῶτον καὶ ἀρχέγονον Πυθαγορικὴν τετρακτὺν, ἣν καὶ ῥίζαν τῶν πάντων καλοῦσιν· ἔστι γὰρ Βυθὸς καὶ Σιγὴ, ἔπειτα Νοῦς καὶ Ἀλήθεια. Nach einer im gleich Folgenden

Um den vollkommnen Vater durch eine vollkommne Zahl von Aeonen zu verherrlichen erzeugten Logos und Zoë die Dekade der zehn Aeonen (deren uns weiter nicht interessirende Namen sich bei Irenäus am bezeichneten Orte finden); Anthropos aber und Ecclesia brachten die minder vollkommne Zahl von zwölf Aeonen hervor, deren letzte Syzygie Theletos, der Ersehnte, und dessen Gattin Sophia, die Weisheit, sind*). So existiren einschliesslich der ursprünglichen Ogdoas denn dreissig Aeonen in fünfzehn Syzygien mit dem Vater, welche zusammen das πλήρωμα der unsichtbaren himmlischen Welt bilden**).

Der absoluten Fülle des πλήρωμα***) steht von Ewigkeit her die wesentliche Leere des κένωμα gegenüber. Im Dunkel dieses letzteren gab Sophia, die jüngste und schwächste der Aeonen, einem ausserhalb des Lichtreiches des πλήρωμα gewordenen unreifen Wesen, der misgestalteten Achamoth†) nemlich, in unzeitiger Geburt das Dasein, nachdem sie, getrieben von dem ungezügelten Verlangen den Vater welchen nur der Nus erfasst in seiner Nähe zu erkennen, von ihrem Gatten Theletos sich abwendend die Ordnung und selige Harmonie der Aeonenwelt gestört. Um diese wieder herzustellen und das Band des Pleroma's fester knüpfend jede fernere ähnliche Störung zu verhindern, erzeugte Nus die Syzygie des oberen Christus (ἄνω χριστοῦ) und des heiligen Geistes (ἁγίου πνεύματος), wovon der Erstere die Aeonen über des Vaters unergründliches Wesen und ihre eigene Beschränktheit belehrt, der Letztere, eine Gleichheit des Wesens der einzelnen Aeonen und Aeonenpaare und eine völlige Ruhe unter denselben herbeiführend, sie zum Danke gegen den Vater auffordert. So wieder hergestellt

bei Irenäus vorkommenden Zählweise wäre eine andere Tetraktys auch aus den sonst die nämliche Seite der vier Syzygien der Ogdoas darstellenden Begriffen Bythus, Nus, Logos und Anthropos gebildet worden, wobei diese dann aber als mannweiblich und somit auch die vier Begriffe der anderen Seite in sich schliessend gedacht wurden; so dass in ihnen wieder die urzeugende Achtheit als Wurzel und Hypostase aller Dinge enthalten gewesen wäre: καὶ εἶναι ταύτην ἀρχέγονον Ὀγδοάδα, ῥίζαν καὶ ὑπόστασιν τῶν πάντων, τέτρασιν ὀνόμασι παρ' αὐτοῖς καλουμένην Βυθῷ, καὶ Νῷ, καὶ Λόγῳ, καὶ Ἀνθρώπῳ· εἶναι γὰρ αὐτῶν ἕκαστον ἀρρηνόθηλυν· κ. τ. λ.

*) Die harmonikale Bedeutung und der musikalische Ursprung dieser Zahlen, deren erstere in der pythagorischen Dekas und in den zehn S^ephiroth der hebräischen Kabbalah ihr Vorbild findet, während die Dodekas der zweiten Aeonenreihe als solche wohl aus den „Maassen der zwölf Einfachen" und den „zwölf Gränzen" des Buches J^ezirah hervorgegangen sein möchte, kann erst weiter unten, in den vom Systeme der altgriechischen Tonarten und von der hebräischen Tonschrift des Buches J^ezirah handelnden Hauptstücken dargelegt werden. Dass die Gnostiker und insbesondere die Valentinianer in ihren Speculationen gleich den Pythagoreern von bestimmten typischen Zahlen auszugehen pflegten erwähnen Irenäus (Lib. 1 c. 1 §. 5) und Hippolytus (VI, 34) ausdrücklich. Der letztere bemerkt in dieser Beziehung: ἀριθμητικὴν ποιούμενοι τὴν πᾶσαν αὐτῶν διδασκαλίαν, ὡς προεῖπον ἐντὸς πληρώματος αἰῶνας τριάκοντα, πάλιν ἐπιπροβεβηκέναι αὐτοῖς κατὰ ἀναλογίαν αἰῶνας ἄλλους, ἵν' ᾖ τὸ πλήρωμα ἐν ἀριθμῷ τελείῳ συνηθροισμένον.

**) Schliesst man den Bythus, als Monas, sammt der Sige am Anfange der Aeonenreihe aus, so muss zur Ergänzung der Zahl der fünfzehn Syzygien, wie Hippolytus bemerkt, am Schlusse Χριστὸς und τὸ ἅγιον Πνεῦμα als eine Syzygie gedacht und als solche mitgezählt werden.

***) Der von den Gnostikern auf so ungeheuerliche Weise misbrauchte Ausdruck πλήρωμα hat im Sinne der wahren und unverfälschten christlichen Lehre seine Heiligung durch den Apostel Paulus empfangen, der im Kolosserbriefe (2, 8—10) auf den Heiland hinweisend sagt: Videte, ne quis vos decipiat per philosophiam, et *inanem* fallaciam secundum traditionem hominum, secundum elementa mundi, et non secundum Christum, *quia in Ipso habitat omnis plenitudo Divinitatis corporaliter;* et estis in Illo *repleti*, qui est caput omnis principatus et potentiae (βλέπετε μή τις ὑμᾶς ἔσται ὁ συλαγωγῶν διὰ τῆς φιλοσοφίας καὶ κενῆς ἀπάτης κατὰ τὴν παράδοσιν τῶν ἀνθρώπων, κατα τὰ στοιχεῖα τοῦ κόσμου καὶ οὐ κατὰ Χριστόν, ὅτι ἐν αὐτῷ κατοικεῖ πᾶν τὸ πλήρωμα τῆς θεότητος σωματικῶς (καί ἐστε ἐν αὐτῷ πεπληρωμένοι), ὅ ἐστιν ἡ κεφαλὴ πάσης ἀρχῆς καὶ ἐξουσίας).

†) Der Name ἀχαμὼθ ist aus dem hebräischen Worte חָכְמוֹת, und dem α privativum gebildet und wird durch ἡ σοφία ἔξω erklärt. Statt desselben wird auch die Bezeichnung ἐνθύμησις gebraucht. Im Buche Hiob (26, 3) kömmt für Unweisheit der Ausdruck חָכְמָה לֹא vor.

preiset das Pleroma in seiner Gesammtheit mit grosser Freude den Vorvater und bringt einmüthig, indem jeder einzelne Aeon was in ihm Herrlichstes und Blühendstes enthalten ist nach dem Willen Christi und des heiligen Geistes zu dem Ende hingibt, in harmonischer Verflechtung und einigender Zusammenstimmung zur Ehre und Verherrlichung der unerforschlichen Tiefe (Bythus) als die höchste Vollendung der Schönheit und als das Gestirne des Pleroma's die vollkommne Frucht Jesus hervor, auch Erretter genannt, und Christus und Logos vermöge der Benennung vom Vater her, und Allheit der Dinge, weil aus Allen er das Sein hat, dem dann Engel gleichartigen Ursprunges zur eigenen Ehre gleichsam als Leibwache beigegeben werden*).

Indem die Gnostiker hier für den Heiland — auf ihre Weise freilich — sich des Sinnbildes des Sternes bedienen folgen sie einer uralten Symbolik, deren Anwendung in den heiligen Schriften gefunden wird sowohl des neuen wie des alten Bundes. Die heiligen drei Weisen aus dem Morgenlande bezeichnen bei ihrer Umfrage nach dem neugebornen Könige der Juden den wunderbaren Stern der sie auf übernatürliche Weise geführt, gleichsam auf eine auch in ihrem Heimathlande noch fortlebende und von ihnen als allbekannt vorausgesetzte prophetische Ueberlieferung hindeutend, als den Stern des Erwarteten: Ecce, Magi ab oriente venerunt Jerosolymam, dicentes: Ubi est, qui natus est rex Judaeorum? Vidimus stellam *ejus* in oriente, et venimus adorare eum**). Eine Bedeutung gleichen Sinnes ist dem: Orietur *stella ex Jacob****) — im Munde des vom Moabiterfürsten zur Verfluchung Israels gedungenen Bileam beizulegen, der nach der wunderbaren Erscheinung des Engels in jene segnenden Worte ausbricht, welche die h. Väter einstimmig auf die einstige Erscheinung des künftigen Erretters Israel's nicht nur sondern des ganzen gefallenen Menschengeschlechtes beziehen.

Aus den Berichten bei Irenäus und Hippolytus geht also, wie wir sehen hervor, dass bei den Gnostikern das durch die alten Ueberlieferungen geheiligte Symbol des Sternes in Verbindung mit der Vierzahl der Pythagoreer und mit anderen der harmonikalen Arithmetik des Alterthums entnommenen typischen Zahlen gebracht worden ist. Die angeführten Worte des h. Irenäus (ἁρμοδίως πλέξαντες ἐμμελῶς ἑνώσαντες ...) zeigen insbesondere noch dass das Pleroma, von dessen Sterne die Rede ist, so wie die Gaben seiner Aeonen einem „harmonischen Flechtwerke" verglichen werden, dessen „der rechten Tonweise entsprechende Einigung" als „die Blüthe der vollendetsten Schönheit" und als „vollendete Frucht" dieser Blüthe (τελειότατον κάλλος, τέλειον καρπὸν) den „Stern des Pleroma's" (ἄστρον τοῦ Πληρώματος) hervorbringt, welchen die Gnosis mit den heiligen Namen Ἰησοῦς und Σωτὴρ, Χριστὸς und Λόγος bezeichnete, aber auch, wie wir aus derselben Stelle ersehen, τὰ Πάντα genannt hat. Es erwähnt nun aber Jamblichus in seinem Commentare zur Arithmetik des Nikomachus†), dass die durch Ein-

*) Irenäus L. I c. 1 §. 4: ἕνα ἕκαστον τῶν Αἰώνων, ὅπερ εἶχεν ἐν ἑαυτῷ κάλλιστον καὶ ἀνθηρότατον συνενεγκαμένους καὶ ἐρανισαμένους, καὶ ταῦτα ἁρμοδίως πλέξαντες, καὶ ἐμμελῶς ἑνώσαντες, προβαλέσθαι προβλήματα εἰς τιμὴν καὶ δόξαν τοῦ Βυθοῦ, τελειότατον κάλλος τε καὶ ἄστρον τοῦ Πληρώματος, τέλειον καρπὸν τὸν Ἰησοῦν, ὃν καὶ Σωτῆρα προσαγορευθῆναι, καὶ Χριστὸν, καὶ Λόγον πατρωνυμικῶς, καὶ Πάντα, διὰ τὸ ἀπὸ πάντων εἶναι· δορυφόρους τε αὐτῷ εἰς τιμὴν τὴν αὐτῶν ὁμογενεῖς Ἀγγέλους συμπροβεβλῆσθαι. Auch in Tertullian's Streitschrift gegen die Valentinianer wird von den letzteren gesagt: „In honorem et gloriam patris, pulcherrimum pleromatis sidus, fructumque perfectum compingunt Jesum" (adv. Valent. 12).

**) Matth. 2, 1. 2.

***) Numeri 22, 23—35; 24, 17.

†) In Nicom. arithm. p. 167 Tennul.: Δέκα δὴ τῶν πασῶν ἡμῖν ἀναφανεισῶν μεσοτήτων, οὐδὲ τὸ τυχὸν ἐγκώμιον ἔσται τῆς δεκάδος, καὶ τοῦτο πρὸς τὸ μηδένα τέλειον λόγον ἐκφυγεῖν αὐτὴν, ἀλλ ὡσανεὶ δεχάδα τινὰ οὖσαν, τοὺς

schaltung der arithmetischen, harmonischen und geometrischen Medietäten verschiedener Ordnung aus der pythagorischen Tetraktys 6 : 8 = 9 : 12 entwickelte Dekas-Formel der drei harmonikalen Proportionen, deren nähere Betrachtung uns in den folgenden Hauptstücken obliegen wird, im Alterthume die Benennungen τὸ Πᾶν, und Ὅλον und Οὐρανὸς getragen habe. In Uebereinstimmung hiermit wird im Buche J^{e}zirah in einer von uns bereits angeführten Stelle, nachdem vorher die Zahlen 7 und 3 (welche zusammen die Dekas der zehn S^{e}phiroth bilden, der Welt, dem Jahre und der Seele, und wiederum dem Feuer, dem Wasser und dem Hauche, und sodann dem Drachen, dem Kreise (der Ekliptik, oder des Aequators?) und dem Herzen (d. i. dem Mittelpunkte der Welt: *cor* est magnus terminus sagt ein chinesischer Weise) und beziehlich den sieben Sternen in der Welt — die s. g. zwölf einfachen Zahlen aber den zwölf Gränzen der (kosmischen) Durchmesser (über diese am geeigneten Orte das Nähere) und den

τῶν ὄντων ἁπάντων λόγους εἰς ἑαυτὴν ἀναδεχέσθαι, καὶ διὰ τοῦτο Πᾶν καὶ Ὅλον καὶ Οὐρανὸν πρὸς τῶν παλαιῶν ἐπονομάσθαι. Aus einem bei Stobäus Ecl. I. 16, 7. S. 360 Heeren) aufbewahrten Bruchstücke des Philolaos, welches wie am geeigneten Orte gezeigt werden wird sich ebenfalls auf die aus der Tetraktys 6 : 8 = 9 : 12 entwickelte Dekasformel der Proportionentafel der Pythagoreer bezieht, ersehen wir, dass für diese letztere auch die symbolische Bezeichnung Κόσμος gebraucht wnrde. Plutarch De Isid. c. 76 bedient sich des Namens Κόσμος für die Tetraktys der Schwurformel der Pythagoreer, gleichzeitig dieselbe auch durch die Worte τὰ ἓξ καὶ τριάκοντα bezeichnend. Die angeführte Stelle lautet nemlich: ἡ δὲ καλουμένη τετρακτύς, τὰ ἓξ καὶ τριάκοντα, μέγιστος ἦν ὅρκος, ὡς τεθρύλληται, καὶ Κόσμος ὠνόμασται, τεσσάρων μὲν ἀρτίων τῶν πρώτων, τεσσάρων δὲ τῶν περισσῶν εἰς τὸ αὐτὸ συντιθεμένων ἀποτελούμενος. Dafür dass die Tetraktys der Schwurformel (wir haben deren Worte bereits S. 96 Note ** angeführt) identisch mit der Tetraktys der Proportionenformel war, liegen die unwidersprechlichsten von uns am geeigneten Orte beizubringenden Beweise vor. Plutarch's Bezeichnung dieses Symboles durch den Zahlenausdruck „die Sechs und dreissig" — findet ihre Rechtfertigung in folgendem esoterischen Zahlenspiele. Addirt man die vier relativen Primzahlen der Tetraktysformel der Harmonia perfecta maxima 6 : 8 = 9 : 12 zu einander, so erhält man als Summe die Zahl 35, welche zugleich die Summe der Kuben der ersten beiden Primzahlen 2 und 3 (da $2^3 + 3^3 = 35$ ist) darstellt und ebenso der Summe gleich ist der drei ersten s. g. vollkommnen Zahlen 1, 6 und 28. Von dieser Zahl 35 wird in den Theolog. arithm. c. 7, περὶ ἑπτάδος, Ast S. 47, gesagt: οἱ Πυθαγορικοί, δι' ἀριθμητικῶν λόγων καὶ διαγραμμάτων τὴν ἔφοδον ποιούμενοι τοὺς ἀπὸ τῶν δύο ἐλαχίστων ἀριθμῶν πυθμένας κύβους τοῦ τε $\overline{\beta}$ καὶ τοῦ $\overline{\gamma}$ τὸν $\overline{\eta}$ καὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$ συντιθέντες ποιοῦσι τὸν $\overline{\lambda\epsilon}$, ἐν ᾧ μάλιστα συμβέβηκε τοὺς τῶν συμφωνιῶν ὁρᾶσθαι λόγους, δι' ὧν ἡ ἁρμονία τελειοῦται ἁρμονιῶν δὲ ἀρίστη, πάντων ἐπιδεκτικὴ τῶν συμφώνων λόγων, ἡ κατὰ τὸν $\overline{\lambda\epsilon}$ ἀριθμόν, ὃς οὐ μόνον εἰς στερέωσιν καὶ τελειότητα τοῖς προλεχθεῖσι δυσὶ κύβοις τριχῆ διαστατοῖς ἰσάκις ἴσα ἰσάκις συμπληροῦται, ἀλλὰ καὶ τῶν πρώτων τριῶν τελείων τῶν τοῖς ἰδίοις μέρεσιν ἴσων, δυνάμει μὲν τοῦ $\overline{\alpha}$, ἐνεργείᾳ δὲ τοῦ $\overline{ϛ}$ καὶ $\overline{\kappa\eta}$ σύστημά ἐστι. Πρὸς δὲ τούτοις καὶ τῶν τὴν ἁρμονικὴν ἐπιδειξαμένων πυθμενικῶς θεωρίαν τῶν συμφωνιῶν σχέσεων ἁπασῶν, τοῦ $\overline{ϛ}$ καὶ $\overline{\eta}$ καὶ $\overline{\vartheta}$ καὶ $\overline{\iota\beta}$, συγκεφαλαίωμά ἐστι. Aehnliche zahlenspeculative Philosopheme über die Zahl 35 werden bei Plutarch De anim. procreat. p. 1017 und bei Macrobius I p. 37 gefunden. In der plutarchischen Stelle wird bei deren Darlegung unter anderen erwähnt, dass die Pythagoreer die Fünfzahl τροφὸς (Nährer, Erzieher, Amme [ἡ τροφὸς]) genannt hätten, welcher Ausdruck auch so viel wie φθόγγος (Stimme, Laut, Ruf, Schall) besage. Es hätten dieselben nemlich die fünfte Stufe für das erste vocale (mit Stimme, Ton, Sprache, Klang begabte) Intervall gehalten: οἱ Πυθαγορικοὶ τὰ μὲν $\overline{\epsilon}$ τροφὸν, ὅπερ ἐστὶ φθόγγον, ἐκάλουν· οἰόμενοι, τῶν τοῦ τόνου διαστημάτων πρῶτον εἶναι φθεγκτὸν τὸ πέμπτον. Die Beziehung dieser dunkeln esoterischen Aussprüche auf die unaussprechbare Wurzelgrösse (ῥίζα) des J^{e}chida (*unum, id ipsum*, τὸ αὐτὸ), B^{e}limah und T^{e}li, von welchem Mittelpunkte der Formel es in dem S. 96 Note * mitgetheilten Ausspruche der Theologumena arithm. heisst, dass durch seine Einfügung als fünftes Glied (als irrationale mittlere geometrische Proportionale) in den Vierklang der ἄρτιος- und περισσὸς-Primzahlen der Harmonia perfecta maxima 6 : 8 = 9 : 12 (beziehlich $^{72}/_{12} : {}^{72}/_{9} = {}^{72}/_{8} : {}^{72}/_{6}$) diese letztere zur geometrischen Symphonie werde, springt in die Augen. Wird die unaussprechbare und incommensurable Einheit dieser Wurzelgrösse aber symbolisch gleichsam durch die rationale Einheit 1 ausgedrückt und — in uneigentlicher Weise freilich — der Summe der realen vier relativen Primzahlen hinzugezählt, so wird aus 35 dann 36, und diesem Zahlenspiele dürfte wohl der Grund entnommen sein, weshalb esoterisch, wie Plutarch angibt, die Tetraktys der Zahlen der Harmonia perfecta maxima und der Schwurformel auch τὰ ἓξ καὶ τριάκοντα genannt wurde.

zwölf Sternbildern (der Ekliptik) verglichen worden sind, das Pfeilenkreuz des T^eli aber einem Könige auf seinem Throne, dieser Mittelpunkt des symbolischen Gebildes auch „die Kreuzung der Pfeile in der Welt“ (תלי בעולם, T^eli B^e Ôlam) genannt*). Befanden sich vielleicht, möchte man fragen, die in Syrien und in Aegypten aufgetretenen ersten Urheber der gnostischen Irrlehre noch im Besitze ausführlicherer älterer zahlenspeculativer und kosmologischer Darlegungen und Diagramme esoterischen Ursprungs, deren harmonikale technische Grundlage zwar in Folge der Vergessenheit in welche die sublimeren Zweige dieser Wissenschaft damals längst gerathen waren von ihnen nicht verstanden wurden, deren äussere Anordnung aber immerhin in gewissen Details der Entwickelung ihnen aus morgenländischen Quellen**) bekannt sein mochte, während eine solche Kunde in Betreff der hier zur Sprache kommenden Einzelnheiten den nur aus griechischen Quellen schöpfenden Arithmetikern und Harmonikern der neupythagorisch-platonischen Schule der Alexandriner deren Schriften auf uns gekommen sind fehlte? Die besondere Weise wie in den üppig wuchernden und phantastischen Allegorien der Gnostiker an ihre ausschweifenden theosophischen Träume ihre kosmogonische Dichtung in Bildern sich anreiht, welche ebenfalls einen kabbalistischen Ursprung und eine Verwandtschaft mit pythagorischen Symbolen verrathen, bestärkt uns wesentlich in der Annahme der Richtigkeit einer solchen Voraussetzung.

Es lässt die Lehre der Valentinianer nemlich das von der Sophia ausserhalb des Pleroma's im Dunkel des Kenoma's als eine unreife Misgestalt geborne Wesen zur Mutter der sichtbaren und beseelten Welt werden und zur Mutter des Demiurgen dieser letzteren und zwar auf folgende Weise. Damit Achamoth, da auch in ihr eine Ahnung ihrer höheren Abkunft wohnt, nicht von dem Dunkel und der Leere des Kenoma's verschlungen werde, erbarmet sich ihrer der obere Christus und bildet, ausgespannt am Kreuze, formend aus der ihm eigenen Kraft eine Form in der das Wesenhafte des Seins nicht aber auch dessen Erkenntniss enthalten ist***). Er sendet den ὅρος, der aus Bythus durch den Nus als ein Abbild des Vaters, mannweiblich wie dieser hervorging†), damit als das Theilende und Begränzende aber zugleich auch als das befestigende Band der Aeonenwelt derselbe die Achamoth gestalte und das Bewusstsein ihrer Abkunft in ihr wecke. Von heisser Sehnsucht ergriffen will diese hierauf dem Zurückkehrenden nacheilen, aber durch das Wort Ιαο an den unergründlichen Bythus und an die

*) Man vgl. das hierüber oben S. 95 Gesagte.

**) Auf einen Zusammenhang der gnostischen Speculationen mit gewissen der kosmologischen Zahlenharmonik entnommenen Symbolen der semitischen sowohl als der ältesten ägyptischen Lehre weiset auch der Umstand hin, dass die Sethianer, welche einen Zweig der gnostischen Secte der Ophiten bildeten, als Principien der Weltbildung das Licht und das Dunkel und in die Mitte von diesen den unvermischten Hauch setzten, als das Dunkle aber die Wasser des Abgrundes bezeichneten. So berichtet Hippolyt Philosoph. V, 19: αἱ δὲ τῶν ἀρχῶν φησὶν οὐσίαι, φῶς καὶ σκότος, τούτων δέ ἐστιν ἐν μέσῳ πνεῦμα ἀκέραινον· τὸ δὲ σκότος ὕδωρ ἐστὶ φοβερόν.

***) Die Worte bei Irenäus Lib. I c. 1 nr. 7 sind: . . . οἰκτείραντά τε αὐτὴν τὸν [ἄνω] Χριστὸν, καὶ διὰ τοῦ Σταυροῦ ἐπεκταθέντα, τῇ ἰδίᾳ δυνάμει μορφῶσαι μόρφωσιν τὴν κατ' οὐσίαν μόνον, ἀλλ' οὐ τὴν κατὰ γνῶσιν. Nach dem Sprachgebrauch der Gnostiker galt ihr Horos als Type für die Begriffe Gränze und Ende, als Sinnbild desselben in beiden Bedeutungen aber das Zeichen des Kreuzes. Im 20. Cap. des III. Buches bei Irenäus wird in dieser Beziehung einmal gesagt: Is, qui ab illis *affingitur* sursum Christus, superextensus *Horo;* id est *fini* und Theodoret erläutert: Χριστὸν ἐπεκτανθῆναι διὰ τοῦ Ὅρου καὶ Σταυροῦ καλουμένου.

†) Tertullian c. Val. 10: Ibi demum Pater, aliquando motus, quem supra diximus *Horon* per Monogem Nun in haec promit, in imagine sua, foemina-marem, quia de Patris sexu ita variant.

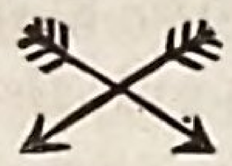
Sünde ihrer Geburt erinnert schrickt sie zurück. Befruchtet durch den Anblick des Horos wird sie zur Mutter des Demiurgen und der somatischen und psychischen Welt.

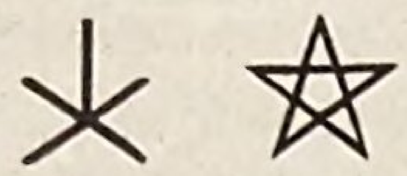
Wir bedienen uns für ὅρος (wörtlich: Gränze, Gränzstein, auch: Ziel, Endziel [τέλος], Regel, Richtschnur) hier neben der Umschreibung: das Theilende und Begränzende auch der Bezeichnung: das befestigende Band der Aeonenwelt. Unser Gewährsmann hierfür ist wieder Irenäus der in Nr. 6 des 1. Cap. 1. Buches anführt, dass die valentinianische Gnosis eine zwiefache Wirksamkeit ihrem Horos zuschrieb — eine befestigende und eine theilend-begränzende, aussagend von ihm dass eben in der Bedeutung als das Befestigende und Bestand Verleihende derselbe als Kreuz aufzufassen sei, dem Theilenden und Trennenden nach dagegen als Horos*). In Ansehung aber des von uns vermutheten Zusammenhanges der speculativen Zahlenlehre des früheren Alterthumes mit den hier vorgetragenen Allegorien der gnostischen Häresie**), bemerken wir, indem wir auf dasjenige verweisen was bereits im ersten Hauptstücke (S. 91—96) in kurzen Andeutungen über den Bau und die Semiotik des altsemitischen Tonsystemes des Buches J^ezirah und die verwandten zahlenharmonikalen Theoreme der Pythagoreer vorgetragen worden ist, folgendes.

Es wurde am angeführten Orte erwähnt, dass in den symbolischen Gebilden der Diagramme, auf welche die Räthselsprüche des Buches J^ezirah (und — setzen wir hier hinzu — viele der pythagorischen Apopthegmen) hinweisen, der mit der *coronula* geschmückte Kreuz-Buchstabe des Ôth-Aleph's  als Sinnbild, wie des Anfangs und des Endes, so auch der unendlichen und unaussprechbaren Ureinheit des in den erschaffenen in die Erscheinung tretenden Dingen sich offenbarenden etwaslosen B^elimah's der Mitte dem Gebilde sich einfügt, in zahlenharmonikaler Beziehung diejenige unaussprechbare Wurzelzahl vertretend durch deren Maass der Logos aller in der Doppelreihe der Rationen gefundenen Zahlenproportionen bestimmt wird. Es bildet dies Ôth-Aleph daher den centralen Kreuzungspunkt der auf- und absteigenden Reihen der begränzten nichttheiligen und theiligen harmonikalen Zahlengrösse aus

*) Die Worte des h. Irenäus lauten wie folgt: ... δύο ἐνεργείας ἔχειν αὐτὸν [sc. τὸν Ὅρον] ἀποφαινόμενοι, τὴν ἑδραστικὴν καὶ τὴν μεριστικήν· καὶ καθὰ μὲν ἑδράζει καὶ στηρίζει, Σταυρὸν εἶναι, καθὸ δὲ μερίζει καὶ διορίζει, Ὅρον. Dass wir, der alten lateinischen Uebersetzung des Irenäus folgend welche dafür überall sich des Ausdruckes *crux* bedient, den Namen Σταυρὸς, der auch soviel wie Pfahl, Palissade bedeutet, im Obigen einfach durch Kreuz übersetzen, bedarf wohl keiner weitern Rechtfertigung. Die von Harvey, dem neuern englischen Herausgeber der 5 Bücher des h. Irenäus Adv. Her., Prelim. Observ. p. CXXVI geäusserte Ansicht, dass σταυρός in der hier vorliegenden Verbindung nicht durch Kreuz sondern, weil Hippolytus des Wortes χαράκωμα sich bedient, durch Umpfählung, Pfahlzaun, zu übersetzen sei, ist eine entschieden irrige. Die Begriffe Pfahl, Holzpfahl, Kreuz — stehen eben sachlich in engster Beziehung zu einander und werden daher die entsprechenden Wortausdrücke in allen Sprachen der alten Welt als gleichbedeutend für einander gebraucht.

**) Der so eben citirte Harvey äussert sich (a. a. O.) über die gnostische Irrlehre und die ungeheuerliche, auf eine sinnverwirrende Entstellung der christlichen Wahrheit hinauslaufende Gestaltung des theosophischen und kosmogonischen Inhaltes ihrer ausschweifenden allegorischen Dichtungen treffend in folgender Weise: These Aeons were as the ἰδέαι of Plato, having each an individual Divine character; each was a reflex of the Divine Mind, and each was the archetypal representative of a subsequently created system. The personification of Wisdom by King Salomon, in the book of the Proverbs (9, 1) and again by the writer of the apocryphical book [so bezeichnet Harvey, von seinem Standpunkte aus, den *Liber Sapientiae Salomonis*], in no way offends our sense of the true and edifying. The inspired writer ascribed to Wisdom the principal agency in creating the world; so also did the heretic; only then he intercalated a whole system of Divine entities, and developed in an absurd and extravagantly grotesque manner material substance from spiritual; giving a shock to our feeling of reverence, and at the same time to common sense.

welcher die Rationen des Gefüges sich gestalten. In der allegorischen Anwendung dieser diagrammatischen Symbole auf kosmische Speculationen wird, wie schon erwähnt wurde, statt der aufrechtstehenden Form des Taw-Buchstabens + oder T die schrägstehende ✕ gewählt und im Buche J^e^zirah diese dann, wie wir sahen, als das Pfeilenkreuz (oder Bündel der Pfeile) des Thrones in der Mitte der Welt bezeichnet*). Als wir die dorisch-hypomixolydische Octavenleiter der Toni I und VIII gregoriani als Mitte eines nach oben und nach unten ins unbestimmte zu erweiternden Tonsystemes zum Ausgangspunkte nahmen und die Stufen dieser Octavenleiter mit unseren Tonbuchstaben *D E*' *F*' *G*  *A*' *H c d* bezeichneten, zwischen den trennenden (diazeuktischen) Ganzton der Mitte *G* . . . *A*' aber das Chroma *Gis*'-*As* einschoben, erschienen in diesen beiden musikalischen enharmonisch gleichbedeutenden centralen Halbstufen gleichsam die tonalen Näherungswerthe der idealen Mittelklangstufe des Systemes**),

*) In Betreff des bis in die graueste Vorzeit zurückreichenden Alters beider mit einander verbundenen Symbole können wir vorläufig nur den Leser bitten, die auf den beiden letzten Tafeln des Anhanges zum vorliegenden Buche abgebildeten, zum Theil den urältesten Darstellungen auf ägyptischen Monumenten der pharaonischen Zeit (nach Wilkinson: Manners and customs of the ancient Egyptians) entnommenen Hieroglyphenbilder eben vergleichen zu wollen. Was wir vom Standpunkte der Zahlenharmonik aus zur Erläuterung der bezeichneten Darstellungen beizubringen haben, kann erst am Schlusse des vorliegenden 1. Theiles unserer Untersuchungen vorgetragen werden. Wir bemerken hier nur noch zur Ergänzung der bereits im 1. Hauptstücke gegebenen kurzen Andeutungen in dieser Beziehung einstweilen folgendes. Weil, wie schon erwähnt wurde, das Pfeilenkreuz des T^e^li kosmisch die Kreuzung der beiden Weltachsen des Fixsternhimmels (oder der Erde) und der Sphäre der Ecliptik versinnbildete, die auf unserer Hemisphäre sichtbaren Pole dieser beiden Achsen aber am Himmelsglobus in den Bereich des nördlichen Sternbildes des Drachen fielen, so wurde das graphische Zeichen des Pfeilenkreuzes (wie aus den rabbinischen Commentaren über das Buch J^e^zirah sich ergibt) auch zu dem Nordgestirne des *draco coelestis* in eine besondere Beziehung gebracht. Als Hindeutung auf eine unsichtbare ideale Centralsonne, um deren Achse und Pol gleichsam die Pole der vorhin erwähnten beiden Achsen der sichtbaren Weltsphären als gravitirend zu denken sind, wurde den Kreuzstrichen des T^e^li graphisch dann noch ein weiterer Strich hinzugefügt und aus dem schrägstehenden Zeichen des Kreuzbuchstabens Taw solchergestalt der fünfstrahlige Stern des s. g. Πεντάλφα's gebildet . Wie am geeigneten Orte gezeigt werden soll dürfte hierin die Erklärung für die Entstehung jenes seltsamen Kopfschmuckes liegen, welchen die Göttin Saph (die mythologische weibliche Type des ibisköpfigen Gottes der Buchstaben, Zahl- und Tonzeichen, und Erfinders der Wissenschaften und Künste Thooth, oder Thauth) auf den uralten Wandgemälden der ägyptischen Königsdenkmäler und Grabkammern der frühesten pharaonischen Zeit auf ihrem Haupte trägt. Die symbolische Bedeutung dieses Zeichens, da wo es in den Inschriften als Hieroglyphe gebraucht wird, ist sprachlich, wie Lepsius *Lettre à M. le Profess. Rosellini* (S. 27 und Platte A, IV *signes symboliques* Nr. 23) erwähnt: *sieou*, der Göttliche. Es steht dies Symbol in einer engen Beziehung zur zahlenharmonikalen sowohl als speculativen esoterisch-typischen Bedeutung der Fünfzahl. In den Scholien zu den Wolken des Aristophanes 611, Dind. S. 249, wird gesagt, es hätten die Angehörigen des pythagorischen Bundes sich als solche durch ein eigenthümliches, πεντάγραμμον, πεντάγων, πεντάλφα genanntes Zeichen beim Grusse erkannt. Wir erinnern daran, dass die bereits in der Einleitung angeführte Erzählung vom Strafgerichte das den Pythagoreer Hippasus der im Sturme auf dem Meere umkam ereilte weil er gewisse zu den heiligen Geheimnissen gehörige Theoreme dem Verbote des Meisters zuwider Uneingeweihten mitgetheilt, als dahin gehörig den Lehrsatz vom Fünfseit und von der durch die zwölfmalige Vervielfältigung des Fünfseits zu bildenden Sphäre bezeichnete. Neben dem Sterne des der exacten Geometrie angehörenden harmonischen Strahlenbündels der Lambdomatafel finden wir unter den harmonikalen Symbolen des Alterthumes hier also gleichsam noch eine andere, mehr speculativ-typische Form für den Stern des Pleroma's. Wir lassen dahin gestellt, an welche dieser beiden Formen bei der Untersuchung über den Ursprung der Embleme der gnostischen Allegorien vorzugsweise zu denken sein möge.

**) Wir nennen die den Mittelpunkt des beschriebenen Tonsystemes d. i. die geometrische Theilung der Octave D d darstellende Klangstufe insofern und um deswillen eine ideale, als für die Oscillationsmenge und beziehlich für die Saitenlänge (oder Wellenlänge) derselben, kein dem einheitlichen Gemässe der Zahlen-

wie arithmetisch die Zahlenwerthe der Rationen beider Halbtöne in gewisser Weise die Gränze — *limes* im analytischen Sinne des Kunstwortes — genannt werden könnten der unaussprechbaren Ration der (irrationalen) Wurzelzahl der Mitte, deren Zeichen das Ôth-Aleph ist. Mit sich selbst multiplicirt wird diese Wurzelzahl in ihrem potenziellen, zur wirklichen Zahlengrösse sich gestaltenden Producte zum Gemässe der Producte aller Paare der reciproken Glieder der Doppelreihe des Gebildes; und so mochte denn dem graphischen Zeichen des Kreuzesbuchstabens Ôth-Aleph neben seiner höheren theosophisch-symbolischen Bedeutung — und dem kosmischen Taw-Zeichen des Pfeilenkreuzes neben seiner Eigenschaft als Hieroglyphe für eine den Weltmittelpunkt einnehmende unsichtbare Centralsonne, um welche als Träger und als Schwerpunkt des ganzen Welt-Sonnensystemes innerhalb des Nordgestirnes des Drachens die nördlichen Pole der beiden Weltachsen kreisen — auch noch die zahlenspeculative Bedeutung eines Emblemes für die verborgene Einheit der im harmonikalen Zahlendiagramma sich kreuzenden Ton- und Zahlenreihen und eines zusammenhaltenden Bandes (δεσμὸς, σύνδεσμος [δεσμὸς heisst wörtlich auch so viel als Bündel]) derselben beigelegt werden*).

rationen für D oder d commensurabeler (rationaler) Zahlenausdruck gefunden werden kann. Durch geometrische Messung lässt sich allerdings die wirkliche Saiten- oder Wellenlänge dieses Tones bestimmen, und insofern ist derselbe in physikalisch-akustischem Sinne ein wirklich hörbarer und genau abgemessener Klang. In zahlenharmonikaler Beziehung aber darf um der Irrationalität seiner Zahlenration willen dieser ekmelische Ton als eine nur in idealem Sinne dem Systeme angehörige Stufe bezeichnet werden.

*) In den pseudoaristotelischen Problemen, deren Ursprung aller Wahrscheinlichkeit nach auf eine pythagorische Quelle zurückzuführen sein möchte, wird von der Mittelsaite des praktisch-technischen Tonsystemes gesagt: τῶν φθόγγων ἡ μέση ὥσπερ σύνδεσμός ἐστι, καὶ μάλιστα τῶν καλῶν … Es ist vielleicht, nach esoterischer Weise, erlaubt in diesem Ausspruche als Nebenbeziehung eine verborgene Hindeutung auch auf die vorzüglichere Würde der idealen Mittelstufe (und deren chromatische Vertreter) im speculativen zahlenharmonikalen Tonsysteme zu vermuthen.

Für das hohe Alter und den semitischen Ursprung der im oben Gesagten erwähnten, der kosmischen Symbolik des Alterthumes angehörigen speculativen Begriffe und sinnbildlichen Embleme beziehen wir uns noch auf die bereits im 1. Hauptstücke flüchtig erwähnte Stelle des Buches Hiob. Es heisst daselbst (Cap. 26, 7—14) im Hinblicke auf die Allmacht und Grösse des Herrn von dem Mittelpunkte, der selbst ohne Träger sich und das Ganze der Weltschöpfung trägt und hält, wie folgt: „Er [der Allmächtige] spannt den Norden (צָפוֹן) aus über das Leere (עַל־תֹּהוּ), am Nichtwas hängt er die Erde auf (תֹּלֶה אֶרֶץ בְּלִימָה man könnte wie schon angedeutet wurde, auch übersetzen: am Nichtwas kreuzigt er die Erde). Er bindet die Wasser in seine Wolken, und nicht barst das Gewölk unter ihnen. Er verschleusst das Antlitz des Thrones, breitet um ihn sein Gewölk. Eine Gränze (חֹק) zirkelte er ab auf der Fläche des Wassers bis an's Ende des Lichtes bei der Finsterniss. Die Säulen des Himmels erzittern und starren vor seinem Dräuen. Durch seine Kraft spaltet sich das Meer, und durch seine Einsicht schlägt er dessen Trotz. Durch seinen Hauch ist der Himmel Helligkeit, es durchbohret seine Hand die flüchtige Schlange (נָחָשׁ בָּרִחַ). Siehe das sind die Enden seiner Wege (קְצוֹת דְּרָכָיו), und welch ein Wortgeflüster, was wir bei ihm vernehmen! Und der Donner seiner Kräfte — wer vernimmt ihn?“

Auch die chinesische Ueberlieferung brachte die Fünfzahl und das polare Gestirn des Nordens mit gewissen transcendenten theosophischen oder doch kosmologischen Theoremen in Verbindung. Pater Regis führt in den Anmerkungen zum Cap. 8 Art. 3 des Commentares *Hi-tse* zum *Y-king* (Mohl Bd. II S. 482. 483) folgenden Ausspruch des dem 11. Jahrh. v. Chr. angehörenden chinesischen Philosophen Tcheou-tse an: „Numerus 50 est desumptus ex mappa *Ho-tou* ubis numerus 5 medium occupat et velut circumfert 10, qui est numerus terrae“; — ferner eine Stelle aus dem Commentare des der ersten Zeit der Han-Dynastie angehörenden King-fang zum *Hi-tse* nachstehenden Inhaltes: „Dicitur esse quinquaginta, qui numerus continet numeros *decem* terminorum cycli sexagenarii, *duodecim* horarum, et *viginti octo* constellationum [weil 10 + 12 + 28 = 50 ist]. Sed in 50 summâ hâc unus est sine usu, nempe sine actione polus, scilicet terminus cardoque *Yang*, coelestis materiae, naturâ suâ purae seu nondum mixtae in rebus.“ Ein etwas jüngerer Commentator Ma-tchong sage: „In mutationibus et conversionibus est unus *Tai-ki*, magnus terminus et axis et polus, qui est boreale signum; et ex eo procedunt duo principia *Yang* et *Yn*, sol et luna, 12 menses, 24 articuli annui temporis [*Tsie-ki* dicti et per semisigna dispositi in Calendario Sinico — bemerkt Regis erläu-

Die Einschaltung des Chroma's *Gis*'-*As* hat eine Vermehrung der Saiten der dorisch-mixolydischen Octavenleiter um zwei weitere Saiten zur Folge. Die Ogdoas ihrer Stufen ist unter Mitzählung jener beiden Halbstufen zu einer Dekas geworden. Aber es gestaltete sich mittelst des auf S. 92 angegebenen Verfahrens auch diatonisch die Ogdoas jener Scale zu einer Dekas, indem durch Hinzunahme zweier Ergänzungstöne (προσλαμβανόμενοι), des grösseren Unterganztones *C* der unteren Endstufe der Octave und des grösseren Oberganztones *e*' ihrer oberen Endstufe — das Gebilde auf zehn Stufen gebracht und so dessen Umfang bis zu einer grossen Decime erweitert wurde. Durch die Stufentöne *A*' und *G* authentisch (d. i. arithmetisch, weil 6 *D* . . . 9 *A*' . . . 12 *d* eine arithmetische Proportion darstellt) und plagalisch (d. i. harmonisch, weil $^{72}/_{12}$ *D* . . . $^{72}/_{9}$ *G* . . . $^{72}/_{6}$ *d* eine harmonische Proportion darstellt) getheilt, birgt in der authentischen und beziehlich plagalischen Theilung auch ihrer Quinten *G* . . . *H* . . . *d* und *D* . . . *F*' . . . *A*' die Octave der Mitte schon die zahlenharmonikalen Formen der männlichen Dur- und der weiblichen Moll-Tonalität in sich. Es kreuzen sich in ihr die Reihen der männlichen περισσός- und der weiblichen ἄρτιος-Zahlen. In den fünf unteren Stufen des zur Dekade erweiterten Gebildes, nemlich in dem durch *EE*' authentisch getheilten Pentachorde *CC*'*DEE*'*F*'*G*, und beziehlich in den fünf oberen der anderen Hälfte, d. i. in dem plagalisch getheilten Pentachorde *A*'*H cc*' *d ee*', zeigen sich aber die Typen der männlichen Dur- und der weiblichen Moll-Tonalität in noch characteristischerer Gestalt, und so könnte denn — im tongeschlechtlichen Sinne des Wortes — sowohl jene Ogdoas als diese Dekas ein mannweibliches Gebilde genannt werden. Von diesen zehn diatonischen Stufen der grossen Decime der Mitte des Systemes und beziehlich von der Irrationalwurzelgrösse der Ration ihrer geometrischen Mittelstufe glaubten wir den, unter einer zahlenharmonikalen Hülle einen theosophischen Sinn verbergenden und an die kosmogonisch-sephirotischen Lehren der Kabbalah erinnernden Ausspruch des Buches J^e^zirah (Cap. 1 Abschn. 3) verstehen zu dürfen: „Zehn Zahlen (עשר ספירות) ausser dem unaussprechbaren Was (בלימה), fünf gegenüber fünfen, und der Bund des Einigen (וברית יחיד) bestellet in der Mitte, durch das Wort der Zunge, und durch das Wort der Blösse"*).

Versetzt man den Tetrachord *DEE*'*F*'*G*, der die untere Hälfte der Scale der dorisch-hypomixolydischen Octave bildet, in seine Oberoctave — den Tetrachord der oberen Hälfte

ternd], quinque elementa vitae, seu quinque praecipua genera, quinque planetae. At ipse borealis polus non movetur, ergo tantum 49 habent suas revolutiones". Beachtenswerth sind nemlich noch die Worte von Confucius selber (Cap. 9 Art. 3 des *Hi-tse* Commentares): „Tria et quinque sunt ad mutationes. Certum simul numerum constituunt pertinentem ad has mutationes [nemlich die Ogdoas der acht Se-Siang; da die Summe von 3 und 5 gleich 8 ist], nec, ut habeatur perfectum orbis decus, ultra hunc numerum procedendum est; ita ut sit velut determinata imago rerum orbis. Ad hunc ut non perveniant mutationes quis potest facere?"

*) Das Kreuz des Ôth-Aleph's war ein Zeichen (אות) „des Bundes des Einigen bestellet durch das Wort der Zunge und durch das Wort der Blösse" — d. i. des durch die Verheissung und das Gesetz und durch das äussere Zeichen der Beschneidung, mit dem Samen Abraham's geschlossenen Bundes, wie der Regenbogen, nach Genes. 9, 12—17, das Bundeszeichen Ôth-B^e^rith (אות בְּרית) des mit dem Samen Noah's eingegangenen Bundes war.

Die sprachliche Wurzel des Wortes בְּרית ist die Trilitera בָּרָה (Gesenius: Thesaurus h. vbo.), deren Grundbedeutung schneiden, zerschneiden, scheiden, trennen, ist, und es könnte in diesem Sinne dieselbe als füglich auch durch διορίζειν übersetzt werden. Die verwandte Wurzel בָּרָא hat (nach Gesenius a. a. O. h. vbo.) ebenfalls die Bedeutung schneiden (insbesondere: zurechtschneiden, zuschneiden) vereinigt hiermit aber auch die von: bilden, schaffen, erschaffen, gestaltend hervorbringen und hervorbringend befestigen, welch' letztere Begriffe mit στηρίζειν stützen verwandt erscheinen. Zweifelsohne entstammen beide Wurzeln einem älteren gemeinsamen Stammworte, dessen Grundbedeutung dann die beiden Begriffe einschloss, welche die Gnostiker dem Sinne der Ausdrücke ὅρος und σταυρὸς unterlegten.

$A^{\wedge}Hcc^{\backslash}d$ dagegen in seine Unteroctave, so gehen aus der Dekas-Scale der Mitte die (nicht eingeklammerten) Stufen der folgenden Tonreihe hervor:

$$[\underline{G}]\,[\underline{Gis}]\,[\underline{As}]\,\underline{A}^{\wedge}\,\underline{H}\,C\,C^{\backslash}\,D\,E\,E^{\backslash}\,F^{\wedge}\,G\,Gis^{\backslash} \times As\,A^{\wedge}\,H\,c\,c^{\wedge}\,d\,e\,e^{\backslash}\,f^{\wedge}\,g\,[gis^{\wedge}]\,[as]\,[a^{\wedge}]$$

Die Berechnung der Rationen dieser Stufen (wir werden dieselbe in einem der nächstfolgenden Hauptstücke bringen) ergibt, dass nun auch jede der beiden Endstufen D und d der Octave der Mitte zu einer mittleren Proportionale für Involutionen von geometrischen continuirlichen Proportionen geworden ist. Um D erscheinen nemlich als solche:

$$C^{\backslash} : D : E,\quad C : D : E^{\backslash},\quad \underline{H} : D : F^{\wedge},\quad \underline{A}^{\wedge} : D : G$$

um d dagegen:

$$c^{\wedge} : d : e,\quad c : d : e^{\wedge},\quad H : d : f^{\wedge},\quad A^{\wedge} : d : g$$

wenn wir an die Stelle dieser Töne die betreffenden Zahlenausdrücke für deren Schwingungsmengen oder für deren Wellenlängen setzen. Durch Transposition der beiden Halbstufen $Gis^{\backslash}$ und As des Chroma's der Mitte in ihre Ober- und beziehlich Unteroctaven treten zur vorstehenden Scala an ihrem oberen Ende dann die Töne as und $gis^{\wedge}$ und ihrem unteren die Töne $\underline{Gis}$ und $\underline{As}$ hinzu. Indem in derselben Weise auch mit den Stufentönen G und $A^{\wedge}$ des diazeuktischen Ganztones der Mitte verfahren wird, reihen sich dem Gebilde noch die Unteroctave des ersteren als Proslambanomenos der Tiefe und beziehlich die Oberoctave des letzteren als Proslambanomenos der Höhe an. Werden mittelst detaillirterer Entwickelung der Zahlenreihen die noch fehlenden übrigen chromatischen Halbstufen und enharmonischen Nebenstufen deren die Alten sich bedienten eingefügt, so zeigt sich, wie wir in der Folge sehen werden, dass die 22 Consonantbuchstaben des semitischen Alphabetes erforderlich sind, aber auch grade ausreichen, um jeder Stufe, Halbstufe und Nebenstufe dieser Leiter innerhalb des Umfanges einer Octave ihr besonderes, durch einen demotischen Schriftzug auszudrückendes Tonzeichen zu geben. Fängt man zu dem Ende, nachdem der Proslambanomenos der Höhe $a^{\wedge}$ ein besonderes, nicht dem Alphabete angehöriges Schriftzeichen als Signatur erhalten hat, mit der Vertheilung der Buchstaben oben bei as an und nennt diesen Ton Aleph, so fällt, wenn aus Gründen welche am geeigneten Orte dargelegt werden sollen der Ton As der Mitte statt der oberen Octave der unteren — und der Ton $Gis^{\wedge}$ der Mitte statt der unteren Octave der oberen zugezählt und in Uebereinstimmung hiermit das $gis^{\wedge}$ am oberen Ende nicht Beth, sondern als ob es den Schluss einer höheren Octave mache Taw genannt wird, auf das $Gis^{\wedge}$ der Mitte als letzten Ton der oberen der beiden vom Diagramme umschlossenen Octaven das zwei und zwanzigste Zeichen Taw. Für die enharmonische Nebenstufe des $Gis^{\wedge}$ der Mitte, den erwähnten Ton As nemlich, wird dann wieder Aleph genommen; alle Stufen, Halbstufen und Nebenstufen der tieferen Octave bekommen als gleichnamiges Tonzeichen denjenigen Buchstaben, welchen die entsprechende Stufe der höheren Octave führt. Der untere Endton des Gebildes $\underline{Gis}^{\backslash}$ heisst folgeweise wieder Taw, sein Nachbar $\underline{As}$ aber wird Aleph genannt — als bildete er gleichsam den Anfang einer weiter abwärts sich anreihenden noch tieferen Octave — womit, wenn das System auf den im obigen Diagramme demselben gegebenen Umfang beschränkt bleibt die Buchstaben-Vertheilung abgeschlossen ist und nur noch das ausserhalb des Alphabetes liegende Zeichen des Proslambanomenos der Tiefe $\underline{G}$ folgt*). Die gleichnamigen Töne der verschiedenen

*) Dass wir um die Einrichtung dieses Tonsystemes mit der natürlichen Leiter des modernen zu vergleichenden Ton D der s. g. grossen Octave des Letzteren und nicht etwa d oder $\bar{d}$ zum Primtone der

Octaven sind wie es scheint in der Schrift theils durch Wendung des betreffenden Buchstabens, theils durch Anhängung eines oder mehrerer Apices (oben, unten, vorne oder hinten), von einander unterschieden worden. Es bot dies dann das Mittel mit Leichtigkeit die Zeichen dieser Tonschrift auch auf ein System von vier, oder von sechs, oder noch mehr Octaven und einen trennenden Ganztone der Mitte ohne alle Verwirrung zu übertragen. Auf dem Wege einer genauen Vergleichung des (allerdings in übler Ordnung) von den alexandrinischen Schriftstellern uns überlieferten Systemes der griechischen s. g. Gesangnoten mit den Räthselsprüchen des Buches J^ezirah soll am geeigneten Orte die Richtigkeit des hier Vorgetragenen dargethan und in allen Einzelheiten mit aus den Quellen geschöpften Beweisen belegt werden.

Die Buchstaben Aleph und Taw bilden in der Semiotik dieses Tonsystemes somit die Umgränzung und Einhegung gleichsam jeder einzelnen Octave. Denn die beiden Proslambanomenen rücken jeder um eine Octave weiter von der Mitte fort wenn das System von zwei auf vier, oder von vier Octaven auf sechs gebracht wird. Auf das Taw der abgezählten Octave folgt dann links immer wieder das Aleph der neu hinzutretenden, rechts schliesst sich umgekehrt an das Aleph der bereits vorhandenen das Taw der aufwärts angereihten neuen Octave an. Zieht man die Proslambanomenen als nur angefügte Tonstufen nicht mit in den Kreis der Betrachtung, so umschliessen und begränzen Aleph und Taw auch das ganze Gefüge des Systemes. Vermöge der enharmonischen Verwechslung und Verschmelzung von Gis' und As wird dabei Aleph für Taw und Taw für Aleph eintreten können. Dann erscheint das Kreuzzeichen des Endbuchstabens in der Gestalt des Ôth-Aleph's als ὅρος, *finis*, des ganzen Tongebildes. Das Ende gibt sich gleichsam κατὰ δύναμιν um dieses der philosophischen Kunstsprache der Griechen angehörenden Ausdruckes uns hier zu bedienen — als Anfang einer angekündigten möglichen weiteren Fortsetzung der für die speculative Tonlehre unendlichen Stufenreihe zu erkennen. Doch die ideale Gränze des Systemes der letzteren liegt wie wir wissen in Regionen der periodisch geordneten Bewegung wo diese nicht mehr als Klangerregung sondern als Ursache anderer Phänomene in die Erscheinung tritt. Auch hier erblicken wir an den äussersten Polen das Kreuz-Zeichen des Ôth-Aleph's. Denn es haben die Zahlen welche wir aus den Hexagrammen der chinesischen Tetraktys Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki ableiten zu dürfen geglaubt haben, und die Tonreihen auf welche die Zahlen der platonischen Timaiosstelle hinweisen, im Einklange mit den dunkeln Sprüchen des Buches J^ezirah*) auf die Maasse eines idealen Anfangstones der Höhe und eines idealen Endtones der Tiefe als primäre Einheiten für die Rationen der in den mittleren Regionen als Tonsystem sich gestaltenden Stufen hingewiesen, von welchen der eine sich als die so vielste Oberoctave des Tones *As* — der andere als die so vielste Unteroctave des Tones *Gis'* des Chroma's der Mitte der zahlenharmonikalen Betrachtung darbot. Das Kreuz des Aleph-Taw zeigt sich daher auch an den idealen Anfangspunkten und Enden der Stufenreihe der nach Zahlen geordneten harmonischen Bewegung als deren einfriedigende**) Umgränzung und als Scheidemarke

dorisch-hypomixolydischen Scale genommen haben und solchergestalt als Proslambanomenos der Tiefe den sehr tiefen Ton Contra G erhielten, steht in keinem sachlichen Zusammenhange mit dem Gegenstande unserer Erörterung. Wir werden fortan für die zu entwickelnden Formeln und Diagramme in der Regel eine höhere Tonlage — nemlich entweder d oder $\overline{d}$ — zum Primtone für die vorhin genannte Scale wählen.

*) „Füge den Anfang zum Ende wie eine Flamme verbunden mit der Kohle.“

**) Die Hebräer nannten das uns beschäftigende Diagramm auch שָׁלוֹם, Schalom; die Pythagoreer bedienten sich dafür auch der Benennung εἰρήνη. Beides besagt, wie wir wissen, Friede.

gleichsam des aus der so geregelten Form dieser Bewegung hervorgehenden Rationensystemes. Im Chroma der Mitte aber und in der dort zu setzenden enharmonischen Verschmelzung*) der Anfangsstufe *As* der einen — und der Endstufe *Gis*' der anderen Hälfte des Systemes tritt das tonale Kreuzeszeichen innerhalb des diazeuktischen Ganztones der Mitte endlich auch wieder als das zusammenfassende Band des Ganzen und als äusseres Merkmal seiner gefesteten einheitlichen Verbindung in die Erscheinung.

Der harmonikale Bau der auf- und absteigenden Reihen der zu einem Tonsystem sich gruppirenden Klänge setzt sich wie die Entwickelung der Lambdomatafel des Abacus gezeigt hat aus einer Folge von Dur- und Mollaccorden zusammen deren Gefüge nach den Zahlen des Senariums in den Multipeln der wachsenden Reihen und in den Aliquotbrüchen der abnehmenden die Ordnung seiner Maasse empfängt. Die Anzahl der Stellen der, wie die Glieder einer Kette zu grösseren Reihen sich verbindenden, arithmetischen und harmonischen Progressionen aus welchen jene Dur- und Mollaccorde hervorgehen, übersteigt niemals sechse. Drei Primzahlen nur sind es, welche in ihren Multiplicationen und Divisionen mit sich selbst und untereinander die Zahlenformen liefern, für deren musikalische Auffassung das hienieden in gar enge Gränzen eingeschlossene Intuitionsvermögen unserer Seele empfänglich ist. Für Wesen einer höheren Art (ohne Zweifel auch für unsere Seele nach ihrer einstigen Vereinigung mit den Chören heiliger, zur Anschauung Gottes berufener Geister) ist die unmittelbare intuitive Erfassung der in Zahlen ihren Ausdruck findenden Gesetze symmetrischer Schönheit sicherlich nicht an so enge Gränzen gebunden. Als sinnbildlicher Ausdruck für die unendlichen Maasse der in den Tiefen der Gottheit selbst verborgenen Harmonien finden die Zahlenreihen der wachsenden und der sich verkleinernden Grösse und der beschleunigten und verlangsamten geordneten Bewegung nur in den Begriffen des Unendlich-Grossen und des Unendlich-Kleinen nicht sowohl ihre Schranke als ihren einheitlichen Ausgangspunkt. Vor Gott dem Herrn ist das Unendlich-Grosse Null und das Unendlich-Kleine Alles, sind beide Formen dieser unendlichen Zweiheit Eins. Dem nach dem göttlichen Ebenbilde erschaffenen Menschen aber wurde auch während seines an die Sinnenwelt gebundenen Daseins hier auf Erden schon die Befähigung gegeben, ahnend wenigstens mittelst des von der Fessel der Körperlichkeit sich lossagenden Gedankens zur Voranschauung jener Wahrheit emporzusteigen. Für die in den harmonikalen Zahlen, nicht in den physischen Wahrnehmungen der Klangerscheinungen, die gestaltenden Normen des Harmoniegesetzes zum Bewusstsein bringende geistige Betrachtung**) müssen daher die Reihen der περισσός-Rationen der Duraccorde und jene der ἄρτιος-Rationen der Mollaccorde ideell die Zählung nicht mit dem Gemässe einer wie gross oder wie klein immer zu setzenden wirklichen Zahl, sondern mit dem Begriffe des Einen an sich und mit den Formen der unbegränzten Zweiheit der unendlichen Grösse selbt, $\frac{\infty}{1}$ und $\frac{1}{\infty}$, beginnen. Die arithmetische

*) Zeruph צֵרוּף oder Zaruph צָרוּף wird, wie schon angeführt wurde, im Buche J^ezirah das Buchstabenspiel genannt, vermöge dessen Aleph und Taw durch Ein Zeichen geschrieben werden. Die letztere Form besagt wörtlich „das Verschmolzene", kömmt in den Psalmen aber auch in der Bedeutung „das Lautere" vor.

**) Der sterbende Pythagoras befahl, wie Aristides Quintilian (De Musicâ. Meibom. p. 116) erzählt, seinen Gefährten „die Töne des Monochordes anzuschlagen, andeutend hierdurch, dass die in der Tonkunst verborgenen Beziehungen auf die höchsten Wahrheiten nicht sowohl mittelst der sinnlichen Wahrnehmung gehörter Töne, als auf dem Wege der intellectualen Betrachtung der Zahlen zu erfassen seien" (Πυθαγόραν φασὶ τὴν ἐντεῦθεν ἀπαλλαγὴν ποιούμενον, μονοχορδίζειν τοῖς ἑταίροις παραινέσαι. δηλοῦντα ὡς τὴν ἀκρότητα, τὴν ἐν μουσικῇ, νοητῶς μᾶλλον δι' ἀριθμῶν, ἢ αἰσθητῶς δι' ἀκοῆς ἀναληπτέον).

περισσὸς-Reihe stellt ihrem realen ersten Gliede $^1/_1$ daher die letztere dieser beiden Formen als Bild des Anfangs aller zunehmenden Zahlengrösse voran. Den äussersten Punkt des Wachsthumes derselben vermag der transcendente Gedanke nur durch die andere der beiden Formen des Unendlichen $\frac{\infty}{1}$ auszudrücken. Die harmonische ἄρτιος-Reihe stellt umgekehrt $\frac{\infty}{1}$ an ihren Anfang (weil nur die Folge der Glieder $^1/_0$ [$=\frac{\infty}{1}$] $^1/_1$ $^1/_2$ dem Gesetze entspricht welches in der Grundform der harmonischen Proportionalität $^1/_1$ $^1/_2$ $^1/_3$ seinen Ausdruck findet), und indem die äquidifferenten Nenner der Aliquotbrüche dieser Progression ins unendliche wachsen endigt letztere, ideell aufgefasst, mit dem Gliede $\frac{1}{\infty}$. Als Anfang aller harmonikalen Maasse geht somit dem idealen Anfangstone As der Erdenzahl $\frac{1}{720}$ für die intellectuale Betrachtung das Unendlich-Kleine $\frac{1}{\infty}$ voran. Jenseits des idealen Endtones Gis^ der harmonikalen Himmelszahl $\frac{720}{1}$ aber steht das Unendlich-Grosse $\frac{\infty}{1}$. In der Duodecimenfolge der aufsteigenden Dur- und der absteigenden Mollaccorde entspringen aus dem As-Accorde der Tiefe die Harmonien Es-dur, B-dur, F^ (F)-dur, C-dur, G-dur, kreuzen sich, zur folgenden Decime aufschreitend, über dem Mittelton D mit den absteigenden Mollharmonien der anderen Seite, um dort den Harmonien Dmoll, A^moll, E^moll, H (H^)-moll, Fis^moll und Cis^moll zu begegnen und denselben die gleichnamigen Duraccorde dieser Grundtöne zuzugesellen. An den aus dem Zeugertone der Höhe Gis^ hervorgehenden Cis^-moll-Accord reihen sich abwärts die so ebengenannten Mollharmonien an um über D mit den Durharmonien der anderen Seite sich kreuzend in der unteren Hälfte des Gebildes den vorhin genannten ersten sechs aus As hervorgehenden Duraccorden die Mollharmonieu ihrer Grundtöne zuzugesellen. Wird die Schwingungsmenge des Zeugertones der Tiefe As als selbständiges Gemäss einer arithmetischen Zahlenreihe genommen und als solches durch 1 ausgedrückt, so stellen die Rationen der an den As-dur-Accord der Tiefe sich anreihenden vorerwähnten Durharmonien eine Folge von arithmetischen Progressionen dar, deren Glieder je aus den Formen der Multipeln der positiven Dreizahl-Potenzen $^3/_1$ und $^9/_1$ und $^{27}/_1$ u. s. w. der Hauptreihe gebildet sind. Und nimmt man die Oscillationsgeschwindigkeit des Zeugertones der Höhe Gis^ zum neuen Gemässe $^1/_1$ einer absteigenden harmonischen Reihe so liefern jedesmal die sechs ersten Aliquoten der negativen ternären Potenzen $^1/_3$ $^1/_9$ $^1/_{27}$ u. s. w. dieser absteigenden Hauptreihe die Bruchzahlausdrücke für die Rationen der aus der Unterduodecimenfolge der letzteren hervorgehenden Mollaccorde. Jede der abgeleiteten arithmetischen περισσάκις-περισσὸς-Progressionen $\frac{1.3}{1}\ \frac{2.3}{1}\ \frac{3.3}{1}\ \frac{4.3}{1}$ u. s. w. $\frac{1.9}{1}\ \frac{2.9}{1}\ \frac{3.9}{1}\ \frac{4.9}{1}$ u. s. w. $\frac{1.27}{1}\ \frac{2.27}{1}\ \frac{3.27}{1}\ \frac{4.27}{1}$ u. s. w. beginnt aber, ganz wie die einfache περισσὸς-Reihe $^1/_1$ $^2/_1$ $^3/_1$ $^4/_1$ u. s. w., für die ideelle Betrachtung mit $\frac{1}{\infty}$. Denn es geht als Nullpunkt gleichsam den ersten Gliedern dieser abgeleiteten Reihen allemal ein imaginäres Glied von der Form: nullmal *n* voraus (z. B. $\frac{0.3}{1}\ \frac{1.3}{1}\ \frac{2.3}{1}\ \frac{3.3}{1}$ u. s. w. $\frac{0.9}{1}\ \frac{1.9}{1}\ \frac{2.9}{1}\ \frac{3.9}{1}$ u. s. w.). Die ἀρτιάκις-ἄρτιος-Progressionen aber der anderen Seite beginnen alle, weil das wahre Anfangsglied einer jeden derselben ein imaginäres Glied von der Form $\frac{1}{0.n}$ sein wird, gleich der primären Reihe mit $\frac{\infty}{1}$. Die sechs dem tonalen

männlichen Durgeschlechte angehörigen Accorde der linken Seite: As-dur, Es-dur, B-dur, F$^\wedge$(F)-dur, C-dur, G-dur (freilich auch die an dieselben weiter aufwärts sich anreihenden Duraccorde der oberen Hälfte des Gebildes) und die tongeschlechtlich weiblichen aus den einanderfolgenden Unterduodecimen von Gis$^\wedge$, Cis$^\wedge$, Fis$^\wedge$, H (H$^\wedge$), E$^\wedge$, A$^\wedge$ als zeugenden Dominanttönen hervorgehenden Mollharmonien Cis$^\wedge$-moll, Fis$^\wedge$-moll, H-moll, E$^\wedge$-moll, A$^\wedge$-moll, D-moll (freilich auch die an diese Mollaccorde sich anreihenden Mollharmonien der Unterduodecimen der unteren Hälfte des Gebildes) erscheinen daher, wie die Hauptreihe selbst, als ebenso viele Bilder ideell schrankenloser, aber allerdings mittelst der sinnlichen Wahrnehmung dem menschlichen Intuitionsvermögen nur innerhalb der engsten Gränzen (der Gränze des Senarium's nemlich) sich darbietender Typen der harmonikalen Zahlengrösse. Sie sind die endlichen Verkörperungen unendlicher Aeonenreihen*). Auch die wirren Phantasien der heretischen Gnosis von den sechs mannweiblichen Syzygien der in zweiter Reihe von Anthropos und Ecclesia gezeugten Dodekas von Aeonen lehnen sich somit an den Inhalt speculativer Theoreme der harmonikalen Zahlenlehre an, beruhen aber wie die übrigen hierhin gehörigen von den Anhängern der Gnosis ersonnenen Allegorien nur auf einer von dem altüberlieferten Sinne des mystischen sowohl als technischen Gehaltes dieser Symbole gleich weit sich entfernenden eben so geistlosen als willkührlichen Entstellung derselben.

Wenn man die Stufen des im Umfange von zwei Octaven und einem Ganztone entwickelten Tongebildes auf S. 175 in gleichweit abgemessenen Abständen der reciproken Glieder der linken und rechten Seite vom Kreuzungspunkte der Mitte in grader Linie hinschreibt und vom Kreuzungspunkte aus mit den Längen der Abstände zuerst der Stufe $\underline{G}$, dann der Stufe $\underline{A}^\wedge$, und succesive der Stufen $\underline{H}$, $CC^\wedge$, D, $EE^\wedge$, $F^\wedge$ und G, ein System concentrischer Kreise um die Mitte beschreibt, so wird der äusserste Kreis auf der anderen Seite die Stufe $a^\wedge$ mit der Stufe

*) Das Buch J^ezirah gedenkt der zwölf im obigen besprochenen unendlichen Reihen in nachstehender Weise. Im Gegensatze zu den zehn Buchstabenzeichen des hieratischen Alphabetes, welche im 1. Cap. Abschn. 2 und beziehlich in den Cap. 3 und 4 „die drei Mütter Aleph, Mêm, Schin" (א die Initiale des Wortes אויר, *Awêr*, Luft [Hauch, Lichthauch? Es scheinen das lateinische aër und griechische ἀήρ dem Laute nach, das griechische αἰθήρ dem Sinne nach, dem semitischen Worte verwandt zu sein]; מ die Initiale des Wortes מים, *Majim*, Wasser; ש der Endbuchstabe des Wortes אש, *Êsch*, Feuer) und beziehlich „die sieben Doppelten" (nemlich ב und בּ, ג und גּ, ד und דּ, כ und כּ, פ und פּ, ר und das aspirirte ר [ῥ und ῤ], ת und תּ — aus welchen sieben Zeichen das in der Einleitung S. 27 bereits erwähnte mystische Doppelwort בגד כפרת, Beged Kaporêth, hervorging) genannt worden sind, fassen die Aussprüche des Cap. 5 die zwölf noch übrig gebliebenen Schriftzeichen des hieratischen Alphabetes unter der Benennung „die Maasse der zwölf Einfachen הוז חטי לנ סע צק" zusammen (die eigenthümliche Art der Abtheilung dieser zwölf Buchstaben in zwei triliterale und drei biliterale Gruppen kann erst an einem anderen Orte erläutert werden). Der zehn Zeichen für die „drei Mütter" und „sieben Doppelte" bediente sich die harmonikale Semiotik der Hebräer um die zehn Stufen der Decime der Mitte ganz unabhängig von irgend einer bestimmten Höhe oder Tiefe der Tonlage lediglich nach ihrer harmonikalen Dynamis als tonale grosse Untersecunde des Primtons der Mitteloctave, als tonischer Primton (*tonica*), als grosse Secunde (Wechseldominante), Mediante, Unterdominante, Dominante u. s. w. der Scala dieser Octave für jede beliebige Vorzeichnung, wie wir sagen würden, zu bezeichnen. Das Nähere hierüber kann erst an einem anderen Orte beigebracht werden. Die zwölf Charactere der „Einfachen" boten sich dann wie von selber dar um mittelst ihrer, der Reihe nach, die zwölf verschiedenen Tonlagen (Transpositionen der Tonarten) anzugeben, in welche das so abgemessene und geordnete System modulatorisch versetzt werden konnte. In der allegorisch-typischen Anwendung harmonikaler Zeichen auf kosmologische Speculationen wurden „die Maasse der zwölf Einfachen" auch „die zwölf Gränzen an den Durchmessern" genannt. Von denselben heisst es im Buche J^ezirah Cap. 5 Abschn. 1:

ומרחיבין והולכין עד עדי עד וזה זרועות עולם:

„Und sie dehnen sich aus und gehen fort bis in die ewigen Ewigkeiten, und sind die Arme der Welt".

$\underline{G}$ verbinden. Der durch $\underline{A}'$ der linken Seite gehende zweite Kreis wird die Stufe g der rechten Seite treffen. Die folgenden Kreise werden der Reihe nach die Stufen $\underline{H}$ und f', CC' und ee', D und d, EE' und cc', F' und H, G und A' mit einander verbinden. Beginnt man die Zählung der so beschriebenen Kreise von der Mitte aus und stellt man in die Mitte das Zeichen des Ôth-Aleph's , so kann der Ring der *coronula* dieses Taw-Schriftzuges als der innerste und erste der Ringe angesehen werden. Ein durch die Halbstufen der Mitte *Gis'* und *As* gelegter Kreis würde den zweiten der Ringe bilden*); der dritte wäre dann der die diazeuktischen Stufen G und A' miteinander verbindende Kreis. Der äusserste, durch die Proslambanomenen $\underline{G}$ und a' gelegte Kreis bildet nach dieser Zählweise den zehnten. Man kann die zehn concentrischen Kreise des Diagramm's auch als das projicirte Flächenbild eben so vieler concentrischer Kugeln betrachten und das so aufgefasste Diagramm erinnert dann an die zehn concentrischen Sphären des von Philolaos entworfenen, weiter unten zu erwähnenden Weltbildes sowohl wie an die theosophisch-kosmogonischen Allegorien der rabbinischen Kabbalah von den zehn ineinander ruhenden Sphären der S^{e}phiroth. Die Stufen der aus zwei Octaven und dem diazeuktischen Tone gebildeten Tonleiter welche der vorstehenden Entwickelung des Diagrammes zur Unterlage dienten sind in ihren Zahlenrationen die Vertreter zweier einander entgegenstrebender Zahlenreihen — einer wachsenden arithmetischen nemlich und einer abnehmenden harmonischen Reihe — deren correlate Glieder sich als reciproke Werthe zu einander verhalten. Es bietet der Auf- und Abweg dieser Stufen, wenn die Gesetze der beiden in der geometrischen Proportionalität ihre gleichgewichtliche Ausgleichung findenden Formen progressiver Zahlengrösse als die bildlichen Typen für das Gegenspiel und die Zusammenhörigkeit entgegengesetzter Kategorien einander bedingender verschiedenartiger Formen der Bewegung aufgefasst werden, gleichsam ein Sinnbild dar der gegenseitigen Beziehung und der Zusammenwirkung einander bekämpfender und dennoch gegenseitig sich tragender kosmischer Grundkräfte. Man könnte dabei an die Wirkung denken einer nach dem Gesetze der Schwere die Materie erfassenden Attractivkraft und einer aus der Gegenwirkung des Widerstandes der aufeinander stossenden Massen hervorgehenden Repulsivkraft, oder an die Schultheoreme einer bereits vergangenen Zeit von einer centripetalen und centrifugalen Triebkraft, oder an die Erscheinungen der Ausstrahlung und Rückstrahlung einer ungehemmt sich fortpflanzenden oder aber von einem opaken Hemmnisse aufgefangenen Lichtwirkung, oder der bald freien und bald gebundenen Wärme. Die Entdeckungen der Naturwissenschaft unserer Tage drängen immer unwiderstehlicher dahin, die Wärme als ein Phänomen der Molecularbewegungen und die Erscheinungen der Wärme daher als mechanische Phänomene aufzufassen. Gegenüber insbesondere den neuesten Ermittelungen über das mechanische Aequivalent der Wärme, die Umwandlung der mechanischen Kraft in ein zu berechnendes Maass von Wärme und der Wärmein die Leistung einer bestimmten mechanischen Arbeit — wird im Hinblicke auf die neuere Hypothese über

*) Stellt man das Pfeilenkreuz des T^{e}li in die Mitte so hat man, weil die coronula fehlt, nur neun Ringe. Hängt etwa damit die Erzählung der Chinesen von einer nur neun Zahlen umfassenden Figur Lo-cheu zusammen, welche Fou-hi bei der wunderbaren Erscheinung der Schildkröte (des Symbols der Erde) auf deren Rückenschale abgebildet sah, während er am Leibe des Drachenpferdes (des Symboles des Himmels und der Erde) zehn Zahlen in der Figur Ho-tou geschaut hatte?

Wesen des Stoffes, durch dessen Oscillationsbewegungen die Wärme erklärt werden soll, es auch erlaubt sein, die obigen Gegensätze auf die Antithese zu beziehen einer Massenbewegung oder Molecularbewegung der in den verschiedenen Formen der Aggregatzustände der stofflichen Gebilde in die Erscheinung tretenden duldenden ponderabeln Materie, und einer die active Quelle dieser Wirkung darstellenden ursprünglichen und lebendigen Kraft eines in den Wellenzügen seiner Lichtvibrationen den Weltenraum erfüllenden Aethers. Dies imponderable Fluidum zeigt in der Erscheinung der Absorption des Lichtes und der strahlenden Wärme und der aus dieser Absorption hervorgehenden mechanischen Leistung gleichsam einen Theil jener durch das Schöpferwort „Es werde Licht" am ersten Schöpfungstage ihm verliehenen lebendigen Kraft, welche sich in den Erscheinungen der physikalisch-chemischen Wirkungen oder des physiologischen Lebens auf die einander verbundenen ponderabeln Körperatome überträgt. Die Wissenschaft der Neuzeit ist mit den hier angedeuteten Lehrsätzen aber zu den Theoremen der urältesten Weisheitslehre zurückgekehrt. Der in den heiligen Büchern der Chinesen an die Spitze der Naturbetrachtung gestellte Gegensatz der beiden aller Entstehung und allem Werden und Vergehen und jeglichem Wachsthume und aller Veränderung zum Grunde liegenden Principe Yang und Yn, die Bezeichnung des ersteren als himmlische Materie, Träger des Lichtes und der Farbe und als Erzeuger jeglicher Bewegung, die Definirung dieser himmlischen Materie als einer schlechthin unseren Sinnen sich entziehenden überaus verdünnten und subtilen Substanz, welche dennoch ihren Wirkungen nach unerschöpflich, auf eine feste und unabänderliche Weise in bestimmten Wandelungen sich kundgebe*) — die Bezeichnung sodann des anderen Principes als Erdenmaterie, als das Duldende und der eigenen Bewegung entbehrende, den Anstoss von einem anderen empfangende im Dunkel ruhende, das Princip der Auflösung und der Zerstörung in sich tragende Lichtlose — birgt unter der scheinbaren Hülle lediglich speculativer Abstractionen die realen Haupt-Grundzüge in sich des von der modernen exacten Wissenschaft der Lehre vom Licht und von der Wärme zum Grunde gelegten, auf den Gegensatz der einander anziehenden ponderabeln Körperatome und der einander abstossenden Aetheratome gebauten Systemes**). Die Dynamidentheorie Redtenbacher's gibt sich als eine Repristinirung uralter chinesischer (und setzen wir hinzu semitischer und muthmasslich auch altägyptischer) Weisheit zu erkennen. Die Zahlenreihen aber des uns beschäftigenden Diagrammes und die in denselben sich bergende Kreuzung der positiven und negativen Potenzen nichttheiliger und theiliger Zahlengrösse erscheinen gleichsam als der plastisch-symbolische Ausdruck des so eben bezeichneten Systemes.

Mehrere der bei späteren Schriftstellern in Bruchstücken uns aufbewahrten Aussprüche der altpythagorischen Schule und die in den platonischen Schriften an mehreren Stellen vorkommenden Andeutungen über das kosmische System des Alterthumes lassen nun darüber keinen Zweifel, dass das vorhin von uns beschriebene Diagramm, oder doch ein demselben überaus

*) Wir erinnern an den S. 81 Note ** angeführten Ausspruch Tcheou-tse's: „Quod assurgit, quod apparet, quod motum habet proditque, id totum ab eâ (a materiâ coelesti *Yang*) existit...... Etsi constet ex subtili tenuique oculorum aciem fugiente, est tamen substantia fixa firmaque, ita ut ipsius actio certam revolutionem habeat, quae nunquam exhauritur"... so wie an die übrigen dort mitgetheilten Auszüge aus dem Sing-li-ta-tsuen.

**) Man denke an die neueren Versuche der Erklärung nicht nur der in den Agregatzuständen der Materie durch die Wärme mittelst Ausdehnung, Schmelzung und Verdampfung bewirkten Veränderungen, sondern auch der mit den chemischen Prozessen verbundenen Wärme-, Licht- und Elektricitätserscheinungen, und der ganzen noch nicht geschlossenen Reihe anderweiter hierhin gehöriger, physikalisch und physiologisch wichtiger Erscheinungen.

ähnliches, als harmonikales Symbol den auf die s. g. *musica mundana* bezüglichen astronomischen Speculationen der Alten unterbreitet worden ist. Die Berichterstatter der folgenden Zeit verstanden bei ihren exoterischen Erklärungsversuchen die unvollständig und wie es scheint ohne die dazu gehörige Figur zu ihnen gekommenen betreffenden Apophthegmen der Schule kindischer Weise von einer allen Ernstes versuchten Uebertragung concreter musikalischer Zahlen auf die Entfernungen der einzelnen Planetensphären von einander und von wirklichen durch die Umkreisungen der Wandelsterne und des Fixsternhimmels im Weltenraume hervorgebrachten Klängen. Lächerlich genug vermochte man nicht hierbei darüber ins Klare zu kommen, ob nach der Lehre der alten Pythagoreer die äusserste der Planetensphären, nemlich die des Saturn, oder die innerste, nemlich die des Mondes, den tiefsten nach der Hypate des unteren Tetrachordes des griechischen Tonsystemes gestimmten Klang von sich gebe, und ob dem Monde dann, oder umgekehrt dem Saturn, der höchste, der Nete des Tonsystemes entsprechende Klang zuzuschreiben sei*). Hätte man eine richtige Vorstellung von der technischen Methode der Entwickelung des Diagrammes gehabt so würde man eingesehen haben, dass wenn der äusserste, die beiden Proslambanomenen ($\underline{G}$ und $a^\wedge$) mit einander verbindende Ring dem Fixsternhimmel und der folgende, die tiefste Saite des Tetrachordes $\underline{A}^\wedge\ \underline{H}\ CC^\wedge D$ mit der höchsten Saite des Tetrachordes $d\,ee^\wedge f^\wedge g$ verbindende Ring der Sphäre des Saturn's zugetheilt, der Mond aber auf einen der innern Ringe, etwa auf den Ring des diazeuktischen Tones $G^\wedge\ A^\wedge$ versetzt wird, dann in der unteren Hälfte des Diagramms der Saturn tonal betrachtet die tiefste und der Mond die höchste, in der oberen Hälfte aber umgekehrt der Saturn die höchste und der Mond die tiefste Stelle einnimmt. Desto gründlicher beschäftigte man sich mit der Frage nach der sonstigen Beschaffenheit der Sphären dieses kosmischen Kugelsystemes und selbst Aristoteles scheint sich zu der Meinung bekannt zu haben, dass dieselben von fester undurchdringlicher Beschaffenheit und aus einer glasähnlichen Masse gebildet seien**). Es ist durch sich selber wohl klar, dass die esoterische Lehre des Alterthums sich des uns beschäftigenden harmonikalen Kosmos-Diagrammes nur als einer symbolischen Hinweisung auf die auch im Gesetze der musikalischen Klangverbindungen hervortretenden Zahlengesetze geordneter Bewegung bediente, gleichsam dasselbe als eine ideographische Hieroglyphe hinstellend für den logistischen Zusammenhang auch dieses musikalischen Gesetzes mit den analytischen Gesetzen des kosmischen Weltbaues überhaupt. Sollten im Hinblicke auf die Phänomene der scheinbaren Bewegungen am Sternenhimmel, wie diese in die Sinne fallen, das oben und unten, und die Auf- und Niedergänge, und die festen Punkte der Pole, und die grössten Kreise am Himmelsglobus, und die Achsen der durch diese Kreise halbirten Kugeln des Himmelsgewölbes, und die Hemisphären und Zonen dieser Kugeln und die Schneidepunkte der Kreise und der Achsen derselben, der Betrachtung

*) Es werden daher bei Nikomachus und bei Plinius, bei Plutarch und Anatolius, bei Achilles Tatius und Censorinus die widersprechendsten Angaben über die angeblich pythagorischen Scalen der Planetentöne vorgebracht. Mit einer Gründlichkeit und Sorgfalt, deren der Gegenstand unseres Bedünkens kaum werth sein dürfte, hat Böckh in seiner im 3. Bde. der Studien von Creuzer und Daub befindlichen Abhandlung: „Ueber die Bildung der Weltseele im Timäos des Platon" (S. 87—92) alles hierin gehörige zusammen getragen und vom Standpunkte der exoterischen Auffassung zu erläutern gesucht.

**) Bei Stobäus Eclog. phys. I, 24 Nr. 1 und 25 Nr. 1, in den Placit. Philosoph. II, 11 und bei Diog. Laertius VIII, 77, wird Empedokles als Erfinder der Vorstellung von einer krystallähnlichen Beschaffenheit des Himmels (οὐρανὸς κρυσταλλοειδής) und einer Anheftung der Sterne an denselben (τοὺς μὲν ἀπλανεῖς ἀστέρας συνδεδέσθαι τῷ κρυστάλλῳ) angeführt. Aristoteles vermeidet allerdings den Ausdruck Krystallhimmel, redet aber (Meteorol. I, 3) ebenfalls von angehefteten Sternen (ἐνδεδεμένα ἄστρα).

des Lernenden symbolisch vorgeführt werden, so dachte man sich die Erde in die Mitte gestellt. Der Mittelpunkt der Erde war dann der Mittelpunkt der Welt; die Kreuzung der Pfeile des T^eli versinnbildete dann die Kreuzung der beiden Weltachsen im Mittelpunkt der Erde. In diesem — und nur in diesem Sinne — mochte im Hinblicke auf das Kreuz der Pfeile Hiob von der Erde sagen: „Er hing die Erde auf über der Leere und kreuzigte sie am Nicht-Was“. Damit wurde ebensowenig als Theorem der Satz von einer Stellung der Erde in der Mitte als Centrum unseres Sonnensystemes oder als Stützpunkt der Welt ausgesprochen, als ein Aufgeben des copernikanischen und eine Rückkehr zum ptolemäischen Systeme darin liegt wenn unsere heutigen Astronomen von den Auf- und Niedergängen, der Rectascension und Declination und den Culminationen der Fixsterne und den siderischen Umlaufszeiten der Wandelsterne, von einer Sonnenbahn am Firmamente, u. dgl. mehr zu reden fortfahren. In die Mitte der Welt, soweit unter der Benennung Welt unser Planetensystem zu verstehen ist, wurde esoterisch die Sonne, in einer höheren speculativen mit dem Worte „Welt“ (עוֹלָם) verbundenen Bedeutung aber, soweit darunter die ganze Schöpfung, nicht die Erde (אֶרֶץ) und die von derselben aus sichtbaren Gestirne unseres Sternenhimmels blos zu verstehen sind, eine für uns unsichtbare Centralsonne gestellt, um welche unsere Sonne und andere Sonnen, als Gegensonnen der unsrigen, kreisen. Im Hinblicke auf ein solches Feuer der Mitte und auf unsere sichtbare Sonne als Bild dieser unsichtbaren Centralsonne wird in einer Psalmenstelle vom Schöpfer gesagt: „In die Sonne hat er sein Gezelt gesetzt;“ *) — aus dem Buche J^ezirah aber ersehen wir, dass in der theosophisch-kosmischen Symbolik der hebräischen Weisheitslehre der Mittelpunkt des uns beschäftigenden Diagrammes „die Stätte (מכון) des Bildners“, und „die heilige Wohnung“ (מעון קדש), und „der Palast des Heiligthums in der Mitte“ (היכל הקדש באמצע), genannt wird**). Der aus dieser Parallele für die esoterische Anschauung vom Weltgebäude zu ziehende Schluss ergibt sich von selbst. Die Pythagoreer hatten, wie sogleich gezeigt werden soll, auch den Exoterikern etwas von einem Centralfeuer der Mitte und einem Heerde des Weltfeuer's erzählt. Man hatte aber neckisch denselben um die Geheimlehre der Schule nicht preis zu geben vorgesagt, es drehe sich um dies Centralfeuer zunächst — nicht etwa die Sonne

*) Psalm 18, 6 [im Hebräischen 19, 5]: In sole posuit tabernaculum suum (Vulgata). Ἐν τῷ ἡλίῳ ἔθετο τὸ σκήνωμα αὐτοῦ (Septuaginta). Der von den Juden auf uns gekommene hebräische Text lautet bei weitem weniger bezeichnend:

לַשֶּׁמֶשׁ שָׂם־אֹהֶל בָּהֶם׃

„Der Sonne hat er an ihnen (an den Himmeln) ein Gezelt aufgeschlagen“.

Dass diejenige, uns nicht überlieferte hebräische Lesart, welche den Siebenzig Dolmetschern und noch dem h. Hieronymus vorgelegen haben muss, entschieden den Vorzug verdient, scheint uns nicht zweifelhaft. Vielleicht gab es aber auch schon in der älteren Zeit zweierlei Fassungen der merkwürdigen Stelle — eine für die Esoteriker bestimmte, verständlich nur für die der geheimen Weisheitslehre Kundigen — und eine zweite, zum Gebrauche des Volkes bestimmte, an die populären Vorstellungen vom Himmelsgebäude sich anschliessende. Die in den folgenden Versen des Psalmes vorkommenden, der populären Anschauungs- und Ausdrucksweise entsprechenden Bilder: „der Sonnenball tritt hervor aus seiner Kammer zu durchlaufen seine Bahn vom Ende der Himmel ist sein Aufgang, und sein Kreislauf bis an ihre Enden“ — welche freilich auch von den Umkreisungen unserer Sonne um die unsichtbare Centralsonne verstanden werden könnten, scheinen auf eine solche Duplicität der Fassung hinzudeuten.

**) Buch J^ezirah: Cap. 1 Abschn. 4 u. 5 u. 10 i. f.; Cap. 4 Abschn. 2. Das von dem Wurzelworte כּוּן, stehen, abstammende, in den betreffenden citirten Stellen für Stätte, gebrauchte hebräische Wort מָכוֹן kömmt auch in der heiligen Scrift mehrfach als specifischer Ausdruck für die Wohnstätte J^ehovah's vor. Es besagt überaus bezeichnend an anderen Stellen soviel wie: Grund, Grundveste.

und eine Gegensonne — sondern unsere dem Centralfeuer allezeit (sehr unhöflich!) ihre hintere Seite zukehrende Erde und eine allezeit auf der entgegengesetzten Seite des Centralfeuers befindliche und deshalb für die Bewohnnr der Erde niemals sichtbare Gegenerde. Das Centralfeuer sei aber dennoch die eigentliche Quelle des Lichtes und der Wärme für unsere Erdhälfte; denn die Strahlen desselben würden von den porösen glasartigen Scheiben der Sonne und des Mondes*) aufgefangen, gleichsam durchgeseiht, und durch die Spiegelung dieser astralischen Lichtsiebe auf unsere stets dem Centralfeuer abgewendete Erdhälfte zurückgeworfen.

Dass diese Thorheiten**) nicht die wahre kosmische Lehre der Pythagoreer oder des Plato enthalten springt, unseres Bedünkens, in die Augen. In den Eclogen des Stobäus findet sich ein Bericht über das von Philolaos in Betreff des Weltgebäudes Vorgetragene, der zwar ebenfalls unverkennbar nur aus exoterischer Quelle stammt, dennoch aber so viel des Richtigen enthält, dass Anhaltspunkte für ziemlich sichere Rückschlüsse über die eigentliche Beschaffenheit jenes Zweiges der pythagorischen Lehre sich daraus ergeben. Es heisst daselbst***): „Philolaos setzt Feuer in die Mitte um das Centrum, welches er den Heerd des All's, und das Haus des Zeus, und die Mutter der Götter [der himmlischen Kräfte und Gewalten nemlich] auch Opferaltar (βωμὸν)†) und die Zusammenhaltung (συνοχὴν) und das Maas der

*) Δίσκοι ὑαλοειδεῖς werden diese Scheiben in jenen Erzählungen drastisch genannt.

**) Ueber das Einzelne bitten wir Böckh's Schrift: Philolaos des Pythagoreers Lehren S. 107 fgde, und desselben Verfassers Dissertation: *De Plat. cœl. Glob. et de vera ind. astron. Philolaicae;* ferner Gruppe's gegen Böckh gerichtete Schrift: die kosmischen Systeme der Griechen — so wie des Letzteren unter dem Titel: Untersuchungen über das kosmische System des Platon, erschienene Entgegnung nachzusehen. Auch Martin: *Études sur le Timée de Platon* B. II ist zu vergleichen. Ueber die Frage was nach pythagorischer Lehre unter dem Centralfeuer zu verstehen und wie die Stellung der Erde zu demselben eigentlich zu denken sei, befanden sich schon im Alterthume die exoterischen Berichterstatter in Ungewissheit. Die Verschiedenheit der umlaufenden Deutungen hatte schliesslich zu der Ansicht geführt, dass unter den Pythagoreern selbst widersprechende Meinungen desfalls obgewaltet hätten. Aus Aristoteles De Cælo II, 13 ersehen wir, dass in Betreff der Frage wohin die Erde zu versetzen und ob dieselbe ein ruhender oder ein bewegter Weltkörper sei, auch ausserhalb der pythagorischen Schule die Auffassung ihre Vertheidiger zählte, dass der Ort in der Mitte keineswegs der Erde gebühre (πολλοῖς δ' ἂν καὶ ἑτέροις συνδόξειε μὴ δεῖν τῇ γῇ τὴν τοῦ μέσου χώραν ἀποδιδόναι). Die Pythagoreer waren aber unter den Griechen die namhaftesten Vertreter der Meinung, dass zunächst der Mitte sich das Feuer befinde, die Erde aber einer der Sterne sei, im Kreise um die Mitte bewegt (um ihre eigene Mitte? oder um die des Centralfeuers? — Auch hierüber drückte man sich wie es scheint, wohl nicht ohne Absicht, doppeldeutig aus) Tag und Nacht machend (ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ μέσου πῦρ εἶναί φασι, τὴν δὲ γῆν ἓν τῶν ἄστρων οὖσαν, κύκλῳ φερομένην περὶ τὸ μέσον νύκτα τε καὶ ἡμέραν ποιεῖν). Aristoteles blickt auf dieselben deshalb, in gewohnter Weise, nicht ohne eine gewisse Geringschätzung herab und tadelt es, dass diese italischen Philosophen auch hier „nicht in dem was in die Augen falle die maassgebenden Gründe und erklärenden Ursachen gesucht, sondern statt dessen die Phänomene auf gewisse abstracte Gründe und eigenthümliche Meinungen ihrer Schule zurückbezogen und nach einer bestimmten Ordnung des Weltsystemes zurechtzulegen versucht hätten" (οὐ πρὸς τὰ φαινόμενα τοὺς λόγους καὶ τὰς αἰτίας ζητοῦντες, ἀλλὰ πρός τινας λόγους καὶ δόξας αὐτῶν τὰ φαινόμενα προσέλκοντες καὶ πειρώμενοι συγκοσμεῖν). Von dem „in die Augen fallenden" die Gründe hernehmend ist Aristoteles seinerseits zu der geistvollen Anschauung von den an festen glasartigen Kugelsphären angehefteten Sternen gelangt, deren wir vorhin gedacht haben!

***) Ecl. phys. I, 23 Nr. 1, Heeren S. 488: Φιλόλαος πῦρ ἐν μέσῳ περὶ τὸ κέντρον, ὅπερ ἑστίαν τοῦ παντὸς καλεῖ καὶ Διὸς οἶκον, καὶ μητέρα θεῶν, βωμόν τε καὶ συνοχὴν καὶ μέτρον φύσεως· καὶ πάλιν πῦρ ἕτερον ἀνωτάτω τὸ περιέχον· πρῶτον δ' εἶναι φύσει τὸ μέσον, περὶ δὲ τοῦτο δέκα σώματα θεῖα χορεύειν, οὐρανὸν πλανήτας, μεθ' οὓς ἥλιον, ὑφ' ᾧ σελήνην, ὑφ' ᾗ τὴν γῆν, ὑφ' ᾗ τὴν ἀντίχθονα, μεθ' ἃ σύμπαντα τὸ πῦρ ἑστίας ἐπὶ τὰ κέντρα τάξιν ἐπέχον. τὸ μὲν οὖν ἀνωτάτω μέρος τοῦ περιέχοντος, ἐν ᾧ τὴν εἰλικρίνειαν εἶναι τῶν στοιχείων, Ὄλυμπον καλεῖ, τὰ δὲ ὑπὸ τὴν Ὀλύμπου φοράν, ἐν ᾧ τοὺς πέντε πλανήτας μεθ' ἡλίου καὶ σελήνης τετάχθαι, κόσμον· τὸ δὲ ὑπὸ τούτοις ὑποσέληνόν τε καὶ περίγειον μέρος, ἐν ᾧ τὰ τῆς φιλομεταβόλου γενέσεως, οὐρανόν.

†) Βωμὸς heisst wörtlich: erhabener Ort, Absatz, Stufe, worauf man etwas stellen, legen kann, und wird specifisch dann in der Bedeutung Altar, worauf man das Opfer bringt, gebraucht.

Natur nennt". Dabei wird bemerkt dass Philolaos dem Feuer auch noch einen [sogleich näher zu bezeichnenden] anderen Ort „über dem Umschliessenden" angewiesen habe. Dann fährt der Bericht fort: Als das Erste der Zeugung nach bezeichnet er das Mittlere, welches von zehn Körpern göttlicher Art umkreist wird, vom Fixsternhimmel des Uranus, von den Planeten, nach diesen von der Sonne unter welcher der Mond folge, unter diesem aber von der Erde und von der unter der Erde befindlichen Gegenerde. Zuletzt komme das Feuer, welches gleichsam die Stelle des Heerdes für das All im Mittelpunkte einnehme*). Den obersten (äussersten) Theil des Umschliessenden, in welchem die Urbestandtheile ihrer vollkommnen Reinheit nach sich fänden, habe er Olymp genannt, den Raum diesseits der Bahn des Olympos, welcher den fünf Wandelsternen nebst der Sonne und dem Monde angewiesen sei, aber Kosmos. Derjenige Theil sodann abwärts von diesen, der unterhalb des Mondes um die Erde sich erstrecke und das Gebiet des Veränderlichen und wechselvollen Werdens in sich begreife, sei von ihm Uranus genannt worden.

Die Pythagoreer hätten nach dieser Darstellung der philolaischen Lehre, welche zweifelsohne als die der pythagorischen Schule überhaupt zu nehmen ist, drei von einander zu sondernde Theile des Weltgebäudes unterschieden, nur die dem Planetensysteme und, wie der exoterische Berichterstatter meint, der Sonne und dem Monde zugetheilten ebenfalls planetarischen Bahnen der ineinander geschachtelten Sphären Kosmos genannt, der Mitte aber, welche der Berichterstatter von seiner die Erde und Gegenerde in die unmittelbare Nähe des Centralfeuers versetzenden Anschauungsweise ausgehend, exoterisch eine hyposelenische (unterhalb des Mondes belegene) und perigäische (um die Erde sich erstreckende) nennt, den Namen Uranus,

*) Aus Aristoteles De Cælo a. a. O. ersehen wir, dass die Pythagoreer sich für das Centralfeuer auch des Ausdruckes „die Wache des Zeus" (Διὸς φυλακή) bedienten. Die Quelle, aus welcher die pythagorische Geheimlehre die dieser symbolischen Bezeichnung zum Grunde liegende Anschauung geschöpft hat, kann nicht zweifelhaft sein, wenn folgende Stellen des Buches J^ezirah verglichen werden. Cap. 1 Abschn. 6: „Zehn Zahlen ausser dem Nichtwas, ihr Ansehen wie der Schein des Blitzes, und ihr Ziel dass sie kein Ende haben, sein Wort in ihnen mit Laufen hin und her, und auf seine Rede jagen sie wie ein Sturmwind, und vor seinem Throne beten sie an"; — mit welchem Ausspruche Ezechiel 1, 14 in Verbindung zu setzen ist. Ferner Cap. 1 Abschn. 9 und 10: „Vier! Feuer aus Wasser; er zeichnete und hieb damit den Thron der Herrlichkeit, und die Räder, und die Seraphim, und die heiligen Thiere, und die dienstbaren Engel; und aus ihnen dreien [aus Hauch, Wasser und Feuer] gründete er seine Wohnung, wie gesagt ist [Psalm 103 (104), 4]: „„Er macht seine Engel zu Winden und seine Diener Feuerflammen."" In einem anderen bei Stobäus Eclog. phys. I, 22 Nr. 8 (Heeren S. 468) vorkommenden philolaischen Bruchstücke wird das Centralfeuer „das erste harmonisch Gefügte — das Eine in der Mitte der Kugel" (τὸ πρῶτον ἁρμοσθὲν, τὸ ἓν ἐν τῷ μέσῳ τᾶς σφαίρας) genannt; endlich ebendaselbst (Nr. 6, Heeren S. 452) berichtet, es habe Philolaos als das Führende (τὸ ἡγεμονικὸν), welches der göttliche Demiurg wie die Wende eines Schiffskiels (τρόπεως δίκην) der Sphäre des All's vorgesetzt, das Feuer der Mitte bezeichnet. Wir halten die Umschreibung der Worte τρόπεως δίκην durch „wie die Wende eines Schiffskeil's" für erlaubt, weil unter dem Genetiv des Wortes τρόπις, Schiffskiel [das „Eine" der Mitte wurde auch durch den bildlichen Ausdruck „das Lastschiff der Sphäre" (ἁ τᾶς σφαίρας ὁλκὰς) bezeichnet; vgl. Stobäus I, 2 Nr. 3, Heeren S. 10] unseres Bedünkens sich zugleich eine Anspielung auf das Wort τροπὴ (von τρέπω), die Umkehr, das Umwenden [der Wendepunkt] verbirgt. Auch im Buche J^ezirah (Cap. 2 Abschn. 4) heisst es: „Zweiundzwanzig Buchstaben des Grundes, geheftet in den Kreis (בגלגל) an 231 Pforten [die 231 aus den binären Zusammenstellungen der 22 Consonantbuchstaben ohne Permutation und ohne Wiederholung hervorgehenden möglichen Combinationen, welche — wenn die Zeichen dieser Buchstaben als Tonzeichen für die im Umfange einer Octave liegenden diatonischen, chromatischen und enharmonischen Saiten des uns beschäftigenden Tonsystemes gesetzt werden — innerhalb der Octave 231 mögliche Intervalle, für die Sprache aber 231 syllabische Buchstabenverbindungen ergeben, sind gemeint]; und es drehet sich der Kreis vorwärts und rückwärts Solchergestalt wog er sie und wechselte sie: א mit ihnen allen und sie alle mit א, ב mit ihnen allen und sie alle mit ב; und es dreht sich die Wende (והוזרת הלילה); so findet sich, dass alles Gebildete und alles Gesprochene hervorgeht durch Einen Namen".

d. i. Himmel, und dem Weltenraume jenseits der äussersten Sphäre der Fixsterne, den Namen Olympos, d. i. wiederum so viel als Himmel, gegeben. Bringen wir, den exoterischen Inhalt des Berichtes bei Stobäus in esoterischem Sinne umdeutend, an die Stelle der Sonne auf eine der planetarischen Sphären der concentrischen Kugelschichten die Erde, indem wir statt der Erde und des Mondes und statt der s. g. Gegenerde unsere Sonne in die Nähe des Centralfeuers versetzen, dem Monde aber weil er nur Trabant der Erde ist überhaupt keine der Planetensphären zutheilen, so werden in unserem Diagramme, wenn der die beiden Proslambanomenen $\underline{G}$ und $a^\wedge$ verbindende Kreis die Sphäre des Fixsternhimmels bedeutet, der ausserhalb dieses Kreises liegende Raum mithin als Olympos aufzufassen ist, von den Ringen $\underline{A}^\wedge - g$, $\underline{H} - f^\wedge$, $CC^\wedge - ee^\wedge$, $D - d$, $EE^\wedge - cc^\wedge$, $F^\wedge - H$, die drei ersten den s. g. oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars zuzuweisen sein. Die vierte dieser sechs Ringsphären $D - d$ wird der Erde zukommen. Die fünfte und sechste derselben können den s. g. beiden unteren Planeten angewiesen werden; die eine (die sechste wenn von der Fixsternsphäre $\underline{G} - a$ die Zählung begonnen wird) nemlich dem Planeten Venus, die andere (d. i. die siebente nach der den Fixsternhimmel mit einschliessenden Zählnng) dem Merkur. Wir haben gesehen dass — wie die unaussprechbare, der ἁρμονία ἀφανῆς angehörende Zahl des ekmelischen Mitteltones des Gebildes, so auch die realen aussprechbaren Zahlen der Rationen der Primstufen D und d der Enden der dorisch-hypomixolydischen Octavenleiter der Mitte zu mittleren Proportionalen werden endloser Involutionen von continuirlichen geometrischen Proportionen. Denn es ist, wenn wir statt der Zahlen um der Kürze willen hier die musikalischen Buchstabenbezeichnungen der betreffenden Stufen nennen, wie $D^\vee$ zu D so D zu $D^\wedge$, wie $Cis^\wedge$ zu D so D zu Es, wie $CC^\wedge$ zu D so D zu $EE^\wedge$, wie $\underline{H}$ zu D so D zu $F^\wedge$, wie $\underline{B}$ zu D so D $Fis^\wedge$, wie $\underline{A}^\wedge$ zu D so D zu G, wie $\underline{As}$ zu D so D zu $Gis^\wedge$, wie $\underline{Gis}^\wedge$ zu D so D zu As, wie $\underline{G}$ zu D so $\overline{D}$ zu $A^\wedge$ u. s. w., und um d erscheinen dieselben Proportionen nur eine Octave höher durch die Dupla der Zahlen der eben genannten, wie wir noch sehen werden im Tonsystem der Alten sämmtlich in dieser Ordnung vorhandenen Stufen und Halbstufen ausgedrückt. Weil für die von dem „was in die Augen fällt" ausgehende populäre, aber wie wir sahen, selbst von einem Aristoteles gebilligte Betrachtungsweise die Erde als Mitte der Welt sich darstellt, so eignet sich der Ring $D - d$ um dieses Proportionenspieles willen ganz besonders dazu, den Exoterikern als der Ort der Erde gezeigt zu werden. Man konnte derselben dann die Hieroglyphe des Bildes so erklären als bedeute D die Erde und d die s. g. Gegenerde, $Gis^\wedge$-As aber das Centralfeuer. Und indem man, das Pfeilenkreuz der Mitte von $Gis^\wedge$-As zum Scheine nach D oder d versetzend, von einem dieser letzteren Punkte (oder auch von beiden aus, wobei man dann den einen Punkt der Erde, den anderen der Gegenerde zuweisen mochte) neue Systeme concentrischer durch das Spiel der geometrischen Proportionen bestimmter Kreise zog, konnte man auch zwei Ringe $\underline{Gis}^\wedge - As$ und $Gis^\wedge - as$ gewinnen, auf welchen dann die Sonne, statt im Centrum fest zu stehen, um D oder d sich im Kreislaufe bewegen mochte. Und die übrigen Ringe des einen oder anderen der beiden neuen Ringsysteme konnten den Exoterikern ebenfalls als symbolische Abbilder der um die Erde und Gegenerde umlaufenden Sphären des Mondes der Planeten und des Fixsternhimmels vorgehalten werden, wenn man beispielsweise in der hier folgenden Tonscala wie das erste Glied $\underline{Gis}^\wedge$ mit As, so auch das zweite Glied $\underline{As}$ mit dem vorletzten $Gis^\wedge$, und weiter fortfahrend $\underline{A}^\wedge$ mit G, $\underline{B}$ mit $Fis^\wedge$, $\underline{H}$ mit $F^\wedge$, $CC^\wedge$ mit $EE^\wedge$, $Cis^\wedge$ mit Es, und $D^\vee$ mit $D^\wedge$ durch concentrische um D beschriebene Kreise verband:



. . . $\underline{Gis^{\wedge}}$ $\underline{As}$ $\underline{A^{\wedge}}$ $\underline{B}$ $\underline{H}$ $CC^{\wedge}$ $Cis^{\wedge}$ $D^{\vee}$ D $D^{\wedge}$ Es E $E^{\wedge}$ $F^{\wedge}$ $Fis^{\wedge}$ G $Gis^{\wedge}$ As . . .

Ist die hier vorgetragene Hypothese über den esoterischen Inhalt der kosmologischen Lehre der Pythagoreer und über die Beziehung des aus der Dekas-Scale zu entwickelnden Symboles zu dieser Lehre eine zutreffende, so wird der im Diagramme durch die Stufen $G — A^{\wedge}$ des diazeuktischen Tones der Mitte gezogene Ring die Scheide bilden zwischen dem von Philolaos mit dem Namen Kosmos bezeichneten planetarischen Theile des Weltgebäudes und dem inneren im esoterischen Sinne des Wortes unter Uranus zu verstehenden solaren Weltenraume. Der diazeuktische Ring $G — A^{\wedge}$ erscheint dann als der Ort der Sonne. Es würde derselbe, weil er die Ringe des geheimnissvollen $Gis^{\wedge} — As$ des Chroma's der Mitte und der Krone des Ôth-Aleph's umschliesst (wir werden uns noch überzeugen, dass das letztere der hebräisch-semitischen Weisheitslehre angehörige Symbol auch den Mittelpunkt der pythagorischen Geheimlehre bildete), sehr wohl zu einem Symbole der nur dem speculativen Gedanken sich darbietenden, jeder Wahrnehmung und Beobachtung sich aber entziehenden unermesslichen Bahn sich eignen, welche unsere sichtbare Sonne und mit ihr wohl noch andere Sonnen um das Führende im Feuer der Mitte, dessen Ort der Ring $Gis^{\wedge} — As$ bezeichnet, als um eine für uns unsichtbare Centralsonne beschreiben. Die coronula des Ôth-Aleph's, als innerster der zehn Ringe, erscheint dann als das transcendente Symbol des „Einen in dem Feuer der Mitte", d. i. als die Stätte*) — wenn dieser Ausdruck erlaubt ist — und als das Sinnbild der göttlichen, schaffenden Einheit selbst. Auf dies Symbol beziehen sich die Worte des Buches J^ezirah**): Zehn

*) „Nicht ist die Welt Gottes Ort, sondern Gott ist der Ort der Welt" — so lautet ein, in den vorhandenen Handschriften und Ausgaben verloren gegangener Ausspruch des Buches J^ezirah, welcher sich erhalten findet in einem Citate des alten rabbinischen Buches Cosri (S. 304 der Buxtorf'schen Ausgabe und Uebersetzung): „Post haec dicit Liber Jezirah: „„Septem duplices respondent sex lateribus juxta sex Positus [Dextram et Sinistram, Supra et. Infra, Ante et Pone], in quorum medium est Templum Sanctum, quod omnia sustinet, Gloria (תפארת) sc. Domini benedicti, quae vocatur מקום *Locus;* quia ipse (Deus) est Locus mundi [omnia continens et sustentans] non vero Mundus locus ipsus."" Im Buche Pardes Rimmonim des Rab. Moses Korduero (1572) wird gesagt, מקום bezeichne in der Kabbalah die Krone der Welt. Das Buch J^ezirah vermeidet es, in den auf das Diagramm der zehn Zahlen Bezug habenden theosophischen Aussprüchen für das B^elimah der Mitte sich des Ausdruckes מקום, Ort, zu bedienen. Statt desselben wird characteristisch in solchen Aussprüchen der sprachlich allerdings gleichbedeutende bildliche Ausdruck מכון, Stätte, Wohnstätte, gebraucht. Man vgl. die in der folgenden Note citirte Stelle.

**) Cap. 1 Abschn. 4:

עשר ספירות בלימה עשר ולא תשע עשר ולא אחת עשרה הבן בחכמה וחכם בבינה בחון בהם וחקור מהם והעמד דבר על בוריו והשב יוצר על מכונו:

In Ansehung des symbolischen Sinnes der Worte: „verstehe mit Weisheit (b^eChochma), sei weise mit Verstand (b^eBinah) und stelle das Besagte auf seine Stätte" — bringen wir, indem wir die Angabe des Rabbi Korduero: die Krone der Welt sei mit dem Worte מקום, Ort, bezeichnet worden auch von einer Bezeichnung durch den Ausdruck מכון, Stätte, verstehen — in Erinnerung, dass in der rabbinischen Kabbalah die drei inneren S^ephiroth im Gegensatze zu den sieben anderen als einer höheren Ordnung angehörig aufgefasst werden, und dass die erste dieser dreien, oder achte der zehn S^ephiroth wenn man von dem äussersten der zehn Ringe als dem untersten im Sinne der Kabbalah die Zählung beginnt, Binah (Verstand, *Intelligentia*) die zweite (oder neunte im Ganzen) Chochmah (Weisheit, *Sapientia*) — die dritte (oder zehnte im Ganzen) und höchste aller S^ephiroth aber Kether (Krone, *corona*) genannt wird. Binah, der Verstand, wird als das (äussere) zusammenhaltende Band der drei oberen Sephiren bezeichnet und von derselben gesagt, die Erkenntniss des Vordaseins Gottes werde nur durch sie den niederen S^ephiroth vermittelt. Chochmah, die Weisheit, wird als der mystische Ausdruck definirt der Idealität des göttlichen Gedankens der Krone und unter zwiefacher Benennung dargestellt, als Weisheit im Anfange, und als Weisheit im Ende, von welch' letzterer dann gesagt wird, dass sie zugleicll die Herrschaft (מלכות, Malchut,

Zahlen ausser dem unaussprechbaren Nichtwas, zehn und nicht neun, zehn und nicht elf; verstehe mit Weisheit, sei weise mit Verstand; prüfe in ihnen, und forsche in ihnen, und stelle das Besagte (דבר wörtlich übersetzt „das Wort“ [τὸν λόγον]) in seine Absonderung, und bringe wieder den Bildner auf seine Stätte“.

das Reich, *regnum*) in sich schliesse, deren Sephire im übrigen der äusserste (unterste) der zehn Ringe darstellt. Man vgl. Knorr von Rosenroth: *Kabbala denudata*. Pars I. Apparatus in Libr. *Sohar* loci comm. vbo. כתר, חכמה und בנה. Auch diese Sätze und Symbole der hebräischen Weisheitslehre scheinen in der pythagorischen Geheimlehre ihren Wiederhall gefunden zu haben. In einem von Stobäus (Eclog. phys. I c. 21 Nr. 2, Heeren S. 420, 422) als aus dem Buche des Philolaos über die Weltseele (περὶ ψυχῆς) entnommen bezeichneten Bruchstücke heisst es nemlich, es habe der Kosmos (also im esoterischen Sinne der planetarische, die Sonne umkreisende Theil des für uns sichtbaren Weltgebäudes) als ein einheitliches und zusammenhängendes Ganze seiner Natur nach vom Athemzuge gleichsam eines belebenden Hauches durchweht und umhergeführt (φύσι διαπνεόμενος καὶ περιαγόμενος) den Anfang der Bewegung und Veränderung vom kleinen Anfange her — ἐξ ἀρχιδίου. ’Αρχίδιον ist das Deminutiv von ἀρχή. In der attischen Sprache bedeutet das Wort (zuf. Böckh: Philolaus S. 170) auch so viel als kleine Behörde. Unzweifelhaft ist im Fragmente „das Eine im Feuer der Mitte“ — in der Kabbalah auch der Punkt der Schöpfung (נקודה הבריאה) genannt — unter dem änigmatischen Ausdrucke verstanden, beziehlich also die im Bilde des Diagramms den engen Raum des diazeuktischen Tones einnehmenden drei kleineren Ringe der Mitte. Es reihen sich an diese Worte des Fragmentes dann Aussprüche über den Gegensatz des allezeit bewegten und führenden Unveränderlichen und des allezeit geführten und leidenden, seine Bewegung von jenem empfangenden Veränderlichen, welche fast an die Sätze der chinesischen Weisheitslehre vom Gegensatze der Principe Yang und Yn erinnern, und wird von dem die Bewegung allezeit in sich habenden hierauf gesagt, dass dasselbe das Gebiet — ἀνάκωμα — der Intelligenz und der Seele darstelle, vom bewegten und duldenden aber, dass ihm das veränderliche Werden und Vergehen anheimfalle. Der sprachlich eine Ableitung von ῎Αναξ, Gebieter oder Besorger darstellende Ausdruck ’Ανάκωμα, dessen Deutung vom Standpunkte der classischen Erklärungsversuche aus bisher nicht recht gelingen wollte, scheint eine griechische Nachbildung der in der hebräischen Ueberlieferung bald dem Inbegriffe sämmtlicher zehn Sephiren der höheren aziluthischen Welt, bald auch nur der äussersten (zehnten oder beziehlich ersten) Sephire gegebenen Bezeichnung: „Herrschaft“, „Reich“, „Königthum“ (מלכות, *Regnum*) zu sein. (Die Gnostiker bedienten sich dafür, wie wir sahen, der Bezeichnung ἐκκλησία). Im Sohar Pinchas wird von diesem Symbole gesagt: „Der Höchstgebenedeite schuf Alles im Urbilde; dieses ist die heilige Malchut, welche ist die Urgestalt von Allem. In sie hat der Höchstgebenedeite hineingeschaut, und hat die Welt geschaffen, und alle Geschöpfe, die er geschaffen in der Welt. In ihr sind enthalten die obere und untere ohne Trennung“. Der mystische Ausdruck birgt in seiner Anwendung auf die ideale Welt Aziluth die Bedeutung in sich: „ewige Herrschaft des Schöpferwortes“. In den drei erschaffenen Welten Briah, J^ezirah, Asiah besagt derselbe, im ethischen Sinne genommen, „das unvergängliche Reich des Mashiah“. In der kosmisch-astrognosischen Anwendung das Symbol endlich bezeichnet derselbe die Herrschaft der wie von der Mitte, so vom äusseren Feuerringe der Fixsternsphäre aus den Lauf der Himmelskörper (auch des planetarischen Kosmos) nach des Schöpfers Anordnung bewachenden, die Sphären des Kosmos in Bewegung setzenden geistigen Kräfte (δυνάμεις) und Gewalten. *(Potestates, Coeli coelorumque Virtutes, Angeli et Archangeli, Throni et Dominationes, et omnis Militia coelestis exercitus*, vgl. das Missale in den Schlussworten der verschiedenen Präfationen des *canon's Missae)*. Der exoterische Berichterstatter hat im Excerpte bei Stobäus wieder auf verwirrende Weise seine Vorstellungen von einem hyposelenischen und perigäischen Diakosmos des Veränderlichen in der Mitte des Weltgebäudes eingemischt. Er weiss daher mit dem Unveränderlichen und dem Orte der Weltseele als der Quelle der Bewegung nicht recht wo zu bleiben, und verwickelt sich in Widersprüche, wie dies Böckh Phil. S. 171 fgde in ausführlicher Weise gezeigt hat. Diese Widersprüche finden aber in der vorstehend angedeuteten Weise ihre Lösung, wenn ergänzend und berichtigend die Symbole der semitisch-hebräischen Ueberlieferung zu Hülfe genommen werden. In dem vorhin über die sinnbildliche Bedeutung des zweiten der drei inneren Ringe als Sephire der Weisheit (Chochmah) und über den Ort des Veränderlichen, Wechselnden, und des Unveränderlichen, allezeit auf dieselbe Weise sich verhaltenden Gesagten, finden auch die Schlussworte des anderen philolaischen, vorhin im Obigen besprochenen Fragmentes (Stobäus I, 23 Nr. 1 Heeren S. 488, 490) ihre Erklärung, in welchen es heisst, dass in dem unveränderlich bestehenden der himmlischen Erscheinungen die Weisheit wohne, im Werden des der gefesteten Verbindung Entbehrenden aber deren Stelle die Tugend einnehmen müsse, dass aber nur jene ein vollendet Vollkommnes, diese dagegen eine zum Endziel der Vollkommenheit nimmer gelangende sei (καὶ περὶ μὲν τὰ τεταγμένα τῶν μετεώρων γίγνεσθαι τὴν σοφίαν, περὶ δὲ τὰ γενόμενα τῆς αταξίας τὴν ἀρετήν, τελείαν μὲν

Auch die Forschungen der neueren astronomischen und uranologischen Wissenschaft und der Einblick welchen die Neuzeit auf dem Wege der vervollkommneten Beobachtung und analytischen Rechnung in die Mechanik des Himmels und seiner Sternenbewegung zu gewinnen vermocht hat finden ihre bis jetzt unüberschrittene Schranke in der, freilich für die wissenschaftliche Betrachtung immer mehr sich erweiternden Umgränzung unseres Sonnensystemes. Die Ermittelung der in den Umläufen der Wandelsterne und Irrsterne desselben um ihre Beherrscherin die Sonne und in den Schwankungen des Gleichgewichtspunktes der letztern selbst um die Mitte des elliptischen Systemes sich kundgebenden Gesetze, die mit mathematischer Sicherheit und Strenge durchgeführte Anwendung des Principes der allgemeinen Schwere auf die Phänomene dieser Umläufe, die Vorherberechnung nicht nur der durch die wechselnden Gruppirungen der einzelnen Körper des Systemes bedingten Alterirungen ihrer Geschwindigkeit nnd Störungen ihrer Bahnen, sondern selbst des Ortes und der Masse eines bis dahin unentdeckten, die Sonne noch jenseits des Uranus umkreisenden Planeten (des auf Grund der Berechnung demnächst erst auch auf dem Wege der Beobachtung entdeckten Planeten Neptun) — bilden die ruhmvolle Errungenschaft und den Triumph der exacten Wissenschaft der Neuzeit. Das Gesetz aber und die Modalität der Fortbewegung unserer Sonne und des von ihr geührten Planetensystemes im Weltenraume entzieht sich auch jetzt noch und ohne Zweifel noch auf Jahrtausende hin, wenn nicht für immer, jeglicher zu sicheren Schlüssen führenden Beobachtung oder Berechnung. Wohl mochte in der Weisheitslehre des Alterthumes daher der Raum der unserer Betrachtung entrückten, im menschlichen Sinne des Wortes unermesslichen Bahn unserer und anderer Sonnen um ihre Centralsonne unter der Benennung Himmel (οὐρανὸς) vom planetarischen Weltgebäude unseres Sonnensystemes (κόσμος) gesondert gedacht und völlig geschieden werden. Der enge Raum innerhalb des diazeuktischen Tones unseres Diagrammes galt, kraft der transcendenten *concidentia oppositorum* im Begriffe der ewigen Einheit, als das Bild der vor Gott zu einem Punkte sich zusammenziehenden unermesslichen und unendlichen Ausdehnung jenes Raumes. Der Punkt der Mitte als Bild der Schöpfung (נקודה הבריאה:) erscheint in diesem Sinne zugleich als das Bild des schrankenlosen All's. Er ist die Quelle aller Bewegung und wird darum die Seele der Welt genannt. Von der letzteren heisst es im Timaios des Plato*): „Von der Mitte aus bis zum äussersten Himmel überall durchgeflochten und von aussen her im Kreise ihn umhüllend, und selber in sich selbst sich bewegend, nahm dieselbe den göttlichen Anfang eines unaufhörlichen und verständigen Lebens für alle Zeit. Der Körper des Himmels ist zu einem sichtbaren geworden, die Seele selbst

ἐκείνην, ἀτελῆ δὲ ταύτην. [In den Schlussworten des Satzes scheint sich ein auf das esoterische Symbol des Pfeilenkreuzes תלי, T^e^li, als Zeichen der Einweihung in die Mysterien der auf die Erringung der Weisheit und Vervollkommnung des Lebens abzweckenden Geheimlehre hinweisendes Wortspiel zu verbergen. Τέλος, das Stammwort der beiden Adjective τελείαν und ἀτελῆ, verbindet mit der Bedeutung: Ende, Endziel, Vollendung, äusserste Gränze — Lebensende, Tod — ja ganz eigentlich auch die von: Einweihung in die Mysterien. Das verwandte lateinische Wort: *telum*, *tela* hat diese figürlichen Beziehungen seines Sinnes eingebüsst, kömmt aber dafür in der realistisch unmittelbar dem hebräischen Ausdrucke verwandten Bedeutung vor von Geschoss, Pfeil. *Tela* heisst bekanntlich im Lateinischen aber auch Gewebe, d. i. Kreuzung der Fäden eines durch Weben erzeugten Gebildes].)

*) S. 36, e: ἡ δ' ἐκ μέσου πρὸς τὸν ἔσχατον οὐρανὸν πάντη διαπλακεῖσα, κύκλῳ τε αὐτὸν ἔξωθεν περικαλύψασα, αὐτή τε ἐν αὑτῇ στρεφομένη, θείαν ἀρχὴν ἤρξατο ἀπαύστου καὶ ἔμφρονος βίου πρὸς τὸν ξύμπαντα χρόνον· καὶ τὸ μὲν δὴ σῶμα ὁρατὸν οὐρανοῦ γέγονεν, αὐτὴ δὲ, ἀόρατος μὲν, λογισμοῦ δὲ μετέχουσα καὶ ἁρμονίας ψυχὴ τῶν νοητῶν, ἀεί τε ὄντων, ὑπὸ τοῦ ἀρίστου ἀρίστη γενομένη τῶν γεννηθέντων.

aber unsichtbar zwar, doch des Denkens theilhaftig und der Harmonie der ewigen Vernunftdinge, von dem Besten gezeugt unter allem Gezeugten das Beste". Wie für die speculative Betrachtung der harmonikalen Zahlengrösse die transcendente Einheit der unter dem Symbole des Ôth-Aleph's verborgenen Wurzelgrösse der Mitte ($\sqrt{\text{את}}$) in ihrer Potenzirung als Product aufgefasst werden mag der Verbindung der beiden Formen der unendlichen Grösse (weil $\frac{\infty}{1} \times \frac{1}{\infty} = 1$ und $1 = \sqrt{1}$ ist), in welcher das Kleinste dem Grössten und das Grösste dem Kleinsten in gegenseitiger Durchdringung sich einigt, so erscheint für die Anwendung der ἁρμονία ἀφανής auf räumliche Symbole der durch die mystischen Zeichen des Schneidepunktes des T°li und der Krone des Ôth-Aleph's angedeutete Punkt der Mitte als die ausdehnungslose Verneinung alles Räumlichen und zugleich, dem potenziellen Begriffe nach, als die Urquelle der unbegränzten Ausdehnung und als Ende wie Anfang eines über alle endlichen Raumverhältnisse hinausgehenden Kreises, dessen Radius ohne Schranke, dessen Curve eine unendliche Gerade, dessen Centrum an keinen Ort gebunden und allgegenwärtig ist, und von welchem daher gesagt werden muss dass Durchmesser und Peripherie desselben, weil beide unendlich, einander gleich seien, seine Peripherie in seinem Centrum, sein Centrum aber in allen Punkten seiner Peripherie wie seines Flächeninhaltes sich befinde*). Das Führende im Feuer der Mitte, der Heerd des All's, die Mutter der Götter (der himmlischen Gewalten), das Maass der Natur — sind wie wir sahen die änigmatischen Bezeichnungen deren sich die pythagorische Symbolik für jenes allgegenwärtige Centrum bedient, ein anderes, der Zeugung nach jüngeres Feuer oberhalb des Umspannenden gleichsam als Vertreter der unendlichen Peripherie dem ersteren, centralen gegenüber stellend. Die Ueberlieferung des Volkes Gottes und die heilige Schrift selbst bedient für diesen Punkt der Schöpfung d. i. für die Stätte des Bildners in der Mitte und für den Thron der Herrlichkeit der diese Stätte einnimmt sich des Bildes eines flammenden Feuers. „Und ich schaute" — heisst es im Gesichte des Propheten Ezechiel**) — „und siehe ein Sturmwind kam von Mitternacht her, ein grosses Gewölk und flammendes Feuer, und Glanz ringsum dasselbe, und aus dessen Mitte wie der Blick des Golderzes aus dem Feuer. Und mitten darin die Gestalt von vier lebendigen Wesen Und die Wesen liefen hin und her, wie das Aussehen des Blitzes Und über den Häuptern der Wesen war etwas wie das Firmament wie das Aussehen eines Saphir-Steines war die Gestalt eines Thrones Und ich sah etwas von dem Blick von Golderz, anzusehen wie Feuer im Mittleren ringsum Wie das Aussehen des Bogens, der im Gewölk ist am Tage des Regens, so war der Anblick des Glanzes ringsum". Die rabbinische Kabbalah stellt dem

*) Mit Vorliebe bedient Nicolaus von Cusa an vielen Stellen seiner philosophischen Schriften sich für die Entwickelung des transcendenten Begriffes des allen Gegensätzen vorhergehenden und alle Gegensätze wieder aufhebenden Unendlichen des Bildes eines schrankenlosen, endlosen Kreises. Im Tractate *De doctâ ignorantiâ* Lib. I c. 21 bezeichnet Cusanus die Eigenschaften dieses unendlichen Kreises mit den Worten: „Circulus infinitus sine principio et fine, aeternus indivisibiliter, unissimus, atque capacissimus". Dann sagt er in Beziehung auf denselben: „Et quia ille circulus est maximus, eius diameter etiam est maxima. Et quoniam plura maxima esse non possunt, est intantum ille circulus unissimus, quod diameter est circumferentia. Infinita vero diameter infinitum habet medium. Medium vero est centrum. Patet ergo centrum, diametrum, et circumferentiam idem esse. Ex quo docetur ignorantia nostra, incomprehensibile maximum esse, cui minimum non opponitur, sed centrum est in ipso circumferentia. Vides, quomodo totum maximum perfectissime est inter omne simplex et indivisibile, quia centrum infinitum; et extra omnia ambiens, quia circumferentia infinita; et omnia penetrans, quia diameter infinita; principium omnium, quia centrum; finis omnium, quia circumferentia; medium omnium quia diameter."

**) Ezechiel 1, 4—28.

von Ain-Soph ausstrahlenden, nach der Folge der Sephiren durch die Stufenordnungen der Schöpfung sich verbreitenden Lichte das unsichtbare Licht (אור מופלא, *Lux occulta*, auch schlechthin פלא, *mirum occultum*, genannt) gegenüber. In der Weisheitslehre der verschiedensten Völker des Alterthumes erscheint das Feuerwasser des den Kosmos umfliessenden Aethers gleichsam wie das Bild der an der Natur des Centrums theilhabenden, mit dem Centrum Eins seienden unendlichen Peripherie des schrankenlosen Kreises. Der Himmel, die Wohnung der vor dem Throne der Mitte anbetenden, mit Gott unmittelbar vereinigten Geister, und wiederum der Himmel, als Stätte der dem Laufe der himmlischen Sphären vorgesetzten, das Weltall gleichsam umspannenden geistigen Kräfte und Gewalten, führt demgemäss im Hebräischen die pluralische Benennung „die Himmel", שָׁמַיִם, Schamajim. Im Diagramme wird daher der Ort desselben, wie im Lichtpunkte der Mitte, so auch jenseits des die Veste des Firmamentes bedeutenden, äussersten peripherischen Ringes sein. Die Doppelbenennung οὐρανὸς und ὄλυμπος, deren sich die dem oben besprochenen Berichte bei Stobäus zum Grunde liegende Stelle des philolaischen Buches, unter besonderem Namen der Mitte des All's die äussere Umkreisung entgegenstellend, für den Begriff Himmel bedient, darf als ein Versuch angesehen werden, jene pluralische Bedeutung des hebräischen Wortes in der griechischen Sprache durch eine an die herkömmliche populäre Art der Benennung sich anlehnende Dualität der Bezeichnung einigermassen nachzubilden.

In dem Systeme concentrischer Ringe, welches wir beim Versuche der Deutung der alten Räthselsprüche kosmologisch-zahlenharmonikalen Inhaltes im Obigen zum Gegenstande der Betrachtung gemacht haben, bildet der vom Kreuzungspunkte der Mitte aus durch die Stufen der Proslambanomenen $\underline{G}$ und a' beschriebene Kreis das Flächenbild der äussersten der Sphären, das Abbild nemlich der Fixsternsphäre als der Gränze des unserem Auge sich darbietenden Theiles des Weltgebäudes. Der nicht umschriebene Raum jenseits dieses Ringes $\underline{G}$—a' wird sich daher als ein Symbol auffassen lassen der schrankenlosen Ausdehnung des Weltenraumes und der unendlichen Peripherie des unbegränzten, dem Punkte der Mitte entgegengestellten Kreises. Dem Durchmesser dieses Kreises entspricht dann für den transcendenten speculativen Gedanken der unendliche Abstand — wenn eine solche Ausdrucksweise erlaubt sein kann — der idealen arithmetischen Anfangspunkte und Endpunkte $\frac{1}{\infty}$ und $\frac{\infty}{1}$ der wachsenden und der abnehmenden Zahlengrösse der im Tongebilde der Mitte einander begegnenden περισσός- und ἄρτιος-Rationenreihen. Es durchmisst der ideale, mit dieser unendlichen Geraden beschriebene schrankenlose Kreis gleichsam das Dunkel und die Leere (das κένωμα) der für sich aller Gestaltung und Bestimmung entbehrenden unbegränzten Zweiheit welche auf das Wort des Schöpfers aber des Lichtes und der Gestaltung theilhaftig wird vermöge der gegenseitigen Durchdringung und Vereinigung ihrer beiden Pole durch die Kraft der begränzenden und gestaltenden göttlichen Einheit der Mitte. Ein Ebenbild dieser bestimmenden und festigenden, trennenden und wieder verbindenden, durch Begränzung sondernden und in harmonischer Ordnung wieder zusammenfügenden ewigen Einheit wird gestaltend von der Mitte aus gleichsam hinausgetragen in das Dunkel und in die Leere des noch gestaltlosen Unbegränzten. Wie in der Mitte des Diagramm's, innerhalb des Sonnenringes des diazeuktischen Tones G—a', nemlich das Chroma *Gis'*—*As* unter der Signatur des Kreuzbuchstabens Ôth-Aleph als Näherungswerth der Wurzelgrösse der unaussprechbaren Einheit in die Erscheinung trat, so zeigen sich jenseits der Gränzen der wirklichen physischen Klangerscheinungen als einheitliche Anfänge und Endpunkte der im Tonsysteme sich kreuzenden harmonikalen Reihen, wie wir sahen, dort

ein einheitlicher idealer Zeugerton 𝔄𝔰 — hier ein einheitlicher idealer Zeugerton 𝔊𝔦𝔰^. Das in der Tonschrift sich darbietende Zeichen auch für diese Einheiten war abermals der Kreuzbuchstabe Ôth-Aleph. Die unbegränzte Grösse $\frac{1}{\infty}$ und $\frac{\infty}{1}$ wird unter der Signatur dieses Zeichens = 1, dort zum Gemässe der περισσὸς-Reihe, hier zum Gemässe der ἄρτιος-Reihe der in harmonischer Fügung sich verbindenden Rationen. So sendet dann ihrerseits die Leere des Kenoma's wieder von den gefesteten Ausgangspunkten eines zwiefachen Ôth-Aleph's aus, Maass und Gestaltung, welche sie von der einheitlichen Mitte empfing, dem innerhalb des Ringes der Proslambanomenen G—$a^{\wedge}$ liegenden Theile des harmonikalen Kosmosdiagrammes im Geflechte wechselnder Formen und vielartiger Gruppirungen der auf- und absteigenden Stufenreihen verbundener tonaler Rationen als Gabe zurück. Dem Hauche der in den Tiefen des Kenoma's ihre Stätte habenden Zeugertöne 𝔊𝔦𝔰^ und 𝔄𝔰 entspringt die Fülle des Lebens der aus diesen Rationenreihen hervorgehenden tonalen Gebilde. Wie das Leben der Natur nach der Anschauungsweise des Alterthumes in seinen auf den wechselnden Verdichtungen und Verdünnungen in den Aggregatzuständen der luftförmigen tropfbarflüssigen und festen Körper sich kundgebenden Erscheinungen und in den mit diesen Veränderungen verbundenen oder die Ursache dieser Veränderungen darstellenden Phänomenen der Wärme, des Lichtes und der Bewegung, kosmisch durch die Wechselwirkung bedingt wird einer ausserhalb der sichtbaren Schöpfung waltenden thätigen Kraft und einer leidenden innerhalb der Gränze unseres Kosmos dieser Kraft sich darbietenden stofflichen Materie*), so sehen wir in der Verkettung der in das diagrammatische Bild dieses Kosmos eintretenden und wieder austretenden Tonreihen gleichsam das zahlensymbolische Abbild eines auf- und abwallenden Athmungsprocesses. Heraklit nannte, Aristoteles**) zufolge, das Urprincip der Dinge Seele und bezeichnete die Seele als eine in einem feuchten Verbrennungsprocesse sich kund gebende, jedoch völlig körperlose allezeit fliessende Athmung, aus welcher alles andere zusammentrete. Von Philolaos berichtet ein bei Stobäus***) vorkommendes Excerpt es habe derselbe gelehrt, dass einerseits aus dem Flusse des uranischen Feuer's und andererseits aus dem Wasser des Mondes im Wirbel der ausgegossenen Luft die Athmungen sich bilden, durch welche die Ernährung des Kosmos stattfinde. Bei Aristoteles†) lesen wir endlich noch, dass es eine der Meinungen der pythagorischen Schule überhaupt gewesen sei, dass es ein Leeres gebe, welches aus dem unbegränzten Hauche in den Uranus eingehe, der gleichsam dasselbe einathme, und es sei

*) Die hier kurz angedeutete Anschauung des Alterthumes über das Leben der Natur findet sich in vielen Fragmenten ausgesprochen. M. vgl. z. B. die Anführungen hierhin gehöriger Aussprüche Heraklit's im 5. Buche Cap. 14 (S. 711 Pott.) der Stromata des Clemens Alex. Wie gross die Uebereinstimmung der dieser Betrachtungsweise der Alten zum Grunde liegenden Auffassungen mit den Theoremen der neuesten Naturforschung über die Grundformen und die Grundkräfte der stofflichen Materie und über die Ursache der an der Materie sich zeigenden Bewegungserscheinungen sei, bedarf keiner näheren Ausführung.

**) De Anim. I, 2: καὶ Ἡράκλειτος δὲ τὴν ἀρχὴν εἶναι φησὶ ψυχὴν εἴπερ τὴν ἀναθυμίασιν ἐξ ἧς τἄλλα συνίστησιν καὶ ἀσωματώτατον δὴ καὶ ῥέον ἀεί, τὸ δὲ κινούμενον κινουμένῳ γινώσκεσθαι· ἐν κινήσει δ' εἶναι τὰ ὄντα κἀκεῖνος ᾤετο καὶ οἱ πολλοί.

***) Eclog. phys. I, 22 Nr. 6 (Heeren S. 452): Φιλόλαος ἔφησε, τὸ μὲν ἐξ οὐρανοῦ πυρὸς ῥυέντος, τὸ δὲ ἐξ ὕδατος σεληνιακοῦ περιστροφῇ τοῦ ἀέρος ἀποχυθέντος, εἶναι τὰς ἀναθυμιάσεις, τροφὰς τοῦ κόσμου. Man vgl. die fast gleichlautende Stelle Ecl. phys. I, 21 Nr. 1 (Heeren S. 418) und Placit. Philosoph. II, 5.

†) Phys. IV, 6: Εἶναι δ' ἔφασαν καὶ οἱ Πυθαγόρειοι κενὸν. καὶ ἐπεισιέναι αὐτὸ τῷ οὐρανῷ ἐκ τοῦ ἀπείρου πνεύματος, ὡς ἂν ἀναπνέοντι· καὶ τὸ κενὸν, ὃ διορίζει τὰς φύσεις, ὡς ὄντος τοῦ κενοῦ χωρισμοῦ τινος τῶν ἐφεξῆς καὶ τῆς διορίσεως· καὶ τοῦτ' εἶναι πρῶτον ἐν τοῖς ἀριθμοῖς· τὸ γὰρ κενὸν διορίζειν τὴν φύσιν αὐτῶν.

dies Leere das Begränzende des in der Natur Werdenden, weil das Leere gleichsam eine Art von scheidendem Zwischenraume darstelle für die nach bestimmter Reihenfolge geordneten Dinge. Vor allem aber finde sich dieses in den Zahlen; denn das Leere scheide und begränze deren Natur.

Es erinnern diese Sätze an gewisse Aussprüche der altchinesischen Weisheitslehre. Wir verweisen desfalls zunächst auf die in ihren Anfangsworten bereits S. 79, 80 angeführte Stelle aus dem 42. Cap. des Tao-te-king von Lao-tseu: „Eins hat Zwei hervorgebracht; Zwei hat Drei hervorgebracht; Drei hat die Wesen allesammt hervorgebracht. Die Wesen allesammt fliehen den Stillstand und suchen die Bewegung. Ein stoffloser Hauch erzeugt, die Dinge verbindend, die Harmonie"*). Im 55. Cap. des Tao-te-king heisst es: „Das Erkennen der Harmonie wird Beständigdauerndes [Ewigkeit, עוֹלָם, αἰών] genannt"**). Bezeichnender noch sind die gleich in den ersten Sätzen des 1. Cap. des Tao-te-king***) vorkommenden Worte Lao-tseu's: „das Ungenannte Nicht-Etwas ist der Urgrund des Himmels und der Erde Das unendliche Nicht-Etwas kann nur geschaut werden in seinem unsichtbaren geistigen Dasein, das endliche Etwas wird geschaut in der Form seiner Begränzung. Diese zwei Entgegengesetzten sind ihrer Urwesenheit nach Eins, sind nur auf verschiedene Weise bezeichnet. Beide werden Tiefe genannt. Sie sind Tiefe, zwiefache Tiefe. Das ist die Pforte aller übersinn-

*) Jülien begründet, in seinen Anmerkungen zu dieser Stelle, die Uebersetzung des vierten Satzgliedes: „die Wesen allesammt fliehen den Stillstand (im Originale steht 陰, *Yn*) und suchen die Bewegung" (im Originale 陽, *Yang*) mittelst Verweisung auf die Autorität des aus den besten älteren Commentaren zusammengetragenen, von Sie-hoeï der Ausgabe des Tao-te-king von 1530 beigegebenen Commentares (den Noten der Ausgabe von Sie-hoeï ist auch die von uns S. 80 mitgetheilte characteristische Stelle über die Theilung der Einheit nach den beiden Principen *Yang* und *Yn* entnommen). Die von Jülien angerufene Stelle lautet: „Hier bezeichnet das Wort *Yn* so viel wie „Stillstand" (Ruhe), *Yang* aber so viel wie „Bewegung". Der Commentar des Tong-sse-tsing erklärt *Yang* und *Yn* in der vorliegenden Stelle durch „Wärme" und „Kälte". Im 34. Cap. des Tao-te-king heisst es vom Tao selbst er sei „allerwärts ausgegossen" und wende sich „nach links (*tso*) wie nach rechts (*yeou*)". Aus dem Commentare des Sie-hoeï (zu Cap. 31) aber geht hervor, dass *tso*, links, ebenfalls eine der Bezeichnungen für das wirkende Princip *Yang* ist und *yeou*, rechts, dem entsprechend auf das leidende Princip *Yn* bezogen wird. Im Cap. 77 endlich findet sich der Ausspruch: „der Tao des Himmels gleicht dem Bogenschützen. Das Hohe zwingt er niederzufallen, das Tiefe sendet er zur Höhe empor [παλίντονος ἡ ἁρμονία, ἡ τοξεύει διὰ τῶν ἐναντίων, Heraklit]; das Ueberflüssige [das aus dem Vielfachen der Einheit sich zusammensetzende περισσὸν] mindert er, und dem Mangelhabenden [der nur aus Theilen der Einheit bestehenden ἄρτιος-Grösse] fügt er hinzu". Die Uebereinstimmung dieser Sätze, Bezeichnungen und allegorischen Bilder mit ähnlichen Aussprüchen der altsemitischen Weisheitslehre und mit verwandten pythagorischen oder heraklitischen Apophthegmen bedarf keiner näheren Darlegung.

**) Im Originale sind diese Worte folgendermassen geschrieben: 知和曰常。 Die Vergleichung der Charactere für die Worte Harmonie, 和, und Erkennen, 知, zeigt die grosse Aehnlichkeit derselben und deutet auf die Verwandtschaft der durch sie ausgedrückten Begriffe hin.

***) Wir werden uns an einem anderen Orte der ausführlicheren Betrachtung und Erläuterung der merkwürdigen Anfangsworte des Tao-te-king zuwenden. Unsere von der Jülien'schen und Remusat'schen abweichende Uebersetzung der Worte des zweiten citirten Satzes: „Das unendliche Nicht-Etwas kann nur geschaut werden in seinem unsichtbaren geistigen Dasein" — soll dort ihre Rechtfertigung erhalten.

sinnlichen Dinge". Ein dem 25. Cap.*) entnommener Ausspruch lautet: „Ein unerkennbares Wesen ist vorhanden, welches da war vor dem Himmel und der Erde. O wie ist es lautlosruhig! O wie ist es unstofflich-ungreifbar! Alles durchkreisend und erfüllend**) ist es keinerlei Schwankung unterworfen. Man kann es als die Mutter des Weltall's betrachten. Was mich betrifft — mir ist sein Name unbekannt. Aber um es zu bezeichnen nenne ich es Tao [Wort, Vernunft, Anfang, Ursache, Weg]. Mich zwingend es zu benennen nenne ich es gross; als grosses nenne ich es weithin-fortschreitend; als weithin fortschreitend nenne ich es entfernt; als entfernt nenne ich es wiederkehrend***). Darum ist der Tao gross, der Himmel gross, die Erde gross, auch der König [es ist zweifellos der Mensch als König der Geschöpfe dieser Erde gemeint] gross. In der Welt gibt es vier grosse Dinge, und der König ist Eines derselben. Der Mensch ist Abbild der Erde, die Erde ist Abbild des Himmels, der Himmel ist Abbild des Tao; der Tao ist Abbild seiner eigenen Natur".

Beachtenswerth sind aber auch die commentirenden Aeusserungen mehrerer der chinesischen Interpreten zu dieser letzteren Stelle. So sagt der Tao-sse des 13. Jahrhunderts unserer Zeitrechnung Ko-tchang-keng, die Textesworte „ein unerkennbares Wesen" — erläuternd, folgendes: „Würde ich in Betreff dieses Wesens befragt, so würde ich antworten: Es hat nicht Anfang noch Ende, es ändert sich nicht und wechselt nicht. Es hat nicht Körper noch bestimmten Ort, kennt weder Ueberfluss noch Mangel, weder Abnahme noch Zunahme. Es erlischt nicht und wird nicht geboren. Es ist weder gelb noch roth, noch weiss noch blau; hat weder ein Inwendiges noch ein Auswendiges, weder Klang noch Geruch, kein Oben und kein Unten, weder Bild noch Wiederschein". Ferner: „Es verbreitet sich inmitten des Himmels und der Erde; es ist die Quelle aller Zeugung, die Wurzel aller Umgestaltung. Seiner bedürfen der Himmel und die Erde, der Mensch und alle anderen Geschöpfe, um zu leben". Bei einem anderen Interpreten wird von diesem Wesen gesagt: „Es ernährt alle Wesen, wie eine Mutter ihre Kinder". Die älteste und hervorragendste unter den bis auf unsere Zeit gekommenen Bearbeitungen des Tao-te-king, jene nemlich des von den chinesischen Schriftstellern mit Ruhm genannten Ho-chang-kong, der im Jahre 163 v. Chr. seinen Commentar dem Kaiser Hiao-wen-ti von der Dynastie der Han überreichte, erläutert das von Lao-tseu dem Tao gegebene Prädikat „gross" in folgender Weise: „Seine Höhe ist eine solche, dass nichts über ihm ist; er umgibt wie eine Hülle die Welt und nichts wird ausserhalb desselben wahrgenommen.

*) Jülien S. 35; vgl. Remusat S. 27.

**) „Spiritus Domini replevit orbem terrarum — Allelujah — et hoc, quod continet omnia scientiam habet vocis — Allelujah, Allelujah, Allelujah". Introitus der h. Messe am ersten Pfingstsonntage, dem *Liber Sapientiae* entnommen.

***) Der Ausdruck ist im Chinesischen durch *fan* 反 gegeben. Jülien bemerkt zu demselben: „Le mot *fan* signifie littéralement qui revient. La langue française n'a point d'adjectif correspondant. On rendrait d'une manière heureuse l'idée de Lao-tseu, s'il était permis d'emprunter au grec l'épithète *palindrome* (παλίνδρομος)". Der Ausspruch erinnert also unmittelbar an das heraklitische: λόγον ἐκ τῆς ἐναντιοδρομίας δημιουργὸν τῶν ὄντων, oder an Heraklit's: παλίντροπος ἁρμονίη κόσμου.. Für den Christen hat aber der Spruch: „ich nenne das Wort wiederkehrend" — noch eine verborgene symbolische Bedeutung, deren freilich der chinesische Weise sich nicht bewusst sein konnte. Sie mahnen erinnernd daran, dass einst das „Hinrichtungswerkzeug" als „Siegeszeichen" in den Wolken erscheinen wird, wenn der Menschensohn wiederkommen wird zu richten die Lebendigen und die Todten: „et iterum venturus est cum gloria judicare vivos et mortuos".

Darum nenne ich ihn gross". Anknüpfend an den von uns bereits hervorgehobenen Ausdruck „wiederkehrend" sagt der Tao-sse Thi-we-tseu, der im Zeitalter der Ming seine Anmerkungen schrieb: „Es kehrt dies Wesen zurück in den Pallast der Intelligenz (den Menschen) und gräbt sich dort immer tiefer ein. Nachdem es den Umkreis um die Welt vollendet hat, beginnt es denselben von neuem; es nähert sich nachdem es die äusserste Entfernung erreicht hat. Es kehrt zurück — und möge dir genügen, im Herzen des Menschen Dasselbe zu suchen"*).

Die Uebereinstimmung und der innere Zusammenhang dieser verschiedenen Aussprüche mit den Grundanschauungen und Symbolen der ältesten semitischen Weisheitslehre, ja man darf wohl sagen mit gewissen Geheimnissen der in den heiligen Urkunden der mosaischen Offenbarung niedergelegten Urüberlieferungen des menschlichen Geschlechtes, und die auffallende Aehnlichkeit mancher dieser Sätze auch mit pythagorischen, oder heraklitischen Apophthegmen, gibt sich der unbefangenen Forschung von selbst zu erkennen.

Vor dem Schlusse dieses Hauptstückes kehren wir nochmal zur Tafel des Lambdoma's und des Abacus und zur Betrachtung des in diesen Figuren durch die Radien der Tonstufen gebildeten Strahlenbündels zurück, weil einiges die geometrischen Eigenschaften des letzteren und das Spiel parabolischer Curven in beiden Figuren Betreffende zur Ergänzung des auf den ersten Seiten des Hauptstückes Gesagten noch nachzutragen ist.

Denken wir uns von dem Nullpunkte $^0/_0 c$ aus durch die Mittelpunkte der über und beziehlich unter den beiden diagonalen Hauptreihen liegenden Maschen zwei mit den gedachten Hauptreihen parallel laufende Linien gezogen, so befinden sich auf diesen Linien, da wo dieselben die Verticalcolumnen schneiden, die Nullpunkte der Längenmaasse dieser letzteren. Nimmt man für die Abmessung der senkrechten Entfernungen dieser Nullpunkte von dem horizontalen, die Mittelpunkte der Maschen $^0/_0 c$ $^1/_1 c$ $^2/_2 c$ $^3/_3 c$ u. s. w. verbindenden Diameter des Diagramms den Abstand der Mittelpunkte zweier benachbarter Maschen von einander (welche wegen der quadratischen Form der Maschen gleich ist der Seitenlänge der letzteren) zum einheitlichen Gemäss, so wird man durch einfache Abzählung dieser Abstände beziehlich der Maschen sich überzeugen können, dass die geometrischen Radien der Ober- und Unter-Octave, von welchen der eine die in $^2/_2 c$ auftreffende Senkrechte über der Mittellinie im Mittelpunkte der Masche $^2/_1 \bar{c}$, der andere dieselbe Senkrechte unter der Mittellinie im Mittelpunkte der Masche $^1/_2 C$ schneidet, die erwähnten Entfernungen halbiren, vermöge der parallelen Lage der Verticalcolumnen des Gebildes, zufolge eines Lehrsatzes der elementaren

*) Die Richtung der späteren Tao-sse, welche die Reinheit der Tao-Lehre durch Einmischung buddhistischer Sätze getrübt haben, würde man wegen des grössern von diesen Späteren der individuellen Vernunfterkenntniss (ganz nach gnostischer Weise) beigelegten Gewichtes mit einem specifischen Ausdrucke unserer Tage „Rationalisten" nennen können. Wie wenig aber diese Richtung die des Stifters der Schule gewesen ist, möge nachstehende dem 41. Cap. des Tao-te-king (Jülien S. 63) entnommene Stelle zeigen: „Wenn die hervorragenden unter den wahrhaft Gelehrten Kunde vom Tao erlangt haben, bethätigen sie mit höchstem Eifer denselben durch ihre Handlungen. Wenn die Kunde vom Tao den minder hervorragenden unter den Gelehrten zu Theil geworden ist, so bewahren sie denselben oder sie verlieren ihn. Die Gelehrten niederen Ranges, zu denen die Kunde vom Tao gelangt, machen denselben zum Gegenstande ihres Spottes. Ueberhäuften sie denselben nicht mit Spott, wahrlich der Tao verdiente nicht seinen Namen! Darum haben die Alten gesagt: Wer zur klaren Einsicht über den Tao gekommen ist, scheint in Finsterniss eingehüllt. Wer auf dem Wege des Tao fortgeschritten ist, gleicht einem Manne der als Rückschrittler bezeichnet werden mag. Wer auf der Höhe des Tao steht, verbirgt sich in den untersten Ständen und erscheint als ein unbedeutender, gewöhnlicher Mensch. Die höchste Tugend ist einem Thale zu vergleichen, oder dem Morgenstern, der mit Schmach bedeckt wird".

Geometrie, also auch alle übrigen Abstände der Nullpunkte der Verticalen von den Mittelpunkten der Maschen $^0/_0\,c$ $^1/_1\,c$ $^2/_2\,c$ $^3/_3\,c$ u. s. w. durch diese beiden Radien in ihre Hälften zerlegt werden. Man findet weiter, dass der geometrische Radius der Quinte von den Nullpunkten aus gemessen $^2/_3$ — von der Mitte der Maschen des horizontalen Diameters aus aber $^1/_3$ der gedachten Entfernungen der Nullpunkte nicht nur der in $^3/_3\,c$ auftreffenden Senkrechten, sondern aller Senkrechten der Verticalcolumnen abtrennt; dass umgekehrt der Radius der Duodecime vom Nullpunkte aus $^1/_3$ — von der Mitte der Maschen des horizontalen Diameters aus aber $^2/_3$ ebenderselben Entfernungen abschneidet. Ebenso schneiden die Radien der Doppeloctave vom Nullpunkte aus — die Radien der Quarte von der Mitte der Maschen des Diameters aus von allen Senkrechten $^1/_4$ ab, in $^1/_4$ und $^3/_4$ Theile ihrer Längen deren Hälften zerlegend. Die Radien der Septemdecime und der grossen Terze theilen, der eine vom Nullpunkte, der andere von der Mitte der Maschen des Diameters aus gemessen, alle Senkrechten der Figur in $^1/_5$ und $^4/_5$ die Radien der Decimanona und der kleinen Terze alle Senkrechten in $^1/_6$ und $^5/_6$ ihrer halben Längen u. s. w. Nach der Reihenfolge der Progression der natürlichen Aliquotbrüche geordnet, bilden die Strahlen, welche zu den erwähnten Abschnitten gehören, in ihrer Zusammengehörigkeit ein s. g. harmonisches Strahlenbüschel. Denn es schneiden dem Gesagten zufolge diese Strahlen die von ihnen durchschnittenen Senkrechten als ihre Transversalen nach dem Gesetze der harmonischen Proportionalität. Ein harmonisches Strahlenbüschel entsteht allemal dann, wenn der Reihe nach von den Theilpunkten einer harmonisch getheilten graden Linie aus nach irgend einem ausserhalb dieser graden Linie und ihrer Verlängerung liegenden Punkte im Raume verbindende gerade Linien gezogen werden. Ein harmonisches Strahlenbüschel kann aber auch so dargestellt werden, dass eine gerade Linie in eine Anzahl einander gleiche Stücke getheilt wird, in welchem Falle also die wachsenden oder beziehlich abnehmenden Abstände der Theilungspunkte vom ersten Punkte als Nullpunkt aus gemessen dem Gesetze der arithmetischen Proportion und Progression gehorchen, und dass alsdann ebenfalls irgend ein ausserhalb der Linie und ihrer Verlängerung im Raume liegender Punkt durch eben so viele gerade Linien mit jenen Theilpunkten verbunden wird. Jede in derselben Ebene der getheilten Linie parallel gezogene andere grade Linie wird alsdann durch die Strahlen des um den gewählten Punkt entstandenen Büschels, einem bekannten Lehrsatze der elementaren Geometrie entsprechend, ebenfalls nach dem Gesetze der arithmetischen Proportion und Progression geschnitten werden. Jede beliebige andere, der gegebenen arithmetisch getheilten Linie nicht parallele, aber in derselben Ebene liegende grade Linie wird dagegen durch die Strahlen des Büschels harmonisch geschnitten, und zwar, je nach ihrer Neigung gegen die ursprünglich gegebene Linie, nach irgend einer dem Gesetze der harmonischen Proportion gehorchenden Folge vom Anfange der harmonischen Reihe $\frac{n}{1}\ \frac{n}{2}\ \frac{n}{3}\ \frac{n}{4}$ näher oder weiter — möglicher Weise sogar sehr weit abstehender Aliquotbrüche mit constantem Zähler aber veränderlichen, wachsenden oder abnehmenden, äquidifferenten Nennern*). Es zeigt sich geometrisch in diesem für die Entstehung des harmonischen Strahlenbüschels geltenden Gesetze auf ähnliche Weise im Gegenspiele der Beziehungen eine Reciprocität der arithmetischen und harmonischen Proportionalität, wie das Diagramm der aus dem Lambdoma entwickelten Intervallentafel uns

*) Bezüglich des Beweises für diesen Satz müssen wir auf die Lehrbücher von Adams oder Steiner oder irgend ein sonstiges mathematisches Handbuch verweisen.

eine solche für die Harmonik als oberstes musikalisch-arithmetisches Gestaltungsprincip in Zahlen vor Augen gestellt hat.

Die Lehre vom harmonischen Strahlenbüschel und den durch die Strahlen desselben harmonisch geschnittenen Transversalen war dem Alterthume nicht unbekannt. Das 7. Buch der berühmten Mathematicae Collectiones des grossen alexandrinischen Geometers Pappus — ein Werk des Alterthumes, von welchem Chasles in seiner Geschichte der Geometrie als dem „kostbarsten Denkmale der alten Mathematik" redet — enthält eine Reihe von Theoremen, welche der Theorie der Transversalen, beziehungsweise der harmonischen Proportion in ihrer Anwendung auf die Geometrie, angehören. Es wird daselbst unter den Hülfsmitteln für ein leichteres Verständniss der Porismen des Euclid auch bereits der andere, als eine Verallgemeinerung des harmonischen Verhältnisses aufzufassende Satz behandelt, welchen die neuere Geometrie als den Lehrsatz vom anharmonischen Verhältnisse bezeichnet, dessen Bearbeitung und Anwendung auf die Fundamentallehren von den Eigenschaften räumlicher Gebilde namentlich Steiner in seiner berühmt gewordenen Schrift: Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander, Berlin 1832, auf so geniale und überaus erfolgreiche Weise sich unterzogen hat.

Der Einführung der harmonischen Proportion in die Geometrie und der fruchtbringenden Entwickelung der Lehre vom harmonischen Strahlenbündel und den Eigenschaften der harmonisch geschnittenen Transversalen verdankt die neuere Geometrie hauptsächlich diejenige Methode ihrer Behandlung, welche neben der alten Euclid'schen Weise und neben der seit Descartes' Erfindung der Anwendung der Algebra auf geometrische Probleme ausgebildeten analytischen Geometrie als eine von diesen beiden Methoden verschiedene „dritte Art der Geometrie" — wie Chasles in seinem Geschichtsbuche dieselbe bezeichnet — sich entwickelte und durch die Arbeiten der genialsten Mathematiker in einer vergleichsweise kurzen Zeit die blühendste Entfaltung erlangt hat. Chasles nimmt für sie auch den Namen der „reinen Geometrie" in Anspruch, weil sie frei von jeder algebraischen Rechnung ist und — wie Chasles hervorhebt — in völliger Abstraction und Allgemeinheit auf der blossen Anschauung der Figur beruht. Die analytische Methode, nach ihrem Erfinder auch wohl „die Geometrie des Descartes" genannt, welche im weiteren Verfolge zur Entdeckung des Infinitesimal-Calculs führend ihre Fortschritte in rascher Entfaltung allen andern mit der Mathematik in Verbindung stehenden Wissenschaften mittheilte, hatte eine Reihe von Decennien hindurch ausschliesslich das Interesse der Vertreter der Wissenschaft in Anspruch genommen und sowohl die geometrische Methode der Alten, als die Fortbildung der in verschiedenen von Desargues und von Pascal entdeckten Sätzen bereits hervortretenden Anfänge jener eben besprochenen Neugestaltung wichtiger geometrischer Lehrzweige völlig in den Hintergrund gedrängt. Diese erhielt in glücklicher Gegenwirkung aber den kräftigsten Impuls, nachdem der berühmte französische Mathematiker

*) Verwandelt man in Gedanken die durch die Mittelpunkte der Maschen des Diagrammes gezogenen Verticallinien in tönende Saiten, welche durch entsprechende Bemessung ihrer Dicke und specifischen Schwere und der spannenden Gewichte alle in Einen Ton gestimmt seien, so würde man, wenn die von $^0/_0$ c ausgehenden Radien des Strahlenbüschels ebensoviele stegartige Bünde wären, durch Aufdrücken der Saiten in ihren betreffenden Theilpunkten auf diese Stege jedesmal die Klänge aller der einzelnen Intervalle oder Accorde an einem solchen Apparate in vollkommen reiner Abstufung hervorbringen können, deren Rationen und Tonnamen die Tabelle enthält. Das Diagramm stellt also in gewisser Weise die von den Alten so gefeierte sectio regulae seu canonis (κατατομὴ κανόνος) statt an einer Saite, wie beim Monochorde dies geschieht, an einer unbegränzten Vielheit von Saiten vollzogen dar.

De la Hire, zuerst im Jahre 1673 in einer kürzeren Schrift, und dann in seinem, im Jahre 1685 veröffentlichten, ausführlichen klassischen Werke: Sectiones Conicae, die übliche Methode des Apollonius von Perga verlassend, die Lehre von den Kegelschnitten einer neuen und universellen Behandlung dadurch unterzog, dass er für die Entwickelung der vorzüglichsten Eigenschaften der an diesen Curven hervortretenden Linien und Figuren nach einem und demselben Verfahren, die Lehre von der harmonischen Proportion, d. i. von der harmonisch getheilten graden Linie und dem harmonischen Strahlenbündel zum Ausgangspunkte nahm*).

Dem Grundgebilde der anharmonisch oder harmonisch getheilten Geraden in der Ebene und des ebenen linearen Strahlenbüschels hat insbesondere Steiner in der oben von uns citirten Schrift mittelst weiterer Entwickelung die Begriffe des Ebenenbüschels und des Strahlenbüschels im Raume zugesellt und eine Fülle der merkwürdigsten Eigenschaften auch aus diesen letzteren Gebilden abgeleitet. Wie in der geraden Linie eine unzählige Menge unmittelbar auf einanderfolgender, nach zwei entgegengesetzten Seiten ins unendliche sich erstreckender Punkte gedacht werden können; wie durch jeden Punkt in einer Ebene als „Mittelpunkt" unzählige Gerade das „ebene Strahlenbüschel" bildend möglich erscheinen, so sind durch jede Gerade als „Axe" unendlich viele Ebenen im Begriffe des „Ebenenbüschels" zusammengefasst denkbar. Und wie in der Ebene zahllose Gerade und Punkte, also auch eine unendliche Menge ebener Strahlenbüschel, enthalten sind, so sind im Raume nach allen möglichen Richtungen von jedem Punkte als „Mittelpunkte aus" unzählige Gerade oder Strahlen denkbar welche dann das „Strahlenbündel im Raume" bilden. Ein solches enthält nicht nur unendlich viele „Strahlen", sondern es umfasst auch zahllose ebene Strahlenbüschel und Ebenenbüschel als untergeordnete Gebilde oder Elemente, weil es endlos viele Ebenen gibt, die durch dessen Mittelpunkt gehen.

In der angewandten Mathematik findet sich sehr häufig die Theilung eines geometrischen Maasses nach der harmonischen Proportion. Für die Mechanik hat schon La Hire, in seinem Traité de méchanique Vortheil aus derselben gezogen. Lösungen dioptrischer Aufgaben hat Horrebow seinem im zweiten Hauptstücke bereits citirten Werke *In continuam proportionem harmonicam mathemata* (m. vgl. die §§. 49 bis 58 desselben) einverleibt. Denkt man sich in der Axe eines sphärischen Spiegels einen leuchtenden Punkt, so wird der Krümmungshalbmesser des Spiegels durch die Lage des Objectes und seines Bildes harmonisch getheilt. Die Centrallinie zwischen Sonne und Erde, oder einem anderen Planeten, wird durch die Spitze des Halbschattens und die Spitze des Kernschattens harmonisch getheilt. Die Lage zweier leuchtenden Punkte und derjenigen beiden Punkte welche von beiden gleich stark beleuchtet werden, sind vier harmonische Punkte. Sucht man von zwei auf denselben Punkt wirkenden Kräften die Mittelkraft, lässt alsdann die eine dieser Kräfte nach grade entgegen gesetzter Richtung wirken und bestimmt wieder die Mittelkraft zwischen dieser und der anderen der beiden gegebenen Kräfte, so bilden die Richtung der beiden gegebenen und der beiden Mittelkräfte ein Strahlenbüschel von vier harmonischen Geraden u. s. w. u. s. w.

Nur eines Satzes ist hier noch zu gedenken, weil derselbe mittelst geometrischer Construction wieder das Wechselspiel zur Anschauung bringt, welches zwischen der harmonischen und arith-

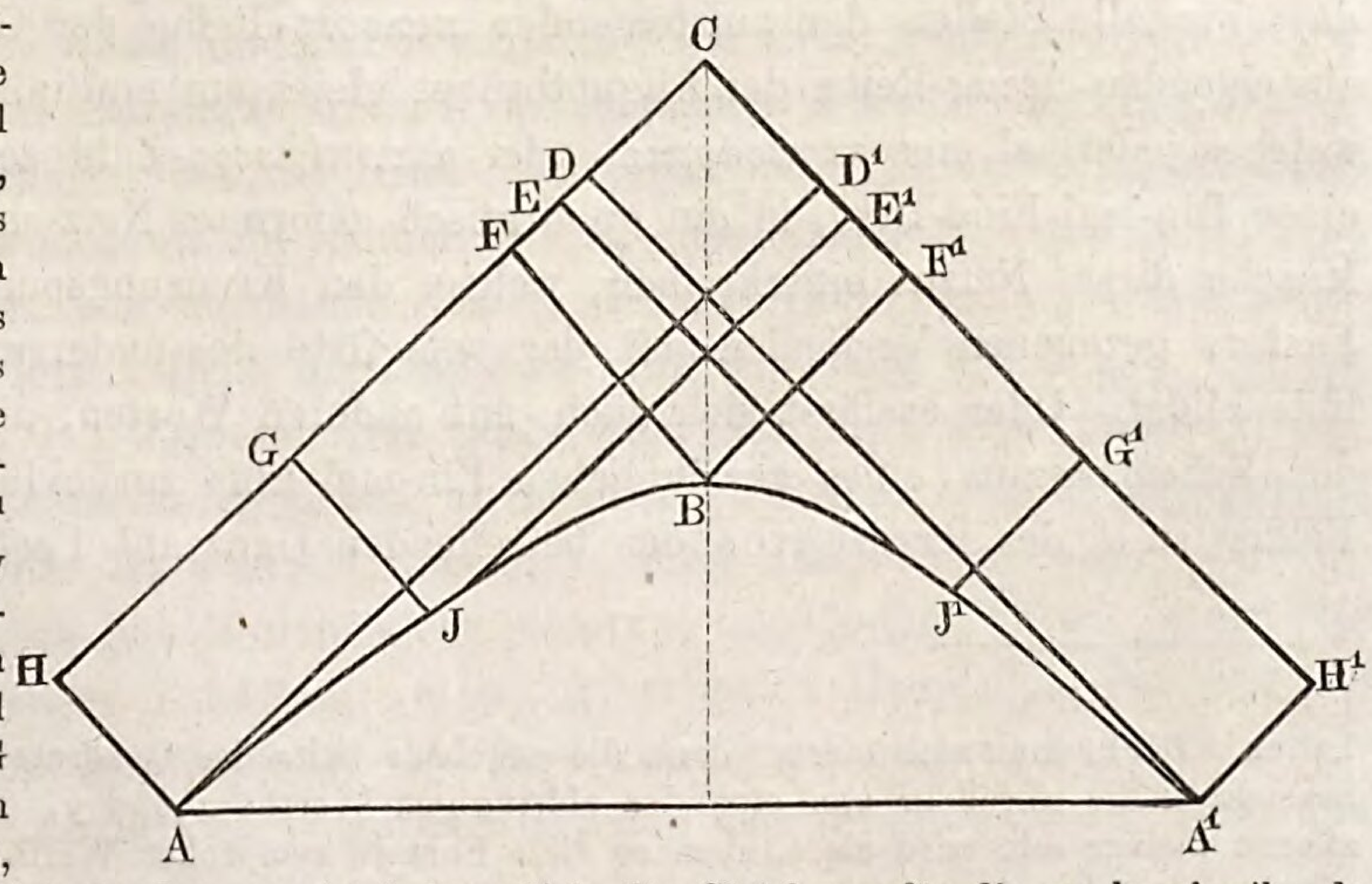
*) Von der, der ganzen Entwickelung der Lehre zum Grunde liegenden Methode sagt La Hire im Vorworte: Quae quidem methodus uno velut stat fundamento, lineae videlicet in tres partes divisione, sic comparatâ, ut una extremarum separatim sumpta, tum eadem cum parte mediâ, ac tandem tota linea harmonicam habeant inter se proportionem.

metischen Proportionalität besteht, und weil eine mittelbare Wichtigkeit demselben beizulegen sein wird für die Entwickelung dessen, was wir am Schlusse unserer Untersuchungen über die Beziehungen der Zahlenharmonik zur Optik und Farbenlehre beizubringen gedenken. Wir meinen den der physikalischen Lehre vom Gleichgewichte der Gase und vom atmosphärischen Drucke angehörigen Satz dass die Abstufung der Spannung und Dichtigkeit der molecularen Schichten einer senkrechten Luftsäule sich nach einer aus harmonischen Proportionen zusammengesetzten Progression ordnet. Schon der berühmte holländische Physiker Muschenbroek hatte in seiner Physik darauf hingewiesen, dass für die Bestimmung des Unterschiedes der Dichtigkeit der Luft in verschiedenen Höheschichten der Atmosphäre man mit Vortheil der analytischen Formel für das Verhältniss der Hyperbel zu ihrer Asymptote sich bedienen könne; indem ja die Expansion der Luft, d. h. das Grössenverhältniss des Volumens, welches ein bestimmtes Theilchen Luft in verschiedenen Schichten der Atmosphäre einnimmt, im umgekehrten Verhältnisse stehe zu den comprimirenden Gewichten der auf demselben lastenden höheren Stücke der Luftsäule*). Horrebow**) zeigte dann, dass allerdings das Gesetz der Hyperbel, weil dasselbe einen sehr einfachen Ausdruck für die Beziehung der reciproken Werthe analoger Stellen arithmetischer und harmonischer Reihen auf einander an die Hand gibt***), für die

*) Muschenbroek a. a. O. §. 813: Si aër instar aquae foret ubivis aeque densus, facillime atmospherae altitudo cognosceretur; cum enim ejus gravitas sit ad eam mercurii, uti 0,001¼ ad 14000, forent 11200 pollices aëris in altitudine aeque graves, ac pollex mercurii in tubo; cumque ordinaria barometri altitudo sit 29 pollicum, esset atmospherae altitudo 324800 pollicum, sive 27066⅔ pedum. Verum aër est eo rarior, quo altior, ejusque volumina sunt reciproce, ut pondera comprimentia, sive ut altitudines mercurii in tubo: idcirco ope hyperbolae et asymptotarum res absolvi poterit etc.

**) Am vorhin a. O. §. 59—75.

***) Es sei in der nebenstehenden Figur die Linie CF, oder BF, die Seite des für die zu beschreibende Hyperbel gegebenen Quadrates FF^1, und somit, wenn die Grösse dieser Linie a ist, das Quadrat $FF^1 = a^2$. Man denke sich nun die Seiten CF und CF^1 des Quadrates in der Richtung über H und H^1 hinaus unbegränzt verlängert, so dass die Lage der Asymptote und beziehlich deren Anfang für die Hyperbel in CH und CH^1 gegeben seien. Bedeuten nun x und y einander zugeordnete Abschnitte ungleicher Grösse auf der einen und anderen Seite der Asymptote, wobei x allemal für CD (oder CD^1), CE (oder CE^1), CG (oder CG^1), CH (oder CH^1), und alsdann y für A^1D (oder DA^1), J^1E (oder JE^1), JG (oder J^1G^1), AH (oder A^1H^1) gesetzt werden, so ist bekanntlich die Gleichung für die zu beschreibende Hyperbel



$$a^2 = xy$$

woraus unmittelbar $x : a = a : y$ folgt. Mit anderen Worten: das Verhältniss von x und y ist, nachdem die eine oder andere dieser Grössen willkührlich bestimmt und ihr Maass auf die Asymptote aufgetragen worden ist, so durch entsprechende Abmessung der correlaten anderen Grösse auf der anderen Seite der Asymptote graphisch darzustellen, dass der vorstehenden Gleichung genügt werde; also in obiger Figur die Rectangel CDA^1H^1, CEG^1J^1, CGE^1J, $CHAD^1$ (beziehungsweise CD^1AH, CE^1GJ, CG^1EJ^1, CH^1A^1D) alle gleich dem Quadrate $CBFF^1$ werden; wodurch dann die Orte für die Punkte der Curve $AJBJ^1A^1$ ihre Bestimmung er

von Muschenbroek angedeutete Rechnung sehr wohl benutzt werden könne; dass aber noch leichter man mittelst der einfachen Betrachtung der harmonischen Proportion in ihrer Wechselbeziehung zur arithmetischen das gesuchte Resultat erlange. Mit der arithmetischen Eintheilung der Barometer-Scale sind ja für die dort angegebenen Stufen die reciproken Werthe mit Leichtigkeit zu finden. Jeder Wechsel der Luftdichtigkeit wird durch die Vergleichung zweier solcher Scalen aber mit um so geringerer Mühe auch für kleinere Abstufungen sich berechnen lassen, als durch Interpolirung von arithmetischen Mittleren in der Nennerreihe der Brüche der harmonischen Scale auf die allerleichteste Weise eine beliebige Anzahl von weiteren Zwischenstufen für die letztere gefunden werden kann.

In eigenthümlicher Weise findet die harmonische Proportion, beziehlich Progression, sich noch für die Berechnung einer geometrischen Curve verwendet in einer von Leibnitz*) als Hülfsmittel zur Auffindung eines Näherungswerthes für die Quadratur des Circels angegebenen unendlichen Reihe folgender Form:

$$1/1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

deren positive und negative Glieder, sowohl in ihrer Verbindung als gesondert, aus je zwei Stellen zweier harmonischen Progressionen sich zusammen setzen, und deren Erwähnung somit nicht ganz ausserhalb des Kreises unserer Betrachtungen zu liegen scheint.

Eine leichte Umgestaltung des von uns im vorigen Abschnitte entwickelten Pleroma des Lambdoma zeigt uns sodann noch eine andere Beziehung der in symmetrischer Ordnung als Abacustafel verbundenen musikalischen Zahlenreihen zu den geometrischen Curven der Kegelschnitte, deren wir hier noch zum Schlusse deshalb gedenken wollen, weil das zu Sagende mit dazu beitragen mag, auf einen Zusammenhang der s. g. zehn Kategorien der Pythagoreer mit zahlenharmonikalen Dingen hinzuweisen.

Die Zahlenreihen der Figur des Diagramms können nemlich auch so entwickelt werden, dass wir alle Stellen der aufsteigenden περισσός-Reihe der Ganzzahlen mit allen Stellen der absteigenden ἄρτιος-Reihe der Aliquotbrüche gleichsam multipliciren und das gefundene Product, welches jedesmal eine περισσάρτιος- oder ἀρτιοπέρισσος-Zahl sein wird, wie bei der Anfertigung einer Ein-mal-Eins-Tafel, in ein quadratisch geformtes Netz und zwar in diejenige quadratische Masche dieses Netzes einschreiben, welche den Kreuzungspunkt der aus dem Orte des einen Factors gezogenen Verticalen mit der vom Orte des anderen Factor's kommenden Horizontallinie bildet. Oder es lässt sich auch, mit anderen Worten, die Entstehung des Diagramms auf den Schematismus eines gewöhnlichen Ein-mal-Eins zurückführen, wenn wir in die einzelnen Felder statt des Productes der betreffenden Ganzzahl-Factoren eines Ein mal Eins den in

halten. Denkt man sich hierbei dann die gegebene Seite des Quadrates CF oder BF, d. i. a, als Einheit, so bezeichnen die variabeln von einander abhängigen Werthe x und y, deren einer immer grösser, der andere allezeit kleiner sein wird als a, eben so viele Formen reciproker Werthe, weil ja jedesmal ihr Product gleich a^2, also gleich 1, ist. Bilden die einzelnen für x genommenen Werthe eine wachsende arithmetische Reihe, so werden die correlaten Werthe für y eine harmonische Reihe abnehmender Werthe bilden, und umgekehrt. Weil der Werth des Rectangels xy allezeit gleich a^2 bleibt, somit niemals gleich Null werden kann, nähern beim stetigen Wachsen des einen Factors d. i. der einen Seite des Rectangels die Schenkel der Hyperbel sich zwar stetig ihrer Asymptote, werden aber die letztere nur in unendlicher Ferne d. i. nie berühren. Die zwiefach abgestufte endlose Folge der reciproken περισσὸς- und ἄρτιος-Rationen der Dur- und Mollreihen des Lambdoma's und der in den folgenden Hauptstücken noch zu entwickelnden Diagramme birgt also eine Doppelreihe von Werthen in sich, dereren harmonikales Zahlenspiel dem geometrischen Gesetze der Hyperbel gehorcht.

*) Acta Erudit. Lips. Jahrgang 1682. S. 44 fgde.

Bruchform angedeuteten Quotienten derselben hinschreiben. Wenn wir uns hierzu einer durch verticale und horizontale Linien mit einiger Sorgfalt in kleine quadratische Maschen getheilten Tafel bedienen, so werden wir das auf Tafel I Fig. II abgebildete Schema erhalten, welches von Figur 1 derselben Tafel nur dadurch sich unterscheidet, dass die ἀρτιοπέρισσος- und περισσάρτιος-Reihen dort bis zur Mittellinie einander senkrecht entgegenlaufen und dann sich brechen, um in entgegengesetzter diagonaler Richtung ihren Weg fortzusetzen, hier aber dieselben in rechtem Winkel sich begegnen und einander schneiden, wobei jede Reihe für sich in ungebrochener grader Richtung ihren Lauf verfolgt. Die so geformte Tafel zeigt nun, in anschaulicherer Weise als die aus dem Lambdoma hervorgegangene trianguläre, eine merkwürdige Beziehung zu dem Entwickelungsgesetze parabolischer Curven, wenn wir bei Aufsuchung der Intervalle der beiden musikalisch dem Diagramme zum Grunde gelegten tonischen Accorde C-dur und beziehlich F-moll die geraden Linien der horizontalen und verticalen Reihen der Tabelle verlassen und dagegen in folgender Weise mit Hülfe einer Benutzung der äquivalenten wiederkehrenden Rationen der betreffenden Intervalle die eben erwähnten Accorde aus den Ober- und beziehlich Unterharmonikalen ihrer Stammtöne zusammensetzen. Wir wählen beispielsweise behufs Bildung des Duraccordes der Oberharmonikaltöne von *c*, nicht die Ration $^1/_1$ c, sondern den äquivalenten Ausdruck $^5/_5\,c$ zum Ausgangspunkt. Es ist $^5/_5\,c$, vom Nullpunkte an gezählt, die fünfte Form der äquivalenten Ausdrücke für das Intervall der Prime $^1/_1\,c$. Als Ration der Octave gesellen wir diesem $^5/_5\,c$ den Ausdruck $^8/_4\,\bar{c}$ zu, welcher auf dem Strahle der Octave die vierte Form der Ausdrücke für die Octave bildet. Für die Duodecime nehmen wir den dritten der auf dem Strahle der Duodecime liegenden Ausdrücke $^9/_3\,\bar{g}$, für die Doppeloctave aber die zweite und für die Septemdecime die erste der auf den Strahlen dieser Intervalle einander folgenden Formen ihrer Rationen, also $^8/_2\,\bar{\bar{c}}$ und $^5/_1\,\bar{\bar{e}}$. Der Accord setzt sich demgemäss auf folgende Weise zusammen: $^5/_5\,c$ $^8/_4\,\bar{c}$ $^9/_3\,\bar{g}$ $^8/_2\,\bar{\bar{c}}$ $^5/_1\,\bar{\bar{e}}$. Die Nenner dieser Brüche bilden eine rückläufige einfache arithmetische Reihe und fallen zugleich, wie man sieht, mit den vorerwähnten Ordnungszahlen der den einzelnen Strahlen entnommenen Formen der betreffenden Rationen zusammen. Vervollständigen wir die Reihe dieser Brüche noch durch $^0/_6$ als erstes und $^0/_0$ als letztes Glied, so besteht dann die Nennerreihe aus den Zahlen 6 5 4 3 2 1 0; die Zähler aber bilden, wie sich zeigt, eine von 0 bis 9 steigende, und dann wieder fallende arithmetische Reihe höherer (2.) Ordnung. Denn die Differenzen ihrer Glieder 0 5 8 9 8 5 0, der Reihenfolge nach die Zahlen 5 3 1 1 3 5 ergebend, zeigen uns das Ende einer fallenden und beziehlich den Anfang einer steigenden einfachen arithmetischen Reihe, nemlich den Anfang oder beziehlich das Ende der Reihe der ungraden Zahlen in ihrer natürlichen Folge. Von den beiden Gliedern, welche wir so eben den Rationen des Accordes hinzugefügt haben, weiset das erste $^0/_6$ auf diejenige Masche unserer Tafel hin, wo in der verticalen Hauptreihe der letzteren 6 steht, und wohin — der übrigen Einrichtung der Tafel zufolge — eigentlich $^0/_6$ hätte geschrieben werden müssen. Das Endglied $^0/_0$ entspricht dagegen dem Nullpunkte der Tafel und beziehlich Mittelpunkte des harmonischen Strahlenbündels derselben. Es lässt sich innerhalb der Gränzen des für die Aufsuchung der Accordintervalle von uns gewählten Gesetzes mit anderen Worten dem Accord kein weiteres Intervall hinzufügen. Denn die dem Gesetz der Reihe entsprechend gefundene Ration wird imaginär. Verbinden wir nun von dem Nullpunkte der Tafel aus die Mittelpunkte der kleinen Quadrate, in welchen die vorerwähnten Rationen des Accordes stehen, durch eine Curve, welche wir in $^0/_6$, beziehlich 6 der Tafel, endigen lassen, so sagen wir, dass diese Curve eine Parabel sei, nemlich eine Parabel, deren Parameter

= 1 ist wenn als Einheit die Länge einer der Seiten der kleinen quadratischen Maschen der Figur gesetzt wird, und deren Scheitel im Mittelpunkte der Masche $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ liegt, während ihre Achse, welche parallel mit der oberen horizontalen Hauptreihe der Tafel läuft, die Mittelpunkte der Maschen 3 unter Null und $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ mit einander verbindet. Es ergibt sich dies aus folgender einfachen Betrachtung. Die Länge der Achse der Curve, von deren Scheitel $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ bis 3 gemessen, ist gleich 9 mal der Einheit einer Seite der quadratischen Maschen. Der Nullpunkt der Tafel aber ist um 3 solcher Einheiten vom Punkte 3 entfernt. Nehmen wir die Achse $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ 3 als Abscissenlinie eines rechtwinkligen Ordinatensystems, so stellt der Abstand des Nullpunktes vom Punkte 3 somit eine Ordinate 3 dar, welche gleich ist der Quadratwurzel aus der Abscisse 9. Der Mittelpunkt der Masche $^{5}/_{1}\,\overline{\overline{e}}$ ist in senkrechter Richtung um 2 Einheiten von dem in der Abscissenlinie liegenden Punkte $^{5}/_{3}\,a$ entfernt, und die Länge der Abscisse $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ $^{5}/_{3}\,a$ beträgt 4 Einheiten. Die Ordinate 2 ist somit gleich der Quadratwurzel aus der Abscisse 4. Endlich beläuft der Abstand des Mittelpunktes der Masche $^{8}/_{2}\,\overline{\overline{c}}$ von dem in der Abscissenlinie liegenden Punkte $^{8}/_{3}\,\overline{f}$ sich auf 1 solche Einheit und die Abscisse $^{8}/_{3}\,\overline{f}$ $^{9}/_{3}\,\overline{g}$ ist ebenfalls 1, somit wieder die Ordinate 1 gleich der Quadratwurzel aus der Abscisse 1. Aehnliches zeigt sich bei Ermittelung der Lage der Punkte 6, $^{5}/_{5}\,c$ und $^{8}/_{4}\,\overline{c}$. Die Gleichung für die Parabel $y^2 = 2px$ verwandelt sich aber bekanntlich für Parabeln, deren Parameter gleich 1 ist, in $y^2 = x$, d. h. die Ordinaten y sind alsdann gleich den Quadratwurzeln aus den zugehörigen Abscissen x.

Von allen auf dem Strahle des Primton's liegenden Formen der Ration des Stammtones $^{1}/_{1}\,c$ aus, lassen sich nun, unter Beobachtung desselben Verfahrens, Reihen von Accordstufen zusammenstellen, welche, wenn die Mitten der betreffenden Maschen der Tafel durch eine Curve verbunden werden, dem Gesetze der Parabel gehorchende Curven liefern. Durch einfaches Abzählen der Längen der jedesmaligen Abscissen und Ordinaten wird der Leser leicht sich überzeugen, dass sämmtliche punktirt in die beiden Hälften der Figur eingetragenen Curven solche parabolische Curven sind. Auf der untersten liegt der Primton $^{1}/_{1}\,c$ für sich allein. Die zweite Curve führt durch die Prime $^{2}/_{2}\,c$ und die Octave $^{2}/_{1}\,\overline{c}$. Ihr Scheitelpunkt liegt so, dass die Parabel nach rechts hin $^{1}/_{4}$ der Länge der zwischen $^{2}/_{1}\,\overline{c}$ und $^{2}/_{2}\,c$ liegenden Seite der beiden kleinen Quadrate abschneidet. Die Ordinaten der Punkte $^{2}/_{1}\,\overline{c}$ und beziehlich $^{2}/_{2}\,c$ betragen $^{1}/_{2}$ der zur Einheit genommenen Seite der Maschen; die Abscisse dieser Punkte sodann ist gleich $^{1}/_{4}$ der gedachteu Einheit; $^{1}/_{2}$ aber ist gleich der Quadratwurzel aus $^{1}/_{4}$. Die durch $^{3}/_{3}\,c$ gehende Curve fügt der Octave $^{4}/_{2}\,\overline{c}$ noch die Duodecime $^{3}/_{1}\,\overline{g}$ hinzu. Ihr Scheitel, so wie die Scheitel aller derjenigen gefundenen Curven, deren Stellenzahl eine ungrade ist, liegt wieder im Mittelpunkte der betreffenden Zelle*). Eine nähere Prüfung wird ergeben, dass diese Scheitelpunkte des gefundenen Systemes von Parabeln ebenfalls sich durch eine Curve verbinden lassen, welche wieder eine Parabel sein wird. Der Scheitel dieser letzteren wird im Nullpunkte liegen, und ihre Axe wird durch eine die Mittelpunkte der Maschen der oberen horizon-

*) Die Curven dieses parabolischen Systemes sind in Figur II der Tafel I mit blauer, die der sogleich zu erwähnenden Fmoll-Accorde mit gelber Farbe eingezeichnet. Um das Auge nicht durch die Menge der aufgetragenen Linien zu verwirren musste darauf verzichtet werden, ein zweites, sogleich zu erwähnendes Doppelsystem von Parabeln, welches durch die Scheitelpunkte der gefundenen blauen und gelben Curven hindurchgeht, in die Zeichnung mit aufzunehmen.

talen Hauptreihe verbindende Grade gebildet werden. Die Achse dieser Parabel läuft aber nach rechts, der Folge der Zahlen der horizontalen Hauptreihe entsprechend. Wir könnten diese Richtung ihrer Abscissenlinie die positive nennen. Der Lauf der Achsen der in die Figur eingezeichneten Folge von Parabeln müsste dann als die negative Richtung gedacht werden. Die letzteren Parabeln rücken gleichsam in positiver Richtung, die parallele Lage ihrer negativen Achsen beibehaltend, auf der Curve der erwähnten mit ihrem Scheitel im Nullpunkte ruhenden Parabel stetig fort, und durchlaufen so vor und nach die Lagen der Curven der einzelnen vorhin aufgezählten Reihen von Accord-Rationen. Es wird nicht schwer sein, vermittelst des den Reihen zum Grunde liegenden Zahlengesetzes in Gedanken das in die Figur eingezeichnete Parabel-System auch über die Gränzen der Figur hinaus weiter noch fortzuführen. Die letzte eingezeichnete, von 8 aus die Rationen $^{7}/_{7}\,c$ $^{12}/_{6}\,\bar{c}$ $^{15}/_{5}\,\bar{g}$ $^{16}/_{4}\,\bar{\bar{c}}$ $^{15}/_{3}\,\bar{\bar{e}}$ $^{12}/_{2}\,\bar{\bar{g}}$ durchlaufende Curve berührt den ekmelischen Punkt $^{7}/_{1}$ und schliesst dann wie alle anderen, im Nullpunkte ab. Die nächste Parabel wird von 9 aus durch die Orte der Rationen $^{8}/_{8}\,c$ $^{14}/_{7}\,\bar{c}$ $^{18}/_{6}\,\bar{g}$ $^{20}/_{5}\,c$ $^{20}/_{4}\,\bar{\bar{e}}$ $^{18}/_{3}\,\bar{\bar{g}}$ und, nach Durchlaufung der ekmelischen Ration $^{14}/_{2}$, $^{8}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{c}}}$ gehen. In der dann folgenden wird die abermals aus anderen Formen derselben Intervallrationen gebildete Reihe noch die Stufe $^{9}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{d}}}$ in sich aufnehmen, die darauf folgende aber die Stufe $^{10}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{e}}}$ u. s. w. Kurz es zeigt sich, dass der tonische C-Accord und die an denselben sich anschliessenden höheren Obertöne von $^{1}/_{1}\,c$ in der Fortsetzung der Tafel in einem immer mehr sich ausbreitenden parabolischen Curvensysteme stets von neuem auftreten werden, welches sogar einer unendlichen Fortentwickelung fähig sein würde.

Ein ganz ähnliches parabolisches Curvensystem lässt sich, mit umgekehrtem Wurfe des Bogenstrahles, vom Nullpunkte aus aber auch in die untere Hälfte des Diagramms einzeichnen. Diese Parabeln werden die Orte der Rationen der reciproken Werthe der in dem eben entwickelten Curvensysteme liegenden Zahlenrationen durchlaufen. Dies zweite System wird also durch die Orte der sich reproducirenden Formen der Rationen des von $^{1}/_{1}\,c$ aus abwärts entspringenden F-moll-Accordes durchlaufen. Die Bogenstrahlen der Curven beider Systeme werden jedesmal in den äquivalenten Primton-Rationen $^{1}/_{1}\,c$ $^{2}/_{2}\,c$ $^{3}/_{3}\,c$. . $\frac{n}{n}c$ successive sich begegnen und kreuzen. Der Gegensatz von Dur und Moll, der männlichen und der weiblichen Tongebilde, der wachsenden Grösse und der Beschleunigung der Bewegung innerhalb der arithmetischen Reihe der aufsteigenden, und der abnehmenden Grösse und der sich vermindernden Beschleunigung der Bewegung innerhalb der harmonischen Reihe der absteigenden Tonstufen tritt also, wie allerwärts in der Mischung der Zahlen und Töne, so auch in dieser Begegnung der beiden vorbezeichneten conischen Curvensysteme uns in prägnantester Weise entgegen. Der Eine Born aber, welchem diese Zweiheit der Curven, dem Niederfallen zweier Wasserstrahlen vergleichbar, entquillt, ist — wenn man so sagen darf — der Uranfang der Grösse $^{0}/_{0}$ oder 0×0, nemlich derselbe Nullpunkt der Figur, der sich uns auch als Mittelpunkt des harmonischen Strahlenbüschels gezeigt hat. Dem gradlinigen Sterne des letzteren tritt ein aus endlosen Curvenlinien gebildetes zweites Büschel im Spiele der gekrümmten Linie zur Seite.

Auch die trianguläre Figur des aus dem Lambdoma entwickelten Diagrammes trägt eine endlose Fülle aus musikalisch wohl geordneten Rationen sich zusammensetzender parabolischer Curven in sich. Wegen Verschiebung der Rationenreihen haben sich aber hier die Parabeln der quadratischen Figur in Systeme von Parabeln mit schiefwinkeligen Ordinaten verwandelt. Auch in der triangulären Figur des Lambdoma's finden sich sodann noch zwei Systeme harmonikaler

Parabeln mit positiver Richtung des Achsenlaufes — ein System nemlich von Parabeln, welche alle mit ihrem Scheitel im Nullpunkte $^0/_0\, c$ liegen und deren Achsen in dem aufsteigenden Schenkel des Lambdoma's verlaufen, und ein zweites, aus Parabeln deren gemeinsame Achse der andere Schenkel des Lambdoma's ist sich entwickelndes System, dessen Curven ebenfalls alle den Nullpunkt $^0/_0\, c$ zum Scheitelpunkte haben. Das erste dieser beiden Systeme geht wieder durch die Orte der Rationen des C-dur-Accordes, das zweite aber durch diejenigen der Rationen des F-moll-Accordes, und in der weiteren Fortsetzung berühren die Curven auch dieser beiden Systeme wieder die Orte der weiter aufwärts und beziehlich abwärts an jene beiden Accorde sich anreihenden Ober- und Unterharmonikalen des Stammtones $^1/_1\, c$. Zu den Parabeln des ersteren Systemes gehören z. B. die von $^0/_0$ aus durch die Orte $^1/_1\, c$ $^3/_2\, g$ $^6/_3\, \bar{c}$ $^{40}/_4\, \bar{e}$ $^{15}/_5\, \bar{g}$ u. s. w., oder durch die Orte $^2/_2\, c$ $^6/_4\, g$ $^{12}/_6\, \bar{c}$ $^{20}/_8\, \bar{e}$ $^{30}/_{10}\, \bar{g}$ u. s. w., oder durch $^3/_3\, c$ $^9/_6\, g$ $^{18}/_9\, \bar{c}$ $^{30}/_{12}\, \bar{e}$ $^{45}/_{15}\, \bar{g}$ u. s. w. gelegten Curven. Die dem Mollgeschlechte angehörigen, ihre Achse im anderen Schenkel des Lambdoma's habenden Curven des zweiten Systemes findet der Leser wieder ohne Mühe mittelst Verwandlung der betreffenden Rationen in ihre reciproken, umgekehrten Werthe.

Die Betrachtung der beiden Diagramme des Abacus und des Lambdoma's hat überall im Spiele der zahlenharmonikalen Gegensätze die Wechselbeziehung der Kategorien der Gränze und des Unbegränzten (πέρας καὶ ἄπειρον), des Theiligen und Untheiligen (ἄρτιον καὶ περιττὸν), des Einen und der Menge (ἓν καὶ πλῆθος) uns vorgeführt. Wir fanden bildlich in musikalischen Typen auch die Antithese des Männlichen und Weiblichen (ἄῤῥεν καὶ θῆλυ), welcher im Diagramme der zehn Stufen der Gegensatz des rechts- und linksseitigen Pentachordes (δεξιὸν καὶ ἀρίστερον) entsprach, ausgedrückt*). Das Vorstehende hat so eben uns auch den Gegensatz des Geraden und Krummen (εὐθὺ καὶ καμπύλον) in einer eigenthümlichen Uebertragung harmonikaler Lehrsätze auf geometrische Gebilde und geometrischer Beziehungen auf musikalische Dinge erkennen lassen. Die Kategorien des Ruhenden und Bewegten (ἠρεμοῦν καὶ κινούμενον) und jene des Lichtes und der Finsterniss (φῶς καὶ σκότος) erschienen in den kosmologischen Aussprüchen und Speculationen des frühesten Alterthumes und selbst in gewissen, in eine zahlenharmonikale Hülle gekleideten theosophischen Sätzen der altsemitischen Ueberlieferung und der chinesischen, ägyptischen und pythagorischen Weisheitslehre überall als die Ausgangspunkte der zahlensymbolischen Darlegung hingestellt. In Beziehung auf die Kategorie des Guten und Bösen (ἀγαθὸν καὶ κακὸν) werden wir sehen, dass die alte Weisheitslehre der Hebräer, der Aegypter und der Griechen das Diagramm der Dekas-Scale mit einer Wage verglich, das Ôth-Aleph der Mitte aber als Symbol der strafenden und sühnenden Gerechtigkeit (Δίκη) bezeichnete**). Neun Kategorien der vielbesprochenen und vielverspotteten Tafel der zehn Gegensätze hätten also bereits ihre, unseres Bedünkens, ganz befriedigende Deutung gefunden. Hoffentlich wird ein gleiches auch noch bezüglich der letzten der zehn Antithesen, dem Gegensatze nemlich des Quadrates und Oblongums (τετράγωνον καὶ

*) Wir verweisen in dieser Hinsicht einstweilen auf das, was bereits S. 199 nach Horrebow über das Gesetz der Hyperbel als Ausdruck für die Wechselbeziehung der analogen Stellen arithmetischer und harmonischer Reihen zu einander gesagt worden ist.

**) Wir erinnern an den schon citirten Ausspruch des Buches Jᵉzirah (Cap. 3 Abschn. 1) „drei Mütter אמש, ihr Grund die Schale der Schuld und die Schale der Reinheit, und die Zunge der Satzung den Ausschlag gebend zwischen beiden“.

ἑτερόμηκες) sich zeigen*). Die in's Einzelne eingehende Betrachtung der dem Tonsysteme und dem Kosmosdiagramme zum Grunde liegenden Zahlenformeln wird auch — so weit nicht die typischen einleitenden Worte der Aussprüche des Buches J^ezirah: „Zehn Zahlen ausser dem unaussprechbaren Nichtwas" — schon einen desfallsigen Anhaltspunkt an die Hand geben — eine genügende Erklärung dafür liefern, warum die alten Pythagoreer sich bemüssigt gefunden in ihren mit zahlenharmonikalen Dingen zusammenhängenden Speculationen grade zehn Kategorien der Gegensätze, und nicht mehr und nicht weniger, zu formuliren.

Der hier von uns versuchten Deutung der mit den Worten τὸ εὐθὺ καὶ καμπύλον (das Gerade und das Krumme) bezeichneten Kategorie der Gegensätze liegt allerdings als Voraussetzung die Annahme zum Grunde, dass neben und mit der Tafel des Lambdoma's und des Abacus den Pythagoreern und ihren Lehrern auch der Lehrsatz vom harmonischen Strahlenbündel und von den harmonisch geschnittenen Transversalen sowohl als die eigenthümliche Beziehung beider Diagramme zur Lehre von den Kegelschnitten nicht unbekannt gewesen sei. Für das letztere können wir uns freilich nur auf die bezeichnende Verbindung der in Rede stehenden Antithese des Graden und Krummen mit den übrigen offenbar der speculativen Zahlenharmonik entnommenen Gegensätzen der Tafel der zehn Kategorien berufen. Was aber das erstere betrifft, so erinnern wir nochmals daran, dass das 7. Buch der Collectiones Mathematicae von Pappus eine Folge von Theoremen enthält, welche auf das anharmonische sowohl als harmonische Verhältniss in seiner Anwendung auf geometrische Constructionen hinweisen. Es ist sodann, wie man weiss, überdies aber auch eine hervorstechende Eigenthümlichkeit der griechischen Arithmetiker noch der späteren Zeit, mit Vorliebe die Eigenschaften der Zahlen und alle Lehrsätze der Arithmetik auf geometrische Weise an linearen Constructionen zu entwickeln. Diese Methode war eine alttraditionelle. Es war ferner den Mathematikern der älteren pythagorischen Schule die harmonische Proportion als wesentlicher Bestandtheil der von ihnen mit Vorliebe behandelten Proportionenlehre wohl bekannt und um der Anwendung auf die Musik willen bei ihnen Gegenstand eifriger Untersuchungen. Und da sollte von ihnen ihre sonst übliche geometrische Methode der Behandlung auf diesen Theil ihrer Zahlenlehre nicht angewendet worden sein? Wir würden zu einer solchen Meinung uns um so weniger bekennen können, als das Spiel der Paare conjugirter Punkte in der harmonisch getheilten Linie und der zugehörigen conjugirten Strahlenpaare einestheils — wie ein Blick in die Schriften eines Steiner, oder Brianchon, oder in das Lehrbuch von Adams zeigt — auf so überaus einfachen elementaren Sätzen beruht, und andererseits durch diese Lehre ein so reichhaltiges und vielgestaltig fruchtbares Feld der Geometrie eröffnet wird. Bei Nikomachus und Jamblichus finden wir zwar keine geometrischen Lehrsätze der Darstellung der Lehre von der harmonischen Proportion beigemischt. Aber das Schweigen der älteren pythagorischen Mathematiker, aus deren Ueberlieferungen jene Beiden schöpften, mag auf einem anderen, im Verfolge unserer Untersuchungen vielleicht klarer noch hervortretenden Grunde beruht haben.

*) Gibt man dem Lambdoma die aufrechtstehende dem Buchstaben Lambda nachgebildete Stellung, so entspricht auch in dieser Figur die Lage der Rationenreihen der Duraccorde der linken, jene der Mollaccorde der rechten Seite des Diagramms.

[illegible] werden*). Die dem Ganzen eigenthümliche Betrachtung der dem Pentagramme und dem Kugelsystem [illegible] Zahlenlehre [illegible] wird [illegible] die [illegible] der Sphären [illegible] Zahlen [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] der Pythagoreer [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Philolaos [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] mehr und mehr [illegible] [illegible].

Er liegt von uns gesuchten [illegible] der mit den [illegible] (die Kreisende und das Erzeugte) [illegible] Kategorie der Ansichten [illegible]. [illegible] Vorstellungen [illegible] dem Gesetz [illegible] des [illegible] und des Abacus des Pythagoreers und [illegible] Lehrern nach der Lehrart [illegible] [illegible] [illegible] und von den späteren [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] beider Philosophen mit Recht aus [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] der Kreise und Erzeugung [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] der Tafel der reinen Kategorien [illegible]. Was aber [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Pythagoreischen Methode [illegible] eine Folge von Theoremen enthält, welche [illegible] arithmetische sowohl als [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] geometrische Constructionen [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] der griechischen Arithmetiker [illegible] [illegible] Zeit [illegible] die Eigenschaften der Zahlen und alle Lehrsätze der Arithmetik auf geometrische Weise an linearen Constructionen zu entwickeln. Diese Methode war eine allgemeine. Es war daher [illegible] [illegible] der älteren griechischen Schule die [illegible] [illegible] als wesentlicher Bestandtheil der von Euklid vorzüglich behandelten Proportionenlehre [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] alles bei ihnen [illegible] und wichtiger Untersuchungen; sollte [illegible] [illegible] sonst [illegible] [illegible] der Behandlung auf diesem [illegible] [illegible] nicht [illegible] worden sein? Wir werden zu einer solchen Meinung um so weniger bewogen [illegible], als das Spiel [illegible] Punkte in den [illegible] [illegible] Linie und [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] — wie ein Blick in die Schriften eines [illegible], oder [illegible] oder in das [illegible] [illegible] [illegible] zeigt, — [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] der Geometrie [illegible] wird. Bei [illegible] und [illegible] finden wir zwar keine [illegible] Lehrsätze der Darstellung der Zahlen von der [illegible] Proportion [illegible]. Aber das Schweigen der älteren pythagoreischen Mathematiker, was deren [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], mag mit einem anderen, im Verfolge unserer Untersuchungen [illegible] [illegible] noch hervortretenden Grunde [illegible] [illegible].

*) [illegible] dem [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] dieser Figur die [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] rechten Seite der Ergänzung.

Fünftes Hauptstück.

Die paarweise Conjugirung coordinirter entgegengesetzter Reihen der harmonikalen Ober- und Untertöne. Entwickelung der dissonirenden Accorde und der Grundgebilde der melodischen Tonverbindungen aus den reciproken Rationen solcher conjugirter Reihen. Der Tetrachord als elementare Type der Melodik. Die drei Klanggeschlechter des Diatonicum's, Chromaticum's und Enharmonicum's und die drei verschiedenen Formen des Tetrachords in jedem derselben. Bildung einer aus diatonischen, chromatischen und enharmonischen Tetrachorden der ersten Form aneinandergereihten aufsteigenden zweioctavigen Moll- und einer aus eben solchen Tetrachorden der dritten Form zusammengefügten absteigenden Dur-Scala von gleichem Umfange für die drei Klanggeschlechter. Die aufsteigende Moll-Leiter entspricht der Tonfolge und Tetrachord-Eintheilung des s. g. Systema maximum immutabile der Griechen. Die absteigende Dur-Leiter erweist sich als eine in der Gegenbewegung durchgeführte Inversion der aufsteigenden Moll-Leiter und erscheint als deren gegenbildliche, die Durtonalität in das griechische Tonsystem einführende Ergänzung. Einseitige Auffassung des Tonsystems und irrige Darstellung der Lehre von den drei Klanggeschlechtern und deren Färbungen bei den auf uns gekommenen classischen Musikschriftstellern und bei den neueren Bearbeitern der griechischen Tonlehre und Harmonik.

„Zwiefach den Bogen spannend ist die Harmonie, die den Pfeil schiesst durch die Gegensätze."
Heraklit der Dunkle (bei Porphyrius de antr. Nymph. c. 29, p. 268) *).

Die oben im zweiten Hauptstücke für die Schwingungsmengen der Obertöne eines gegebenen Primtones aufwärts gefundene arithmetische Reihe der Ganzzahlen und die aus den reciproken Werthen dieser nichttheiligen Zahlen abwärts sich zusammensetzende harmonische Reihe der theiligen Aliquotbrüche für die Untertöne desselben Primtones, welche Reihen in den sechs

) Man vgl. den vollständigen Inhalt und griechischen Text dieser Stelle in der Fortsetzung der Note † von S. 14 auf S. 15 der Einleitung.

ersten Stufen die Intervalle der beiden vollkommen consonirenden tonischen Accorde der Durtonart des Primtones und der Molltonart seiner Unterquinte ergaben, haben wir im dritten Haupstücke zunächst durch Ableitung von Mollaccorden und Mollreihen auch aus den einzelnen Stufen der primären Durreihe und von Duraccorden und Durreihen aus den Stufen der primären Mollreihe weiter fortgeführt und vervielfältigt. Die so erzeugten, aus theilignichttheiligen und beziehlich nichttheiligtheiligen Zahlen gebildeten Reihen zweiter Ordnung wurden dann von uns mit den beiden primären Hauptreihen zu der, ihren geometrischen Eigenschaften nach im vorigen Hauptstücke uns beschäftigenden Accord- und Intervallen-Tafel verbunden, in welcher die verschiedenen Formen für die Ration der Prime $^1/_1 c$ $^2/_2 c$ $^3/_3 c$ u. s. w. die Kreuzungspunkte der paarweise zu einander gehörigen Reihen bildeten. Es setzten dabei die conjugirten Reihen dieser Paare in der Tafel jede bis zum erwähnten Kreuzungspunkte und nach Durchschreitung desselben über ihn hinaus ihren Weg für sich selbständig und ohne weitere Verbindung mit der anderen Reihe fort.

Wir wollen nunmehr die in der Gegenbewegung der auf- und absteigenden Intervalle einander gegenüber zu stellenden Reihen in eine noch engere Verbindung mit einander bringen und aus den reciproken Rationen der Paare solcher conjugirter, zu einander gehöriger, arithmetischer Dur- und harmonischer Mollreihen eine Folge neuer Diagramme in anderer Weise so entwickeln, dass wir durch Zusammenbiegung gleichsam der Schenkel der beiden im Kreuzungspunkte sich begegnenden und schneidenden Reihen aus denselben jedesmal eine einzige, die Folge der aufsteigenden arithmetischen und der absteigenden harmonischen Intervallrationen in sich vereinigende Doppelreihe zusammensetzen. Für die Bestimmung der Zahlen werden wir hierbei nicht die Schwingungsmenge des Mitteltones zum Gemässe nehmen, weil dieser in vielen Fällen als ein ekmelischer, die Oscillationsgeschwindigkeit desselben nemlich als eine den Schwingungszahlen der Stufenglieder der beiden verbundenen Reihen incommensurable Zahl (d. i. im Verhältnisse zu denselben nur eines s. g. irrationalen Ausdruckes fähige Zahl) erscheinen wird. Wir werden vielmehr, nach Belieben, entweder die Schwingungsmenge des Grundtones der arithmetischen Durreihe, oder aber jene des Obertones der harmonischen Mollreihe als Einheit setzen. Unsere Diagramme werden sich also an jene Doppelformel anlehnen, deren wir bereits oben auf S. 123 uns bedient haben, um in allgemeinen Ausdrücken zwei solcher Doppelreihen darzustellen. Es wird in diesen Reihenpaaren, wie am angeführten Orte bereits gesagt worden ist, das Mittelglied $\sqrt{n}$ oder beziehlich $\sqrt{\frac{1}{n}}$, die mittlere geometrische Proportionale der analogen Glieder der beiden verbundenen Rationenreihen sein, und sich in der Beziehung zu diesen Gliedern so recht eigentlich als den Logos des ganzen Gebildes bestimmend darstellen. Es wird aber, wie dort ebenfalls schon bemerkt wurde, dies Mittelglied nur in den seltenern Fällen im Verhältnisse zu n emmelisch sein d. i. in einer Rationalzahl von der Form p^m oder $\frac{1}{p^m}$ seinen Ausdruck finden können, wenn n eine Zahl von der Form $n = p^{2m}$ ist, in allen anderen Fällen dagegen eine irrationale Zahl ergeben, und folgeweise keine musikalisch brauchbare Intervallration liefern. Wir schreiben in die obere Zeile links die Ausdrücke für die Schwingungsmengen des Stamm-Grundtones und seiner nächsten Oberharmonikalen der arithmetischen Durreihe, rechts diejenigen für den Stamm-Oberton der harmonischen Mollreihe und die nächstfolgenden Unterharmonikalen des letzteren hin. Zum einheitlichen Gemässe des Ganzen wählen wir die Schwingungseinheit des Stammgrundtones der aufsteigenden Durreihe, damit die Rationen der Oberintervalle dieser Reihe, ihrer verzüglicheren musika-

lischen Bedeutsamkeit entsprechend, in περισσὸς-Multipeln dieser Einheit, also in einfachen Ganzzahlen ihren Ausdruck finden. Die Schwingungsmenge der Oscillationen des zeugenden Obertones der absteigenden Mollreihe für die gegebene Zeiteinheit erscheint dann als ein Multiplum der Schwingungseinheit des Stammgrundtons der Durreihe. Die Folge der Zahlenausdrücke für die Schwingungsmengen der einzelnen Stufen der Mollreihe bildet dagegen eine Progression von περισσάρτιος-Zahlen. Hätten wir umgekehrt die Schwingungseinheit des gemeinsamen Obertons der Mollreihe zum einheitlichen Gemäss des Ganzen genommen, so würden die Rationen dieser Reihe als einfache ἄρτιος-Aliquotbrüche, die Ausdrücke für die Stufen der aufsteigenden Durreihe aber als ἀρτιοπέρισσος-Zahlen sich uns darbieten. Wie die Pfeile in der Formel auf S. 123 es andeuten, führen wir die Reihe der aufsteigenden Dur-Intervalle von links nach rechts — die andere, der absteigenden Moll-Intervalle aber von rechts nach links bis zu dem Werthausdrucke für die geometrische mittlere Proportionale hin, in welcher beide Reihen sich dann begegnen und kreuzen. Wir haben diese Stelle in der Mitte der Diagramme allemal durch ein Pfeilenkreuz bezeichnet und den algebraischen oder beziehlich arithmetischen Ausdruck für die geometrische Mittlere dann jedesmal über das Pfeilenkreuz geschrieben. In der zweiten Zeile setzen wir von der Mitte aus die arithmetische Durreihe nach rechts und die harmonische Mollreihe nach links weiter fort, bis die erstere unter dem Anfangsgliede der harmonischen Mollreihe, und die harmonische Mollreihe unter dem Anfangsgliede der arithmetischen Durreihe bei demjenigen ihrer Glieder anlangt, dessen Werth dem darüber stehenden Anfangsgliede der anderen Reihe äquivalent ist.

Die beiden Anfangsglieder (αἱ ἀρχαὶ), deren jedes — wie wir sahen — als Einheit zum Gemässe der Zählungen für beide Reihen genommen werden könnte, bilden gleichsam die entgegengesetzten Pole (τὰ ἐνάντια, τὰ ἄκρα) der Doppelreihe. Der Hin- und Herlauf von der Linken zur Rechten und von der Rechten zur Linken (...τὰ μὲν ἀριστερὰ, τὰ δὲ δεξία...*)) stellt sowohl dem Zahlenwerthe der Glieder als der musikalischen Höhe und Tiefe der sich folgenden Tonstufen nach, ein Steigen und Fallen — man könnte sagen: einen Aufweg und Abweg dar der einheitlich zu einem und demselben Gebilde verbundenen gegensätzlichen Reihen (ὅδος ἄνω κάτω μίη**)). Von den zehn Kategorien der pythagorischen Tafel der Gegensätze, von welchen wir am Schlusse des vorigen Hauptstückes behauptet haben dass zahlenharmonikale Beziehungen denselben zum Grunde lägen***), entspricht die Antithese: Rechtes und Linkes (δεξιὸν καὶ ἀριστερὸν) dem Auf- und Abwege dieser einander entgegengesetzten tonalen Zahlenreihen. So erklärt es sich, dass der Gegensatz des Oben und Unten in der erwähnten Kategorientafel nicht noch ausserdem eine besondere Erwähnung gefunden hat. Die männliche, lichte Himmelszahl der rechten Seite, in welcher die aufsteigende Durreihe ihren Abschluss

) Worte Heraklit's in der auf Seite 15 der Einleitung Note † erwähnten Stelle, der wir das Motto dieses Hauptstückes entnahmen.

**) Worte Heraklit's bei Hippokrates περὶ τροφῆς (Tom. VI p. 297 Chart.). Vgl. Tertullian: Adv. Marcion. (II p. 475 c. Rigalt): Quod enim ait Heraclitus ille tenebrosus „eadem via sursum et deorsum" . . .

***) Dafür, dass unter den Antithesen des Nichttheiligen und Theiligen, des Männlichen und Weiblichen, der Ruhe und der Bewegung, der linken und der rechten Seite, des Lichtes und der Finsterniss u. s. w. der Pythagoreer auch harmonikale der Tonlehre angehörige Begriffe und Beziehungen sich verbargen, spricht sehr entschieden auch noch der sonst kaum erklärbare Umstand, dass trotz des grossen Gewichtes welches die pythagorische Schule der speculativen Harmonielehre anerkanntermassen beilegte, andernfalls in ihrer Kategorientafel von musikalischen Dingen und Verhältnissen gar nicht die Rede wäre.

erhält, galt als das Symbol der vorschreitenden Bewegung und entspricht dem Begriffe des Oben. Die weibliche, dunkle Erdenzahl der linken Seite lieferte als Abschluss der rückläufigen absteigenden Mollreihe die symbolische Type des Begriffes Unten und der rückschreitenden Bewegung*). Dass dem so sei geht für die unbefangene Würdigung nicht nur aus einer Vergleichung der dem Gegenstande selbst entnommenen Gründe hervor, sondern wird indirect auch durch die Angaben späterer Schriftsteller des Alterthumes bekräftigt. Simplicius bemerkt ausdrücklich, auf ein Zeugniss des Aristoteles in dessen verlorenem Buche über die pythagorische Lehre sich berufend, dass die Pythagoreer indem sie „alle Gegensätze auf die Ordnung einer Doppelreihe zurückgeführt und als Abbild des Guten und des Bösen die eine Reihe dem Schlechteren, die andere aber dem Besseren zugetheilt hätten, symbolisch beide der Zehnzahl als Inbegriff der Zahlen in der Fülle der Vollendung einfügend, die einzelnen Antithesen der zehn Gegensätze hierbei so aufgefasst hätten, dass eine jede derselben zugleich alle anderen ihr verwandten (der nemlichen Seite) mit angedeutet habe“. In Beziehung auf die örtlichen Gegensätze heisst es dann, hätten sie „den Gegensatz des Rechts- und des Linksseitigen vorangestellt, indem das Erstere dem Guten, das Letztere dem Bösen entsprochen habe, wobei aber unter Rechts und Links allemal auch die Gegensätze von Oben und Unten und von Vorwärts und Rückwärts mitverstanden gewesen seien“**).

In Betreff der Unterordnung der gesammten Kategorien der Tafel zahlenspeculativen und kosmologischen Inhaltes unter die dem ethischen Gebiete angehörende, gleichsam über allen anderen stehende Antithese des Guten und des Bösen, haben wir bereits am Schlusse des vorigen Hauptstückes auf einen verwandten Ausspruch des Buches J^{e}zirah hingewiesen. Auch Heraklit der Dunkle bedient sich des Wechselspieles der einander fliehenden und doch wieder in harmonischer Einigung sich verbindenden Reihen des nach Zahlen geordneten Ton-

*) Aristoteles, dem der Schlüssel für das rechte Verständniss der pythagorischen Symbole fehlte, vermeint die Pythagoreer tadeln zu müssen dass sie den Gegensätzen zwischen Oben und Unten und zwischen Vorn und Hinten keine besondere Stelle in ihrer Tafel der Kategorien eingeräumt (De coelo II, 2: διὸ καὶ τῶν Πυθαγορείων ἄν τις θαυμάσειεν, ὅτι δύο μόνας ταύτας ἀρχὰς ἔλεγον, τὸ δεξιὸν καὶ τὸ ἀριστερόν, τὰς δὲ τέτταρας παρέλιπον οὐδὲν ἧττον κυρίας οὔσας). Räthselsprüche der Pythagoreer welche auf die Anordnung der harmonikalen Dekastafel als Symbol des Kosmos sich bezogen vom wirklichen Weltall verstehend sind Aristoteles und mit ihm neuere Bearbeiter der pythagorischen Zahlenlehre und Philosophie in gar seltsame Missverständnisse in Betreff der die örtlichen Begriffe: Rechts und Links, Oben und Unten, Hinten und Vorn betreffenden Anschauungen der Pythagoreer vom wirklichen, leibhaftigen Weltgebäude verfallen. Die Meinungsverschiedenheit hinsichtlich der plausibelsten Methode, die Berichte des Aristoteles über diesen seltsamen Zweig der pythagorischen Speculationen einigermassen mit dem gesunden Menschenverstand in Einklang zu bringen, führten zum Theil sogar zu sehr scharfen polemischen Erörterungen (man vgl. die über diesen Gegenstand zwischen Böckh und Gruppe gewechselten Streitschriften). An einem berühmt gewordenen Fragmente des Philolaus werden wir weiter unten zeigen, dass alles Unbegreifliche und Räthselhafte dieser vermeintlichen Vorstellungen der Pythagoreer vom Oben und Unten u. s. w. im Weltalle schwindet, wenn behufs Erklärung der auf uns gekommnen änigmatischen Aussprüche der alten Schule neben der Betrachtung der wirklichen Welt auch das der Dekasscale entnommene Kosmosdiagramm des auf die Entwickelung der harmonikalen Zahlenrationen gegründeten Tonsystemes als Hülfsmittel in rechter Weise mitbenutzt wird.

**) Simplicus in Arist. de Caelo II, 2 p. 285, 10. Schol. p. 492: οἱ μὲν οὖν Πυθαγόρειοι εἰς δύο συστοιχίας πάσας τὰς ἀντιθέσεις ἀναγαγόντες, τὴν μὲν χείρονα τὴν δὲ βελτίονα, ἤτοι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τοῦ κακοῦ, καὶ τῇ δεκάδι συμβολικῶς ὡς τῷ παντὶ ἀριθμῷ συμπληρώσαντες ἑκατέραν, ἑκάστην ἀντίθεσιν τῶν δέκα οὕτω παρέλαβον ὡς πάσας τὰς ἑαυτῆς συγγενείας συνεμφαίνουσαν. καὶ τῶν τοπικῶν οὖν σχέσεων τὸ δεξιὸν καὶ τὸ ἀριστερὸν παρέλαβον ἅμα δὲ ὅτι ἐν οἷς μὲν τὸ δεξιὸν καὶ τὸ ἀριστερόν ἐστιν, ἐν τούτοις καὶ τὸ ἄνω καὶ τὸ κάτω καὶ τὸ ἔμπροσθεν καὶ τὸ ὄπισθεν, ὡς καὶ Ἀριστότελης διώρισεν, οὐ μέντοι ἀνάπαλιν. εἰκότως οὖν ἐκ τούτων καὶ τὰς ἄλλας τοπικὰς ἀντιθέσεις ἐδήλωσαν. τὸ οὖν δεξιὸν καὶ ἄνω καὶ ἔμπροσθεν ἀγαθὸν ἐκάλουν, τὸ δέ ἀριστερὸν καὶ κάτω καὶ ὄπισθεν κακὸν ἔλεγον, ὡς αὐτὸς Ἀριστοτέλης ἱστόρησεν ἐν τῇ τῶν Πυθαγορείοις ἀρεσκόντων συναγωγῇ.

systemes als eines Bildes für dieselben ethischen Gegensätze des Guten und des Bösen, des Streites und der friedlichen Wiedervereinigung und ausgleichenden Sühne. Im platonischen Gastmahle*) heisst es mit Beziehung unverkennbar auf das Spiel der entgegengesetzten Reihen der wachsenden nichttheiligen und der sich verkleinernden theiligen Zahlengrösse: „Denn das Eine — spricht Heraklit — in seiner Ausbreitung sich von sich selber unterscheidend, verbindet wieder sich mit sich selbst, wie die Harmonie des (Farben-) Bogens und der Leier". In einem Citate bei Plutarch wird in einem fast gleichlautenden heraklitischen Ausspruche neben der Harmonie der Lyra und des Bogens als eine zurückgespannte (wiederkehrend vorschreitende) an erster Stelle auch noch jene des Kosmos bezeichnet**). Aus einem Berichte aber des Aristoteles***) ersehen wir, dass Heraklit von dieser Verflechtung, welche er „das entgegenstrebend sich mit sich Einigende" nannte, lehrte: sie „gehe aus dem sich von einander Unterscheidenden als schönste Harmonie hervor, da Alles werde im Streite". Und Simplicius†) zufolge hätte endlich Heraklit vom Guten und Bösen gesagt, „es komme in Demselbigen beides zusammen, nach der Weise des Bogens und der Lyra"; mit welchem als allgemein gültig hingestellten unbestimmten Satze er wohl nur auf die, einem höheren Harmoniegesetze gehorchende Mischung der Gegensätze im Werden der Dinge habe hindeuten wollen. (Für Simplicius blieb der tiefere theosophisch-mystische Sinn der heraklitischen Worte selbstredend verschlossen.)

Als polare Spitzen der gepaarten Doppelreihen und als Primtöne der in dieselben einzuführenden Ober- und Unterstufen der auf- und absteigenden Rationenfolge wollen wir bei der Entwickelung der darzustellenden Diagramme nunmehr vor und nach die Endtöne der wichtigsten in einfachen Multipeln oder Aliquotzahlen ihren Ausdruck findenden Intervalle aus welchen die uns bekannte Reihenfolge der Ober- und beziehlich Unterharmonikalen eines gegebenen Grundtones oder zeugenden Obertones sich zusammensetzt, zu Ausgangspunkten wählen. Wir beginnen mit der Duodecime, weil die Wende (παλιντροπία) der nur bis zur Octave aufwärts oder abwärts fortschreitenden Zählung zum Primtone zurück auch in der Gegenreihe nur eine leere Octave liefert. Die einander gegenüber gestellten Gränztöne der Duodecime bilden im Verhältnisse zu den Octavtönen des anderen Primtones die Intervalle einer Ober- und Unterquinte, indem, wenn wir die beiden Gränztöne $1\,c$ und $3\,\overline{g}$ (oder $^1/_1\,c$ und $^3/_1\,\overline{g}$) nennen, die

*) Pag. 187: ... τὸ ἓν γάρ φησι (ὁ Ἡράκλειτος) διαφερόμενον αὐτὸ αὑτῷ ξυμφέρεσθαι, ὥσπερ ἁρμονίαν τόξου τε καὶ λύρας.

**) De Is. et Osir. p. 369 A: παλίντονος γὰρ ἁρμονίη κόσμου, ὅκωσπερ λύρης καὶ τόξου καθ' Ἡράκλειτον. (Wörtlich gleichlautend findet sich derselbe Ausspruch auch bei Plutarch De anim. procreat. p. 1026, B. Vgl. oben S. 13 Note *). Für den technischen Sinn des Wortes παλίντονος liefern einen Anhalt Iliade VIII, 266 und Herodot VII, 69.

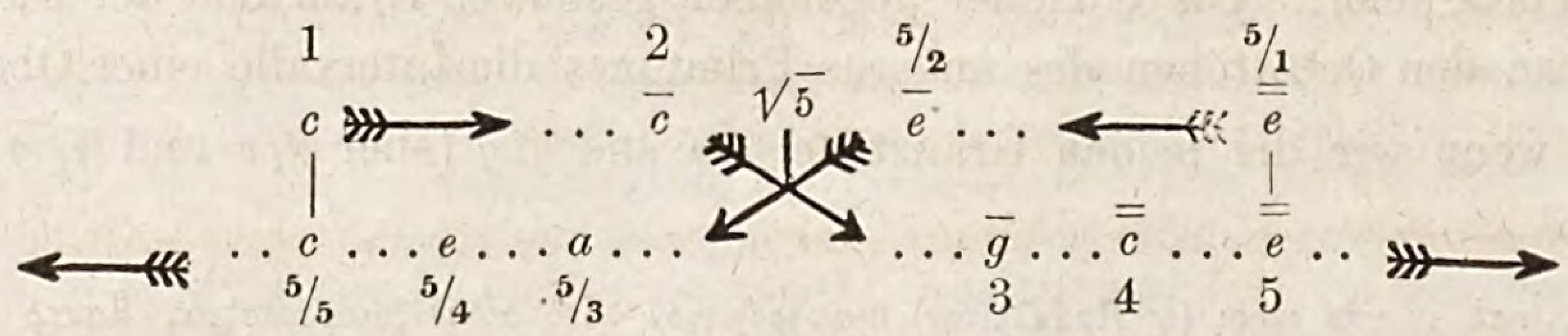
***) Eth. Nicom. VIII c. 2 p. 1155: . . . καὶ Ἡράκλειτος „τὸ ἀντίξουν συμφέρον" καὶ „ἐκ τῶν διαφερόντων καλλίστην ἁρμονίαν καὶ πάντα κατ' ἔριν γίνεσθαι."

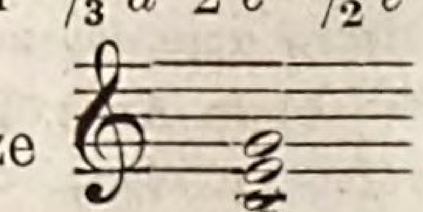
†) In Arist. Phys. f. 11 a. b.): . . . ὡς Ἡράκλειτος τὸ ἀγαθὸν καὶ τὸ κακὸν εἰς ταὐτὸν λέγων συνιέναι δίκην τόξου καὶ λύρας. ὃς καὶ ἐδόκει θέσιν λέγειν διὰ τὸ ἀδιορίστως φᾶναι· ἐνεδείκνυτο δὲ τὴν ἐν τῇ γενέσει ἐναρμόνιον μίξιν τῶν ἐναντίων. In Betreff der mystischen Bedeutung des unbestimmten Ausdruckes „εἰς ταὐτὸν" erinnern wir an das bereits S. 94 über den Sinn des hebräischen יַחְדָּו, Jach^e^daw (ἐπὶ τὸ αὐτὸ, *in id ipsum*) der Psalmen und das verwandte platonische „τὸ αὐτὸ" Gesagte. Die Anwendung des Bildes auf den ethischen Gegensatz des Guten und Bösen aber entspricht dem schon citirten Ausspruche des Buches J^e^zirah: „Drei Mütter אמש, ihr Grund die Schale der Schuld und die Schale der Reinheit, und das Zünglein der Satzung [das Jach^e^daw, ταὐτὸ, *id ipsum*, ] den Ausschlag gebend zwischen beiden" —, der weiter unten uns näher noch beschäftigen wird.

arithmetische aufsteigende Folge 1 *c* . . . 2 $\bar{c}$. . . 3 *g* durch ihr Mittelglied 2 $\bar{c}$ dem oberen Primtone $^3/_1\,\bar{g}$ seine Unterquinte, die harmonische absteigende Folge $^3/_1\,\bar{g}$. . . $^3/_2\,g$. . . $^3/_3\,c$ aber durch ihre Mittlere $^3/_2\,g$ dem unteren Primtone 1 *c* seine Oberquinte entgegenbringt. Diese beiden leeren Quinten bilden, wie wir noch sehen werden, die äussere Umgränzung gleichsam für zwei, durch neue Einschaltung arithmetischer interpolirter Glieder in die arithmetische, und harmonischer interpolirter in die harmonische Reihe, bei weiterer Entfaltung des Gebildes entstehende C-Dreiklänge, von welchen der obere ein C-Dur-, und der untere ein C-Moll-Dreiklang sein wird. Wählen wir demnächst als Spitzen des Doppelgebildes die Endtöne der Doppeloctave 1 *c* . . . 4 $\bar{\bar{c}}$ (oder $^1/_1\,c$ und $^4/_1\,\bar{\bar{c}}$), so liefern diese in der Entwickelung der beiden Reihen die rationale geometrische Mittlere 2 $\bar{c}$, beziehlich $^4/_2\,\bar{c}$, in musikalischer Beziehung also die Zwischenstufe der einfachen Octave. Durch die Glieder $^3/_1\,\bar{g}$ der arithmetischen aufsteigenden und $^4/_3\,f$ der absteigenden harmonischen Reihe werden aber, wenn wir C als den Tonus des Doppelgebildes betrachten, diesem Tonus seine Dominante und Unterdominante, also die beiden in harmonikaler Hinsicht bedeutsamsten Stufen des Cyclus der zur Dur- sowohl als Molltonart desselben gehörigen Klänge, zugesellt. In der weiteren Entfaltung durch fernere Interpolirungen ergänzt sich dann allerdings später die untere (linke) Hälfte des Gebildes zu einer Gruppe der Fmoll-Tonart angehöriger Tonverbindungen, während die obere (rechte) Hälfte den Cdur-Character behält.

In den vorstehenden Zusammenstellungen war das Spiel der noch wenig entwickelten Doppelreihen so einfach, dass es für unnöthig angesehen werden durfte, in besonderen Diagrammen dasselbe aufzuzeichnen. Die wachsende Zahl der Stufen in den nun folgenden Gebilden macht es aber nothwendig, das Spiel ihrer sich begegnenden Reihen in wirklich ausgeführten Formeln dem Auge des Lesers vorzuführen.

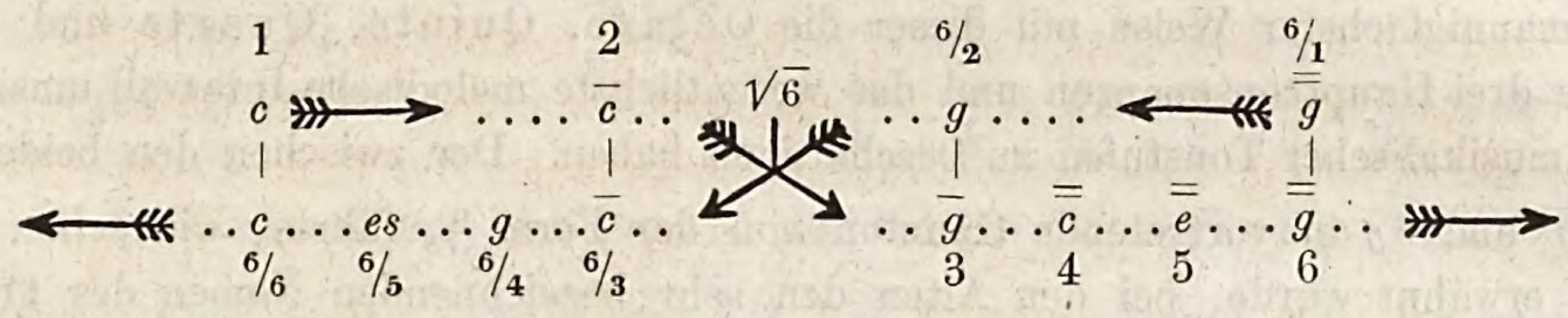
Wir beginnen zu dem Ende mit dem Diagramme der aus den Intervalltönen der Septemdecime 1 *c* . . . $^5/_1\,\bar{\bar{e}}$ entwickelten Doppelreihe:



Die obere Zeile zeigt links die leere Octave 1 *c* . . . 2 $\bar{c}$, rechts die leere Octave $^5/_1\,\bar{\bar{e}}$. . . $^5/_2\,\bar{e}$. In der zweiten Zeile erscheint rechts der Cdur-Quartsextaccord 3 $\bar{g}$ 4 $\bar{\bar{c}}$ 5 $\bar{\bar{e}}$, links die Sextenlage des parallelen Amoll-Accordes $^5/_5\,c$ $^5/_4\,e$ $^5/_3\,a$. Aus der Summirung gleichsam der Stufen der oberen und unteren Zeile tritt in der Mitte des Diagramms in den Rationen $^5/_3\,a$ 2 $\bar{c}$ $^5/_2\,\bar{e}$ 3 $\bar{g}$ als dissonirender Misch-Accord der kleine Septimenaccord mit der Mollterze  hervor. Die Paarung der Reihen wird solchergestalt zur Mutter der Vierklänge. Aus analogen Gliedern der arithmetischen und harmonischen Reihe gebildet gestalten diese Vierklänge sich allemal zu einer discreten geometrischen Proportion. Im vorliegenden Falle ist $^5/_3 : 2 = {}^5/_2 : 3$; oder musikalisch ausgedrückt: wie *a* zu $\bar{c}$, so bildet $\bar{e}$ zu $\bar{g}$ das gleiche Intervall einer kleinen Terze. Und wie wir aus der Proportionslehre wissen, dass die beiden Vorderglieder einer Zahlengleichung so sich zu einander verhalten wie die beiden Hinterglieder, die

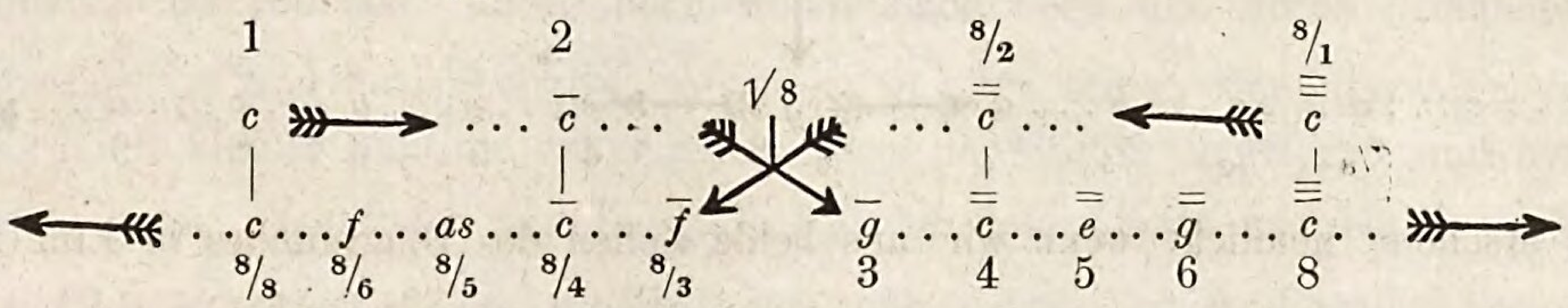
vorstehende Gleichung also in $^5/_3 : {}^5/_2 = 2 : 3$ umgeformt werden kann, so lässt das gesagte musikalisch sich auch dahin umschreiben, dass wie a mit $\bar{e}$, so $\bar{c}$ mit $\bar{g}$ das gleiche Intervall der Quinte darstelle.

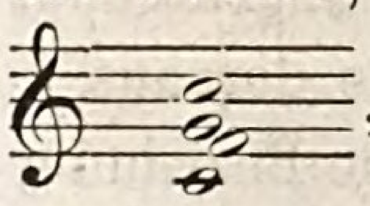
Wir lassen das Diagramm der aus der Decima Nona $1\,c \ldots {}^6/_1\,\bar{\bar{g}}$ hervorgehenden Reihen folgen:



Die rechte Seite des Diagramms gehört der Cdur-Tonart, die linke Seite der Cmoll-Tonart an. Der vierstimmigen Quartsexten-Lage des Duraccordes stellt sich als ἐνάντιον derselben die vierstimmige primäre Terzquint-Lage der Mollharmonie gegenüber.

Die nächste Stelle in der arithmetischen Reihe der Ganzzahlen und in der harmonischen Reihe der Aliquotbrüche ist die ekmelische Ration $^7/_1$ und beziehlich $^1/_7$. Wir gehen also zur folgenden Stufe der Ober- und Untertönereihe über, und entwickeln das Gebilde der Doppelreihe aus dem Intervall der Trippel-Octave $1\,c \ldots {}^8/_1\,\bar{\bar{\bar{c}}}$:

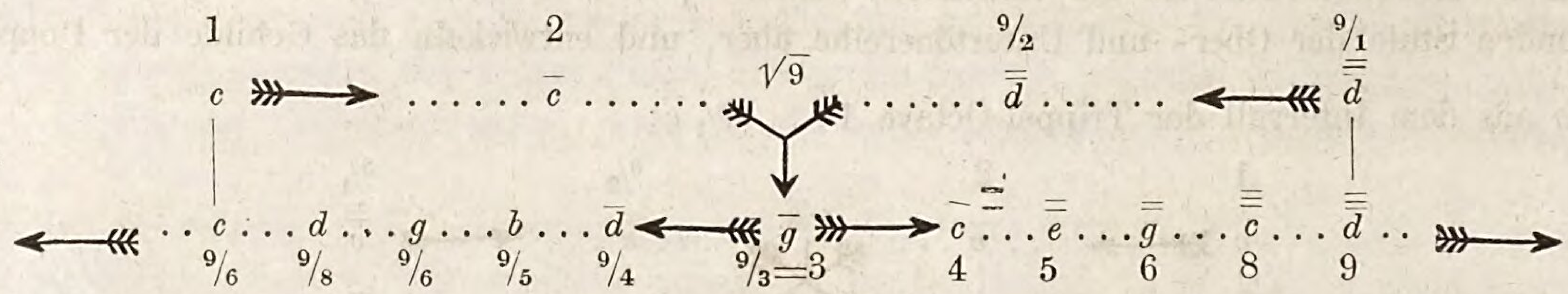


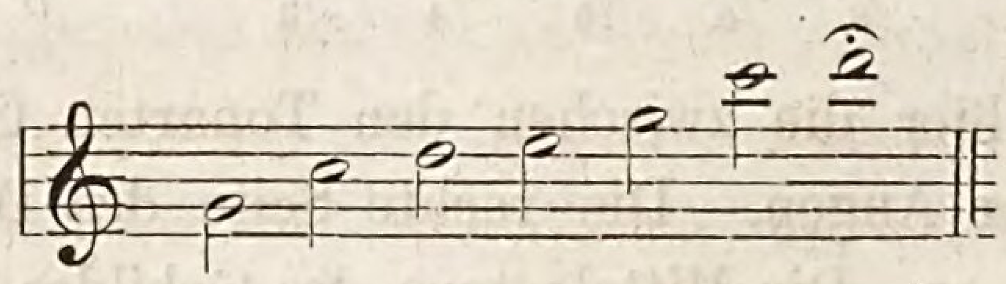
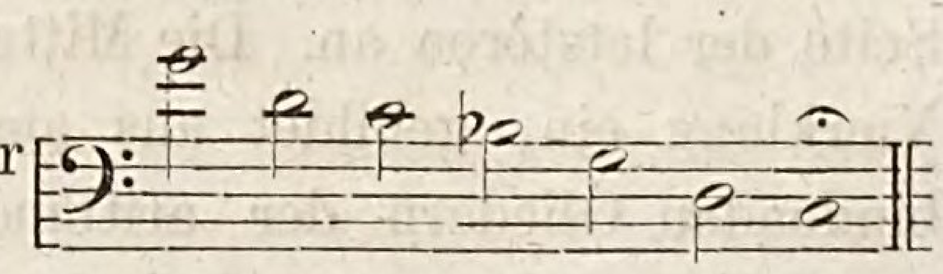
Es tritt uns hier die zwischen den Tonarten Cdur- und Fmoll obwaltende harmonikale enge Beziehung vor Augen. Die rechte Seite des Diagramms gehört der ersteren, die linke Seite der letzteren an. Die Mitteloctave des Gebildes nimmt dagegen abermals ein dissonirender Vierklang ein, gebildet aus analogen, zu einer discreten geometrischen Proportion sich verbindenden Gliedern der arithmetischen Dur- und der harmonischen Moll-Reihe. Es ist der aus Prime, Quarte, Quinte und Octave sich zusammensetzende Hauptvorhalts-Accord , jener dissonirende, in den Werken der classischen Kirchencomponisten des 16. Jahrhunderts so häufig angewendete Accord, dessen wir bereits oben im 1. Hauptstücke einmal gedacht haben. In ihm zeigt sich die arithmetische Theilung der Octave, welche durch Interpolirung der Oberquinte $3\,\bar{g}$ des Primtones $2\,\bar{c}$ zwischen diesem und seiner Oberoctave $4\,\bar{\bar{c}}$ entsteht, in engster Verbindung mit der harmonischen Theilung desselben Intervalls, welch letztere dadurch hervorgebracht wird, dass zwischen die Oberprime $^8/_2\,\bar{\bar{c}}$ und deren Unteroctave $^8/_4\,\bar{c}$ die Unterquinte $^8/_3\,\bar{f}$ der gedachten Oberprime sich einschiebt. Jene Oberquinte der Unterprime erscheint als die arithmetische — diese Unterquinte der Oberprime aber als die harmonische mittlere Proportionale zwischen den Rationen der gedachten beiden Endstufen der Octave. Zur Unterprime bildet die harmonische Mittlere aber das aus der Umlagerung der Unterquinte hervorgehende Intervall einer Oberquarte*). Die aus den Rationen

*) In den Lehrbüchern des gregorianischen Gesanges und bei den Harmonielehrern der letztvergangenen Jahrhunderte pflegt, wenn von der vorbezeichneten zwiefachen Theilung der Octave die Rede die s. g. authen-

dieser Doppeltheilung der Octave gebildete Gleichung $^8/_4 : {}^8/_3 = 3 : 4$, oder in ihren kleinsten Ganzzahlen ausgedrückt $6 : 8 = 9 : 12$, birgt, wie bereits im zweiten Hauptstücke gezeigt worden ist, das Spiel aller dreier Gattungen der Proportionen in sich. Ihr wurde deshalb von den Alten, wie schon erwähnt worden, der Name *Harmonia perfecta maxima* gegeben, und werden wir uns im Folgenden, bei Betrachtung der zahlenharmonikalen Symbole des Alterthumes, noch vielfach in mannigfachster Weise mit dieser die Octave, Quinte, Quarte und den Ganzton, also die drei Hauptconsonanzen und das wesentlichste melodische Intervall umschliessenden Gruppirung musikalischer Tonstufen zu beschäftigen haben. Der zwischen den beiden mittleren Gliedern $^8/_3 \bar{f}$ und $3 \bar{g}$ hervortretende Ganzton von der Form $^9/_8$ führte, wie schon im vierten Hauptstücke erwähnt wurde, bei den Alten den sehr bezeichnenden Namen des trennenden Ganztones (τόνος διαζευκτικός). Er bildet, wie man sieht, die Gränzscheide zwischen der linken und rechten Seite unseres Diagrammes.

Das nächstfolgende, aus den Endtönen $1\,c$ und $^9/_1 \bar{\bar{\bar{d}}}$ sich entwickelnde Doppelgebilde zeigt ausser den accordlichen Verbindungen bereits die ersten Anfänge der beginnenden Scalenbildung:

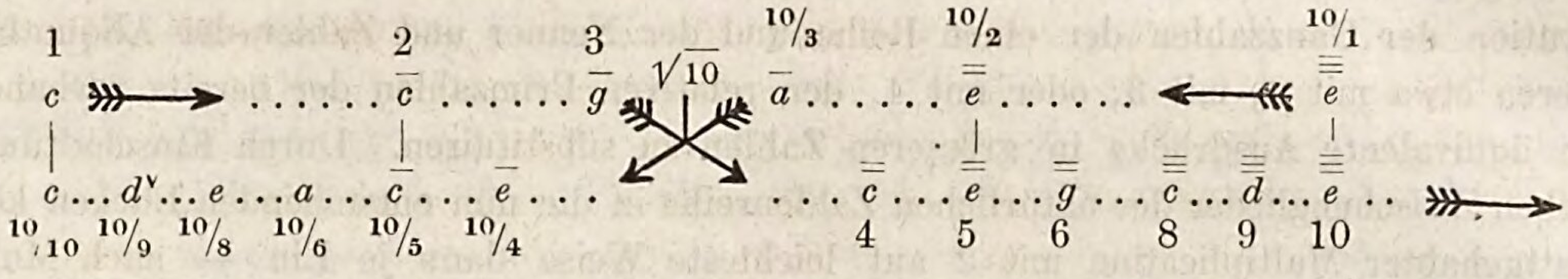


Rechts erscheint nemlich, wenn wir uns beide Zeilen des Diagrammes in Eine zusammengezogen denken, die melodische Dur-Figur  und links die, wie ein Gegenruf zu diesem Rufe sich verhaltende melodische Moll-Figur 
Die letztere schliesst, obgleich ihrem sonstigen Gepräge nach der Gmoll-Tonart angehörend, dennoch in eigenthümlicher Weise nach C-dur sich wendend, auf dem Stammtone der aus C hervorgehenden Durreihe ab. Man könnte sagen, dass in dem Wechselspiel sich jene Beziehung der Durtonart des Tonus zur Molltonart der Dominante, oder der Molltonart des Tonus zur Durtonart seiner Unterdominante zeige, welche nach dem Systeme der modernen Modulationslehre eine überaus fernliegende sein würde, im Tonarten-Systeme der antiken Octavengattungen und der Kirchentöne aber, wie wir noch sehen werden, dem Tonus VII und Tonus I gregorianus beziehlich der mixolydischen und dorischen Octavengattung*) zum Grunde liegt.

tische, durch Interpolirung der Oberquinte des Unterprimtones bewirkte Theilung die harmonische, die s. g. plagalische, durch Einschiebung der Unterquinte des Oberprimtones (der Oberquarte des Unterprimtones) hervorgebrachte hingegen die arithmetische Theilung der Octave zu heissen. Es beruht dieser Sprachgebrauch darauf, dass bei jenen älteren Theoretikern durchweg die Rationen der Intervalle nach Saitenlängen, nicht nach Schwingungsmengen, berechnet werden. Da wir uns der umgekehrten Rechnung nach Schwingungsmengen bedienen, so ist bei uns die arithmetische Theilung (nach περισσός-Zahlen) die authentische, und hingegen die harmonische (nach ἄρτιος-Zahlen) die plagalische.

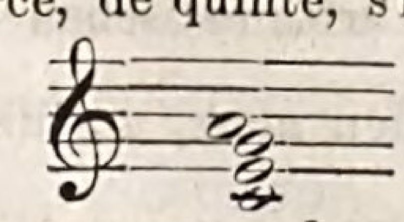
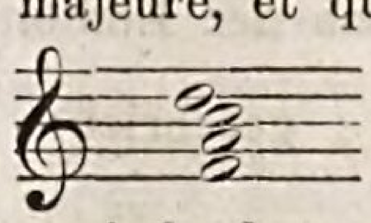
*) In der Bezeichnungsweise der antiken Tonarten folgen wir der, von den neueren Schriftstellern über die Musik der Alten irrig dem Glarean zugeschriebenen Terminologie. Letztere ist die archäologisch-richtige,

Wir gelangen zum Intervall der Septemdecim-Octave $1\,c \ldots {}^{10}/_1\,\overset{\equiv}{e}$. Die aus derselben hervorgehende Doppelreihe zeigt wieder die Paarung einer Cdur- mit einer parallelen Amollreihe:



In der zweiten Zeile zeigen sich rechts der Cdur- links der Amoll-Accord mit Verdoppelung zweier ihrer Stufen, der erstere mit dem Durchgangstone $9\,\overset{\equiv}{d}$, der letztere mit dem Durchgangstone ${}^{10}/_9\,d^{v}$ melodisch durchwirkt. In der oberen Zeile aber spannt sich rechts über jenem Duraccorde das leere Duodecime-Gerippe der verwandten Mollharmonie und links über dem ebenerwähnten Mollaccorde das noch leere Gerippe gleichen Umfangs der parallelen Durharmonie aus. Aus der Summirung — um dieses Ausdruckes uns zu bedienen — der Stufen beider Zeilen entsteht in der Mitte der dissonirende Vierklang ${}^{10}/_4\,\bar{e}$ $3\,\bar{g}$ ${}^{10}/_3\,\bar{a}$ $4\,\overset{=}{c}$ als Terzquartaccord, der durch Hinzunahme der Stufen ${}^{10}/_5\,\bar{c}$ und $5\,\overset{=}{e}$ aber auch zu einem sechsstimmigen Quintsext und vollends, durch noch weiter nach oben und unten greifende Anfügung auch der Stufen ${}^{10}/_6\,a$ und beziehlich $6\,\overset{=}{g}$, zu einem in allen seinen vier Intervallen verdoppelten Amoll-Accord mit kleiner Septime, in primärer Lage der Stufen umgeformt und beziehlich erweitert werden kann. Verbinden wir die Stufe $3\,\bar{g}$ der linken Seite mit den drei ersten Stufen der rechten ${}^{10}/_3\,\bar{a}$ $4\,\overset{=}{c}$ $5\,(= {}^{10}/_2)\,\overset{=}{e}$, so lässt sich aus diesen Stufen derselbe Accord auch in seiner Secundenlage zusammensetzen. In der Verbindung hingegen des ${}^{10}/_3\,\bar{a}$ der rechten Seite mit den drei der Mitte zunächst stehenden Stufen der linken Seite $2\,(= {}^{10}/_5)\,\bar{c}$ ${}^{10}/_4\,\bar{e}$ $3\,\bar{g}$ erscheint derjenige Vierklang, welcher seit Rameau von vielen französischen Theoretikern (im Gegensatze zu der entsprechenden Umlagerung des Molldreiklanges der zweiten Stufe der Durleiter mit kleiner Septime) als eine Erweiterung des Durdreiklanges der Unterdominante der Durtonart durch Hinzufügung der grossen Sexte des Accordgrundtones aufgefasst zu werden pflegt. Diese Deutung des alsdann mit dem Namen: *accord de sixte-ajoutée* bezeichneten Accordes, die Erörterung der Frage wann die demselben entsprechenden Tonverbindungen auf den einen oder anderen Grundaccord zurückzuführen seien und der hiernach supponirte s. g. *double emploi* dieses Vierklanges bildeten in Rameau's und seiner Zeitgenossen Schriften bekanntlich lange ein Lieblingsthema der musikalischen Untersuchungen*).

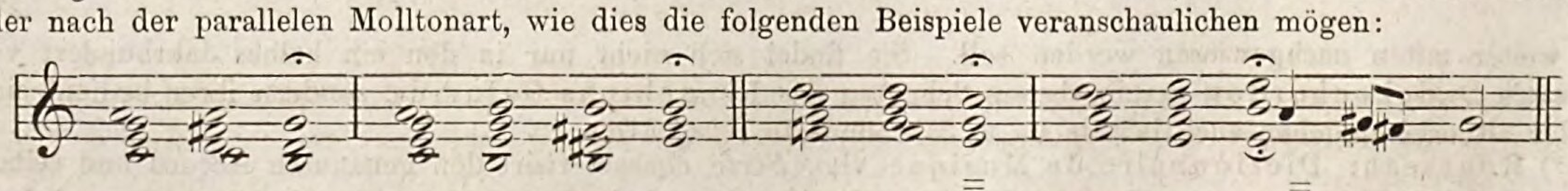
wie weiter unten nachgewiesen werden soll. Sie findet sich nicht nur in den ein halbes Jahrhundert vor Glarean's Dodekochordon geschriebenen Schriften des Franchinus Gafurius, sondern ihrer bedient sich als der altherkömmlichen auch bereits im 9. Jahrhunderte Hucbald.

*) Rousseau: Dictionnaire de Musique vbo. *Sixte* characterisirt den genannten Accord und seinen Gebrauch folgendermassen: „ . . l'accord de *sixte-ajoutée;* accord fondamental, composé, ainsi que celui de *grande sixte*, de tierce, de quinte, sixte majeure, et qui se place de même sur la tonique ou sur la quatrième note [in C-dur also  und ] on est maître de le suivre de deux manières, cela tient l'auditeur en suspend sur le vrai fondement de l'accord jusqu'à ce que la suite l'ait déterminé, et c'est cette liberté de choisir que M. Rameau appelle *double emploi.* Ausführlicher ist der Begriff des double

Wir erwähnten vorhin einer Erweiterung, deren die musikalischen Gebilde der Doppelreihe-Diagramme durch Interpolirung neuer arithmetischer und beziehlich harmonischer Zwischenglieder fähig seien. Das einfachste Verfahren zu dem Ende besteht in der Methode, durch Multiplication der Ganzzahlen der einen Reihe und der Nenner und Zähler der Aliquotbrüche der anderen etwa mit 2, mit 3, oder mit 4, den relativen Primzahlen der bereits vorhandenen Rationen äquivalente Ausdrücke in grösseren Zahlen zu substituiren. Durch Einschaltung der emmelischen Zwischenglieder der natürlichen Zahlenreihe in die nun entstehenden Lücken können nach stattgehabter Multiplication mit 2 auf leichteste Weise dann je Ein — nach Multiplication mit 3 je zwei — nach Multiplication mit 4 je drei neue Glieder u. s. w. zwischen je zwei vorhandene der einen und anderen Reihe eingefügt werden. Wir beschränken uns vorerst auf die Interpolirung allemal Eines Zwischengliedes zwischen je zwei der früheren Stellen und bedienen uns deshalb der Multiplication mit 2. Mit andern Worten: wir setzen als Stammgrundton der arithmetischen Reihe die Unteroctave des bisherigen Grundtones als Stammoberton der harmonischen Reihe aber die Oberoctave des jetzigen Obertones, um durch Einschiebung je Eines neuen Gliedes zwischen je zweien der alten Reihe in die mittlere Region des Doppelgebildes neue Entwickelungen musikalischer Tonverbindungen und eine detaillirtere Zerlegung der Intervalle in mannigfach gestaltete Zwischenstufen einzuführen. Hierbei werden gegen die Ausläufe der arithmetischen und der harmonischen Reihe hin mehr und mehr melodisch sich entfaltende neue Tonfolgen hervortreten. Freilich verlieren sich hierbei die Anfänge und Endglieder der beiden conjugirten Reihen bald in diejenigen entlegenen Regionen der in isochronen Schwingungen einherschreitenden Bewegung, wo die Klangphänomene als solche aufhören. Es zeigt sich also auch hierbei, namentlich in der Darstellung der Rationenfolgen complicirterer Tongebilde, dass die beiden Einheiten, welche als Doppelgemäss der Zählungen dem Zahlenspiele der sich kreuzenden Reihen sein symmetrisches Gesetz verleihen, auf einem dem Bereiche der sinnlichen Einwirkung und Wahrnehmung sich entziehenden rein psychischen Gebiete liegen; jenes symmetrische Gesetz, welchem die zu unserem Ohre sprechenden musikalischen Klangverbindungen gehorchen sollen um unserer Seele wohlgefällig zu sein, also nicht einer sinnlichen Ursache, sondern einem geistigen Gedanken entstammt.

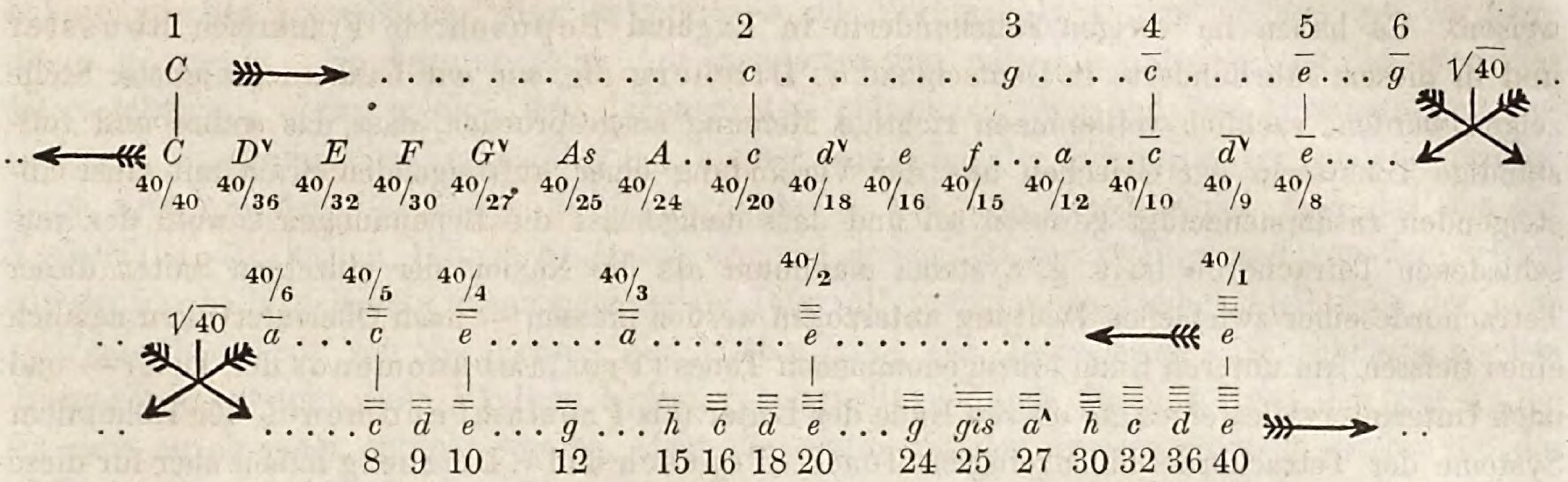
Mittelst Anwendung des angedeuteten Verfahrens verwandeln wir zunächst die vorhin aus $1\,c \ldots {}^{10}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$ abgeleitete Doppelreihe durch Multiplication mit 2*) in ein Diagramm von grös-

emploi von Rousseau erläutert ebendaselbst, vbo. *double emploi*, und von D'Alembert in dessen *Élemens de Mus.* S. 80—83. Die wahre Doppelnatur dieses Dissonanzaccordes besteht aber darin, dass gleichwie er aus der Verbindung einer Mollreihe mit einer Durreihe hervorgegangen ist, so auch seine Lösung mit gleicher Leichtigkeit des modulatorischen Flusses nach zwei Seiten hin stattfinden kann, nach der Durtonart nemlich, oder nach der parallelen Molltonart, wie dies die folgenden Beispiele veranschaulichen mögen:

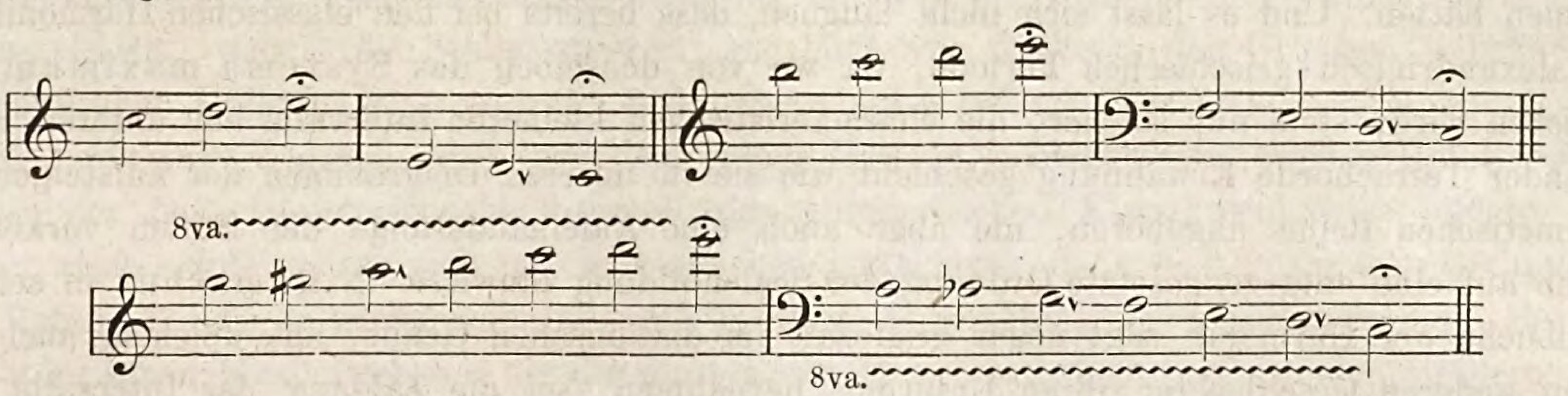


*) Aus 1 c wird durch Multiplication mit 2 2 c. Für ${}^{10}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$ aber setzen wir ${}^{40}/_{2}\,\overset{\equiv}{e}$. Der Ausdruck ${}^{10}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$ verwandelt sich nemlich schon vermöge des Zurücktretens der Einheit der arithmetischen Reihe in die tiefere Octave 1 C in den Ausdruck ${}^{20}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$, für welchen dann ${}^{40}/_{2}\,\overset{\equiv}{e}$ geschrieben werden muss, um die Transposition des Stammobertones der harmonischen Reihe in die Oberoctave ${}^{40}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$ mittelst Multiplication durch 2, oder was dasselbe ist, mittelst Division des Nenners durch 2 auszuführen.

serem Umfange, dessen linke und rechte Seite wir des beengten Raumes wegen genöthigt sind nachstehend in getrennten Absätzen folgen zu lassen:



In der oberen Zeile beider Hälften zeigen sich nunmehr die vollen consonirenden Sechsklänge links des tonischen Cdur- rechts des parallelen tonischen Amoll-Accordes. Die untere Zeile enthält drei Doppelformen melodischer Typen: zwei dreistufige im Umfange einer grossen Terze, zwei vierstufige im Umfange der Quarte, und zwei siebenstufige — oder vielmehr sechsstufige mit zwischengeschobener chromatischer Alterirung des Anfangstones der Figur im Umfange eines guidonischen Hexachordes:



In der viersaitigen melodischen Gruppe tritt uns das Gebilde des Tetrachord's entgegen. Es setzen sich indess diese unsere melodischen Vierklänge nicht aus zwei grösseren Ganztönen von der Form $^9/_8$ und dem s. g. pythagorischen Limma (dessen Ration $^{256}/_{243}$ um ein Comma d. i. um das Verhältniss von $^{81}/_{80}$ kleiner ist als unser normaler diatonischer Halbton $^{16}/_{15}$) zusammen, wie dies erforderlich wäre um im Sinne der herrschenden Meinung über die terzenlose Musik der Griechen einen vollgültigen altpythagorischen diatonischen Tetrachord darzustellen. Sie entsprechen vielmehr derjenigen diatonischen Tetrachordform, welche mit veränderter Aufeinanderfolge der beiden Formen des Ganztones nach der Meinung der Archäologen zum erstenmale von Didymus im ersten Jahrhunderte unserer Zeitrechnung — dann aber mit Beachtung der richtigeren Reihenfolge $^{16}/_{15}$ $^9/_8$ $^{10}/_9$ der Rationen etwa ein Jahrhundert später durch Ptolemäus in die Harmonik eingeführt worden sein soll. Es stellt, mit anderen Worten, der Tetrachord der obigen aufsteigenden arithmetischen Reihe $\overset{15}{h}\ \overset{16}{c}\ \overset{18}{d}\ \overset{20}{e}$ jene diatonische Eintheilung der Stufenschritte des Tetrachordes dar, welche Ptolemäus im 15. Cap. des 1. Buches seiner Harmonik bei Aufzählung der verschiedenen s. g. Färbungen des diatonischen Klanggeschlechtes als eine von ihm erfundene hinstellt und mit dem Namen des „gespannten diatonischen“ (σύντονον διάτονον) bezeichnet. Wir werden im Fortgange unserer Untersuchung jedoch die Ueberzeugung gewinnen, dass die in Rede stehende Zusammensetzung der Tetrachordstufen in Wirklichkeit eine altpythagorische (ja noch ältere) ist. Den Tetrachord rechts h c d e

werden wir fortan einen phrygischen, den links *f e d*ᵛ *c* einen lydischen Tetrachord nennen*). Der erste würde auf eine aufsteigende, der zweite auf eine absteigende Scala des Systemes hinweisen. Es haben im vorigen Jahrhunderte in England Pepusch, in Frankreich Roussier und in diesem Jahrhunderte in Deutschland v. Drieberg die, wie wir bald an geeigneter Stelle zeigen werden, sachlich vollkommen richtige Meinung ausgesprochen, dass das wahre und vollständige Tonsystem der Griechen aus der Verbindung einer aufsteigenden Scala mit einer absteigenden zusammengefügt gewesen sei und dass demgemäss die Benennungen sowohl der verschiedenen Tetrachorde im s. g. Systema maximum als die Namen der einzelnen Saiten dieser Tetrachorde einer zwiefachen Deutung unterzogen werden müssen — nach Oberintervallen nemlich eines tiefsten, am unteren Ende hinzugenommenen Tones (Proslambanomenos der Tiefe) — und nach Unterintervallen eines am oberen Ende der Leiter (als Proslambanomenos der Höhe) dem Systeme der Tetrachorde hinzugefügten Tones. Pepusch und v. Drieberg haben aber für diese ihre Vermuthung so zu sagen gar keine Gründe beigebracht und wir wollen gerne zugeben, dass auch die von Roussier aus der Doctrine über die *progressio tripla* hergenommenen nicht grade als sonderlich überzeugend sich erweisen. Zufolge der herrschenden Meinung hingegen setzte sich das Systema maximum der Griechen lediglich aus Tetrachorden zusammen in welchen für das Genus diatonicum der Halbton (das Limma) — für das Genus chromaticum das Chroma — und für das Genus enharmonicum die s. g. enharmonische Diësis allemal die unterste Stelle eingenommen hätten. Und es lässt sich nicht läugnen, dass bereits bei den classischen Harmonikern der alexandrinisch-griechischen Periode, da wo von denselben das Systema maximum beschrieben wird, stets nur solcher, die characteristischen kleineren Intervalle am unteren Ende zeigender Tetrachorde Erwähnung geschieht wie sie in unseren Diagrammen der aufsteigenden arithmetischen Reihe angehören, nie aber auch eine Aufeinanderfolge der Stufen vorkömmt welche auf eine entgegengesetzte Ordnung der Scalenbildung hinwiese. Nikomachus in seinem Handbuche der Harmonik sagt sogar gradezu: im diatonischen Genus, aus welchem auch die beiden anderen Geschlechter ihren Ursprung hernähmen, sei die Zählung der Intervalle von unten nach oben durch die Natur selbst gefordert**). Einer entgegen gesetzten Zählweise wird, wie gesagt, für die Bildung des Systema maximum nirgend gedacht. Aber sowohl Euclid wie der ebengenannte Nikomachus, Gaudentius und Boëthius, führen nichtsdestoweniger übereinstimmend an, dass im diatonischen Geschlechte drei Arten***) von Tetrachorden zu unterscheiden seien, je nachdem der Halbton (das Limma) bei der Zählung von unten nach oben den ersten, zweiten, oder dritten Stufenschritt bilde†). Bei Nikomachus klingt gleichsam noch die Erinnerung nach, dass diese Formen des Tetrachordes in den ältesten siebentönigen Scalen alle drei vertreten gewesen seien††). Euclid unterscheidet nicht nur je nach der Lage

*) Der Gebrauch, den wir hier von den Namen phrygisch und beziehlich lydisch machen, wird unten in ausführlicher Weise seine Rechtfertigung erhalten.

**) Meibom p. 14: ... τὴν δὲ πρόβασιν ἀνάγκῃ τινὶ φυσικῇ ἀπὸ τοῦ βαρυτάτου ἐπὶ τὸ ὀξύτατον, κατὰ τοῦτο τὸ διατονικὸν γένος οὕτως εὕρισκε (sc. ὁ Πυθαγόρας) . . .

***) Der dritten diatonischen, im obigen Diagramme noch nicht sich zeigenden Tetrachordform, in welcher der Halbton in der Mitte zwischen den beiden Ganztonschritten liegt, werden wir fortan die Beichnung: „dorische Tetrachordform“ geben. Für die Berechtigung auch dieser Terminologie sollen weiter unten ebenfalls die Belege beigebracht werden.

†) Nikomachus a. a. O. p. 14, Euclid: Introduct. harmon. p. 14, Gaudentius: Harmon. introduct. p. 18 und 19 Meibom und Boëthius De Musica IV c. 13.

††) Seine Worte sind: ... ὥστε ἐν μὲν τῇ ἀρχαιοτέρᾳ τῇ ἑπταχόρδῳ πάντας ἐκ τοῦ βαρυτάτου ἀπ᾽ ἀλλήλων τετάρτους τὴν διὰ τεσσάρων ἀλλήλοις διόλου συμφωνεῖν, τοῦ ἡμιτονίου κατὰ μετάβασιν τήν τε πρώτην, καὶ τὴν μέσην, καὶ

des Halbtons drei Arten des diatonischen Tetrachordes, sondern er entwickelt gleichsam als Parallele dieser Eintheilung eine nahe verwandte auch an dem chromatischen und an dem enharmonischen Tetrachorde. Hier entnimmt er das Merkmal der Unterscheidung von der Lage des s. g. πυκνόν. Er beginnt seine Auseinandersetzung mit der Entwickelung des Begriffes dieses letzteren, worunter die Alten diejenige dem enharmonischen und dem chromatischen Geschlechte eigenthümliche Vervielfältigung kleiner und kleinster Intervalle verstanden vermöge deren drei von den vier Saiten des Tetrachords so nahe zusammenrücken, dass das aus der Verbindung der beiden kleinen Stufenschritte von der ersten zur zweiten und von der zweiten zur dritten Saite gebildete zusammengesetzte Intervall immer noch kleiner bleibt als der noch verbleibende Schritt von der dritten zur vierten Saite des Tetrachords. Im enharmonischen Tetrachorde entsteht diese Häufung kleinster Intervalle dadurch dass drei von den vier Saiten so nahe an einander gerückt werden, dass die erste von der zweiten und die zweite von der dritten nur um die Hälfte eines Limma's abstehen, der so getheilte ganze Zwischenraum zwischen der ersten und dritten Saite also nur Ein Limma, die Entfernung der dritten von der vierten hingegen den Abstand eines Doppel-Ganztones von der Form $^9/_8 \times {}^9/_8$ beträgt. Dies letztere Intervall, welches nach den Anschauungen der Musik-Archäologen bei den Griechen überall unsere Durterze vertreten hätte, wurde wie bekannt Ditonus (δίτονος) genannt. Jenes kleinste enharmonische Intervall eines halben Limma's aber hiess zum Unterschiede von der diatonischen Diësis, worunter man eben das Limma verstand, und von der sogleich zu erwähnenden chromatischen Diësis, welche die Stelle unseres, angeblich vor Didymus den Griechen unbekannten chromatischen Halbtons $^{25}/_{24}$ vertrat: enharmonische Diësis. Im Genus chromaticum entstand das πυκνὸν dadurch, dass auf den ersten Halbton nochmals ein zweiter Halbtonschritt folgte, der das characteristische Intervall des chromatischen Klanggeschlechtes bildete. Als dritter Stufenschritt reihte sich im chromatischen Tetrachorde dann das, in unseren Rechnungen der Ration 32 : 27 entsprechende Intervall des s. g. Anderthalbtones (τριημιτόνιον) an, der den archäologischen Musikgelehrten als die einzige den Griechen bekannte Form der Mollterze gilt. Ueber die Art und Weise wie die beiden Halbtöne und der Anderthalbton des chromatischen Tetrachordes abzumessen seien und welche Zahlenrationen, oder bei den Aristoxenikern: welche Vertheilung der 30 oder 60 Bruchtheile des Zwischenraums zwischen den beiden Endstufen einer Octave, auf die Abstände der einzelnen Tetrachord-Saiten von einander bei der erwähnten Eintheilung des chromatischen Tetrachordes, oder bei der Theilung des Limma's im enharmonischen Genus, zum Grunde gelegt werden müssten, gingen indess die Meinungen seit den Zeiten des Aristoxenus gar sehr auseinander. Wir wollen hierüber sogleich das Nähere nachbringen. Dem diatonischen Tetrachorde blieb, vermöge der vorhin erwähnten Definition des πυκνόν, der Begriff des letzteren fremd. Denn der diatonische Halbton bildet zusammengenommen mit dem ihm zunächst liegenden Ganztone ein grösseres Intervall als der noch übrige

τρίτην χώραν μεταλαμβάνοντος κατὰ τὸ τετράχορδον κ. τ. λ. So wie Nikomachus die Bildung der alten Scale sich denkt entstehen die drei Formen des diatonischen Tetrachordes in derselben freilich nicht mittelst Verschiebung der s. g. chordae mobiles durch successive Verwandlung der beiden verbundenen phrygischen Tetrachorde in zwei verbundene dorische und demnächst in zwei verbundene lydische; sondern es findet Nikomachus die Typen der drei Arten dadurch, dass er der Reihe nach die Ordnung der Stufen und Lagen des Halbtons vordersamst zwischen der ersten und vierten, dann zwischen der zweiten und fünften, und endlich zwischen der dritten und sechsten Saite des Heptachord's ins Auge fasst, dessen Saiten er alle in dieser Beziehung als chordae stabiles behandelt.

zweite Ganzton des Tetrachordes*). Denkt man sich dem enharmonischen Tetrachorde: *h* Diësis $\bar{c}^{\vee}$ $\bar{e}$ einen zweiten Tetrachord von derselben Form: $\bar{e}$ Diësis $\bar{f}^{\vee}$ $\bar{a}$ verbunden, oder an den chromatischen Tetrachord: *h* $\bar{c}$ $\overline{cis}$ $\bar{e}$ einen gleichartigen zweiten Tetrachord: $\bar{e}$ $\bar{f}$ $\overline{fis}$ *a* angereiht, so lassen sich aus diesen Stufenfolgen drei verschiedene enharmonische und beziehlich chromatische Tetrachorde herausschneiden, in denen das Intervall der Quarte (τὸ περιεχόμενον) einmal von den je untersten, das anderemal von den mittleren, und das drittemal von den obersten Saiten der in den verbundenen beiden enharmonischen oder beiden chromatischen Tetrachorden das πυκνὸν bildenden Stufen als der umspannenden Gränze umschlossen wird. In unserem vorstehenden Beispiele lassen sich hiernach folgende drei Abarten des enharmonischen Tetrachordes unterscheiden: *h* Diësis $\bar{c}^{\vee}$... $\bar{e}$ (oder beziehlich $\bar{e}$ Diësis $\bar{f}^{\vee}$... $\bar{a}$), Diësis $\bar{c}^{\vee}$ $\bar{e}$ Diësis, und $\bar{c}^{\vee}$... $\bar{e}$ Diësis $\bar{f}^{\vee}$ und folgende drei Abarten des chromatischen: *h* $\bar{c}$ $\overline{cis}$... *e* (oder beziehlich $\bar{e}$ $\bar{f}$ $\overline{fis}$... *a*), $\bar{c}$ $\overline{cis}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$, und $\overline{cis}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$ $\overline{fis}$. Dem entsprechend theilt nun Euclid in der vorhin citirten Stelle**) sowohl die enharmonischen, als chromatischen Tetrachorde in βαρύπυκνοι, μεσόπυκνοι und ὀξύπυκνοι ein. Man sieht, dass diese letztere Classificirung der enharmonischen und chromatischen und jene Eintheilung der diatonischen Tetrachorde in drei durch die Lage des Halbtons characterisirte Arten nur Anwendungen desselben Principes der Unterscheidung auf verschieden modificirte Fälle sind. Von Euclid, von Nikomachus und von Boëthius, werden für das diatonische Genus, im Anschlusse an das über die verschiedenen Lagen des Halbtones im Tetrachorde Gesagte auch die je nach der Reihenfolge der Ganz- und Halbtonschritte sich ergebenden verschiedenen Formen des Pentachords und Oktachordes mit gleicher Ausführlichkeit dargelegt. Es wird erwähnt, wie vermöge der verschiedenen Lage des Einen Halbtones im Pentachorde man vier Arten von melodischen Quinten, und nach der Verschiedenheit der Lage der beiden Halbtöne im Oktachorde sieben verschiedene melodische Octavengattungen erhalte. Hier wird also der vom Halbtone hergenommenen Eintheilung der Stufenfolgen eine unmittelbare Anwendung auf die Scalenbildung und die möglichen Modificationen der den Octavengattungen im Tonsysteme zu gebenden Gestalt beigelegt. Und die drei Formen des diatonischen Tetrachordes, dieses κατ' ἐξοχὴν der Entwickelung des Tonsystemes zum Grunde liegenden Gebildes, sollten unbenutzt der Anordnung des letzteren fern geblieben, das Systema maximum soll ausschliesslich an jene Eine Form des Tetrachordes gebunden gewesen sein welcher wir vorhin den Namen der phrygischen gegeben haben? Die aus der Zusammensetzung lediglich solcher Tetrachorde unter Hinzunahme eines, um einen Ganzton von der untersten Saite des untersten Tetrachordes entfernten Tones

*) Ἴδιον δέ ἐστι τοῦ μὲν ἁρμονίου, καὶ τοῦ χρωματικοῦ, τὸ καλούμενον πυκνόν· ὅταν οἱ πρὸς τῷ βαρυτάτῳ δύο λόγοι, τοῦ λοιποῦ ἑνὸς, ἐλάττους γίνωνται συναμφότεροι· Τοῦ δὲ διατονικοῦ, τὸ καλούμενον ἄπυκνον· ὅταν μηδὲ εἷς τῶν τριῶν λόγων μείζων γίνηται τῶν λοιπῶν δύο συναμφοτέρων. Ptolemäus: Harmonic. L. I c. 12.

**) Meibom p. 14: ... τοῦ μὲν οὖν διὰ τεσσάρων τρία ἐστὶν εἴδη. πρῶτον μὲν τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον δεύτερον τὸ ὑπὸ μεσοπύκνων περιεχόμενον τρίτον δὲ τὸ ὑπὸ ὀξυπύκνων περιεχόμενον ἐν μὲν οὖν ἁρμονίᾳ καὶ χρώματι πρὸς τὴν τοῦ πυκνοῦ σχέσιν τὰ σχήματα τῶν συμφώνων λαμβάνεται· ἐν δὲ διατόνῳ ἐπὶ πυκνοῦ οὐ γίνεται· διαιρεῖται δὲ τὸ γένος τοῦτο εἰς ἡμιτόνια καὶ τόνους πρὸς δὲ τὴν τῶν ἡμιτονίων σχέσιν τὰ σχήματα θεωρεῖται. τοῦ οὖν διὰ τεσσάρων πρῶτον μέν ἐστιν εἶδος, οὗ τὸ ἡμιτόνιον ἐπὶ τὸ βαρὺ τῶν τόνων κεῖται. δεύτερον δὲ, οὗ μέσον τῶν τόνων. τρίτον, οὗ πρῶτον ἐπὶ τὸ ὀξὺ τῶν τόνων.

als Proslambanomenos der Tiefe hervorgehende Mollscale soll der starre, alleinige musikalische Typus der melodischen Verbindung der Töne für den heiteren, beweglichen und lebendigen Geist der Hellenen gewesen sein?! Neuere Schriftsteller haben über diese einseitige, ausschliesslich oder doch ganz vorzugsweise der Molltonart zugewendete vermeintliche Richtung der musikalischen Empfindungsweise der Griechen in geistreich klingenden Phrasen sehr sonderbare Dinge ihren Lesern vorgetragen. Wir verzichten auf jeden Versuch einer Kritik oder gar Widerlegung solcher musikalisch alles vernünftigen Sinnes entbehrenden Philosopheme. Wir erlauben uns nur die einfache Frage: welcher innere, der Natur der Sache entnommene Grund in aller Welt dafür angeführt werden kann, dass die Beweglichkeit der s. g. chordae mobiles, d. i. der zweiten und dritten Saite eines jeden der fünf Tetrachorde, aus welchen das Systema maximum sich zusammensetzte, zwar wohl dazu benutzt worden sei, um dem diatonischen Geschlechte der Tetrachorde das, in der von den späteren Klassikern beschriebenen Gestalt nicht grade sehr wohlklingende chromatische, oder das noch unbegreiflichere, sehr übelklingende, enharmonische Klanggeschlecht zu substituiren, hingegen von einer Umformung der fünf Tetrachorde der tiefsten, mittleren, verbundenen, getrennten und höchsten Saiten aus diatonischen der ersten Form in solche der zweiten oder dritten nicht habe die Rede sein dürfen? Wir reihen hieran die fernere Frage: wie es doch gekommen, dass der sonst so erfinderische so gern in den verschiedensten Combinationen und Umgestaltungen gegebener Elemente sich ergehende Geist der Griechen grade auf eine so einfache und musikalisch so fruchtbare, die Anwendung der Durtonalität für die Scala bedingende Modificirung der Anordnung der Tonstufen des Systemes nicht verfallen sei?

Die viersaitige „Lyra“ des Tetrachordes umschliesst nach der Auffassung der ältesten griechischen Harmoniker die Grundform aller melodischen Scalenbildung. Wie die im Diagramme der Harmonia perfecta maxima arithmetisch und harmonisch getheilte Octave zwischen ihren beiden äusseren Stufen und den beiden eingeschobenen mittleren zwiefach das Intervall in eine Quinte und Quarte zerlegenden Saiten die Typen der drei vorzüglichsten consonirenden harmonischen Intervalle in sich birgt und nach dem Zeugnisse des Nikomachus (Harm. Manual. p. 16 Meib.) deshalb von den Alten die Benennung ἁρμονία empfing, so wurde, wie derselbe Berichterstatter sagt, von jenen ältesten Lehrern der Harmonik die Quarte des Tetrachordes durch den bezeichnenden Namen συλλαβή geehrt, weil sie (melodisch) „die erste Zusammenfassung“ (σύλληψις) consonirender Töne sei*) Diese Namen führen beide Tonverbindungen schon in einem a. a. O. von Nikomachus uns aufbewahrten, eine Aufzählung der Rationen der wichtigsten musikalischen Tonstufen enthaltenden Bruchstücke aus dem ersten Buche des Philolaos über die Natur**). Durch Hinzufügung des Ganztones, als der elementarsten Gliederung der Scalenbildung, wird der Tetrachord zur Quinten-Stufenfolge. Aus zwei Tetrachorden aber und einem Ganztone setzt sich die Octaven-Scala zusammen. So war denn auch jene von Nikomachus erwähnte urälteste siebentönige diatonische angebliche Tonleiter, deren Erfindung die griechischen Musikschriftsteller bald diesem, bald jenem Gotte oder Heroen und

*) . . . τοῖς ὑφ' ἡμῶν δηλωθεῖσιν ἀκόλουθα καὶ οἱ παλαιότατοι ἀπεφαίνοντο, ἁρμονίαν μὲν καλοῦντες τὴν διὰ πασῶν. συλλαβὴν δὲ τὴν διὰ τεσσάρων. πρώτη γὰρ σύλληψις φθόγγων συμφώνων. Die einzelne Tonstufe erscheint in der Musik als das Ur-Elementare, wie für die Sprache der vereinzelte Laut eines allein stehenden Buchstabens dies sein würde. Die vollständige Octavenleiter lässt sich dann dem Worte, die Quarte des Tetrachordes hingegen gewissermassen der Sylbe vergleichen.

**) Vgl. Böckh: Philolaos S. 65—68.

fabelhaften Tondichter zuschreiben und von welcher die Sage berichtete, dass erst Pythagoras durch Einfügung des trennenden Ganztones dieselbe auf eine Octave gebracht habe*), aus zwei verbundenen Tetrachorden zusammengesetzt. Nach der Angabe der Schriftsteller bestand sie aus zwei Tetrachorden der ersten diatonischen Form, welche wir die phrygische genannt haben. Sehen wir einstweilen von der näheren commatischen Bestimmung der Zwischenstufen ab und lassen es dahin gestellt, ob man sich unter $h\ \bar{c}$ ein s. g. pythagorisches Limma oder unseren diatonischen Halbton, unter $\bar{c} \ldots \bar{e}$ einen griechischen Ditonus oder eine reine Durterze, und beziehlich unter $\bar{c}\ \bar{d}$ und $\bar{d}\ \bar{e}$ zwei grössere Ganztöne von der Form $^9/_8$, oder Einen solchen grösseren mit einem kleineren Ganztone von der Form $^{10}/_9$ verbundenen Ganzton denken will, so können wir in modernen Tonzeichen jene älteste siebentönige Lyra durch folgende Stufen unseres Systemes wiedergeben:

h c d e f g a

Ueberzeugt, dass wir hierbei nur ein Verfahren befolgen, welches — trotz des Schweigens der nacharistoxenischen Berichterstatter — bereits die alten Erfinder des griechischen Tonsystemes innegehalten haben, substituiren wir den beiden Tetrachorden der ersten diatonischen Form $h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}$ und $\bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ \bar{a}$ zwei verbundene Tetrachorde zuerst der zweiten, und dann der dritten Form. So erhalten wir statt jenes Einen die nachstehenden drei diatonischen Heptachorde:

h c d e f g a

h cis d e fis g a

h cis dis e fis gis a

Die Vervollständigung derselben mittelst Hinzunahme des Ganztones zu Oktachorden behufs Gewinnung der Octavenleiter kann nun in dreierlei Weise stattfinden. Der Ganzton kann als Proslambanomenos in der Tiefe oder in der Höhe angefügt, er kann als trennender (diazeuktischer) Ganzton auch in der Mitte zwischen die beiden verbundenen Tetrachordgebilde eingeschoben werden. Es gehen auf diese Weise aus den drei Heptachordformen folgende neun Scalen hervor:

1. *a h c d e f g a*
2. *h c d e f g a h*
3. *a h cis d e fis g a*
4. *h cis d e fis g a h*
5. *a h cis dis e fis gis a*
6. *h cis dis e fis gis a h*
7. *h c d e fis g a h*
8. *h cis d e fis gis a h*
9. *h cis dis e fis gis ais h*

*) So z. B. Nikomachus Harm. Manual. p. 9 Meibom.

Die erste dieser Octavenleitern ist nach dem Gesetze der absteigenden modernen Mollscale gebaut. Die Anordnung ihrer Stufen entspricht daher derjenigen, welche im Systema maximum der Griechen sich in den beiden Octaven vom Proslambanomenos aufwärts bis zur Mese, und von der Mese aufwärts bis zur Nete Hyperbolaion zeigt, und ihre Tonalität ist folgeweise diejenige des Tonus IX gregorianus. Durch die Anreihung nemlich des Proslambanomenos an den unteren Tetrachord gestaltet sich dieser zum Pentachorde, und es erscheint daher die Octave $a \ldots \bar{a}$ durch die Saite $\bar{e}$ authentisch getheilt. Die Leiter Nr. 6 stellt vermöge der entgegengesetzten Folge der Stufen in den beiden Tetrachorden und vermöge der entgegengesetzten Lage des Proslambanomenos am oberen Ende, durch dessen Anreihung an den oberen Tetrachord eine plagalische Octaventheilung entsteht, eine Inversion der Leiter Nr. 1 in rückläufiger Anordnung der Stufen dar. Sie erscheint als eine vom Dominantton aus beginnende und auf dessen Octave endigende Durscala. Ihre Tonalität ist daher die des Tonus XII gregorianus. Dem Mollgeschlechte gehören dann wieder die Leitern Nr. 2 und Nr. 7 an. Die erstere erweiset sich vermöge der Lage des Proslambanomenos am oberen Ende als eine plagalische und entspricht dem Tonus IV gregorianus. Die andere kann, jenachdem der diazeuktische Ton in der Mitte dem unteren oder oberen Tetrachorde angereiht wird, als eine authentisch, oder als eine plagalisch getheilte angesehen werden. Im ersteren Falle stellt sie den Tonus III, im zweiten Falle aber den Tonus X gregorianus dar. Auch die Theilungen der Leitern Nr. 8 und 9 sind, vermöge der Lage des trennenden Ganztones in der Mitte, einer zwiefachen Auffassung fähig. Authentisch getheilt entspricht Nr. 9 dem Tonus gregorianus XI, beziehlich der modernen Durscale in der normalen Folge ihrer Stufen von Tonus zu Tonus, plagalisch getheilt hingegen dem Tonus VI. Den Tonus V liefert die Leiter Nr. 5. Beide Scalen Nr. 9 und 5 sind Durtonleitern. Sie erscheinen als Inversionen der Mollverwandten Leitern Nr. 2 und 7. Die Leiter Nr. 8, welche authentisch getheilt den Tonus I gregorianus darstellt, plagalisch getheilt aber den Tonus VIII zeigt, gehört weder dem Dur- noch dem Mollgeschlechte der Klänge an. Ihre Tonalität erweiset sich als eine geschlechtslose, neutrale, die, wie unten am geeigneten Orte gezeigt werden soll, als eine völlig selbstständige Grundform der Tonverbindung aufgefasst werden muss. Dasselbe ist hinsichtlich der Leiter Nr. 4 der Fall, welche dem Tonus II angehört und der Leiter Nr. 3, welche den Tonus VII gregorianus darstellt.

So ergaben die obigen neun Oktachorde die Typen der zwölf gregorianischen — oder was, wie sich noch zeigen wird, ganz dasselbige ist — der zwölf Tonarten oder s. g. Octavengattungen der Griechen. Die zwischen den Molltonleitern und Durtonleitern hervorgetretene Wechselbeziehung einer rückläufigen Inversion der Intervalle, vermöge deren die eine Leiter allemal gleichsam als das abgespiegelte Gegenbild der anderen sich darstellt, weiset wieder auf den allgültigen, durch die ganze Harmonik und die Phänomene der ihr verwandten Disciplinen sich hindurch ziehenden Gegensatz eines Auf- und Abweges (ὅδος ἄνω κάτω) steigender und fallender Bewegung hin, dem wir im Wechselspiele der Tonreihen, wie in den Progressionen der wachsenden und abnehmenden räumlichen sowohl als Zahlengrösse bei unseren Betrachtungen auf jedem Schritte begegnen.

Auf die im Vorstehenden nachgewiesenen Beziehungen der obigen neun Octavenleitern zu den Typen altgriechischer und beziehlich gregorianischer Octavengattungen legen wir hier indess kein allzu grosses Gewicht, weil für die Auffindung der wahren und eigentlichen harmonikalen Grundformen der zwölf griechischen und zwölf alten Kirchentonarten es der Beachtung auch der commatischen Unterscheidungen und feineren Abstufungen der Tonschritte bedarf,

welche nur mittelst genauerer Entwickelung der Zahlenrationen für die betreffenden Reihen gefunden werden können, womit wir weiter unten uns zu beschäftigen haben werden.

Dass von der Verbindung und von der Wechselbeziehung der entgegengesetzten Tonreihen zu einander, auf welche sowohl unsere Zahlendiagramme als die einfache Betrachtung der aus den verschiedenen Combinationen der drei Formen des Tetrachords hervorgehenden Gebilde uns hinweisen, bei den späteren griechischen Harmonikern, deren Schriften allein auf uns gekommen sind, nirgend mehr die Rede ist, darf uns nicht zur Verwunderung gereichen. Die Zahlenharmonik bildete ja, wie wir wissen, in den frühern Zeiten bei den Griechen, wie bei allen andern im Besitze einer überlieferten Weisheitslehre sich befindenden Völkern des Alterthums, technisch grade den für das Verständniss der übrigen speculativen Lehren bedeutsamsten Zweig der esoterischen Disciplinen priesterlicher und philosophischer Geheimbünde. Nach dem Untergange des pythagorischen Bundes scheinen Plato und dessen Neffe Eudoxus die letzten gewesen zu sein, in deren Schriften gewisse der alten Lehre entnommene Sätze exacten oder symbolischen Inhaltes noch nachklangen. Die nächstfolgenden Jahrhunderte schöpften ihr theoretisches Wissen über musikalische Dinge fast ausschliesslich aus den halb unverständlichen, verworrenen Schriften eines Aristoxenus, des hochmüthigen Schülers des Aristoteles, der wie dieser sein Lehrer dem esoterischen Wissen der alten Geheimbünde ganz und gar ferne stand. Nur dem Sammlerfleisse der neupythagorisch-platonischen Schriftsteller der späteren alexandrinischen Periode verdankte das jüngere Alterthum die Erhaltung oder Wiederauffindung einiger spärlichen und lückenhaften Reste der schwer zugänglichen und schwer verständlichen, überhaupt nicht für die ausserhalb des Bundes Stehenden bestimmten, speculativen oder technischen Aufzeichnungen altpythagorischer Lehrer. Auf die Durchforschung der in diesen änigmatischen Aussprüchen enthaltenen Andeutungen und auf die Betrachtung der technischen Natur des Gegenstandes selbst sind wir für die Ermittelung des wahren Inhaltes der Harmonik und musikalischen Tonlehre des griechischen Alterthumes angewiesen. Wären wir verurtheilt unser Wissen hierüber aus der Schrift des Aristoxenus über die Elemente der Harmonik zu schöpfen, — wahrlich es würde dann um die Möglichkeit auch nur den geringsten Einblick in das Tonsystem der Alten zu gewinnen, sei es nach der Seite hin des praktischen Gebrauchs, oder der speculativen Forschung, oder in Betreff des Zusammenhanges der Harmonielehre mit den exacten mathematischen und physikalischen Wissenschaften des Alterthumes, ganz ausserordentlich schlecht bestellt sein*). Aber auch die Schriften der, so viel es an ihnen lag, wieder zu den

*) Fetis sagt in der seinem biographischen Lexikon der Tonkünstler vorangeschickten kurzen Uebersicht der Geschichte der Musik (S. XCIX) von den aristoxenischen drei Büchern der Elemente der Harmonik unseres Bedünkens mit vollem Rechte: „ce qui nous reste des écrivains grecs sur la musique est en général dogmatique et peu propre à nous donner des notions des effets de l'art. Cette observation s'applique surtout au traité des Élémens harmoniques d'Aristoxène, ouvrage écrit avec peu de clarté, et que l'ignorance des copistes (diese scheinen uns den kleinsten Theil des Uebels zu verschulden) a rempli de désordre et de transposition. Nous n'y pouvons puiser des lumières que sur la constitution du système de tonalité (wollte der Himmel, dass wenigstens dies der Fall wäre!) et sur l'échelle des sons; sous ce rapport même il est inférieur à un autre ouvrage écrit par Aristide-Quintillien, longtemps après la mort d'Aristoxène. Dans celui-ci la méthode est lucide partout, et l'on y peut trouver des renseignemens plus précis et mieux exposés sur le système musical des Grecs que dans aucun autre ouvrage du même genre.“ Wir werden im Laufe unserer Untersuchung noch die volle Ueberzeugung gewinnen, dass die wesentlichste Belehrung über die Gestaltung des Tonsystemes der Alten, soweit hierbei von Quellen technischen Inhaltes die Rede ist, wie wir dies bereits auf den ersten Seiten der Einleitung ausgesprochen haben, nur aus einer geeigneten Benutzung des harmonikalen Inhaltes der mathematischen Schriften der griechischen Classiker der alexandrinischen Periode, unter welchen Nikomachus und Jamblichus in erster Reihe zu nennen sind, geschöpft werden kann.

pythagorischen Anschauungen zurückgekehrten späteren griechischen Harmoniker bringen uns nirgend eine explicite Darstellung der technischen Theoreme im Sinne der eigentlichen esoterischen alten Lehre. Wir können den Inhalt der letzteren nur indirect, an der Hand der aus den Zahlenformeln selbst hervortretenden musikalischen und arithmetischen Wahrheit, durch sorgfältige Vergleichung und möglichste Erforschung des impliciten Inhaltes einer Menge der von jenen späteren Schriftstellern uns überlieferten symbolischen Aussprüche des Alterthumes zu ermitteln bestrebt sein. Der an die vermeintliche Reform der griechischen Musiktheorie durch Aristoxenus sich anlehnende Inhalt der auf uns gekommenen Schriften der Zwischenperiode ist hingegen für unseren Zweck ohne Werth. Nur insofern der Darstellung aristoxenischer Lehren hier wieder, wie bei Euclid und Aristides Quintillianus, in reichem Maasse pythagorische Methoden und Lehrsätze beigemischt sind, bilden die Ausführungen dieser Schriftsteller eine allerdings sehr zu beachtende Quelle der Belehrung über Gegenstände der älteren Harmonik.

Wir waren vorhin genöthigt, behufs Erklärung des Begriffes des πυκνὸν und der Eintheilung der nicht diatonischen Tetrachorde in βαρύπυκνοι, μεσόπυκνοι und ὀξύπυκνοι neben dem diatonischen Klanggeschlechte auch des Genus enharmonicum und des Genus chromaticum zu gedenken und ausser den drei Formen des dem Genus diatonicum angehörigen Tetrachordes Beispiele auch von enharmonischen und chromatischen Tetrachorden vorzuführen. Die Lehre von den drei Klanggeschlechtern gehört zu den schwierigsten und, so wie sie vorgetragen zu werden pflegt, unserer Auffassung nach zu den unbegreiflichsten Parthien der archäologischen Musikwissenchaft. Die Behandlung und eigentliche Natur dieses Gegenstandes wird aber noch verwickelter und dunkeler durch dasjenige, was wir — von den Zeiten des Aristoxenus an — in den alten Schriftstellern über die Unterarten (εἴδη, *species*) der diatonischen, enharmonischen und chromatischen Tetrachorde, gewöhnlich „Färbungen“ (χρόαι, *colores*) genannt, vorgetragen finden. Es haben über diese s. g. Färbungen oder Schattirungen der Intervallabstufung namentlich im diatonischen und im chromatischen Tetrachorde in eingehender Weise Aristoxenus selbst, dann in aristoxenischem Sinne Euclid und Gaudentius und in mehr selbstständiger Weise und am allerausführlichsten Ptolemäus in Cap. 12—16 des 1. Buches und Cap. 13 und 14 des 2. Buches seiner Harmonik gehandelt. Kaum irgend ein anderer Stoff ist so geeignet wie dieser, die Willkührlichkeit und völlige innere Haltlosigkeit der aristoxenischen Lehrmeinungen und den tiefen Verfall der speculativen Harmonik bei den späteren griechischen Musikschriftstellern an einem praktischen Beispiele recht schlagend darzuthun. Salinas leitet im 1. Cap. des 3. Buches seines berühmten Werkes *De Musica* die Besprechung der Lehre von diesen „Färbungen“ der Tetrachorde der drei Geschlechter treffend mit folgenden Worten ein: „Et quamvis, in dividendâ per tria intervalla in unoquoque genere Diatessarôn, omnes consensisse videantur; tamen nullus est inter eos, qui hâc de re scripserunt, qui non ab aliis dissentiat in constituendis intervallorum proportionibus: alias enim Pythagoras, alias Archytas, alias Philolaos, et Eratosthenes, et denique ceteri hujus disciplinae autores illis adaptaverunt. Quas quoniam longum esset recensere, et nullam, aut parvissimam afferunt utilitatem, quia prorsus ab harmonicâ veritate sunt alienae; hic enarrare inutile duximus; qui tamen eas scire cupit, legat Boëthium in fine tertii de Musicâ libri, et Ptolemaeum in fine Harmonicorum secundi“. Wir möchten nur zu Gunsten des Pythagoras und der beiden neben demselben hier von Salinas genannten Harmoniker der alten Zeit eine Verwahrung einlegen gegen die Ausdehnung des tadelnden Ausspruches auch auf sie und ihre Lehre. Um aber in eine Darlegung derjenigen Auffassung eintreten zu können, welche wir uns unsererseits über die Beschaffenheit der Theoreme der alten und ältesten Schule bezüglich der drei Klanggeschlechter und deren

Tetrachordformen gebildet haben, aus der Verunstaltung welcher Theoreme dann die ganz naturwidrigen Meinungen der Späteren über *genera* und *colores* der Tetrachorde in den Zeiten des Verfalls der Wissenschaft hervorgegangen sind, sei uns erlaubt hier einige technische Entwickelungen voranzuschicken welche unseres Bedünkens geeignet sind, vorab in sachlicher Beziehung Licht über den zu behandelnden Gegenstand zu verbreiten.

Die aus den Obertönen des Stammtones $\bar{c}$ sich entwickelnde Reihe der περισσός- und περισσάκις-περισσός-Zahlen liefert, wie dies in den vorhergehenden Hauptstücken (insbesondere in Hauptstück 2 und 3) bereits zur Sprache kam, in den Multipeln zweiter, dritter und weiterer Ordnung der aus den ersten sechs Ganzzahlen der natürlichen Folge als Multipeln erster Ordnung der Einheit 1 $\bar{c}$ hervorgegangenen Rationen der Stufen der consonirenden $\mathfrak{C}$dur-Harmonie vor und nach die nöthigen Intervalle zur Bildung auch der Accorde $\mathfrak{G}$-dur, $\mathfrak{D}$-dur, $\mathfrak{A}^{\wedge}$-dur, $\mathfrak{E}^{\wedge}$-dur, $\mathfrak{H}^{\wedge}$-dur, $\mathfrak{Fis}^{\wedge}_{\wedge}$-dur, wenn man, der progressio tripla folgend, in den Zahlen 3 9 27 81 243 729 zunächst die Rationen der bezeichneten Grundtöne dieser Accorde für die höheren Lagen der Reihe bestimmt, mittelst Division dieser Zahlen durch die entsprechenden Potenzen der Zweizahl dann aus den allzu hohen Regionen jene Grundtöne in die mittleren und tieferen Lagen des Tonsystemes hinabführt und hier endlich aus denselben, durch successive Multiplication der Zähler der gefundenen Bruchrationen mit den entsprechenden fünf Zahlen des Senariums, die fünf vollkommnen Consonanzen der Dur-Accordstufen dieser neuen Accordgrundtöne gleichsam als Oberharmonikalen neuer Ordnung des Stammtones entwickelt. Hierbei treten aber mehrere der $\mathfrak{C}$-dur-Tonart ganz wesentlich angehörige Stufen nicht in die Erscheinung. Setzt man nemlich durch Octaven-Transpositionen die ganze Reihe der mittelst des eben beschriebenen Rechnungsverfahrens zu gewinnenden Stufen zu einer (unvollständigen) melodischen Scala vom Umfange eines Oktachordes zusammen, so findet man, dass den diatonischen Stufen dieser Scala $\mathfrak{F}$, die Unterdominante von $\mathfrak{C}$, und $\mathfrak{A}$, der Parallelton, fehlen. Statt des letzteren ist, dem $\mathfrak{D}$dur-Accorde entstammend, das commatisch-differirende Intervall $\mathfrak{A}^{\wedge}$ in die Reihe eingetreten. Um die erwähnten beiden Stufen zu gewinnen, müsste man die Rechnung mit der Einheit 1 *F* statt mit 1 *c* beginnen. Wir wollen aber, um auch die Unterdominante $\mathfrak{B}^{\vee}$ der Unterdominante $\mathfrak{F}$ in die Reihe einzuführen und als grosse Terze (beziehlich Decime oder Decima septima) dieses Tones $\mathfrak{B}^{\vee}$ die für $\mathfrak{C}$dur und $\mathfrak{A}$moll unentbehrliche Form des kleineren Ganztones $\mathfrak{D}^{\vee}$ als Nebenform der zweiten Stufe der $\mathfrak{C}$-Scale uns anzueignen, noch um eine Quinte weiter zurückgreifen und die Zahlenentwickelung aus 1 $\mathfrak{B}^{\vee}$ als Gemäss und Einheit der Rechnung hervorgehen lassen. Dann wird die Duodecimen-(Quinten-)Progression mittelst des vorhin beschriebenen Verfahrens uns folgende Stufen liefern:

$$\mathfrak{B}^{\vee} — \mathfrak{F} — \mathfrak{C} — \mathfrak{G} — \mathfrak{D} — \mathfrak{A}^{\wedge} — \mathfrak{E}^{\wedge} — \mathfrak{H}^{\wedge} \ldots$$

an welche, in weiterem Verfolge $\mathfrak{Fis}^{\wedge}_{\wedge}$—$\mathfrak{Cis}^{\wedge}_{\wedge}$—$\mathfrak{Gis}^{\wedge}_{\wedge}$ u. s. w., als zweimal um ein Comma von den einfachen chromatischen Erhöhungen der betreffenden Normalstufen der $\mathfrak{C}$-Scala differirende Chroma's sich anreihen würden. Wir beschränken uns aber hier auf die vorstehenden acht Stufen, und ziehen durch Octaventransposition dieselben in die beiden folgenden jedesmal dem Umfange einer Octave angepassten Leitern zusammen:

$$\mathfrak{F}\ \mathfrak{G}\ \mathfrak{A}^{\wedge}\ \mathfrak{B}^{\vee}\ \mathfrak{C}\ \mathfrak{D}\ \mathfrak{E}^{\wedge}\ \mathfrak{F}$$
$$\mathfrak{C}\ \mathfrak{D}\ \mathfrak{E}^{\wedge}\ \mathfrak{F}\ \mathfrak{G}\ \mathfrak{A}^{\wedge}\ \mathfrak{H}^{\wedge}\ \mathfrak{C}$$

Die eine dieser beiden Octavenleitern stellt eine diatonische $\mathfrak{F}$dur-, die andere eine diatonische $\mathfrak{C}$dur-Scale dar. In beiden fehlen aber die normale Terze und die normale Sexte, so

wie das normale Subsemitonium der Octave des Grundtons. Letzteres wird durch das Limma $^{256}/_{243}$ vertreten, und statt der Terzen und Sexten ist der Ditonus $^{81}/_{64}$ und das Unter-Trihemitonium der Octave des Grundtones $^{27}/_{32}$ erschienen. Wir haben also zwei Exemplare einer alten pythagorischen, wenn man so will, oder philolaischen*) Scale vor uns.

Wir können auch beide Octavenleitern in Eine grössere Scale zusammenziehen, welche, wenn wir mit dem Tone 𝔄$^\wedge$ beginnen und dabei am unteren Ende den Ton 𝔅$^\vee$ und oben die Stufe ℌ$^\vee$ ausfallen lassen, sich in folgende, aus einem Ganztone und einer Folge von drei verbundenen ditonischen Tetrachorden gebildete Leiter umformt:

𝔄$^\wedge$ (𝔅$^\vee$) ℌ$^\wedge$ ℭ 𝔇 𝔈$^\wedge$ 𝔉 𝔊 𝔄$^\wedge$ 𝔅$^\vee$ (ℌ$^\wedge$) ℭ 𝔇 . . .

In den Theologumenis arithmeticis**) wird berichtet, es habe Philolaos, indem er der Vierzahl und Fünfzahl, der Sechszahl, Siebenzahl und Achtzahl besondere Arten der Thätigkeit und besondere symbolische Beziehungen zuwies, von der Fünfzahl gesagt: „Qualität der Dinge und Farbe werde vermöge Ordnung der Natur nach der Fünfzahl bestimmt“. Diesem Winke folgend und indem wir versuchen der Reihe der Obertöne womöglich auch die rechten Typen enharmonischer und chromatischer Scalenbildung einzufügen, wollen wir den falschen Ditonus-Terzen der aus der progressio tripla hervorgegangenen Stufentöne mittelst Einführung der durch die Rationen $^5/_1$ $^5/_2$ $^5/_4$. . . auszudrückenden reinen grossen Septemdecimen, Decimen und Terzen ihre normalen um ein Comma tieferen Nebenstufen zugesellen. Es wird dies dadurch geschehen können, dass wir jedes der Glieder der progressio tripla mit 5 multipliciren, und durch Division mit den betreffenden Potenzen der Zweizahl die gefundenen Rationen der gesuchten Stufen aus ihrer zu hohen Lage auf die Tonhöhe der zu entwickelnden Scale zurückführen. Wir wollen dann aber in zweiter Linie auch wieder aus den so gewonnenen Terzen (zunächst der ersten drei Accorde) consonirende vollständige Oberharmonikal-Duraccorde entwickeln, der für die Darstellung der Quinten benutzten progressio tripla also wenigstens dreimal die Anfänge auch einer progressio quintupla zur Seite stellen***). Um nicht zu weit-

*) Philolaus trägt nemlich in dem oben erwähnten (bei Nikomachus Harm. man. p. 16 Meib. aufbewahrten) Fragmente die Lehre von den Stufenfolgen innerhalb der Octave nach Rationen vor, welche einer so formulirten Scale entsprechen würden.

**) Cap. 8 S. 55 Ast: Φιλόλαος δὲ μετὰ τὸ μαθηματικὸν μέγεθος τριχῇ διαστὰν τετράδι, ποιότητα καὶ χρῶσιν ἐπιδειξαμένης τῆς φύσεως ἐν πεντάδι ψύχωσιν δὲ ἐν ἑξάδι, νοῦν δὲ καὶ ὑγείαν καὶ τὸ ὑπ' αὐτοῦ λειπόμενον φῶς ἐν ἑβδομάδι, μετὰ ταῦτά φησιν ἔρωτα καὶ φιλίαν καὶ μῆτιν καὶ ἐπίνοιαν ἐπ' ὀγδοάδι συμβῆναι τοῖς οὖσιν . . . Man vgl. ebendaselbst Cap. 7, 48 (S. 48 Ast) auch den fast gleichlautenden Auszug aus dem 2. Buche der (grösseren) Arithmetik des Nikomachus.

***) Es bildet nemlich jede der drei Stufenfolgen $1\,\underline{B}^\vee \ldots 5\,\overline{d}^\vee \ldots 25\,\overline{\overline{\overline{fis}}}$, $1\,F \ldots 5\,\overline{a} \ldots 25\,\overline{\overline{\overline{\overline{cis}}}}$ und $1\,c \ldots 5\,\overline{\overline{e}} \ldots 25\,\overline{\overline{\overline{\overline{gis}}}}$, für sich betrachtet den bis zur dritten Stelle fortgeführten Anfang einer progressio quintupla. Die Rationen des ersten dieser drei Gebilde gehören unmittelbar zu den Rationen der Obertönereihe von $1\,\underline{B}^\vee$. Die beiden anderen Rationenfolgen sind als Multiplicatoren in den aus $1\,\underline{B}^\vee$ zu entwickelnden περισσάκις-περισσὸς-Zahlenrationen der Obertöne von Obertönen des Stammtones $1\,\underline{B}^\vee$ enthalten. Mittelst Division durch die entsprechenden Potenzen der Zweizahl können die Stufen dieser drei Reihenanfänge in den Umfang einer Octavenleiter zusammengezogen werden. Hier bilden ihre Rationen dann die Zahlen für die Stufen 𝔅$^\vee$ 𝔇$^\vee$ 𝔉𝔦𝔰, 𝔉 𝔄 ℭ𝔦𝔰, ℭ 𝔈 𝔊𝔦𝔰, aus welchen wir die betreffenden Intervalle der Accordfolgen: 𝔅$^\vee$ 𝔇$^\vee$ 𝔉
𝔉 𝔄 ℭ
ℭ 𝔈 𝔊 und
𝔇$^\vee$ 𝔉𝔦𝔰 𝔄
𝔄 ℭ𝔦𝔰 𝔈
𝔈 𝔊𝔦𝔰 ℌ entnehmen.

läuftig zu werden enthalten wir uns der ihrer Leichtigkeit wegen keiner ferneren Darlegung bedürfenden Ausführung der Rechnung. Wir schreiben vielmehr, tabellarisch geordnet, hier nur die Stufentöne der mittelst des angegebenen Verfahrens aufzufindenden Serien von Dreiklängen der Reihe nach untereinander:

Durch Multiplication der einzelnen Glieder der oben entwickelten progressio tripla mit den betreffenden Zahlen des Senariums, oder beziehlich mit $^5/_4$ und $^3/_2$ gefundene Dreiklänge:

1. B$^{\vee}$ D$^{\vee}$ F
2. . . F A C
3. C E G
4. G H D
5. D Fis$^{\wedge}$ A$^{\wedge}$
6. A$^{\wedge}$ Cis$^{\wedge}$ E$^{\wedge}$
7. E$^{\wedge}$ Gis$^{\wedge}$ H$^{\wedge}$

u. s. w.

Durch Multiplication der Rationen der Terzen ($^5/_4$) vorstehender Accorde mit den Zahlen des Senariums, oder beziehlich nochmals mit $^5/_4$ und $^3/_2$, gefundene Dreiklänge:

1. D$^{\vee}$ Fis A
2. . . A Cis E
3. E Gis H

u. s. w.

Die Terzen dieser Durdreiklänge bilden in beiden Serien unter sich wieder eine progressia tripla. Aus denselben als Grundtönen und den beziehlichen End- oder Anfangstönen der betreffenden Duraccorde als kleinen Terzen würden sich auch zwei Serien von Molldreiklängen ergeben; wie durch die beigefügten geradlinigten Klammern wir dies dem Auge bemerkbar zu machen versucht haben. Die Nutzanwendung um derentwillen wir beide Schemata hier hingeschrieben haben ist indess eine andere. Wir verbinden nemlich sämmtliche einzelnen Stufentöne der beiden Serien von Dreiklängen zu einer zweioctavigen Scale, und diese gestaltet sich uns dann folgendermassen:

A A$^{\wedge}$ B$^{\vee}$ H H$^{\wedge}$ C Cis Cis$^{\wedge}$ D$^{\vee}$ D E E$^{\wedge}$ F Fis Fis$^{\wedge}$ G Gis Gis$^{\wedge}$ A A$^{\wedge}$ B$^{\vee}$ H H$^{\wedge}$ C Cis Cis$^{\wedge}$ D$^{\vee}$ D E E$^{\wedge}$ F Fis Fis$^{\wedge}$ G Gis Gis$^{\wedge}$ A A$^{\wedge}$

Die Octave von einem A zum folgenden A lässt sich, wie wir dies durch die gebogenen und beziehlich geradlinigten Klammern über und unter den Buchstaben angedeutet haben, auf zwiefache Weise in zwei Tetrachorde und einen Ganzton zerlegen. Das einemal befindet sich der Ganzton, als trennender (D$^{\vee}$. . . E) in der Mitte zwischen den beiden unverbundenen Tetrachorden A . . . D$^{\vee}$ und E . . . A. Das anderemal erscheint der Ganzton am unteren Ende (A . . . H) der mit einander verbundenen beiden Tetrachorde H . . . E und E . . . A. Zwischen dem tieferen und mittleren H aber zeigt sich dann eine Octavenleiter, welche sich aus den genannten beiden verbundenen Tetrachorden und dem an ihrem oberen Ende liegenden Ganztone A . . . H zu-

sammensetzt. Die drei verschiedenen Arten der möglichen Verbindung zweier Tetrachorde und Eines Ganztones zu einer Octavenleiter, welche wir vorhin S. 222 betrachtet haben, finden sich also auch hier wieder. Die zuletzt erwähnte, den Ganzton an ihrem oberen Ende zeigende Form ist aber vorstehend nur im Umfange Einer vollständigen Octave hervorgetreten. Um auch sie als eine zweioctavige Leiter darzustellen bedarf es einer anderen Zahlenentwickelung, mit welcher wir uns sogleich zu beschäftigen haben werden.

Untersuchen wir nun die Bildungsform der so eben erwähnten Tetrachorde der vorstehenden Scala. Am unteren Ende eines jeden derselben zeigt sich ein πυκνὸν, welches wir mit dem Doppelnamen einer sowohl enharmonischen als chromatischen Verdichtung der Stufen bezeichnen dürfen. Das Comma $^{81}/_{80}$ nimmt dabei in allen diesen Tetrachorden als Nebenform der tiefsten Saite diejenige Stelle ein, welche in den dunkelen und unmotivirten Beschreibungen des in Vergessenheit gerathenen enharmonischen Klanggeschlechtes der Alten, die wir bei den auf uns gekommenen späteren griechischen Musikschriftstellern finden, der undefinirbaren s. g. enharmonischen Diësis zugewiesen wird. Will man sich darauf beschränken nur die characteristischen Stufen ins Auge zu fassen welche diatonisch-enharmonisch in sämmtlichen fünf obigen Tetrachorden auf ganz übereinstimmende Weise durch Einschaltung des erwähnten Comma's entstehen (als welche in den betreffenden einzelnen Tetrachorden die enharmonischen Tonschritte 𝔄 . . . 𝔄˄, ℌ . . . ℌ˄, 𝔈 . . . 𝔈˄ . . . und beziehlich die an diese sich anreihenden Limma's 𝔄˄ . . . 𝔅˅, ℌ˄ . . . ℭ, 𝔈˄ . . . 𝔉, . . . uns entgegentreten) so werden es nur vier Saiten in jedem Tetrachorde sein, in welchen die Beschaffenheit des diatonisch-enharmonischen Geschlechtes wurzelt. Aehnliches wird von den characteristischen Stufen des chromatischen Geschlechtes gesagt werden dürfen. Wir haben hierbei nur das vereinigte enharmonische und chromatische πυκνὸν am unteren Ende der Tetrachorde in Betracht zu ziehen. Die enharmonische Zerlegung des Halbtons $^{16}/_{15}$ in zwei Diësen zeigt sich nemlich allerdings auch noch im Chroma der Zwischenstufen ℭis ℭis˄ 𝔇˅ . . ., 𝔉is 𝔉is˄ 𝔊 . . . und 𝔊is 𝔊is˄ 𝔄 beider Tetrachorde, und die chromatische Theilung des Ganztones in zwei Halbtöne wird in einer enharmonisch zwiefachen Form noch am oberen Ende des zweiten Tetrachordes in den Stufen 𝔊 𝔊is 𝔊is˄ 𝔄 gefunden. Der betreffenden Stelle aber am oberen Ende des Tetrachordes ℌ ℌ˅ ℭ ℭis ℭis˄ 𝔇˅ 𝔇 𝔈 fehlt das entsprechende Chroma, weil innerhalb der Gränzen, die wir der Entwickelung der Accordfolgen und damit den Abstufungen der Scala gesetzt haben, noch die chromatische Stufe 𝔇is oder 𝔇is˄ nicht vorhanden ist. Und was die enharmonischen Nebenformen 𝔈˄ und 𝔄˄ der oberen Endtöne der beiden Tetrachorde ℌ . . . 𝔈 und 𝔈 . . . 𝔄 anbetrifft, so gehören diese dem unteren Ende der nächsthöheren Tetrachorde an, so dass am oberen Ende eines jeden der beiden genannten Tetrachorde ein enharmonisches ὀξύπυκνον nicht gefunden wird. So mag denn die vergleichende Betrachtung des verbundenen diatonischen, chromatischen und enharmonischen Genus in den Tetrachorden unserer vorstehenden Leiter für die Diatonik nur die Saiten 𝔄 . . . 𝔅˅ . . . ℭ . . . 𝔇˅, ℌ . . . ℭ . . . 𝔇 . . . 𝔈, 𝔈 . . . 𝔉 . . . 𝔊 . . . 𝔄, für die Chromatik nur die Saiten 𝔄 . . . 𝔅˅ . . . ℌ . . . 𝔇˅, ℌ . . . ℭ . . . ℭis˅ . . . 𝔈, 𝔈 . . . 𝔉 . . . 𝔉is˄ . . . 𝔄, und für die Enharmonik nur die Saiten 𝔄𝔄˄𝔅˅ . . . 𝔇˅, ℌℌ˄ℭ . . . 𝔈, und 𝔈𝔈˄𝔉 . . . 𝔄, als characteristische dem Schematismus für sämmtliche drei oder beziehlich fünf Tetrachorde der zweioctavigen Scale zum Grunde legen.

Dem s. g. ditonischen Diatonum (διάτονον διτονιαῖον), welches oben sich aus der blossen Aneinanderreihung reiner Quinten zu einem melodischen Vierklang von der Form $^{256}/_{243} \times {}^{9}/_{8} \times {}^{9}/_{8} = {}^{4}/_{3}$ in den Tetrachorden 𝔄˄ 𝔅˅ ℭ 𝔇 und 𝔈˄ 𝔉 𝔊 𝔄˄ uns ergeben hatte, tritt nunmehr in den Tetrachorden des vorstehenden Schematismus: 𝔄 𝔅˅ ℭ 𝔇˅, ℌ ℭ 𝔇 𝔈, 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄, eine zweite

diatonische Tetrachordform zur Seite und zwar jene, welche Ptolemäus im 15. und 16. Cap. des 1. Buches seiner Harmonik als das s. g. gespannte Diatonum (διάτονον σύντονον) bezeichnet; in welcher Färbung wir die Form des diatonischen Tetrachordes erkennen, die seit den Zeiten des Zarlino und Salinas als die natürlichste Type der nach Zahlenrationen in reinen Intervallen gestimmten Durscala harmonikalisch der modernen Tonleiter zum Grunde gelegt wird. Wir haben diese Tetrachordform in unseren Doppelreihe-Diagrammen aber in zwiefacher Gestalt hervortreten sehen; in der aufsteigenden arithmetischen Durreihe nemlich in der Form: $15\,\overset{\equiv}{h}$ $16\,\overset{\equiv}{c}$ $18\,\overset{\equiv}{d}$ $20\,\overset{\equiv}{e}$, welche wir als die phrygische bezeichneten, und in der absteigenden harmonischen Mollreihe in der Form mit umgekehrter Lage der Stufen: $^{40}/_{15} f$ $^{40}/_{16} e$ $^{40}/_{18} d$ $^{40}/_{20} c$, welche wir die lydische genannt haben. In den fünf Tetrachorden der obigen Scala findet sich nur die phrygische Form.

Die chromatischen Tetrachorde hingegen des so eben entwickelten Schematismus zeigen eine Eintheilung der Abstufungen, welche in den Rationen der Gleichung $^{16}/_{15} \times {}^{135}/_{128} \times {}^{32}/_{27} = 4:3$ ihren Zahlenausdruck findet. Der erste Stufenschritt von unten beträgt einem normalen diatonischen Halbton, während der dritte Schritt das s. g. Trihemitonium oder Anderthalbton-Intervall der falschen (zu klein bemessenen) Mollterze darstellt. Der chromatische Halbtonschritt von der zweiten zur dritten Saite übetrifft dagegen den normalen chromatischen Halbton $^{25}/_{24}$ um ein Comma; denn $^{135}/_{128} = {}^{25}/_{24} \times {}^{81}/_{80}$. Da wir in den beiden verbundenen Tetrachorden: ℌ ℌ$^{\wedge}$ ℭ ℭis ℭis$^{\wedge}$ 𝔇 𝔇$^{\vee}$ 𝔈 und 𝔈 𝔈$^{\wedge}$ 𝔉 𝔉is 𝔉is$^{\wedge}$ 𝔊 𝔊is 𝔊is$^{\wedge}$ 𝔄, den Saiten ℭis$^{\wedge}$ und beziehlich 𝔉is$^{\wedge}$ die ebenfalls vorhandenen Saiten ℭis und 𝔉is substituiren könnten, so lassen diese beiden Tetrachorde sich im Genus chromaticum auch auf die Rationen $^{16}/_{15} \times {}^{25}/_{24} \times {}^{6}/_{5} = {}^{4}/_{3}$ zurückführen. Diese Färbung des chromatischen Tetrachordes muss als die normale des natürlichen chromatischen Klanggeschlechtes betrachtet werden. Es ist diejenige, welche von Ptolemäus a. a. O. im 13. und 14. Cap. des 2. Buches als das Chromaticum des Didymus (Διδύμου χρωματικά) aufgeführt wird. Dem Tetrachorde: 𝔄 𝔄$^{\wedge}$ 𝔅$^{\vee}$ ℌ ℌ$^{\wedge}$ ℭ ℭis ℭis$^{\wedge}$ 𝔇$^{\vee}$ aber fehlt die zur Bildung eines so gearteten chromatischen Tetrachordes erforderliche enharmonische Nebenstufe ℌ$^{\vee}$, und so erscheint als die allen dreien (beziehlich allen fünf) Tetrachorden dieser Scala gemeinsame Färbung des Chroma's die in der Gleichung $^{16}/_{15} \times {}^{135}/_{128} \times {}^{32}/_{27} = {}^{4}/_{3}$ ihren Ausdruck findende aufwärts mit dem Trihemitonium abschliessende chromatische Form der Tetrachordbildung.

Die Stufen 𝔄 . . . 𝔇$^{\vee}$, ℌ . . . 𝔈, 𝔈 . . . 𝔄, haben sich bei der vorstehenden Untersuchung des Baues der Tetrachorde der Leiter als feste, stehende bewährt. Aus ihnen setzt sich das Gerippe der Tetrachord-Eintheilung des Gebildes in nachstehender Weise zusammen:

𝔄 . . . 𝔇$^{\vee}$

𝔄 ℌ 𝔈 𝔄 ℌ 𝔈 𝔄

Die zwischen diese festen Endtöne einzuschaltenden übrigen Saiten jedes einzelnen Tetrachordes, welche je nach der Besonderheit der drei Klanggeschlechter ihrer Lage nach im Verhältnisse zu jenen Endtönen in wechselnden anderen Intervallen sich characterisiren, können dem entsprechend bewegliche genannt werden.

Aus der Zusammenstellung der beweglichen und unbeweglichen Saiten ergibt sich für die drei Gattungen der Klanggeschlechter folgender Schematismus:

Syntonisch-diatonisches Tetrachordsystem:

A B˅ C D˅

A H C D E F G A H C D E F G A

Enharmonisches Tetrachordsystem:

A A˄ B˅. D˅

A H H˄ C. . . . E E˄ F. . . . A H H˄ C. . . . E E˄ F. . . . A

Trihemitonisches chromatisches für den ganzen Umfang der Scala gegebenes Tetrachordsystem:

A B˅ H. D˅

A H C Cis˄. . . E F Fis˄. . . A H C Cis˄. . . E F Fis˄. . . A

Natürliches chromatisches in den vier Tetrachorden der Hauptreihe vorkommendes Tetrachordsystem:

A D˅

A H C Cis. . . E F Fis. . . A H C Cis. . . E F Fis. . . A

Die Tetrachord-Eintheilung von welcher wir bei der Untersuchung der uns beschäftigenden Scala ausgegangen sind schliesst am oberen Ende der letzteren mit der Saite A ab. Sie lässt die enharmonische Nebenform A˄ dieses Tones somit ausser Betracht. Es kann die Eintheilung des Gebildes in vier (beziehlich fünf) Tetrachorde und zwei Ganztöne aber auch so geschehen, dass umgekehrt die Saite A am unteren Ende ausserhalb der Rechnung bleibt und als feste Saiten die Saiten

A˄. . . D

A˄ H˄. . . . E˄. . . . A˄ H˄. . . . E˄. . . . A˄

dienen. Das enharmonische πυκνὸν erscheint dann am oberen Ende der Tetrachorde, als ein ὀξύπυκνον. In den Tetrachorden beider Octaven zwischen E˄. . . . A˄, und im Tetrachorde A˄. . . . D, findet sich auch ein chromatisches πυκνὸν am oberen Tetrachordende. Den Tetrachorden zwischen H˄. . . E˄ hingegen mangelt, wie schon bemerkt wurde der fehlenden Zwischenstufe Dis˅ (oder Dis) wegen das chromatische ὀξύπυκνον. Wir haben deshalb die andere Eintheilungsweise unserer Betrachtung zum Grunde gelegt, ziehen jedoch auch die zuletzt erwähnte Art der Bestimmung der festen Saiten um deswillen mit in den Bereich der Untersuchung, weil sie, wie das nachstehende Schema zeigt, für alle fünf Tetrachorde des Gebildes die für das ditonische (s. g. pythagorische) diatonische Tetrachordsystem erforderlichen Zwischenstufen aufweist:

A˄ B˅ C D

A˄. . H˄ C D E˄ F G A˄ H˄ C D E˄ F G A˄

Vergleichen wir die hier betrachteten Methoden der möglichen Tetrachordabtheilungen der uns beschäftigenden zweioctavigen Scala mit demjenigen, was die griechischen Schriftsteller über die verschiedenen Tetrachordeintheilungen ihres s. g. Systema maximum immutabile be-

richten, so zeigt sich sowohl in der Weise der Aneinanderreihung der Tetrachorde als in den Grundzügen der Ordnung der Stufen innerhalb der letzteren nach der Verschiedenheit der drei Klanggeschlechter eine vollkommne Uebereinstimmung. Das tiefe 𝔄 (oder 𝔄$^{\wedge}$, wenn die zweite vorhin erwähnte Art der Bestimmung der festen Saiten gewählt würde, wobei dann alle nachgenannten Saiten um ein Comma höher zu nehmen wären) entspricht dem Proslambanomenos des Systema maximum. Das um einen grösseren Ganzton (9:8) von diesem tiefen 𝔄 abstehende ℌ vertritt die Hypate Hypaton genannte Saite des untersten Tetrachordes des gedachten Systemes. Die Oberquarte dieses ℌ, nemlich die Saite 𝔈, erscheint als Hypate Meson d.i. als tiefste Klangstufe des nächst höheren Tetrachordes. 𝔄, die Oberquarte von 𝔈 gibt sich als Mese, das folgende ℌ aber als Paramese, dessen Oberquarte 𝔈 als Nete Diezeugmenon, der höchste Ton 𝔄 als Nete Hyperbolaion, endlich 𝔇$^{\vee}$, die Oberquarte der Mese 𝔄 als Nete Synemmenon zu erkennen. Diese, in allen drei Geschlechtern unveränderlich bleibenden Saiten sind die *chordae stabiles*, *immobiles*, *seu quiescentes* (χορδαὶ ἑστῶτες, ἀκινητοὶ, ἠρεμοῦντες) des Systemes der Alten. Die nach verschiedenen möglichen Schattirungen abgestuften und deshalb veränderlichen charakteristischen beiden inneren Saiten eines jeden dieser Tetrachorde stellen dagegen die *chordae mobiles* (κινητοὶ oder κινούμενοι) des erwähnten Systemes dar. Der Tetrachord ℌ...𝔈 der tieferen Octave erscheint in dieser Vergleichung als der Tetrachord der s. g. tiefsten Saiten (ὑπατῶν), der mit ihm verbundene nächstfolgende Tetrachord 𝔈 . . . 𝔄 als derjenige der s. g. mittleren Saiten (μέσων). Der Tetrachord ℌ . . . 𝔈 der höheren Octave entspricht dem Tetrachorde der s. g. getrennten (διεζευγμένων), und der an diesen sich anreihende Tetrachord 𝔈 . . . 𝔄 ist der Tetrachord der s. g. äussersten Saiten (ὑπερβολαίων) des mehrgedachten alten Systemes. Aufwärts von der Mese 𝔄 vertritt der Tetrachord 𝔄 . . . 𝔇$^{\vee}$ denjenigen der s. g. verbundenen Saiten (συνημμένων). Die Saiten ℌ$^{\wedge}$ und ℭ$^{\wedge}$ werden dann in der tieferen Octave als enharmonische Parhypate Hypaton und Parhypate Meson, in der oberen Octave als enharmonische Trite Diezeugmenon und Trite Hyperbolaion, endlich das mittlere 𝔄$^{\wedge}$ als enharmonische Trite Synemmenon aufzufassen sein. Die Saiten ℭ und 𝔉 stellen in der unteren Octave enharmonisch den Lichanos, diatonisch und chromatisch die Parhypate Hypaton und Meson — nebst dem mittleren 𝔅$^{\vee}$ aber in der oberen Octave enharmonisch die Paranete, diatonisch und chromatisch die Trite Diezeugmenon, Hyperbolaion und Synemmenon dar. Die Saiten ℭ𝔦𝔰$^{\wedge}$ (oder beziehlich ℭ𝔦𝔰) und 𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$ (oder beziehlich 𝔉𝔦𝔰) der unteren Octave vertreten den chromatischen Lichanos Hypaton und Lichanos Meson; die entsprechenden Töne der oberen Octave die chromatische Paranete Diezeugmenon und Paranete Hyperbolaion. Das ℌ der Mitte erscheint als die chromatische Paranete Synemmenon. In der unteren Octave bilden endlich 𝔇 und 𝔊 den diatonischen Lichanos Hypaton und Lichanos Meson, dieselben Saiten aber der oberen Octave die diatonische Paranete Diezeugmenon und Paranete Hyperbolaion, und das ℭ des verbundenen Tetrachordes der Mitte die diatonische Paranete Synemmenon.

Während die diatonischen Tetrachorde des Schema's, wie schon bemerkt wurde, diejenige Art derselben darstellen, welche wir oben die phrygische Tetrachordform des Diatonicum's genannt haben, zeigen sich die enharmonischen und chromatischen vorstehenden Tetrachorde dem entsprechend alle als βαρύπυκνοι.

Um nun diatonische Tetrachorde auch der lydischen Form, und enharmonische und chromatische ὀξύπυκνοι zu erhalten, müssen wir das Verfahren welches der Erzeugung des vorstehenden Schema's zum Grunde gelegt worden ist umkehren. Gleichwie wir um zwei Quintenschritte unter ℭ hinabstiegen und einen Ton 𝔅$^{\vee}$ bestimmten, dessen Schwingungsmenge

wir als Einheit für die Rechnung behufs Auffindung einer Obertöne-Scale setzten, so wollen wir, um ein aus Untertönen sich zusammensetzendes Gegenbild der vorhin entwickelten Scale darzustellen, statt des dominantischen Zeugertones ℭ der ℭ-dur verwandten parallelen Molltonart 𝔄moll, als gemeinsamen Oberton und zeugende Einheit der abwärts zu entwickelnden Serien von Mollaccorden einen um zwei Quintenschritte über ℭ liegenden Ton 𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$ aufsuchen. Aus den unterharmonikalen ἄρτιος- und beziehlich ἀρτιάκις-ἄρτιος-Zahlenstufen dieses Obertones setzen wir mittelst der wieder bis zur achten Stelle entwickelten progressio subtripla, in welche wir die Fünfzahl abermals zu Hülfe nehmend diesmal die grossen Unterterzen der Zeugertöne der Accorde einfügen, eine Serie von Mollharmonien zusammen, der wir dreimal wieder die bis zur je dritten Stelle fortgeführten Anfänge einer progressio subquintupla beigesellen, um mittelst der umgekehrten Werthe der vorhin angewendeten Rationen eine in allem das genaue Gegenbild des vorigen Schematismus darstellende Folge von Dreiklängen und von zu Scalen verbundenen Tonreihen zu erhalten. Wir unterlassen es aber auch diesmal, die leichte aber weitläuftige Zahlenrechnung selbst auf dem Papiere auszuführen, indem wir uns begnügen, das musikalische Ergebniss derselben in folgender Weise zusammen zu stellen; wobei die Grundform des Gebildes aus der nachstehenden rückläufigen Folge von Quintenschritten zu entnehmen ist:

...... 𝔉^{v} — ℭ^{v} — 𝔊^{v} — 𝔇^{v} — 𝔄 — 𝔈 — ℌ — 𝔉𝔦𝔰^{v}

aus deren Zusammenziehung durch Octavenversetzung die beiden Octavenleitern hervorgehen:

ℌ ℭ^{v} 𝔇^{v} 𝔈 𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$ 𝔊^{v} 𝔄 ℌ
𝔈 𝔉$^{\wedge}$ 𝔊^{v} 𝔄 ℌ ℭ^{v} 𝔇^{v} 𝔈

deren erstere eine absteigende von der Dominante aus beginnende 𝔈-moll-Scala darstellt, während die zweite als eine ebenso geformte 𝔄-moll-Scala sich zu erkennen gibt, wenn von dem Umstande abgesehen wird, dass in beiden das Hemiolium die reine kleine Terze und das Limma den reinen diatonischen Halbton vertritt. Zu einer einzigen, aus einem Ganztone und drei verbundenen lydischen Tetrachorden gebildeten Reihe lassen sich diese beiden Octavenleitern folgendermassen aneinanderfügen:

...... 𝔇^{v} 𝔈 (𝔉^{v}) 𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$ 𝔊^{v} 𝔄 ℌ ℭ^{v} 𝔇^{v} 𝔈 𝔉^{v} (𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$) 𝔊$^{\wedge}$

Wir entwickeln nun aus den ersten sieben Gliedern der obigen Folge von Quintenschritten mittelst des vorerwähnten Rechnungsverfahrens durch Einführung der reinen Mollterzen die beiden folgenden Serien von Moll-Accorden:

Serie der durch Division mit den Zahlen des Senariums, beziehlich durch Multiplication mit $^4/_5$ und $^2/_3$, aus den Rationen der progressio subtripla entwickelten Moll-Dreiklänge:

ℌ 𝔇 𝔉𝔦𝔰$^{\wedge}$ 1.
𝔈 𝔊 ℌ 2.
𝔄 ℭ 𝔈 3.
𝔇^{v} 𝔉 𝔄 4.
𝔊^{v} 𝔅^{v} 𝔇^{v} 5.
ℭ^{v} 𝔈𝔰^{v} 𝔊^{v} 6.
𝔉^{v} 𝔄𝔰^{v} ℭ^{v} 7.

u. s. w.

Serie der aus den Rationen der Terzen der vorstehenden Dreiklänge durch Subdivision mit den Zahlen des Senariums, beziehlich durch Multiplication mit $^5/_6$ und $^2/_3$, hervorgehenden Moll-Dreiklänge:

G B D . . 1.
C Es G . . . 2.
F As C 3.

u. s. w.

Wie oben aus den, unter sich wieder eine progressio tripla bildenden Durterzen der Duraccorde und den beziehlichen dritten Tönen je desselben oder den ersten Tönen je des folgenden Duraccordes sich Mollaccorde zusammensetzten, so zeigt hier in beiden vorstehenden Accordserien sich zwischen den Mollterzen der einzelnen Accorde eine progressio subtripla, deren Glieder mit den dritten Tönen des eigenen, oder beziehlich ersten Tönen des folgenden Mollaccordes, eine Serie von Duraccorden bilden; was wir durch die beigefügten Klammern im Diagramme wieder bemerkbar zu machen gesucht haben.

Aus der Zusammenstellung aller einzelnen Stufentöne der vorstehenden Moll-Accorde ergibt sich aber diesmal folgende enharmonisch-chromatisch-diatonische Leiter:

G$^{\vee}$ G As$^{\vee}$ As A B$^{\vee}$ B H C$^{\vee}$ C D$^{\vee}$ D Es$^{\vee}$ Es E F$^{\vee}$ F Fis$^{\wedge}$ G$^{\vee}$ G As$^{\vee}$ As A B$^{\vee}$ B H C$^{\vee}$ C D$^{\vee}$ D Es$^{\vee}$ Es E F$^{\vee}$ F Fis$^{\wedge}$ G$^{\vee}$ G

Diese zweioctavige Scala erweiset sich in allem als die consequent durchgeführte Umkehr der Stufenfolge der anderen, oben auf S. 228 abgebildeten. Ihre chordae stabiles sind die folgenden:

D G
G C F G C F G

Es ergänzen die leeren Quarten dieses Gerippes sich im Diatonicum zu folgender, aus lydischen diatonischen Tetrachorden gebauten Leiter:

Syntonisch-diatonisches Tetrachordsystem:

D E Fis$^{\wedge}$ G
G A H C D$^{\vee}$ E F G A H C D$^{\vee}$ E F G

Wenn das Systema maximum der Griechen mit Recht im Diatonicum als ein den Typus der Molltonalität an sich tragendes bezeichnet werden darf, so erscheint die vorstehende Inversion desselben im Diatonicum als eine durverwandte Leiter. Die Serien der Dur-Dreiklänge zeugten diatonisch oben ein melodisches Mollgebilde; hier geht aus den Serien der Moll-Dreiklänge diatonisch eine melodische Durfolge von Tönen hervor.

Die enharmonischen und chromatischen Tetrachordsysteme aber, welche aus den Zwischenstufen der eben entwickelten Leiter gewonnen werden können, sind folgende:

Enharmonisches Tetrachordsystem:

D Fis$^{\wedge}$ G$^{\vee}$ G
G H C$^{\vee}$ C E F$^{\vee}$ F G H C$^{\vee}$ C E F$^{\vee}$ F G

Trihemitonisches chromatisches für den ganzen Umfang der Scala gegebenes Tetrachordsystem:

D F Fis$^{\wedge}$ G

G B^{v} H C Es^{v} E F G B^{v} H C Es^{v} E F G

Natürliches chromatisches in den vier Tetrachorden der Hauptreihe vorkommendes Tetrachordsystem:

D G

G B H C Es E F G B H C Es E F G

Es gehören, wie man sieht, die einzelnen Tetrachorde der letzteren beiden Klanggeschlechter hier sämmtlich zur Art der s. g ὀξύπυκνοι*).

Die Zusammengehörigkeit und Gegensätzlichkeit, welche in dem Baue und in allen Detailformen einerseits der oben entwickelten Amoll-Scala des Systema maximum und andererseits der, als Inversion dieser Moll-Tonleiter im Vorstehenden gewonnenen Cdur-Scala sich zeigt, berechtigt wohl dazu die Frage aufzuwerfen, ob nicht zwingende Gründe dafür sprechen, dass die musikalisch in der zweiten Leiter hervortretende Ergänzung des in der ersten nur halb zur Entfaltung gelangenden Tonsystemes den älteren griechischen Harmonikern nothwendig bekannt gewesen, und dass nur in dem eigenthümlichen Streben derselben den besten Theil auch des technischen Inhaltes ihrer Lehre für Nicht-Eingeweihte mit dem Schleier eines undurchdringlichen Geheimnisses zu umgeben die Ursache dafür zu suchen ist, dass bei den späteren exoterischen Musikschriftstellern jene zweioctavige Moll-Tonleiter als die einzige Type des ganzen griechischen Tonsystemes ausgeboten wird. Ausser den, unseres Bedünkens schon für sich allein ganz durchschlagenden innneren musikalischen Gründen, können auch einzelne äussere unterstützende Momente für die Bejahung dieser Frage angeführt werden. Von Wichtigkeit ist in dieser Hinsicht zunächst, dass die Namen mindestens Eines der Tetrachorde und jene der beiden äusseren Saiten in allen Tetrachorden des Systema maximum, wie sie von den classischen Schriftstellern auf übereinstimmende Weise angegeben werden, in dem seltsamsten Widerspruche mit der Tonlage des betreffenden Tetrachordes in dem auf uns gekommenen Systeme stehen, und mit der Lage der erwähnten Saiten in dessen einzelnen Tetrachorden; so dass schon um deswillen, wie oben bereits angeführt wurde, einige Musik-Archäologen des vorigen und gegenwärtigen Jahrhunderts sich zu der Vermuthung hingedrängt fanden, dass die uns überlieferten Namen ursprünglich zur Bezeichnung der Tetrachorde und Saiten in einer anderen, nach umgekehrter Ordnung der Intervalle gebauten Scale verwendet worden seien. Es kann in sprachlicher Beziehung nemlich nicht der geringste Zweifel darüber obwalten, dass χορδὴ ὑπάτη und τετράχορδος ὑπατῶν, wirklich nur oberste Saite und oberster der Tetrachorde heisst und

*) In den von uns im gegenwärtigen Abschnitte entwickelten Stufenleitern der diatonischen, enharmonischen und chromatischen Intervalle finden sich nur diatonische Tetrachorde der ersten und dritten, nicht aber der zweiten Form, und von den enharmonischen und chromatischen nur die βαρύπυκνοι und ὀξύπυκνοι, nicht aber auch μεσόπυκνοι. Die noch fehlende zweite Form der diatonischen, und die μεσόπυκνοι der enharmonischen und chromatischen Gattung entstehen nur durch eine combinatorische Verflechtung und Kreuzung der beiden grossen tonalen Hauptreihen der arithmetischen Ober- und harmonischen Unterintervalle. Die Entwickelung der desfalls erforderlichen Dur-Moll-Doppelreihe-Diagramme wird weiter unten in ausführlicher Weise uns beschäftigen.

heissen kann*). Eben so besagt χορδὴ νήτη ganz unbestreitbar letzte, der ὑπάτη entgegengesetzte Saite, und weiset also, wenn jene die oberste war, auf die unterste als letzte Saite hin. Nun heissen aber bei den Classikern jedesmal die tiefste Saite eines Tetrachordes dessen ὑπάτη d. i. *suprema*, höchste, die dieser zunächst liegende παρυπάτη d. i. nächsthöchste, die dritte Saite dann παρανήτη, nächstunterste, und die vierte, der üblichen Zählweise nach höchste Saite des Tetrachords seine νήτη, *ultima*, *infima*, unterste. Den Classikern war dieser Widerspruch der überlieferten Terminologie mit der Ordnung des s. g. Systema maximum allerdings aufgefallen. Man tröstete sich aber mit der sonderbaren Betrachtung: der Ton der tiefsten Saite müsse als der gewaltigste in der Musik der Sphären mit dem Klange des Saturn verglichen werden; der Ton der höchsten Saite aber (seiner Dünnheit wegen) mit dem Klange der Mond-Sphäre. Da nun in der Ordnung der Planetensphären die des Saturns die oberste, und jene des Mondes die unterste sei, so habe deshalb die gewaltigere tiefe Saite unten den Namen oberste, und die dünnere Saite oben die Bezeichnung unterste empfangen. Man fand diese Erklärung befriedigend genug um sich bei derselben zu beruhigen; und seitdem heisst in der uns überlieferten, mit so vielfachen Absonderlichkeiten ausgestatteten griechischen Musik, recht characteristisch, oben unten und unten oben**).

Auf die zweite der beiden obigen zweioctavigen Scalen würde nun die altgriechische Benennung der Tetrachorde des Systemes und ihrer einzelnen Saiten vollkommen passen, ohne dass es erst noch einer Dazwischenkunft des Saturns und des Mondes und der übrigen Wandelsterne dabei bedürfte. Auch die Bezeichnung der zweituntersten Saiten der beiden oberen Tetrachorde und des Tetrachordes der verbundenen Saiten des von den Schriftstellern uns überlieferten Systemes als dritte Saiten (τρίτη ὑπερβολαίων, τρίτη διεζευγμένων, τρίτη συνημμένων) deutet auf eine der herkömmlich angenommenen Zählweise entgegengesetzte von oben beginnende, oder aber auf die Verbindung eines zwiefachen Sprachgebrauches bei der Wahl der Namen für die verschiedenen Tetrachorde und Tonstufen hin. Es würde nicht auffällig erscheinen können, dass die älteren Harmoniker, im Besitze beider Typen der zweioctavigen Scala, die Terminologie für die Bezeichnung der Tetrachorde nicht der Mollleiter, sondern der den Exoterikern verheimlichten Durleiter, als der ursprünglichen und vorzüglicheren Phase des Doppelgebildes entnommen hätten. Dreist war es dann freilich, die Namen der Tetrachorde dieser Dur-Scale auch auf diejenigen der Moll-Scala so ohne weiteres zu übertragen. Man

*) Bei Homer wird Zeus vorzugsweise ὕπατος κρειόντων genannt.

**) Nikomachus Harmon. Manual. p. 6 Meib.: Τὰ μὲν οὖν ὀνόματα τῶν φθόγγων ἀπὸ τοῦ κατ᾽ οὐρανὸν ἰόντων ἑπτὰ ἀστέρων καὶ τὴν γῆν περιπολευόντων πιθανὸν ὀνομάσθαι ἀλλ᾽ ἀπὸ μὲν τοῦ κρονικοῦ κινήματος, ἀνωτάτου ὄντος ἀφ᾽ ἡμῶν, ὁ βαρύτατος ἐν τῇ διὰ πασῶν φθόγγος ὑπάτη ἐκλήθη. ὕπατον γὰρ τὸ ἀνώτατον. ἀπὸ δὲ τοῦ σεληνιακοῦ, κατωτάτου πάντων καὶ περιγειοτέρου κειμένου, νεάτη. καὶ γὰρ νέατον, τὸ κατώτατον. Die lateinischen Bearbeiter der griechischen Harmonik: Martianus Capella und Boëthius, bestreben sich das Auffallende des wunderlichen Sprachgebrauches zu mildern, indem sie ὑπάτη durch *principalis* und παρυπάτη durch *subprincipalis* übersetzen. Der letztere unterlässt nicht dabei zu erwähnen, dass man in Rom unter den Würdenträgern ja den Consul auch wohl mit der Bezeichnung Hypaton besonders ehre — „quasi majorem et honorabiliorem propter excellentiam dignitatis!" Fetis (hist. Einleitung zu d. Biograph. der Musiker) erachtet durch diese glückliche Hinweisung alle Schwierigkeiten für gehoben, und nichts natürlicher, als dass die tiefste und gewichtigste Stufe des Tonsystemes und die „premiers magistrats de la république" (um die Beweiskraft des Argumentes zu verschärfen, hätte er sagen sollen: les magistrats les plus graves de la république) mit demselben ehrenden Prädicate ausgezeichnet worden seien. Nur Schade, dass zur Zeit als Pythagoras oder ein noch älterer Weiser den Tetrachordsaiten ihre altgriechischen Namen beilegte, es wahrscheinlich in Rom noch keine Consuln gegeben hat, sondern allem Anscheine nach noch die letzten der Könige, nach einer irrigen Sage Numa Pompilius, der Pythagoreer, oder gar Romulus und Remus noch regiert haben.

setzte sich dabei der Gefahr aus, dass der sorgfältiger Prüfende unter den Exoterikern hierin von selbst einen Fingerzeig hätte finden können für die Entwickelung einer zweiten, aus der Inversion der Intervalle des überlieferten Systema maximum gebildeten Scala. Damit wäre dann die Existenz und das Gesetz der Durtonalität kund gegeben gewesen. Allein die Bewahrer der alten Geheimlehre kannten die niedrige Stufe der Entwickelung auf welcher die Musikwissenschaft ausserhalb des esoterischen Bundes stand, und der praktische Erfolg hat das Zutreffende des von ihnen inne gehaltenen Verfahrens bestätigt.

Bei Gaudentius*) werden die Rationen der diatonischen Stufen des s. g. Systema maximum in zweierlei Zahlenrechnungen aufgestellt, und zwar wird dem Proslambanomenos hierbei einmal die kleinste, das anderemal die grösste Zahl zugetheilt. Auch hierin dürfte der Nachklang irgend einer älteren esoterischen Ueberlieferung von der Doppelnatur des wahren und vollständigen harmonikalen Tonsystemes gefunden werden dürfen; wenn man es nicht vorzieht die eine Rechnung auf die Saitenlängen, die andere auf die Oscillationsgeschwindigkeiten der betreffenden Tonstufen zu beziehen; in welchem Falle aber dann diese Doppelrechnung des Gaudentius in einer anderen Beziehung ein fast noch wichtigeres Zeugniss für unsere oft ausgesprochene Behauptung liefern würde, dass die altpythagorischen Harmoniker und ihre Lehrer den draussen stehenden Nicht-Eingeweihten auch in technischen Dingen immer nur den geringsten Theil ihres Wissens offenbarten.

Wir haben in unseren vorstehenden Ausführungen über die besonderen Gattungen und Arten der Tetrachorde und über die verschiedene Weise ihrer Aneinanderreihung zu Scalen nur vorübergehend der diatonischen Tetrachordeintheilung des Philolaos, der syntonodiatonischen des Ptolemäus und des dem Didymus eigenthümlichen diatonischen Tetrachordes gedacht, nirgend aber weiter auf dasjenige Bezug genommen, was über die Variirung des Tetrachordes je nach der Beschaffenheit der drei Klanggeschlechter und der s. g. Färbungen der diatonischen und chromatischen Tetrachorde sonst noch bei einigen griechischen Musikschriftstellern, besonders bei Aristoxenus und Ptolemäus, sich so weitläuftig abgehandelt findet und den Musikarchäologen der neueren Zeit Stoff zu eingehenden Untersuchungen geliefert hat. Bezüglich Aristoxen's rechtfertigt sich unser Schweigen von selbst. Nachdem dieser vermeintliche Reformator der Musikwissenschaften die Theilung der Octave in zwölf einander gleiche Halbtonschritte, für die einzig zulässige Grundlage einer naturgemässen Behandlung der Harmonik erklärt hatte, glaubten er und seine Schüler den pythagorischen Zahlen der Sectio canonis und jeglicher sonstigen Einmischung von Zahlenberechnungen in die Ton- und Harmonielehre dadurch schlechterdings ein Ende gesetzt zu haben, dass sie nicht mehr die Rationen der Intervalle d. i. das wirkliche Verhältniss der Töne der begränzenden Endstufen selbst ins Auge fassten sondern die Abstände der Endstufen von einander, gleichsam den leeren Zwischenraum zwischen den letzteren, als das in Wirklichkeit gegebene alleinige Objekt musiktheoretischer Speculation zum Gegenstand ihrer Vergleichungen und Ausmessungen

*) Harm. Introd. p. 17 Meibom: τούτων οὖν οὕτως ὑποτεϑέντων ἐκκείσϑω τὸ διάγραμμα τῶν φϑόγγων διατονικὸν μετὰ τῶν ἐπιβαλόντων τοῖς φϑόγγοις ἀριϑμῶν τῷ αὐτῷ διαγράμματι. ἐν ἄλλοις ἀριϑμοῖς τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τῷ προσλαμβανομένῳ τιϑεμένου. Ἐν μὲν οὖν τῷ πρώτῳ διαγράμματι προσλαμβανομένου τιϑέντος, βτδ, ἡ ὑπάτη ὑπατῶν τόνον ἀπέχουσα τοῦ προσλαμβανομένου, κατὰ τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ϑ πρὸς τα η, ἀριϑμῶν ὑπόκειται, βμη Ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ διαγράμματι τοῦ προσλαμβανομένου τεϑέντος ἀριϑμῶν χμη, ἡ ὑπάτη τῶν ὑπατῶν ἀκολούϑως ἀριϑμῶν ὑπόκειται ψκϑ. ἡ δὲ παρυπάτη τῶν ὑπατῶν ἀριϑμῶν ὑπόκεται ψξη. καὶ τὰ ἄλλα πάντα ἀκολούϑως τοῖς τόνοις καὶ ἡμιτονίοις παρηύξηται ὁμοίως τοῖς πρώτοις, πλὴν ὅτι ἐξ ἐλαττόνων ἐπὶ τοὺς μείζονας οἱ ἀριϑμοὶ προχωροῦσιν.

machten*). Sie übersahen dabei, dass sie im Grunde nur den rationalen und richtigen Zahlen der Pythagoreer Näherungswerthe in irrationalen Zahlen für die Intervall-Rationen substituirten, auf deren exacte Berechnung sie sich in keiner Weisse einliessen;**) indem sie es vorzogen, $^1/_{12}$ oder $^1/_{30}$ oder $^1/_{60}$ des als Einheit gesetzten Abstandes des Primtones von seiner Octave zum Gemässe ihrer willkührlichen und geistlosen Abzählungen der Intervall-Entfernungen zu machen. Unbekümmert um irgend eine akustische oder zahlenspeculative Begründung ihres Verfahrens und sich auf angebliche Aussprüche ihres Ohres als des alleinigen souveränen Richters***) berufend, hatten sie dann nicht nur das Axiom aufgestellt, dass eine Quarte aus fünf einander gleichen Halbtönen, eine Quinte aus sieben und eine Octave aus zwölf solcher Halbtöne bestehe, wofür sie, wie gesagt, auf die gleichschwebende Temperatur, als auf einen thatsächlichen Anhalt sich berufen mochten; sondern ohne dass man irgend einsieht zu welchem praktischen Zwecke — haben sie nun ihren gleichschwebenden Halbton wieder in zwei Vierteltöne abgestuft und der Eintheilung des Ganztones in zwei Halb- und vier Vierteltöne eine andere Eintheilung desselben in drei Dritteltöne zur Seite gesetzt. Und wo nun bei ihnen auf die für sie eigentlich ganz gegenstandslosen Abstufungen der verschiedenen Färbungen des Diatonicums und Chromaticums die Rede kömmt, oder vom Genus enharmonicum es sich handelt, beginnen Aristoxenus und seine Anhänger in einer gänzlich aus der Luft gegriffenen Weise ihr Spiel mit diesen imaginären Drittel- und Vierteltönen. Da wird der Eintheilung des diatonischen Tetrachordes in einen Halbton und zwei Ganztöne, deren Spannweite der gleichschwebenden Temperatur entspricht, welche Beschaffenheit des Tetrachordes sie das gespannte diatonische (διατονικὸν σύντονον) ihres Meisters nennen, eine andere s. g. Färbung als das weichere diatonische des Aristoxenus (διατονικὸν μαλακὸν) zur Seite gestellt, in welchem sie dem Halbtone seine zwei Vierteltöne belassen, dem ersten der beiden Ganztöne aber nur drei und dagegen dem zweiten fünfe ihrer Vierteltöne zuweisen. Eine so ausgeführte Scale würde in der Wirklichkeit durch ihre unerhört falsche Stimmung eine wahrhaft ohrenzerreissende Wirkung hervorgebracht haben. Weil es aber nach der Beseitigung des Monochordes an einer akustischen Methode für die reale Darstellung ihres Vierteltons ihnen gebrach, so beschäftigten sie sich nur in der Einbildungskraft und auf dem Papiere mit ihren sonderbaren Tetrachord-Eintheilungen

*) Πῶς δὲ ἔχουσι, καϑ' ἕκαστον εἶδος (sc. τῶν διαστημάτων) οἱ ποιοῦντες αὐτὸ δύο φϑόγγοι πρὸς ἀλλήλους· οὔτε λέγουσιν, οὔτε ζητοῦσιν· ἀλλ', ὥσπερ αὐτῶν μὲν ἀσωμάτων ὄντων, τῶν δὲ μεταξὺ σωμάτων, τὰς διαστάσεις τῶν εἰδῶν μόνας παραβάλλουσιν· ἵνα τι δόξωσι ἀριϑμῷ καὶ λόγῳ ποιεῖν — sagt treffend Ptolemäus von den Aristoxenikern in dem 9. Cap. des 1. Buches seiner Harmonik, welches die Ueberschrift trägt: Ὅτι οὐ δεόντως οἱ Ἀριστοξένειοι τοῖς διαστήμασι καὶ οὐ τοῖς φϑόγγοις, παραμετροῦσι τὰς συμφωνίας.

**) Redensarten bei Aristoxenus wie: τῇ μὲν ἀκοῇ κρίνομεν τὰ τῶν διαστημάτων μεγέϑη· τῇ δὲ διανοίᾳ ϑεωροῦμεν τὰς τούτων δυνάμεις — machen daher im Grunde eine fast komische Wirkung. Euclid, der für die Bestimmung der Intervalle sich der Theilung der Saite am Monochord nach pythagorischer Weise bedient, die Lehre von den Gattungen und Unterarten der Tetrachorde aber im Sinne Aristoxen's vorträgt, hat unverkennbar die Schwäche dieser letzteren willkührlichen Methode im Auge wenn er, im Anschlusse an die Erwähnung der besonderen Eintheilungen der Intervalle in den drei Geschlechtern, neben den rationalen Intervallen auch irrationaler gedenkt, unter welchen — da nicht von irrationalen Wurzelgrössen der Potenzen oder den Maassen incommensurabeler Linien die Rede ist, kaum etwas anderes als die Aristoxenischen Abstufungen nach Sechszigstel oder beziehlich Dreissigstel einer Quarte, oder Vierteln und Dritteln eines Tones verstanden werden können. Er sagt (Introd. harm. p. 9 Meib.): Ἡ δὲ τοῦ ῥητοῦ καὶ ἀλόγου διαφορά ἐστι, καϑ' ἣν τῶν διαστημάτων ἃ μέν ἐστι ῥητὰ, ἃ δὲ ἄλογα u. s. w.

***) Aristoxenus: Harm. Elem. p. 33 Meib.: Ὁ μὲν γὰρ γεωμέτρης οὐδὲν χρῆται τῇ τῆς αἰσϑήσεως δυνάμει. τῷ δὲ μουσικῷ σχεδόν ἐστιν ἀρχῆς ἔχουσα τάξιν ἡ τῆς αἰσϑήσεως ἀκρίβεια.

und Tonabstufungen, und entgingen so der Gefahr, dass die Absurdität ihrer geträumten Scalen an einem wirklichen Specimen derselben exemplificiret und ihnen auch mittelst ihrer souveränen Ohren hätte fühlbar gemacht werden können. Im Genus chromaticum hatte Aristoxen ausser dem s. g. tonischen chromaticum (χρωματικὸν τονικὸν), welches bezüglich der Abmessung der beiden Halbtöne und des Anderthalbtonschrittes wieder der Spannweite der betreffenden Intervalle im Systeme der gleichschwebenden Temperatur entsprach, noch zwei andere Färbungen der chromatischen Tetrachorde das anderthalbfache chromatische (χρωματικὸν ἡμιόλιον) und das weiche chromatische (χρωματικὸν μαλακὸν) erdacht. Im letzteren maassen die beiden Halbtöne jeder $^1/_3$ eines Ganztones, der Anderthalbtonschritt dagegen $^{22}/_{30}$ einer Quarte. Im ersteren kamen auf jeden der beiden Halbtöne $^9/_{60}$ einer Quarte, auf den Anderthalbtonschritt $^{42}/_{60}$ einer Quarte. Beide „Färbungen" (!) müssten, am Monochorde wirklich ausgeführt, schrecklich geklungen haben. Aber Aristoxenus hatte, wie gesagt, jede Anwendung des Monochordes sich peremtorisch verbeten. Im Genus enharmonicum hatte er jeder der beiden Diësen einen Viertelton zugewiesen, und es blieben für den Ditonus oder beziehlich die grosse Terze also die beiden Ganztöne der gleichschwebenden Temperatur übrig. Wohl ist die Frage erlaubt, was irgend der reformirende „Vater der Musik" mit Tonstufen angefangen haben mag, welche ihrer Kleinheit wegen allerdings der pythagorischen enharmonischen Diësis, d. i. unserem Comma, sich näherten; da ja doch der ganze praktische Werth einer solchen Beachtung der feinsten Schattirungen der Tonhöhe eben nur auf dem Unterschiede der Stimmung der reinen Quinten der progressio tripla oder subtripla und der reinen Terzen der progressio quintupla oder subquintupla und der hieraus sich ergebenden Nothwendigkeit doppelter oder dreifacher gleichnamiger Tonstufen oder Halbtonstufen beruht. Ohne die enharmonische Diësis kann daher eine aus reinen Quinten oder beziehlich Quarten, und aus reinen Terzen oder beziehlich Sexten zusammengesetzte Diatonik oder Chromatik nicht einmal gedacht werden. In diesem Sinne ist das Genus enharmonicum gleichsam Vorbedingung sowohl des diatonischen als chromatischen Genus. Deshalb hatten die alten Harmoniker vor Aristoxenus, wie dieser im Eingange des 1. Buches seiner Harmonik zürnend denen, die „vor ihm" waren*) vorwirft, sich vorzugsweise, ja scheinbar sogar ausschliesslich, mit dem enharmonischen Genus beschäftigt; und deshalb waren ihre, von Aristoxenus getadelten Diagramme den Exoterikern, welche den Gebrauch der aus der Fünfzahl hervorgehenden reinen Terzen und Sexten nicht kannten — der grosse Reformator befand sich selber in dieser beklagenswerthen Lage — völlig unverständlich geblieben und vermöge der zu allen Zeiten in Geltung gewesenen Verwechselung subjectiver und objectiver Dunkelheit von Aristoxenus dann als sehr ungenügend, mangelhaft und unbrauchbar befunden worden. Als vollends der Letztere die Pythagoreer heftig wegen ihrer Anhänglichkeit an die alte Zahlenlehre tadelnd auch noch die Rationen der reinen Quinte und Quarte und des reinen grösseren Ganztones**) aus der Harmonik verbannt und die, alle feineren

*) οἱ ἔμπροσθεν — oder: πειρώμεθα λέγειν . . . οὐ καθάπερ οἱ ἔμπροσθεν, οἱ ἀλλοτριολογοῦντες, — — sind stets wiederkehrende verächtliche Bezeichnungen der Früheren, deren der selbstgefällige Aristoxenus mit einer gewissen Vorliebe bei jeder Gelegenheit sich bedient.

**) Diese exoterischen Rationen, auf deren Kenntniss, neben der Ration der Octave und dem Limma und Apotome, die ganze Wissenschaft des Aristoxenus von den harmonikalen Zahlen der Pythagoreer sich beschränkt, sind es welche derselbe meint wenn er a. a. O. p. 32 von den Aelteren (den Pythagoreern nemlich) sagt: καὶ φασκοντες λόγους τέ τινας ἀριθμῶν εἶναι καὶ τάχη πρὸς ἄλληλα, ἐν οἷς τό τε ὀξὺ καὶ βαρὺ γίνεται. πάντων ἀλλοτριοτάτους λόγοις λέγοντες, καὶ ἐναντιοτάτους τοῖς φαινομένοις. Wie Schade, dass Aristoxenus nicht auch

Unterscheidungen der Tonstufen und Halbstufen aufhebende gleichschwebende Temperatur aus der ausübenden Tonkunst, wo dieselbe beim Verfalle der edleren und namentlich der ernsteren religiösen Kunstübung längst die Alleinherrschaft erlangt hatte, auch in die Theorie eingeführt und zur Grundlage der „verbesserten" Harmonik gemacht hatte, da hörte schliesslich jede Möglichkeit sowohl der Anwendung, wie des Verständnisses der Enharmonik auf. Es darf daher nicht im entferntesten unsere Verwunderung erregen wenn die späteren griechischen Musikschriftsteller in Betreff des Genus enharmonicum einstimmig berichten, dass dasselbe gänzlich in Vergessenheit gerathen sei. Dieselben Gründe aber, welche den Nicht-Esoterikern den Einblick in das Wesen der Enharmonik verwehrt hatten, mussten verdunkelnd nicht minder der richtigen Auffassung des maassgebenden Gesetzes auch der chromatischen Tonfolgen im Wege stehen. So lesen wir denn in der That bei Gaudentius, es werde nicht nur allein das diatonische von den drei Klanggeschlechtern häufiger angewendet, sondern es fehle wenig daran, dass der Gebrauch der beiden anderen als völlig in Wegfall gekommen zu erachten sei*). Ptolemäus im 16. Cap. des 1. Buches der Harmonik, führt an, dass die wenigsten Hörer an den Eintheilungen des Enharmonicums oder des Chromaticum molle Gefallen fänden**). Aristides Quintillian nennt das diatonische allen, auch den ungelehrten natürlich, das chromatische überaus künstlich und nur für musikalisch geübtere anwendbar. Vom enharmonischen aber sagt er bezeichnend, es sei „das genaueste von allen", jedoch finde es Anerkennung nur bei den allerhervorragendsten Musikgelehrten, den meisten sei die Hervorbringung der Diësis gradezu unmöglich, und läugneten sie deshalb die Existenz und Singbarkeit eines solchen Intervalls***). Plutarch endlich erwähnt klagend, dass „jenes schönste der Klanggeschlechter, das enharmonische, welchem die Alten um seiner Ehrwürdigkeit willen vor allem mit Eifer nachgeforscht hätten, den zu seiner Zeit Lebenden dergestalt entfremdet sei, dass den meisten auch nicht mehr das geringste Verständniss für enharmonische Unterscheidungen beiwohne. Die Geistesträgheit und der Stumpfsinn habe so zugenommen, dass die Meinung aufgekommen sei, es entzögen so feine Abstufungen, wie die enharmonische Diësis sich ganz und gar der Wahrnehmung durch unser Gehör"†).

Seit der vielgepriesenen vermeintlichen Verbesserung der Harmonik durch Aristoxenus war der Verfall der speculativen Musikwissenschaft bei den Griechen ein so vollständiger und unwiderruflicher, dass selbst Männer wie Euclid, Aristides Quintillian und Ptolemäus unfähig

etwas über physikalische Klanglehre geschrieben hat um seinen Lesern das wahre Wesen des Tones und die echten mit den Phänomenen in Einklang stehenden Rationen klar zu machen!

*) Harm. Intr. p. 6 Meib.: ἀφ' ἑνὸς τοῦ διατονικοῦ γένους τὸν λόγον ποιούμενοι. τοῦτο γὰρ μόνον τῶν τριῶν γενῶν ἐπίπαν ἐστι τὸ νυνὶ μελῳδούμενον. τῶν δὲ λοιπῶν δυοῖν ἡ χρῆσις ἐκλελοιπέναι κινδυνεύει.

**) Pag. 80 Wallis: Καὶ μέντοι, τῶν ἐκτεθειμένων γενῶν, τὰ μὲν διατονικὰ πάντ' ἂν εὕροιμεν συνήθη ταῖς ἀκοαῖς· οὐκέτι δ' ὁμοίως οὔτε τὸ ἐναρμόνιον, οὔτε τῶν χρωματικῶν τὸ μαλακόν· ὅτι οὐ πάνυ χαίρουσι τοῖς σφόδρα ἐκλελυμένοις τῶν ἠθῶν κ. τ. λ.

***) De Mus. p. 19 Meib.: . . . τούτων (sc. τῶν γενῶν) δὲ φυσικώτερον μέν ἐστι τὸ διάτονον. πᾶσι γάρ, καὶ τοῖς ἀπαιδεύτοις παντάπασι μελῳδητόν ἐστι. τεχνικώτατον δὲ τὸ χρῶμα. παρὰ γὰρ μόνοις μελῳδεῖται τοῖς πεπαιδευομένοις. ἀκριβέστερον δὲ τὸ ἐναρμόνιον. παρὰ γὰρ τοῖς ἐπιφανεστάτοις ἐν μουσικῇ τετύχηκε παραδοχῆς. τοῖς δὲ πολλοῖς ἐστιν ἀδύνατον. ὅθεν ἀπέγνωσάν τινες τὴν κατὰ δίεσιν μελῳδίαν, διὰ τὴν αὐτῶν ἀσθένειαν καὶ παντελῶς ἀμελῴδητον εἶναι τὸ διάστημα ὑπολαβόντες.

†) De Mus. c. 38: Οἱ δὲ νῦν τὸ κάλλιστον τῶν γενῶν, ὅπερ μάλιστα διὰ σεμνότητα παρὰ τοῖς ἀρχαίοις ἐσπουδάζετο, παντελῶς παρῃτήσαντο, ὥστε μηδὲ τὴν τυχοῦσαν ἀντίληψιν τῶν ἐναρμονίων διαστημάτων τοῖς πολλοῖς ὑπάρχειν. οὕτω δ' ἀργῶς διάκεινται καὶ ῥαθύμως, ὥστε μηδ' ἔμφασιν νομίζειν παρέχειν καθόλου τῶν ὑπὸ τὴν αἴσθησιν πιπτόντων τὴν ἐναρμόνιον δίεσιν κ. τ. λ.

waren, in der Lehre von den Klanggeschlechtern und deren Färbungen auch nur einigermaassen sich zurecht zu finden. In manchem anderen sich zu richtigeren pythagorischen Grundanschauungen bekennend wiederholen in dieser Lehre die beiden Erstgenannten, wie schon angedeutet wurde, buchstäblich die nichtssagenden Detailberechnungen Aristoxens. Ptolemäus strebt dahin, sowohl den Pythagoreern wie den Aristoxenikern gegenüber eine selbstständige Stellung einzunehmen und unterwirft die Lehren der letzteren einer treffenden Kritik. Was aber seine eigenen Aufstellungen über die verschiedenen Gattungen und Unterarten der Tetrachord-Eintheilungen anbelangt, so muss es um das musikalische Ohr des grossen Astronomen und Mathematikers ganz sonderbar bestellt gewesen sein. Vom Standpunkte, ich weiss nicht welcher selbstgemachten, wunderlichen musikalischen Zahlentheorie aus erachtet er auch alle mittelst der Theilungen der Saite nach den Primzahlen 7, 11, 13, 19 u. s. w. gewonnenen Intervalle für musikalisch vollkommen brauchbare. Zu wirklichen Abmessungen am Monochorde übergehend — hierin ist seine Versündigung gegen die Anforderungen einer unverfälschten Auffassung der Tonverhältnisse fast grösser noch als die der Aristoxeniker — bestimmt er demgemäss die Färbungen der diatonischen und chromatischen Tetrachorde nach Rationen, unter welchen, neben den beiden Ganztönen $^9/_8$ und $^{10}/_9$ und dem Halbtone $^{16}/_{15}$ oder dem Limma $^{256}/_{243}$, auch Stufenschritte von der Form $^8/_7$ $^{11}/_{10}$ $^{12}/_{11}$ $^{15}/_{14}$ $^{21}/_{20}$ $^{22}/_{21}$ $^{28}/_{27}$ erscheinen. Im enharmonischen Genus zerlegt er dann den Halbton $^{16}/_{15}$ in zwei Diësen von der Form $^{24}/_{23}$ und $^{46}/_{45}$. Wie jeder sich durch den Klang der betreffenden hohen Töne des Naturhorns überzeugen kann, liefert die Theilung der Saiten- und beziehlich Wellenlänge des Grundtons nach solchen Theilern unerträglich falsche Töne, welche nur die Kunst des Bläsers, durch s. g. Treiben oder Abschwächen des Tones mittelst eines veränderten Druckes der Lippen oder vermittelst des s. g. Stopfens des Bechers des Horns oder der Trompete mit der Hand, vor Erfindung der Ventilvorrichtungen auf diesen Instrumenten erträglich machen konnte. In solchen entsetzlichen Intervallen ergeht sich nun Ptolemäus mit wahrer Lust, um dem bei ihm unter dem Namen des gespannten diatonischen vorkommenden naturgemässen Diatonicum und dem nach ganz richtigen Rationen bemessenen Chromaticum des Didymus Gott weiss wie viele andere, praktisch völlig unbrauchbare „Färbungen" der gedachten beiden Klanggeschlechter zur Seite zu setzen. Im enharmonischen Genus gedenkt er ausser seiner eigenen noch der abweichenden Methoden von vier anderen Musikern die Grösse der drei Schritte dieses Tetrachordes zu bestimmen, unter welchen jene des grossen Mathematikers Eratosthenes jedenfalls die seltsamste ist, der den enharmonischen Tetrachord in die Rationen $^{40}/_{39} \times {}^{39}/_{38} \times {}^{19}/_{15} = {}^4/_3$ zerlegte.

Einer besonderen Erwähnung bedarf aber hier noch der Bericht des Ptolemäus über eine angeblich von Archytas herrührende Theilung des diatonischen Tetrachordes durch die Rationen $^{28}/_{27} \times {}^8/_7 \times {}^9/_8 = {}^4/_3$, des chromatischen durch die Rationen $^{28}/_{27} \times {}^{36}/_{35} \times {}^{32}/_{27} = {}^4/_3$, und des enharmonischen durch die Rationen $^{28}/_{27} \times {}^{36}/_{35} \times \frac{5}{4} = {}^4/_3$. Dürften wir annehmen, dass Ptolemäus aus zuverlässigen Quellen seine Angabe entnommen hat und der Wahrheit gemäss berichtet war, so würde der enharmonische Tetrachord des berühmten Schülers des Pythagoras — Ptolemäus (B. 1 C. 12) bezeichnet ihn als denjenigen unter den Pythagoreern der den musikalischen Studien am eifrigsten ergeben gewesen sei — den directesten Beweis liefern, dass nicht nur die Ration der reinen grossen Terze neben dem Ditonus den Alten bekannt gewesen, sondern dass Archytas auch kein Bedenken getragen hätte, die musikalische Geltung dieser Ration anderen mitzutheilen. Das letztere stimmt dann freilich schlecht dazu, dass in den Formeln für den diatonischen und für

den chromatischen Tetrachord mit einer gewissen Absichtlichkeit die sich doch zunächst darbietenden einfacheren, aus Producten oder Quotienten unter deren Bildnern die Primzahl 5 enthalten ist erzeugten musikalischen Rationen $^{10}/_{9}$ $^{16}/_{15}$ und $^{25}/_{24}$ vermieden werden, um denselben sehr fernliegende, aus der Zahl 7 hervorgehende Rationen zu substituiren. Der erste Schritt von oben nach unten im diatonischen Tetrachorde wird nemlich zu $^{9}/_{8}$ statt $^{10}/_{9}$ angesetzt, was allerdings noch der alten s. g. ditonischen Form des Tetrachordes entsprechen würde. Dann aber wird statt eines zweiten Ganztones von der Form $^{9}/_{8}$, oder eines kleineren Ganztones $^{10}/_{9}$, dem folgenden Schritte die zu grosse Ration $^{8}/_{7}$ zum Grunde gelegt, um den normalen Halbton $^{16}/_{15}$ $\left(=\frac{2^4}{3.5}\right)$, oder wenn man lieber will das Limma $^{256}/_{243}$ $\left(=\frac{2^8}{3^5}\right)$, des letzten Schrittes von oben nach unten auf die für das Diatonicum und Chromaticum viel zu kleine Ration $^{28}/_{27}$ $\left(=\frac{2^2.7}{3^3}\right)$ zusammenschrumpfen zu lassen. Diese für die beiden genannten Klanggeschlechter zu klein bemessene, für die Diësis des enharmonischen Geschlechtes aber bei weitem zu grosse Ration bildet, im Widerspruche mit den richtigen Merkmalen der Unterscheidung der Tetrachorde nach den verschiedenen Klanggeschlechtern für alle drei Geschlechter den ersten Tonschritt von unten nach oben. Im chromatischen Tetrachorde werden ohne allen ersichtlichen Grund dann, statt der Rationen $^{27}/_{25}$ $\left(=\frac{3^3}{5^2}\right)$ und $^{25}/_{24}$ $\left(=\frac{5^2}{3.2^3}\right)$, die sonderbare Ration $^{242}/_{224}$ $\left(=\frac{3^5}{2^5.7}\right)$ und die oben erwähnte $^{28}/_{27}$ $\left(=\frac{2^2.7}{3^3}\right)$ an das Hemiolium $^{32}/_{27}$ angereiht. Den Schluss der ganzen wunderlichen Rechnung bildet als letzter Stufenschritt des dritten Tetrachordes aber die plötzlich, wie zum Hohne hervortretende Ration $^{5}/_{4}$. Ein so auffallendes Vermeiden der esoterischen Fünfzahl als Factor musikalischer Rationen im Beginn der Rechnung, und ein so keckes Hervorkehren derselben am Schlusse der Operation, könnte fast auf die Vermuthung führen, ob nicht Archytas, der verschwiegene Pythagoreer, wenn diese Formeln überhaupt von ihm herrühren, in denselben nur Kurzweil mit irgend einem unglücklichen Nichteingeweihten getrieben, der dann die schönen Zahlenzusammenstellungen als eine beachtenswerthe und sehr glückliche musikalische Erfindung des weisen aber schalkhaften Tarentiners auf die exoterische Nachwelt gebracht hätte! Doch wir lassen die ganze Angabe des Ptolemäus über die Tetrachord-Eintheilung des Archytas auf ihrem historisch sehr zweifelhaften Werthe beruhen.

In Uebereinstimmung mit der Weise der Alten haben wir in vorstehenden Entwickelungen überall die Theilungen der Quarte nach der Verschiedenheit der drei Genera nur an vier Saiten, nemlich an den beiden umschliessenden unbeweglichen äusseren Saiten des Tetrachordes und den nach Beschaffenheit der jedesmaligen diatonischen, chromatischen oder enharmonischen Eintheilung sich verschiebenden beiden beweglichen Saiten bestimmter Zwischenstufen betrachtet. Die durch die besondere Beschaffenheit dieser charakteristischen Stufen nicht berührten Zwischentöne des Tetrachords liessen wir dabei in gewisser Weise ausser Acht. In der That reichen die vorerwähnten vier Saiten für die Vergleichung der unterscheidenden Merkmale des besonderen Baues der Tetrachorde in den drei Tongeschlechtern nicht nur vollkommen aus, sondern es wird sich die Darstellung der Lehre nur an diesen charakteristischen Saiten theoretisch sogar durch eine grössere Folgerichtigkeit und Kürze und mehr in die Augen springende Klarheit empfehlen. Die Vorstellung dagegen, dass es unter irgend einem Himmelsstriche oder in irgend einem Jahrhunderte oder Jahrtausende Menschen gegeben, deren Ohr und musikalische Empfindungsweise vom gütigen Schöpfer so sonderbar eingerichtet gewesen

wäre, oder welche durch beharrliche Angewöhnung sich selbst eine so sonderbare musikalische Erziehung gegeben hätten, dass sie zwar im diatonischen Klanggeschlechte — abgesehen von einigen auch hier zum Vorschein kommenden wunderlichen Einfällen und abweichenden Versuchen theoretisirender Musiker — gleich anderen Sterblichen sich des Ganztons und Halbtons für die Tonleiter bedient, dagegen aber im chromatischen und enharmonischen Geschlechte jedesmal nach Einflechtung der chromatischen Halbstufe, oder beziehlich nach mühevoller Zerlegung des Halbtonschrittes in zwei enharmonische Diësen, wie von einem krampfhaften Paroxismus befallen in ihren Tonleitern und Melodien den hässlichen Sprung durch das s. g. anderthalbtönige Intervall der falschen Mollterze oder der falschen diatonischen Durterze ausgeführt hätten, hierdurch gleichsam dem Bedürfnisse nach einer kräftigeren Aufwärtsbewegung Ausdruck verleihend — eine solche Vorstellung überbietet unseres Bedünkens an Verkehrtheit alles, was eine irregeleitete Forschung auf irgend einem Gebiete des speculativen, historischen, kritischen oder exacten Wissens jemals Ungereimtes als vermeintliche Bereicherung der Wissenschaft zu Tage gefördert hat. Das Abenteuerliche einer solchen Voraussetzung wird durch die tröstende Versicherung, dass in den Zeiten der Blüthe der altgriechischen Tonkunst freilich nicht allezeit und nicht überall *nur* auf diese convulsivische Weise gesungen und gespielt worden sei, keineswegs beseitigt. Wir erfahren allerdings von den classischen Musikschriftstellern zu unserer Beruhigung, dass neben dem *unvermischten* diatonischen und unvermischten *chromatischen* oder *enharmonischen* Genus es glücklicher Weise auch ein aus zwei oder aus allen drei Arten der Tetrachordbildungen *gemischtes* Genus gab. *Euclid* bezeugt dies ausdrücklich. Er sagt: „ein *gemischtes Geschlecht* ist dasjenige, in welchem das Charakteristische zweier oder dreier Genera sich vereinigt zeigt, wie z. B. des diatonischen und chromatischen, oder des diatonischen und enharmonischen, oder des chromatischen und enharmonischen, oder des diatonischen, chromatischen und enharmonischen“*). Die Zusammensetzung einer, aus der blossen Mischung chromatischer und enharmonischer Tetrachorde mit Ausschluss des diatonischen Geschlechtes geformten Scala, wovon Euclid hier redet, müsste an Sonderbarkeit der unvermischten Anwendung des enharmonischen oder chromatischen Genus für die Melodienbildung nur um wenig nachgestanden haben**).

*) Introd. harm. p. 10 Meib.: . . . μικτὸν δὲ, τὸ (sc. γένος) ἐν ᾧ δύο ἢ τρεῖς χαρακτῆρες γενικοὶ ἐμφαίνονται οἷον διατόνου καὶ χρώματος, ἢ διατόνου καὶ ἁρμονίας, ἢ χρώματος καὶ ἁρμονίας, ἢ καὶ διατόνου, καὶ χρώματος, καὶ ἁρμονίας.

**) Merkwürdiger Weise hat die im Obigen vielleicht nicht mit dem geziemenden Ernste behandelte Ansicht von der Beschaffenheit der drei altgriechischen Klanggeschlechter seit dem Erwachen der classischen Wissenschaften bei den Archäologen den allgemeinsten Eingang gefunden und lange Zeit hindurch gradezu die Alleinherrschaft behauptet. Die unbegreifliche Sonderbarkeit, namentlich einer in der vorbezeichneten Weise construirten enharmonischen Scala konnte jedoch unmöglich gänzlich unbeachtet bleiben. *Forkel*, im 1. Bande, S. 334, seiner Geschichte der Musik, äussert daher auch die gewiss sehr richtige Vermuthung, dass „das alte, verlorene enharmonische Klanggeschlecht, welchem so grosse Wirkungen zugeschrieben worden seien und dessen Verfall und Verlust man selbst in den blühendsten Zeiten der griechischen Musik so sehr bedauert habe, von ganz anderer Beschaffenheit gewesen sein müsse, als dasjenige, dessen Kenntniss durch die griechischen Musikschriftsteller auf uns gekommen sei.“ Allein gegen *Burney*, der derselben Meinung war und sogar aus einer berühmten, weiter unten von uns ausführlicher zu erörternden Stelle bei *Plutarch* den Schluss zog, dass die Tetrachorde der alten Enharmonik überhaupt keine vier, sondern nur drei Saiten gehabt hätten, spricht sich *Forkel* S. 337 in einer für die alten griechischen Sänger und Theoretiker nicht grade sonderlich schmeichelhaften Weise dahin aus, es werde mit der alten Enharmonik sich wohl so verhalten haben, wie mit den Tonleitern aller „halbcultivirten Völker“, welche wie aus den Proben ersehen werden könne, die einige neuere Reisende „von der Musik der Südsee-Insulaner“ (!) gegeben, von europäischen Künstlern mit

Unsere Anschauung von dem Wesen der drei Klanggeschlechter und der damit in Verbindung stehenden verschiedenen Tetrachord-Eintheilung fassen wir zum Schlusse des gegenwärtigen Hauptstückes hier folgendermassen zusammen. Eine unvermischte Anwendung des chromatischen oder des enharmonischen Geschlechtes in der ausübenden Tonkunst hat es in Wirklichkeit zu keiner Zeit gegeben*). Eine solche würde im Grunde aber auch schon im diatonischen Geschlechte unerträglich sein, insofern auch das allerkleinste Tonstück ohne irgend eine Ausweichung in die Tonarten der Dominante, oder Unterdominante oder in diejenige des Paralleltones, kaum denkbar ist. Zu diesen Ausweichungen bedarf die diatonische Scala des Chroma's. Die zweioctavige diatonische Mollscala des s. g. Systema maximum trug daher im Tetrachorde der verbundenen Töne (συνημμένων) schon die chromatische Erniedrigung der Paramese (in unserem Beispiele die Stufe 𝔅ᵛ) in sich, welche für die Ausweichungen in die

europäischen Tonzeichen gar nicht geschrieben werden könnten. Bellermann: die Tonleitern und Musiknoten der Griechen, Berlin 1847, S. 25, und Helmholtz: die Lehre von den Tonempfindungen, S. 406, erklären dagegen die Entstehung der viersaitigen enharmonischen Tetrachord-Scala dadurch, dass die — wie der Erstere es ausdrückt — „auch heut zu Tage Ueberhand nehmende und von Manchen schön gefundene Manier, beim Singen von einem Ton zum anderen durch den Zwischenraum hindurchzuschleifen" aufgekommen, und einmal zur Sitte geworden im untersten Tetrachordintervall von den Theoretikern als ein eingeschalteter Zwischenton vorgestellt worden sei. Bellermann tadelt zwar eine solche Fixirung einer „schlechten Mode"; meint aber, wegen der ausführlichen Beschreibungen dieser Geschlechter bei den Alten könne nicht bezweifelt werden, dass „ein gesunkener Geschmack" jene „Unsitte" lange beibehalten habe.

Wir unsererseits sind der entschiedenen Ueberzeugung, dass jenes Genus enharmonicum, dessen Untergang Plutarch um der ernsten Würde willen, welche demselben eigen gewesen, so sehr beklagt, mit welchem, wie Aristides Quintillian berichtet, grade die hervorragendsten alten Musikgelehrten in ihren theoretischen Schriften sich vorzugsweise beschäftigt hatten und wegen dessen Gefährdung, wie wir weiter unten sehen werden, der Musiker Timotheus durch ein Dekret der Könige und Ephoren aus Sparta verbannt wurde, unmöglich in der puren Fixirung einer übelerdachten und geschmacklosen Gewohnheit seinen Ursprung gehabt haben kann. Wir sind vielmehr mit Fortlage: Das musikalische System der Griechen in seiner Urgestalt, Leipzig 1847, S. 3, der Ansicht, dass „das Ohr der Griechen die melodischen Verhältnisse der Musik eben so empfand wie das unsrige, und man bereits in der vorpythagorischen Zeit das vollständige System aller möglichen Tonleitern kannte, wie wir dasselbe besitzen; nur mit dem Unterschiede, dass das System der Alten das unsrige in Beziehung auf rationelle Anordnung der Tonleitern unter einander schon damals noch weit übertraf". Wir sind mit demselben Forscher ferner der Ansicht, dass „die enharmonischen Tonleitern der Alten in der Gestalt, wie sie uns Alypius aufbewahrt hat, nichts sind als Reminiscenzen des ältesten Zustandes der antiken Notenschrift". Nur hinsichtlich der Art und Weise wie aus den Alypischen Tonleiteru und aus dem ganzen Wuste des incohärenten von den classischen Musikschriftstellern uns überlieferten Materiales jenes Tonsystem der ältesten Zeit „voll Reichthum und überraschenden Scharfsinnes" von neuem herzustellen und in seiner symmetrischen Schönheit darzulegen sei, gehen allerdings die Auffassungen des eben citirten verdienstvollen Gelehrten und die unsrigen zum Theil völlig verschiedene Wege. Die Entwickelung der Ergebnisse unserer Versuche wird den Inhalt der nächstfolgenden Hauptstücke bilden.

*) Salinas: De Mus. L. III c. 2 sagt mit vollem Rechte: Diatonum per se solum inveniri potest, quia reliquorum est fundamentum, atque subiectum; ut in citherâ, quam vulgo sine Semitoniis vocant, quod de minoribus Semitoniis, quae sunt Chromatici generis intervalla, intelligendum est; nam maioribus abundat. Sed quamvis ceteris naturalius sit, est tamen durius, ut Boëthius ait, ad quam duritiem mollificandam Chromaticum inventum est; quod sine Diatono reperiri non potest; nihil enim est aliud, quam Diatonum spissatum, ut ita loquar; quoniam illud mollius ac perfectius reddit, inde nomen accepit, tanquam a perfectiori, ut iam non Diatonum sed Chromaticum dicatur: quale est illud, quod experimur in his instrumentis, quae per alba et nigra plectra pulsantur. Enharmonium etiam per se non potest subsistere, sed reliquis duobus adiunctum unum efficit spissimum, et perfectissimum, quod non Diatonum, neque Chromaticum, sed Enharmonium nuncupatur, quod optime coaptatum, et compaginatum sit. Et nemo credat unquam Chromaticum, et Enharmonium, a Diatono separata fuisse, aut in aliquo eorum sine illo modulationem ullam fieri potuisse, quandoquidem per intervalla Chromatica, et Enharmonica continuatim procedi non posse, et testimonio Ptolemaei, et sensus, ac rationis iudicio superiore libro demonstratum est: et latius demonstrabitur, cum illorum usum ostendemus in praxi.

Tonart der Unterdominante der tonischen Stufe der Leiter erforderlich war. Die gegenbildliche zweioctavige diatonische Durscala des vervollständigten Systemes barg an der entsprechenden Stelle die chromatische Erhöhung ihrer Paramese, d. h. der Unter-None des Obertons der Leiter (in unserem Beispiele das Chroma Fis^) in sich und besass solchergestalt den Leitton für die Modulation in die Durtonart ihrer Dominante. Diesem nothdürftigsten, bereits mit der diatonischen zweioctavigen Leiter selbst verbundenen Chroma fügen die charakteristischen Saiten der s. g. chromatischen Tetrachorde der aufsteigenden Leiter des Systemes als chromatische Parchypate Hypaton und beziehlich Trite Diezeugmenon, als chromatische Parhypate Meson und beziehlich Trite Hyperbolaion, und als chromatische Trite Synemmenon, eine reichere Entwickelung der chromatischen Erhöhungen hinzu; die gleichnamigen Saiten der chromatischen Tetrachorde der gegenbildlichen absteigenden Leiter führen dagegen eine reichere Entfaltung der chromatischen Erniedrigungen in das Gesammtsystem ein, mittelst welcher neuer Halbstufen der Cyclus der möglichen Modulationen sich aufwärts und abwärts um einen Quintenschritt erweitert. Aus der Mitwirkung der Fünfzahl als Rationenbildnerin geht in den reinen, dem Ditonus und Hemiolium sich zugesellenden Terzen diese Vervollständigung des chromatischen Elementes hervor. Im Tetrachorde der mittleren Töne (μέσων) hat aus den reinen Terzen sich auch am entgegengesetzten Ende des Tetrachordes ein chromatisches πυκνὸν gebildet. Dies accidentelle *spissum* — so könnte man es nennen — hat in unseren Beispielen noch der aufsteigenden zweioctavigen Scale die chromatische Doppelzwischenstufe Gis, Gis^, der gegenbildlichen absteigenden aber die entsprechenden Saiten As, As^ einverleibt, Hierdurch wächst der Cyclus der Modulationen nochmals aufwärts und abwärts im s. g. Quintencirkel um einen Schritt. Die tonischen Grundsaiten der modulatorisch jetzt zugänglich gewordenen sieben Dur- und sieben parallelen Molltonarten bilden gleichsam ein Heptachordon. Es sind diejenigen Tonarten, welche im modernen Systeme durch die sieben oben im ersten Hauptstücke (S. 89) aufgezählten, dort aus den vier chinesischen Haupt-Hexagrammen abgeleiteten Vorzeichnungen für Esdur-Cmoll, Bdur-Gmoll, Fdur-Dmoll, Cdur-Amoll, Gdur-Emoll, Ddur-Hmoll und A^dur-Fis^-moll vertreten werden. Wir begegnen also auch hier demselben modulatorischen Cyclus, dessen Gränze Palestrina und seine Zeitgenossen in ihrem nach den Intervallen der absolut reinen Stimmung zu singenden classischen Compositionen nicht überschritten.

Aber indem wir mittelst der Fünfzahl die reinen Dur- und Mollterzen der sieben Grundtöne in das System einführten entstanden aus diesen Terzen und den bereits vorhandenen ditonischen und beziehlich hemiolischen Stufen der zum Ausgangspunkte genommenen progressio tripla Doppelformen mancher Stufen und Halbstufen von verschiedener commatischer Beschaffenheit, deren Zusammenstellung zu Tetrachorden die charakteristischen Saiten der fünf enharmonischen Tetrachorde in den beiden Leitern unseres zwiefachen Systemes ergab. Im mehrstimmigen Gesange wird die modulatorische Verflechtung der Dreiklänge der an die natürliche Tonart des ursprünglichen Stammtones sich anreihenden Stufen des s. g. Quinten- oder Quartencirkels in voller Reinheit ihrer jedesmaligen Accord-Intervalle öfter die Vertauschung der angeschlagenen einen Form eines bestimmten Scalentones mit seiner enharmonischen Nebenform erfordern. Dann wird in der betreffenden Stimme eine enharmonische Rückung von der Grösse eines Comma's aufwärts oder abwärts eintreten. In solchem Falle finden die Abstufungen der charakteristischen Saiten enharmonischer Tetrachorde dann allerdings auch eine melodische praktische Anwendung. Aber es wird die melodieführende oder begleitende Stimme nach solchen, für den an reine Intervalle gewöhnten Sänger keineswegs so schwer auszuführenden Rückungen jedesmal wieder ihren Ruhepunkt in irgend einer Stufe der diatonischen und chro-

matischen Leiter finden. Die Vorstellung, dass es jemals unter den Menschen eine Singweise gegeben habe, welche nur oder doch vorzugsweise der charakteristischen Saiten der enharmonischen Tetrachord-Schemen sich bedient hätte, steht mit der Erfahrung der Sinne und mit dem Urtheile der gesunden Vernunft, wie Salinas es in der vorhin in der Note angeführten Stelle ganz mit Recht betont, in einem gleich schreienden Widerspruche.

Die innere Folgerichtigkeit der aus den vorstehenden Entwickelungen sich ergebenden Sätze befestigt uns in der Ueberzeugung, dass selbst in seinen Einzelnheiten das hier Vorgetragene mit der alten Lehre der Pythagoreer und ihrer Vorgänger vom Unterschiede der drei Klanggeschlechter und von der Beschaffenheit insbesondere des Genus enharmonicum's übereinstimmt. Das Wesen der Enharmonik wurzelt in einer Vergleichung der musikalischen Beziehungen der progressio tripla und subtripla zu den aus den quintuplis und subquintuplis der harmonikalen Primzahlen hervorgehenden Rationenfolgen, wie das Wesen der Chromatik aus der einfachen Einführung der Fünfzahl als Rationenbildner in die Zahlenrechnungen der Harmonik hervorgeht. Die Enharmonik ist ihrer eigentlichen Natur nach nichts anderes, als die genauere Feststellung jener Beziehungen.

Nichts ist also begreiflicher, als dass die Exoteriker, denen nie die musikalische Bedeutung der Fünfzahl klar wurde, zu einer Einsicht in das Wesen der Enharmonik nimmer zu gelangen vermochten. Und noch einleuchtender erscheint es, dass als die aristoxenischen Meinungen maassgebend geworden waren, welche auch die progressio tripla verwarfen, die Enharmonik nicht nur aus der praktischen Musikübung verschwand, sondern auch in der Theorie die Erinnerung daran, was dieselbe einst gewesen, völlig erlosch.

Sechstes Hauptstück.

Die Unterscheidung der Klangverhältnisse in homoiophone, symphone, paraphone, diaphone und antiphone Verbindungen ungleich hoher Töne. Die Pythagoreer entnahmen die Ausgangspunkte für die Bestimmung dieser Begriffe den zehn Arten der für die Zahlenlehre aufgestellten reciproken Doppeleintheilung des Verhältnisses der Ungleichheit des Grösseren und Kleineren. Ausführungen griechischer Harmoniker über die Merkmale des Symphonen im Gegensatze zur Paraphonie, so wie des Symphonen und Paraphonen im Gegensatze zur Diaphonie zeigen, dass dem Alterthume eine mehrstimmige Harmonie und der Unterschied consoner und dissoner Mehrklänge nicht unbekannt gewesen ist. Auch das früheste Mittelalter entbehrte nicht einer bis zur vollstimmigen Entwickelung consoner Accorde vorgedrungenen Polyphonie. Die leeren Quarten-Beispiele consoner Zusammenklänge in Hucbald's *Musica Enchiriadis* können nicht als Beweis für das Gegentheil angerufen werden. Entwickelung der Doppelreihe-Diagramme der wichtigsten paraphonen Accorde. Bestimmung des Begriffes der Antiphonie der Töne in einer von der archäologisch-herkömmlichen Weise abweichenden Art.

„Die Lyra ist ein System gegenklingender Töne und zusammenklingender. Das aus dem Gegenüberliegenden Eine aber ist Harmonie, so der Lyra, wie des Weltalls“.
Heraklit der Dunkle (bei Synesius de Insomn. p. 133 A.)

Das auf S. 217 aus den beiden Einheiten 1 C und $^{40}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{e}}}$ abgeleitete Doppelgebilde der conjugirten Cdur- und Amoll-Reihe, dessen untere Zeile diejenigen Formen beginnender melodischer Entwickelung brachte, welche uns zu der Betrachtung der altgriechischen drei Klanggeschlechter und des molltonalen s. g. Systema maximum der späteren Classiker hinführten und zur Aufstellung eines der Durtonalität angehörigen Gegenbildes dieses Systema maximum die Veranlassung boten, hat in seiner oberen Zeile links die sechsstufige Entfaltung des tonischen Accordes der Durtonart des Stammtones der Tiefe, rechts die des tonischen Accordes, der verwandten parallelen Molltonart des zeugenden Dominanttones der Höhe gezeigt. Es traten die gedachten Harmonien — und zwar die durtonale in den Zwischenräumen ihrer Stufen die Mollfiguren, die molltonale aber umgekehrt die Durfiguren der melodischen Typen der zweiten Zeile in sich gleichsam aufnehmend — hierbei beide in derjenigen reciproken die Grundformen aller musikalischen Tonverbindung umfassenden Doppelgestalt in die Erscheinung, welche wir

im 2. Hauptstücke aus den fünf ersten Obertönen eines tiefsten und beziehlich aus den ersten fünf Untertönen eines höchsten Stamm-Zeugertones erzeugt als die accordlichen Grundtypen der beiden einander entgegengesetzten Tongeschlechter der Dur- und Molltonalität kennen gelernt haben. In den sechs Stufen dieser Accorde zeigen sich die Maasse der vollkommen consonirenden Intervalle harmonisch in jener Umgränzung und zwiefachen Schichtung, deren wir uns im 3. und 4. Hauptstücke auch für die Auffindung der περισσάκις-περισσὸς, ἀρτιάκις-ἄρτιος, ἀρτιοπέρισσος und περισσάρτιος-Zahlen der erweiterten auf- und absteigenden Reihen der Lambdomatafel und des Abacus sammt ihren parabolischen Curven sowohl als geradlinigten Strahlengebilden bedient haben.

Wir nehmen die von den Alten in die musikalische Kunstsprache eingeführte Bezeichnung συμφωνία, *consonantia*, Zusammenklang für jedes einzelne, aus je zweien der erwähnten sechs Stufen sich zusammensetzende Intervall in Anspruch. Die exoterischen Musikschriftsteller der classischen Zeit beschränken allerdings die gedachte Bezeichnung auf die Consonanzen der Octave, Duodecime und Doppeloctave, sowie der Quinte und Quarte. Inwiefern auch noch das aus einer Octave und Quarte sich zusammensetzende Intervall der Undecime als ein consonirendes anzusehen sei, darüber stritten sich, wie aus dem 5. und 6. Cap. des 1. Buches der Harmonik des Ptolemäus erhellet, die späteren Pythagoreer mit ihren Gegnern; und da der tiefere, eigentliche Sinn und Zusammenhang der überlieferten Lehrsätze von Beiden nicht mehr verstanden wurde, so gingen auch über die für die Lösung dieser höchst untergeordneten Detailfrage als maassgebend zu erachtenden Normen die Meinungen weit auseinander. Den Ditonus und das Trihemitonium und deren Umlagerungen rechnete, mit vollem Rechte, niemand zu den symphonen Intervallen. Ob die reingestimmten beiden Terzen und beiden Sexten aber nicht dahin zu zählen seien — die Frage konnte selbstredend sich denen nicht darbieten, für welche die aus der Fünfzahl hervorgehenden Intervalle gar nicht vorhanden waren. Darüber, dass auch Didymus und Ptolemäus, welche die aus der Fünfzahl oder deren Multipeln und Aliquottheilen erwachsenden Rationen in den Canon ihrer musikalischen Zahlen aufnahmen, die Intervalle $^5/_4$ und $^6/_5$ nicht für symphone erklärten, müsste man sich wundern, wenn nicht die Macht einer einmal zur Geltung gelangten irrigen Theorie und der Verfall der Harmonik zur Zeit des Ptolemäus, dem überdies wie wir oben sahen, auch noch persönlich das Organ und die richtige Empfindung für musikalisch rein oder falsch gestimmte Verhältnisse gemangelt zu haben scheint, eine genügende Erklärung der an sich auffallenden Thatsache böten. Ptolemäus macht a. a. O. es zwar den Pythagoreern zum Vorwurf, dass sie nicht auch die gedachten beiden Rationen zu den symphonen rechneten. Er thut dies aber nicht etwa deshalb, weil die beiden betreffenden Intervalle $^5/_4$ und $^6/_5$ auch seines Bedünkens in jene Kategorie gehörten, sondern lediglich darum, weil, auf diese vermeintliche Unterlassung hin, er die Pythagoreer der Inconsequenz in der Durchführung ihrer sogleich zu erwähnenden Theorie über die symphone Natur der aus den sogenannten superparticularen Rationen hervorgehenden Intervalle bezüchtigen will, welche Theorie er, Ptolemäus, aber überhaupt als eine irrige bekämpft. Ausführliche Abhandlungen esoterischer älterer Musikschriftsteller sind nicht auf uns gekommen, wahrscheinlich überhaupt nie niedergeschrieben worden. Vereinzelte Aussprüche etwa des Philolaus oder Archytas oder anderer altpythagorischer Lehrer, welche hier und da erwähnt werden, können nicht als esoterische gelten, weil eben der Umstand dass sie als Gemeingut aller cursirten zeigt, dass sie — ihre von vielen Seiten überdies bestrittene Echtheit auch vorausgesetzt — von den alten Meistern nicht für Esoteriker formulirt waren, sondern nur als gleichsam zur Beschwichtigung der Exoteriker hingeworfene Aphorismen

angesehen werden dürfen. Welchen Begriff die alte Schule mit der Bezeichnung συμφωνία verband und bis wie weit in der Anwendung die Gränzen dieses Begriffes gezogen waren, sind daher Fragen, bezüglich deren nur eine indirecte Antwort in den Quellen gefunden werden kann. In dieser Beziehung ist nun aber dasjenige von grosser Wichtigkeit, was, nach dem Zeugnisse der späteren Schriftsteller, die Pythagoreer in ihrer Zahlenlehre über die verschiedenen Gattungen und Arten der Verhältnisse einander ungleicher Zahlen, oder beziehlich Grössen überhaupt, docirten. Auf besonders schöne Weise finden wir diesen Gegenstand in den letzten Capiteln (Cap. 17 fgde) des 1. Buches der Arithmetik des Nikomachus abgehandelt. Dorther entnehmen wir deshalb im Wesentlichen das hier in Kürze von uns Vorzutragende, indem wir den Leser bitten etwa noch den Commentar des Jamblichus (S. 49 fgde Tennul.) zu vergleichen.

Der Betrachtung des Quantitativen (ποσόν) für sich genommen (καθ' αὑτὸ), welche die Lehre von den Arten und Eigenschaften der noch nicht miteinander verbundenen Zahlen umfasst, tritt als ein anderer Zweig der Arithmetik die Beziehung des Quantitativen auf ein Anderes (τὸ πρός τι) gegenüber. Hier bietet der Berührungspunkt sich dar und die innere Uebereinstimmung des Wesens und congenialen Ursprunges der Zahlenlehre und der Musik. Denn wir sahen ja aus der uns überlieferten Umgränzung der einzelnen Zweige des Quadriviums,*) dass der Arithmetik die Zahlengrösse als solche in ihrer Absonderung angehört, als Lehrerin der auf ein Anderes bezogenen aber ganz eigentlich die Musik zu erachten ist. Die oberste und uranfängliche Unterscheidung der Beziehung auf ein Anderes aber wird in dem Gegensatze des Verhältnisses der Gleichheit und des Verhältnisses der Ungleichheit gefunden. Das erstere (σχέσις ἰσότητος) ist keiner weiteren Unterscheidungen fähig. Es ist an und für sich vielmehr untheilbar, weil aller anderen Verhältnisse Ursprung. Dem Namen desselben ist daher auch nicht, in weiterer Abtheilung, noch eine sonstige einen Gegensatz ausdrückende Bezeichnung beizugesellen. Das Ungleiche (σχέσις ἀνισότητος), an sich und in seinen weiteren Unterarten, scheidet sich dagegen allemal mittelst Zweitheilung in ein Verhältniss der Ungleichheit des Grösseren oder des Kleineren (σχέσις ἀνισότητος μείζονος ἢ ἐλάττονος), mit widersprechenden Namen bezeichnet und das eine dem anderen als sein Widerspiel gegenüber tretend. Denn das Grössere ist eben grösser als ein Anderes und das Kleinere kleiner als ein Anderes in der zusammenstellenden Vergleichung. Und so denn auch die Verschiedenheit der Namen — gleichsam wie: Vater und Sohn, oder Schlagender und Geschlagener, Lehrer und Lernender, und was dergleichen mehr ist. Durch Untertheilung zerfällt aber dann das Verhältniss der Ungleichheit des Grösseren in die Verhältnisse des Vielfachen, des Uebertheiligen, des Uebertheilenden, des Vielfachen-Uebertheiligen, und des Vielfachen-Uebertheilenden. Und fünf solcher Unterscheidungen bietet dann auch das Verhältniss der Ungleichheit des Kleineren dar, entgegengesetzt in allem den vorstehend aufgeführten, und in den Namen demgemäss gekennzeichnet durch Anwendung zwar derselben Benennungen, aber mit Vorsetzung jedesmal der Anfangssylbe: „Unter" —, so dass also die Bezeichnungen lauten: Unter-Vielfaches, Unter-Uebertheiliges, Unter-Uebertheilendes, Unter-Vielfaches-Uebertheiliges und Unter-Vielfaches-Uebertheilendes.

Den von den Classikern in vorstehender Weise gegebenen Definitionen der einzelnen Unterarten der Verhältnisse der Ungleichheit des Grösseren und der Ungleichheit des Kleineren liegen nun aber folgende Unterscheidungen zum Grunde. Es kann von zwei Zahlen die grössere

*) S. oben Haupst. 1 die betreffende Darlegung des Nikomachus.

die kleinere mehr als einmal genau ganz in sich enthalten, so dass bei einer Theilung der ersteren durch die zweite ein Rest nicht überschiesst. Aus dieser Beziehung der beiden Zahlen zu einander entspringen die Verhältnisse des Vielfachen und Untervielfachen, τὸ πολλαπλάσιον, *ratio inaequalitatis maioris multiplex*, und τὸ ὑποπολλαπλάσιον, *ratio inaequalitatis minoris submultiplex*. So sind die Zahlen der natürlichen Zahlenreihe alle πολλαπλάσια der Einheit, alle geraden Zahlen πολλαπλάσια der Zweizahl, alle durch 3 theilbare Zahlen πολλαπλάσια der Dreizahl u. s. w. Das ὑποπολλαπλάσιον geht aber aus den umgekehrten Werthen dieser Multipeln hervor und wird durch die betreffenden Aliquotbrüche $1/_1$ $1/_2$ $1/_3$ $\dots \frac{1}{n}$, $\frac{1}{1.2}$ $\frac{1}{2.2}$ $\frac{1}{3.2} \dots \frac{1}{n.2}$, $\frac{1}{1.3}$ $\frac{1}{2.3}$ $\frac{1}{4.3} \dots \frac{1}{n.3}$ u. s. w. dargestellt. Es kann zweitens eine grössere Zahl auch eine kleinere Zahl ganz und ausserdem noch einen einfachen Theil derselben in sich enthalten. Dann entstehen, jenachdem die grössere Zahl auf die kleinere oder die kleinere auf die grössere bezogen wird, die Unterarten des Uebertheiligen oder des Unter-Uebertheiligen (ἐπιμόριον, *superparticulare*, und ὑπεπιμόριον, *subsuperparticulare*). Die für bestimmte Zahlenverhältnisse dieser Art gebildeten Namen sind folgende: das Dreizweitelfache, ἡμιόλιον, *sesquialterum;* das Ein- und Eindrittelfache, ἐπίτριτον, *sesquitertium;* das Ein- und Einviertelfache, ἐπιτέταρτον, *sesquiquartum;* u. s. w. Beispiele des ἡμιόλιον bieten die äquivalenten Rationen 3 : 2, 6 : 4, 9 : 6, u. s. w., weil in denselben jedesmal das grössere Vorderglied gleich ist dem $1\frac{1}{2}$fachen des kleineren Hintergliedes; Beispiele des ἐπίτριτον die Rationen 4 : 3, 8 : 6, 12 : 8, u. s. w., in welchen das Vorderglied gleich ist dem $1\frac{1}{3}$fachen des Hintergliedes; endlich Beispiele des ἐπιτέταρτον die Rationen 5 : 4, 10 : 8, 15 : 12, u. s. w., in welchen das Vorderglied gleich ist dem $1\frac{1}{4}$fachen des Hintergliedes. Dagegen bilden dann Rationen wie 2 : 3, 4 : 6, 6 : 9, u. s. w. das ὑφημιόλιον, *subsesquialterum;* solche wie 3 : 4, 6 : 8, 8 : 12, u. s. w. das ὑπεπίτριτον, *subsesquitertium;* 4 : 5, 8 : 10, 12 : 15, u. s. w. das ὑπεπιτέταρτον; u. s. w. Wenn drittens eine Zahl eine andere ganz und ausserdem ein Vielfaches eines ihrer Aliquottheile in sich enthält, so stellt dies hinsichtlich der Ungleichheit des Grösseren das übertheilende, hinsichtlich der Ungleichheit des Kleineren das unter-übertheilende Verhältniss dar (ἐπιμερές, *superpartiens*, und ὑπεπιμερές, *subsuperpartiens*). Besondere Species der Verhältnisse dieser Art sind: das ἐπιδιμερές, *superbipartiens;* das ἐπιτριμερές, *supertripartiens;* u. s. w. Ein Beispiel der ersteren Abart liefert die Ration 5 : 3, in welcher das Vorderglied gleich ist dem $1\frac{2}{3}$fachen des Hintergliedes; ein Beispiel der zweiten würde die Ration 7 : 4 sein, weil 7 gleich ist dem $1\frac{3}{4}$fachen von 4. Es wird die Benennung der einzelnen Species nemlich nicht, wie man wohl verleitet werden könnte zu glauben, vom Nenner des überschiessenden Bruches hergenommen sondern von dessen Zähler, damit gleich die Anzahl der zur Einheit hinzukommenden Theile angegeben sei. Der Nenner versteht sich von selbst; es ist derselbe nemlich jedesmal gleich der verglichenen Zahl des Hintergliedes selbst. Aus den umgekehrten Werthen gehen auch hier die einzelnen Species entgegengesetzter Art hervor und ihre Namen sind: das ὑπεπιδιμερές, *subsuperbipartiens;* das ὑπεπιτριμερές, *subsupertripartiens;* u. s. w. Enthält viertens eine grössere Zahl eine kleinere mehr als einmal ganz und ausserdem noch einen einfachen aliquoten Theil derselben, so entstehen das vielfache-übertheilige und das vielfache-unterübertheilige Verhältniss (πολλαπλασιεπιμόριον, *multiplex superparticulare*, und ὑποπολλαπλασιεπιμόριον, *multiplex subsuperparticulare*). Dem ersteren gehören Verhältnisse an wie 5 : 2 oder 7 : 3, 9 : 4 u. s. w.; ferner wie 7 : 2, 10 : 3, 13 : 4 u. s. w.; in welchen die Vorderglieder das $2\frac{1}{2}$fache, $2\frac{1}{3}$fache, $2\frac{1}{4}$fache u. s. w.; oder beziehlich das $3\frac{1}{2}$fache, $3\frac{1}{3}$fache, $3\frac{1}{4}$fache u. s. w. der Hinterglieder darstellen. Die Namen solcher Rationen sind dann diesen Quotienten

entsprechend zu bilden. Die bei den Alten gebrauchten Ausdrücke sind διπλασεφήμισυ, *duplex sesquialterum*, διπλασεπίτριτον, *duplex sesquitertium*, u. s. w., τριπλασεφήμισυ, *triplex sesquialterum*, τριπλασεπίτριτον, *triplex sesquitertium;* u. s. w. u. s. w. Die Namen der umgekehrten Werthe ergeben sich hiernach von selbst. Enthält fünftens und schliesslich eine grössere Zahl eine kleinere mehr als einmal ganz und ausserdem noch mehrere aliquote Theile derselben, so liegen das πολλαπλασιεπιμερὲς und beziehlich das ὑποπολλαπλασιεπιμερὲς genannte Verhältniss vor. Beispiele des ersten sind 8 : 3, weil 8 gleich ist dem Doppelten und $^2/_3$fachen von 3; ferner 11 : 4, weil 11 gleich ist dem doppelten und $^3/_4$fachen von 4; 11 : 3, weil 11 gleich ist dem 3 und $^2/_3$fachen von 3; u. s. w. Die betreffenden Namen dieser Rationen sind: διπλασιεπιδιμερής, *duplex sesquibipartiens;* ferner: διπλασιεπιτριμερής, *duplex supertripartiens;* endlich: τριπλασιεπιδιμερής, *triplex supertripartiens;* u. s. w. Auch hier bedürfen die Namen der, der *ratio inaequalitatis minoris* angehörigen entgegengesetzten Werthe keiner besondern Erwähnung.

Aus diesen verschiedenen, von den griechischen Arithmetikern*) mit grosser Vorliebe entwickelten Eintheilungen und Unter-Eintheilungen der Zahlenrationen entspringen in der Harmonik gewisse sehr beachtenswerthe, mit dem Urtheile unseres Ohres überall in Einklang stehende Anhaltspunkte auch für die musikalisch-theoretische Unterscheidung der jenen Kategorien von Zahlenrationen entsprechenden Ton-Intervalle. Dass die starke Betonung des Vorranges und der Würde der *ratio aequalitatis* — beziehlich der Ausspruch, dass in dem Verhältnisse der Gleichheit der Ursprung aller anderen Verhältnisse zu suchen sei**) — von Bedeutung auch für die musikalische Betrachtung der Rationen ist, ergibt die Erwägung, dass der ratio aequalitatis das Verhältniss der Homophonie (ὁμοφωνία, Gleichklang) d. i. die Gleichheit des Primtones mit sich selber entspricht, die Beziehung der Einheit oder irgend einer Zahl zu sich selbst aber insbesondere auch die arithmetischen Ausdrücke ($^1/_1$, $^2/_2$, $^3/_3$ u. s. w.) darstellt für die Erfassung des sich selbst homophonen ersten Primtones als *tonus* (Tonica) oder beziehlich als zeugender Oberton (Dominantton) eines ganzen aufwärts wie abwärts aus ihm hervorgehenden und um ihn sich sammelnden Ton- und Accord-Geschlechtes. Die Doppelbetrachtung dagegen des Verhältnisses der Ungleichheit, als Ungleichheit nemlich des Grösseren und des Kleineren, wird in der Harmonik zur Doppelbetrachtung der Tongebilde nach Ober- und zugleich nach Unter-Intervallen, wie wir uns diese in unseren Untersuchungen und Erörterungen überall Schritt vor Schritt zur Aufgabe gesetzt haben. Den zweimal fünf Unterarten der Ungleichheit des Grösseren und des Kleineren entsprechen zweimal fünf Kategorien der Beziehungen nicht homophoner Töne auf einander. Die Ration der Ober- und Unteroctave 2 : 1 und beziehlich 1 : 2 nimmt auch hier eine bevorzugte Stellung ein. Obgleich an sich der Kategorie des Vielfachen und beziehlich Untervielfachen angehörig, kann dieselbe in gewisser Weise auch als die erste Form des Super- und Subsuperparticularen aufgefasst werden, weil 2 gleich $1 + {}^1/_1$ ist. Die Reihe der superparticularen Rationen nimmt dann folgende Gestalt an: $1 + {}^1/_1 : 1$ (= 2 : 1), $1 + {}^1/_2 : 1$ (= 3 : 2), $1 + {}^1/_3 : 1$ (= 4 : 3), $1 + {}^1/_4 : 1$ (= 5 : 4), $1 + {}^1/_5 : 1$ (= 6 : 5) u. s. w. So erscheint denn die Octave das einemal als musikalischer Ausdruck der ratio dupli und beziehlich subdupli aufgefasst als das erste der fünf grösseren symphonen Intervalle der Octave, Duodecime, Doppeloctave, Septemdecime und Decimanona der innerhalb des Senariums liegenden Multipel- und Submultipel-Rationen, aus

*) Dem Beispiele derselben folgt auch Boëthius in seiner Bearbeitung der Arithmetik.

**) Nikomachus a. a. O. Cap. 17: . . . Ἔστι δὲ καὶ ἰδίως ἡ σχέσις αὕτη ἡ τῆς ἰσότητος ἄσχιστος καθ' ἑαυτὴν καὶ ἀδιαίρετος, ὡς ἂν ἀρχικωτάτη κ. τ. λ.

aus welchen aufwärts der Duraccord des Zeugertones, und abwärts der Mollaccord der Unterquinte desselben, beide in der vollkommensten Anordnung der Schichtung ihrer sechs Stufen erwachsen. Sie bietet sich zugleich aber auch als das erste der super- und subsuperparticularen Intervalle dar, welche in der Reihenfolge der so eben aufgezählten Accordtöne die fünf vollkommen symphonen kleineren einfachen Consonanzen der Octave, Quinte, Quarte, grossen Terz und kleinen Terz bilden. Dieser in zahlenspeculativer Hinsicht ausgezeichneten zwiefachen Stellung der Octave entspricht auch musikalisch eine bevorzugte Würde derselben unter den übrigen einfachen (nicht zusammengesetzten wie etwa die Undecime und die beiden Decimen) vollkommnen und ursprünglichen (nicht wie die beiden Sexten durch Umlagerung gebildeten) Consonanzen. Die ungetrübte Mischung der Schallwellen des Primtones und des symphonisch dem Primtone verwandten höheren oder tieferen, gleichzeitig eingeschlagenen zweiten Tones (κρᾶσις ἐν τῇ προφορᾷ δυοῖν φθόγγοιν ἅμα κρουομένοιν), auf welcher das Wesen der Consonanz beruht, die Einheitlichkeit (τὸ ἑνοειδές) gleichsam der Klangempfindung welche das Zusammenwirken zweier solcher Töne in unserem Gehörorgane hervorruft, zeigt sich in der Octave auf eine von dem Eindrucke anderer symphoner Zweiklänge musikalisch wesentlich verschiedene Weise. Ihr wird, im Sinne des Sprachgebrauches der alten Schule, zum Unterschiede von den übrigen vollkommen symphonen Intervallen daher die auszeichnende Benennung eines ebenbildlich klingenden Intervalls zuzutheilen sein. Sie und ihre Verdoppelungen als Doppel-, Tripel-, Quadrupel- u. s. w. Octaven stellen solchergestalt die erste der fünf pythagorischen Kategorien der Klangbeziehung ungleich hoher Töne, jene nemlich des Homoiophonen dar. „Warum entzieht sich der Doppelklang der Octave gewissermassen unserer Wahrnehmung, so dass wir nur einen homophonen Einklang zu vernehmen glauben" — fragt der Verfasser der pseudoaristotelischen Probleme, und er sucht die Antwort in der weiteren Frage: „— etwa deshalb weil das Verschiedensein der Töne so zu sagen in diesem Intervalle umschlägt in Dasselbigesein? vermöge einer in tonaler Hinsicht hier hervortretenden Analogie des einander Gleichen und des Einen"*). Und in dem Berichte des Ptolemäus**) über die pythagorischen Lehrsätze von den Consonanzen heisst es: „Unter den symphonen Intervallen aber ist die Octave das schönste, gleichwie unter den Zahlenrationen die Ration des Duplum's die beste ist. Es nähert der Mischklang jener sich nemlich am meisten dem Gleichtönigen. Der Ration des Duplum's aber allein ist es eigen, dass sie das Ueberschüssige (die Differenz des grösseren Gliedes und kleineren) gleich macht dem übertroffenen Werthe" (weil $1 = {}^1\!/_1$ ist).

Die zweite Kategorie, jene des Symphonen im engeren Sinne, welche dann auf die übrigen Multipel- und Submultipel- und beziehlich Super- und Subsuperparticular-Rationen des Senariums zu beschränken ist, findet in der durch die ausfallenden ekmelischen***) Zahlen

*) Sect. 19, 14: Διὰ τί λανθάνει τὸ διὰ πασῶν, καὶ δοκεῖ ὁμόφωνον εἶναι Ἢ ὅτι ὥσπερ ὁ αὐτὸς εἶναι δοκεῖ φθόγγος; διὰ τὸ ἀνάλογον ἰσότης ἐπὶ φθόγγων, τὸ ἴσον τοῦ ἑνός.

**) Harm. L. I c. 5: Τῶν δὲ συμφωνιῶν (sc. φθόγγων) ἡ διὰ πασῶν ἐστὶ καλλίστη, καὶ τῶν λόγων ὁ διπλάσιος ἄριστος· ἡ μὲν, διὰ τὸ ἐγγυτάτω εἶναι τοῦ ἰσοτόνου· ὁ δὲ, τῷ μόνος τὴν ὑπεροχὴν ἴσην ποιεῖν τῷ ὑπερεχομένῳ.

***) Die Berechtigung uns der altgriechischen Kunstworte ἐμμελὲς und ἐκμελὲς in der Weise wie im Obigen und sonst an mehreren Stellen dieser Schrift geschehen zu bedienen, leiten wir aus einer Angabe bei Gaudentius Harm. introd. p. 4 Meibom. her, woselbst es heisst: Τῶν δὲ διαστημάτων (so ist mit Meibom. statt συστημάτων zu lesen) τὰ μέν ἐστιν ἐμμελῆ, τὰ δὲ ἐκμελῆ. τῶν δὲ μελῶν τὰ μὲν σύμφωνα τὰ δὲ ἀσύμφωνα. Ptolemäus Harm. I, 7 nennt freilich solche Intervalle ἐμμελῆ welche — wie er sich ausdrückt — „den consonen Intervallen am nächsten kommen" (ἐμμελεῖς δὲ, οἱ ἐγγυτάτω τῶν συμφώνων). Er rechnet insbesondere den Ganz-

des Septuplums und Subseptuplums in der harmonikalen Reihe der περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen entstehenden Lücke ihre natürliche Begränzung. Es erweisen sich die aus diesen Rationen hervorgehendenOber- und Unterklangstufen als solche, welche in die Accorde der aus dem Primtone als Tonica emporsteigenden Dur-Sechsklänge und der abwärts von demselben als Dominante ausgehenden Moll-Sechsklänge einzutreten befähigt sind, ohne beim gleichzeitigen Anschlage, trotz des Verhältnisses der Ungleichheit worin ihre Schwingungsmengen zur Schwingungszahl des Primtones und unter sich stehen, irgendwie unser Ohr zu beunruhigen. Die befriedigende, keine weitere Lösung mehr fordernde Wirkung zweier oder mehrerer Töne, welche gleichzeitig angeschlagen oder angeblasen in ihrem Abflusse so zusammenklingen, dass unser Gehör ihren Gesammteindruck gleichsam als eine einheitliche Klangempfindung vernimmt, nennt aber der harmonikale Sprachgebrauch der Alten einen zusammenstimmenden Mehrklang, symphon, consonant*).

Jenseits der durch die Siebenzahl gezogenen Scheide beginnt eine anders geartete Ordnung der harmonikalen Betrachtung der Zahlenverhältnisse. In dieser grösseren Entfernung vom ursprünglichen Primtone entzieht sich das Multiplum und Submultiplum der wachsenden Zahlen der Rationen der unmittelbaren intuitiven Vergleichung mit der Einheit des Primtones selbst. Als symphone super- und beziehlich subsuperparticulare Rationen erscheinen, unter sich verglichen, nur diejenigen, welche als äquivalente Ausdrücke ihren relativen Primzahlen nach dem Senarium angehörender Rationen der ursprünglichen Consonanzen sich kennzeichnen ($6\,g : 8\,\bar{c} : 10\,\bar{e} : 12\,\bar{g} : 16\,\bar{\bar{c}} : 20\,\bar{\bar{e}} : 24\,\bar{\bar{g}}$ beziehlich $6\,g : 9\,\bar{d} : 12\,\bar{g} : 15\,\bar{h} : 18\,\bar{\bar{d}} : 24\,\bar{\bar{g}}$ u. s. w.), oder aber trotz ihres weiten Abstandes vom Primtone vermöge der Homoiophonie der Octaven in die nächste innere verwandtschaftliche Beziehung zu demselben treten ($1\,C \ldots\, 8\,\bar{\bar{c}} \ldots\, 16\,\bar{\bar{\bar{c}}} \ldots\, 32\,\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$ u. s. w.). Die Vergleichung der anderweiten in dieser Region der harmonikalen Reihen vor-

ton dahin. Demgemäss scheint es dass er unter ἐκμελῆ das eigentliche Dissone versteht. Er schafft sich in der Lehre von den Intervallen eben seine eigene, vom altüberlieferten Sinne der Ausdrücke oft völlig abweichende Terminologie. So nennt er auch die Octave und Doppeloctave im Gegensatze zu den Consonanzen der Quinte und Quarte homophon, statt homoiophon.

*) Die zweite durch gesperrten Druck hervorgehobene Hälfte der obigen Definition des Symphonen findet sich wörtlich bei Gaudentius und bei Jamblichus. Der Erstere sagt Harm. introduct. p. 11 Meibom.: σύμφωνοι (sc. φθόγγοι εἰσι), ὧν ἅμα κρουομένων, ἢ αὐλουμένων ἀεὶ τὸ μέλος τοῦ βαρυτέρου πρὸς τὸ βαρὺ τὸ αὐτὸ ᾖ. ὅταν οἱονεὶ κρᾶσις ἐν τῇ προφορᾷ δυοῖν φθόγγοιν, καὶ ὥσπερ ἑνότης παρεμφαίνηται . . . Die Worte des Jamblichus in Nicom. arith. p. 169 Tennul. aber sind: τὰ κατὰ μουσικὴν ἐν ἁρμονίᾳ συμφωνία γίνεται φθόγγων δυοῖν, ἢ καὶ πλειόνων οὐχ ὁμοφώνων, ὑπὸ μίαν πλῆξιν κατακριναμένη, καὶ τῇ ἀκοῇ ἑνοειδῶς προσπιπτόντων κ. τ. λ. Diese letztere Stelle, welche des gleichzeitigen Anschlages nicht blos zweier sondern mehrerer Klänge ganz ausdrücklich erwähnt, verdient besonders Beachtung. Da Jamblichus, wie er selbst sagt, meist nur ältere Aussprüche der Pythagoreer in seinem Commentar zusammenträgt und die citirte Stelle einen Theil der Ausführung über die alten zehn Medietäten bildet, höchst wahrscheinlich also einem altpythagorischen Harmoniker entnommen ist, so scheint dieselbe wohl geeignet jeden Zweifel darüber zu beseitigen, dass auch die ältere Zeit in ihrer ausübenden Tonkunst von mehrstimmigen Accorden Gebrauch gemacht hat. (M. vgl. übrigens auch noch die bereits von Marpurg, Krit. Einl. S. 236 citirte Stelle des Aelian in Tim.: Συμφωνία δέ ἐστι δυοῖν ἢ πλείονων φθόγγων ὀξύτητι καὶ βαρύτητι διαφερόντων κατὰ τὸ αὐτὸ πτῶσις καὶ κράσις). Beachtenswerth ist noch, dass Jamblichus die symphone Verschmelzung gleichzeitig angeschlagener Töne gewissermassen als einen besonderen Fall der mehrstimmigen Tonwirkung hinstellt, implicite also die Möglichkeit des Vorkommens auch nicht symphoner Mehrklänge unterstellt. Von solchen dissonen Mehrklängen ist aber ganz ausdrücklich die Rede bei Aristides Quintillian de Mus. p. 12 Meib.: τῶν φθόγγων οἱ μὲν πρὸς ἀλλήλους σύμφωνοι· οἱ δὲ ὁμόφωνοι· σύμφωνοι δὲ ὧν ἅμα κρουομένων οὐδὲν μᾶλλον τῷ ὀξυτέρῳ, ἢ τῷ βαρυτέρῳ τὸ μέλος ἐμπρέπει. διάφωνοι δὲ ὧν ἅμα κρουομένων ἡ τοῦ μέλους ἰδιότης θατέρου γίνεται.

kommenden Zahlen weiset hingegen auf eine Betrachtung nebeneinander liegender Tonstufen hin, welche einer anderen Kategorie der Klangbeziehung angehört. Zwischen den Zahlen 6 und 24 als Rationenbildnern erscheint in den betreffenden Gliedern der Reihe nemlich diejenige Ordnung musikalischer Intervalle, welche von den älteren Harmonikern mit dem späterhin eine schwankende Bedeutung annehmenden oder ganz in Vergessenheit gerathenen Namen der paraphonen Tonverbindung (παραφωνία, wörtlich so viel als Beiklang, Nebenklang) bezeichnet worden ist. Es sind dies die Rationen des grösseren Ober- und Unter-Ganztones 9 : 8 (beziehlich 8 : 9), des kleineren Ober- und Unter-Ganztones 10 : 9 (beziehlich 9 : 10) und des diatonischen Ober- und Unter-Halbtones 16 : 15 (beziehlich 15 : 16). Wir werden im bald folgenden diese Gattung als ein wesentliches Element der dissonirenden Accorde und der Scalenbildung kennen lernen. Die Rationen derselben gehören gleich jenen der einfachen vollkommnen Consonanzen der Octave, Quinte, Quarte, grossen Terze und kleinen Terze, dem super- beziehlich subsuperparticularen Genus der Rationen der Ungleichheit an. Denn es ist $9 : 8 = 1^1/_8 : 1$, $10 : 9 = 1^1/_9 : 1$, $16 : 15 = 1^1/_{15} : 1$ und umgekehrt $8 : 9 = 1 : 1^1/_8$ u. s. w. Aufwärts von $^{24}/_1$ und abwärts von $^1/_{24}$*) tritt in den beiden grossen harmonikalen Reihen dann eine vierte

*) Wir machen darauf aufmerksam, dass die Zahlen 1, 2, 6, 24 (beziehlich deren umgekehrte Werthe), welche sich hier gleichsam als die bestimmenden Scheidepunkte der schichtenden Gliederung für die Sonderung der Klangstufen in homoiophone, symphone, paraphone nnd diaphone — die antiphonen Tonbeziehungen gehören einer anderen Weise der Vergleichung an — zu erkennen gegeben haben, die ersten Glieder der Progression derjenigen besonderen Art aus äquidifferenten Factoren gebildeter Productzahlen (Factoriellzahlen) darstellen, welche in der algebraischen Analysis mit dem Namen der Facultätszahlen bezeichnet werden. Wir haben dieser durch successive Multiplication der n ersten Glieder der natürlichen Zahlenreihe entstehenden Form der Zahlengrösse bereits im ersten Hauptstücke (S. 87) bei Gelegenheit der Betrachtung der Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki der chinesischen Zahlenlehre vorübergehend gedacht. Zwischen 1! d. i. zwischen der numerischen Facultät der Einzahl und 2! (= 1 . 2), der numerischen Facultät der Zweizahl, beziehlich zwischen den umgekehrten Werthen dieser Zahlen $^1/_1$! und $^1/_2$!, spannt sich in der Reihe der Ober- und Unterharmonikaltöne als Homoiophonie des Stammtones 1 C die leere Octave aus. Zwischen den Stufen 2 c und 6 g (beziehlich $^1/_2$ C und $^1/_6$ F) der Ober- (und Unter-) Harmonikalreihe, die Zahl 2 wieder als numerische Facultät der Zweizahl 2! und 6 als numerische Facultät der Dreizahl 3! (= 1 . 2 . 3) aufgefasst (wobei $^1/_2$ und $^1/_6$ dann als $^1/_2$! und beziehlich $^1/_3$! zu denken sind), erscheinen in den Rationen der beiden vollkommen consonirenden Fünfklänge 2 c 3 g 4 c 5 e 6 g und $^1/_2$ C: $^1/_3$ F: $^1/_4$ C· $^1/_5$ As $^1/_6$ F, von welchen der eine dem Durgeschlechte und der andere dem Mollgeschlechte angehört, die beiden Typen der eigentlichen Symphonie. In den oberhalb 6 g aufwärts bis zu 24 g, also zwischen den numerischen Facultäten 3! und 4! beziehlich zwischen deren reciproken Werthen $^1/_3$! und $^1/_4$! der entsprechenden Doppeloctave der Untertönereihe folgenden Rationen zeigt sich im Wechselspiele der Paraphonie der Beginn der modulatorischen Verflechtung nebeneinanderstehender wechselnder Accorde. Es sind die Stufentöne eines tonischen Cdur-Accordes und eines Dominant-Gdur-Accordes, aus welchen in der Reihe der Oberharmonikalen von 1 C die Folge der Glieder 6 g 8 c 9 d 10 e 12 g 15 h 16 c 18 d 20 e 24 g sich zusammenfügt. Die Reihe der Unterharmonikalen desselben Stammtones liefert in den umgekehrten Werthen die entsprechende Verkettung der Rationen eines tonischen Fmoll- und eines Unterdominant-B^vmoll-Accordes: $^1/_6$ F $^1/_8$ C $^1/_9$ B^v $^1/_{10}$ As $^1/_{12}$ F $^1/_{15}$ Des^v $^1/_{16}$ C $^1/_{18}$ B^v $^1/_{20}$ As $^1/_{24}$ F. Aufwärts von 4! (= 24) und beziehlich abwärts von $^1/_4$! (= $^1/_{24}$) gelangt unter dem Hinzutritte auch des diaphonen Elementes das Princip der Scalenbildung in der Entwickelung dort einer vollständigen Gdur- hier einer vollständigen B^vmoll-Scala mit eingeschobenem Chroma der ersten Stufe (24 g 25 gis 27 a$^\wedge$ 30 h 32 c 36 d 40 e 45 fis$^\wedge$ 46 g u. s. w., beziehlich $^1/_{24}$ F $^1/_{25}$ Fes $^1/_{27}$ Es^v $^1/_{30}$ Des^v $^1/_{32}$ C $^1/_{36}$ B^v

Form der Tonabstufung, jene des Diaphonen oder schlechthin Dissonen, in die Erscheinung. Diesem zur gleichzeitigen Verwendung in Accordbildungen nicht mehr geeigneten, im Baue der melodischen Tonverbindungen aber für die chromatischen Färbungen und enharmonischen Schat-

$^1/_{40}$ As $^1/_{45}$ Ges^v $^1/_{48}$ F u. s. w.) zur Geltung. Aber auch die beiden nächsten Glieder der Progression der Facultätszahlen, nemlich die numerische Facultät der Fünfzahl 5! (= 120) und deren reciproker Werth $^1/_5$! (= $^1/_{120}$) und die Facultät der Sechszahl 6! und deren reciproker Werth $^1/_6$! (= $^1/_{720}$) nehmen in der Reihe der Oberharmonikal- und Unterharmonikaltöne des gegebenen Stammtones eine ausgezeichnete Stelle ein. Dem Obertone 120 h folgen unmittelbar die in der Ration 128 : 125 den Ausdruck für die s. g. enharmonische Verwechslung (im modernen Wortsinne) in sich bergenden Stufen 125 his 128 c, und jenseits des Obertones 720 fis$^\wedge$ wird zum erstenmale sofort in der zweimal geschärften chromatischen Stufe 729 fis$^\wedge_\wedge$ die Type des enharmonischen Doppel-Comma's gefunden. Aehnliches zeigt sich in umgekehrter Richtung in der Untertönereihe. Die nächstfolgende Facultätszahl 7! (= 5040) und deren reciproker Werth sind — weil hier die Siebenzahl als Multiplicator, beziehlich als Divisor, miterscheint — ekmelisch. Ein gleiches gilt aus demselben Grunde von allen weiter aufwärts und abwärts dann noch sich anreihenden Facultätszahlen. Es bewährt sich als eine harmonikale Wahrheit in sich bergend, wenn unter den „sechs Buchstaben" die ersten sechs Zahlen der natürlichen Reihe verstanden werden, der Ausspruch des Buches J^ezirah (vgl. oben S. 91 Note *)): „Zween Buchstaben bauen zwei Häuser, drei bauen sechs Häuser, vier bauen vier und zwanzig Häuser, fünf bauen hundert und zwanzig Häuser, sechs bauen siebenhundert und zwanzig Häuser; und von dannen und weiter geh' aus, und denke was der Mund nicht reden und das Ohr nicht hören kann".

Aus den Facultätszahlen und deren reciproken Werthen setzen sich in der Analysis, wie bekannt, die Formeln für die Entwickelung der Binomial-Coëfficienten für alle solche Potenzen von a + b zusammen, deren Exponent zu den positiven und ganzen Zahlen gehört. Um der Tragweite des Gesetzes willen, welches in der Gliederung dieser Formen der Zahlengrösse verbunden mit dem Spiele der zu Producten gepaarten steigenden Potenzen des einen und fallenden Potenzen des anderen Summanden des Binoms sich offenbart, wird der binomische Lehrsatz mit Recht *magister matheseos* genannt. Auf der Zerlegung der Grössen in eine Folge nach dem binomischen und beziehungsweise polynomischen Lehrsatze geordneter Potenzen und Producte von Potenzen, in ihrer Verbindung mit den vorerwähnten Coëfficienten, beruht die Darstellung aller analytischen wie trigonometrischen Zahlen-Functionen, die Möglichkeit somit des ganzen für die höhere Analysis unentbehrlichen Functionen-Calcüls für alle Arten reeller sowohl als imaginärer Werthe. An die Lehrsätze von der Bildung und Umformung der Binomial-Coëfficienten lehnt sich nemlich die Erweiterung der binomischen und polynomischen Formel für positive gebrochene Exponenten an, so wie für Exponenten welche aus negativen ganzen oder gebrochenen Zahlen bestehen. Das Gesetz, dessen elementarer Ausdruck in den Bildungen der nach den Facultätszahlen sich ordnenden Reihen gefunden wird, liefert in seinen weiteren Entwickelungen dann aber auch die Gleichungen für die Auffindung des für die Rechnung mit imaginären Werthen ganz unentbehrlichen s. g. natürlichen Logarithmen-Systemes.

Die in der Analysis durch e bezeichnete Zahl 2,718281828459 . . ., welche die Basis dieses Systemes bildet, findet ihren Ausdruck in der Gleichung:

$$\lim (1 + p)^{\frac{1}{p}} = 1 + 1 + {}^1/_2! + {}^1/_3! + {}^1/_4! + {}^1/_5! + \ldots\ldots$$

wenn p als in Null übergehend gedacht, für $\lim (1 + p)^{\frac{1}{p}}$ also $\lim (1 + dx)^{\frac{1}{dx}}$ gesetzt und dx dem verschwindend kleinen Grunddifferential der Einheit 1 gleich geachtet wird.

Man könnte diese Gleichung aber auch in folgender Weise schreiben:

$$\lim \left(1 + \frac{1}{\infty}\right)^{\frac{1}{\frac{1}{\infty}}} = {}^1/_0! + {}^1/_1! + {}^1/_2! + {}^1/_3! + {}^1/_4! + {}^1/_5! \ldots.$$

Setzt man die Reihe der Vorderglieder der superparticularen Rationen in Gedanken bis zum unendlichsten Gliede fort (von denselben wird bei Nikomachus Arithm. I, 19 gesagt: καὶ ἀεὶ οὕτω μέχρι παντὸς προχωροῦντι συμφωνήσει σοι, ὥστε καὶ ταῦτα ἐπ' ἄπειρον τὰ εἴδη πρόεισι), so wird dieselbe in der folgenden Gestalt erscheinen:

$$1 + {}^1/_1 \quad 1 + {}^1/_2 \quad 1 + {}^1/_3 \quad 1 + {}^1/_4 \ldots . 1 + \frac{1}{n} \ldots . 1 + \frac{1}{\infty}$$

Als ideeller Endpunkt der harmonikalen pythagorischen Reihe der accordbildenden symphonen und der melodiebildenden paraphonen und diaphonen Intervalle zeigt sich somit für die übersinnliche Betrachtung das-

tirungen unentbehrlichen Elemente wird nemlich vorzugsweise der Name διαφωνία (Zwischenklang, Durchklang) zuzuweisen sein. Die beiden vorzugsweise hier in Betracht kommenden Intervalle sind der chromatische Ober- und beziehlich Unter-Halbton 25 : 24 und 24 : 25, und das enharmonische steigende und fallende Comma 81 : 80, beziehlich 80 : 81. Auch ihre Rationen stellen superparticulare (beziehlich subsuperparticulare) Verhältnisse dar. Indem sie den der gedachten Art der Rationen angehörigen drei paraphonen Intervallen sich anreihen steigt solchergestalt die Zahl der nicht consonen superparticularen Tonverhältnisse auf fünfe: die beiden Formen des Ganztones, die beiden Halbtöne und das enharmonische Comma, neben welchen dann noch als paraphone und diaphone Abstufungen von minderer harmonikaler Wichtigkeit unter der Menge der durch chromatische oder enharmonische Alterirung entstehenden Intervalle in immer weiter von der Einheit sich entfernenden Verhältnisszahlen, insbesondere die übermässigen und verminderten Quinten (25 : 16 und 36 : 25), Quarten (25 : 18 und 32 : 25), Secunden (75 : 64 und 128 : 125), Terzen (125 : 96 und 144 : 125), die durch Umlagerung der letztgedachten Stufen entstehenden übermässigen und verminderten Septimen und Sexten, sowie das Doppelchroma der zweimal erhöhten oder erniedrigten Stufen (675 : 576 beziehlich 576 : 675 oder $^1/_{675} : {}^1/_{576}$) in Zahlenausdrücken hervortreten, welche nicht mehr dem Genus superparticulare sondern der dritten Unterart der Ungleichheit des Grösseren und des Kleineren, nemlich dem Genus superpartiens entnommen sind. Gleichwie den fünf Unterarten der zwei Hauptarten des Verhältnisses der Ungleichheit fünf verschiedene Beziehungen der nach Ober- und nach Unter-Intervallen abgestuften Töne nach pythagorischer Lehre gegenüberstehen, in der Kategorie des Homoiophonen und Symphonen unter Hinzurechnung der zweimal zu zählenden Octave aber zweimal fünf Formen der vollkommnen Consonanzen gefunden werden, jene nemlich der grösseren einfachen dem Genus multiplex angehörenden der Octave, Doppeloctave, Duodecime, Septemdecime und Decimanona, und diejenigen der fünf kleineren einfachen dem Genus superparticulare angehörenden wieder der Octave, und sodann der Quinte, Quarte und der beiden Terzen, so bewährt auch hier, in der Abzweigung und Anzahl der vorzüglichsten paraphonen und diaphonen Intervalle als einer zweiten dem Genus superparticulare*) angehörigen Kategorie der Rationen, die Fünfzahl die ihr allerwärts eigen seiende, typisch-harmonikale besondere Bedeutsamkeit.

jenige Binom, als dessen $\frac{\frac{1}{1}}{\infty}$ d. i. $\frac{\infty}{1}$te Potenz aus der Entwickelung der algebraisch-analytischen Formeln die Grundzahl des natürlichen Logarithmen-Systemes hervorgeht. In der superparticularen Ration $1 + \frac{1}{\infty} : 1$ aber verschwindet mit dem Aufhören der Ungleichheit des Grösseren und des Kleineren der Gegensatz der tieferen und höheren Klänge. Im Hinblicke auf die unendlichen Urbilder aller endlichen Grösse sind Allophonie und Homophonie Eins. Auch jenseits der Schranken der reellen Zahlenwerthe und der äusserlich wahrnehmbaren Tonbeziehungen, innerhalb der Gedankenwelt der imaginären Grösse und einer schrankenlosen ἁρμονία ἀφανής, begegnen sich, wie die Lehre des frühesten Alterthumes es aussagte, als engverschwisterte Disciplinen die Zahlenlehre und die Musik.

*) Das Genus superparticulare stand nach pythagorischer Lehre nur dem Genus multiplex an Würde nach, von welchem gesagt wurde, dass einem von der Natur, nicht von menschlicher Willkür gegebenen Gesetze zufolge, die Kategorie des Vielfachen jene des Uebertheiligen hinsichtlich ihrer Ursprünglichkeit und Ehrwürdigkeit übertreffe (. . . φυσικῶς, καὶ οὐχ ἡμῶν θεμένων, ἀρχεγονώτερον τὸ πολλαπλάσιον καὶ πρεσβύτερον τοῦ ἐπιμορίου. Nikomachus Arith. B. I c. 19. Ganz ähnlich drückt sich Theo Smyrnäus Mathem. c. 22 aus). Dem Uebertheiligen wurde entschieden vor der Kategorie des Uebertheilenden und jener des Vielfachen-Uebertheilenden der Vorzug eingeräumt. Auch die Kategorien des Vielfachen-Uebertheiligen wurden minder hoch gestellt, als jene des einfachen Uebertheiligen.

Von einer mehr untergeordneten Bedeutung in harmonikaler Hinsicht zeigen sich die drei übrigen Unterarten des Verhältnisses der Ungleichheit des Grösseren oder Kleineren. Einer besonderen Erwähnung bedürfen nur die dem Genus super- und beziehlich subsuperpartiens angehörenden abgeleiteten Consonanzen der grossen und kleinen beiden Ober- und Unter-Sexten 5 : 3 und 8 : 5, beziehlich 3 : 5 und 5 : 8. In den auf uns gekommenen exoterischen Musikschriften der Alten wird dieser aus der Umlagerung der esoterischen Intervalle der beiden Ober- und Unterterzen hervorgehenden Consonanzen aus begreiflichen Gründen nirgend gedacht. Weil vermöge des Vorhandenseins der Vier- und Sechszahl in der natürlichen Reihe der περισσὸς- und ἄρτιος-Zahlen das erstere der erwähnten beiden Intervalle als in eine Quarte und grosse Terze ([5 : 4] × [4 : 3] = 5 : 3), das zweite als in eine Quarte und kleine Terze ([8 : 6] × [6 : 5] = 8 : 5) zerlegt sich darbietet, beide Consonanzen also, wenn man dieselben nicht auf blosse Umlagerungen der einen und der anderen Terze zurückführen will, schon bei ihrem ersten Eintreten in die Reihenfolge der Harmonikalstufen naturgemäss als zusammengesetzte Intervalle aufgefasst werden können, so haben die Harmoniker des sechszehnten und siebenzehnten Jahrhunderts, und unter ihnen insbesondere Zarlino und Salinas, beide Sexten, ganz im Sinne der Alten hierbei verfahrend, nicht als vollkommne, sondern nur als minder vollkommne, abgeleitete oder zusammengesetzte Consonanzen anerkannt.

Die beiden letzten Unterarten des Verhältnisses der Ungleichheit, das Genus multiplex superparticulare und das Genus multiplex superpartiens mit ihren reciproken beiden Gegen-Kategorien liefern, weil über die Spannweite einer Octave hinausgehend, nur zusammengesetzte Intervalle. Symphon sind darunter die aus der Octave und einer grossen oder beziehlich kleinen Terz zusammengesetzteu minder vollkommnen Consonanzen der beiden Decimen, und die aus einer Octave und Quarte zusammengesetzte Undecime.

Dafür nun, dass das im Vorstehenden Ausgeführte wirklich mit der Lehre der Pythagoreer im Einklange stehe, dürfen neben den aus der Betrachtung der Zahlenverhältnisse und der Verschiedenheit der Klangwirkung der einzelnen Arten der Tonabstufungen selbst sich ergebenden inneren Gründen als ein äusserer Beleg die Berichte des Theo Smyrnäus und des Ptolemäus über die Grundanschauungen ihrer Vorgänger vom eigentlichen Wesen der musikalischen Consonanz und Dissonanz angerufen werden. Zwar gehen die genannten beiden Schriftsteller in diesen ihren Berichten von anderen, völlig abweichenden Voraussetzungen aus. Der Inhalt ihrer eigenen Angaben über die betreffenden arithmetischen Lehrsätze der älteren Schule führt indessen unabweisbar zu dem Schlusse, dass die Pythagoreer auch die Terzen und Sexten, den kleineren Ganzton, den diatonischen Halbton, den chromatischen Halbton und das Comma gekannt und in den Canon ihrer musikalischen Intervalle aufgenommen haben. Theo Smyrnäus entwickelt nemlich in dem *De Musicâ* überschriebenen Theile seiner Schrift über die für das Verständniss des Plato nützlichen mathematischen Hülfswissenschaften*) die Lehre der Alten und insbesondere die Lehre der Pythagoreer**) von den Consonanzen — als solche allerdings nur die aus der *ratio dupla, tripla* und *quadrupla*, und beziehlich aus der *ratio sesquialtera* und *sesquitrita* hervorgehenden Intervalle der Octave, Duodecime, Doppeloctave, Quinte und Quarte aufzählend — unter steter Hinweisung auf die pythagorischen Unterscheidungen der einzelnen Unterarten der Verhältnisse der Ungleichheit des Grösseren oder

*) Cap. 22 Bulliald p. 115—118.
**) Ebendaselbst c. 1 Bulliald p. 74.

Kleineren. Ptolemäus aber berichtet, wie vorhin schon flüchtig angedeutet wurde, in Cap. 5 des 1. Buches seiner Harmonik ausdrücklich, es hätten die Pythagoreer für die Entscheidung der Frage, welche Abstufungen ungleicher Töne als consonante und welche als dissonante zu erachten seien, die Unterscheidung der Zahlenrationen in *multiplices*, *superparticulares* und *superpartientes* zum Ausgangspunkt genommen. Nur die beiden ersteren Rationen hätten sie den Consonanzen zugetheilt, und so seien ihnen denn nur die Octave, Quinte und Quarte, so wie die Duodecime und Doppeloctave als symphone Intervalle erschienen*). Die eine Hälfte dieses Berichtes acceptiren wir bestens. Den Inhalt der anderen erklären wir für mit der ersten Hälfte gradezu unvereinbar. Wenn nur zwei superparticulare und drei Multipel-Rationen Consonanzen erzeugten, unter den nicht symphonen Intervallen aber die superparticulare Form sogar nur ein einzigesmal (in der Ration des Ganztones 9 : 8 nemlich) vorkam, so ist nicht abzusehen, wie in den arithmetischen besonderen Eigenschaften dieser beiden Arten von Rationen die gestaltende Ursache und die bestimmende Kraft der Symphonie und Paraphonie im Gegensatze zu den untergeordneteren Formen des Diaphonen hätten gefunden werden mögen. Nur durch die Aufnahme auch der Septemdecime und Decima Nona sowie der grossen und der kleinen Terze in die Reihe der Consonanzen, und des kleineren Ganztones, des diatonischen Halbtones, des chromatischen Halbtones und des Comma in die Reihe der melodiebildenden nicht consonen Rationen, erhält das aufgestellte Princip für eine logisch gegliederte Eintheilung seine befriedigende Tragweite.

Eine fernere Bekräftigung des dem Alterthume angehörenden Ursprunges der im Obigen versuchten Definirung der unterscheidenden Merkmale der Begriffe Symphonie, Paraphonie und Diaphonie wird, unseres Bedünkens, in der bereits (S. 253 Note *) angezogenen Stelle des Gaudentius gefunden deren Worte wir vorhin nur theilweise mitgetheilt haben und hier daher in ausführlicherer Weise folgen lassen**). Es besagt diese zweifellos einer älteren Quelle entnommene Darlegung in ihrer Vollständigkeit nemlich Nachstehendes: „Symphone Klänge sind solche, welche in ihrer musikalischen Anwendung" (man darf bei dem Ausdrucke τὸ μέλος der bei den Alten die weiteste Bedeutung hatte nicht etwa an die blosse melodische Aneinanderreihung von Tönen im modernen Sinne des Wortes denken wollen; er bezeichnet vielmehr jede denkbare Art der musikalischen Tonverbindung —) „indem sie zugleich angeschlagen oder

*) Nach dem Berichte des Ptolemäus a. a. O. hätten die Pythagoreer ihre Meinung folgendermassen begründet: Καθάπερ τῶν ἀνισοτόνων φθόγγων δύο εἰσὶν εἴδη πρὸς ἀλλήλους τὰ πρῶτα· τό τε τῶν συμφώνων, καὶ τὸ τῶν διαφώνων, καὶ κάλλιον τὸ τῶν συμφώνων· οὕτω καὶ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν δύο γίνονται πρῶται διαφοραὶ λόγων· μία μὲν ἡ τῶν λεγομένων ἐπιμερῶν, καὶ ὡς ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ἑτέρα δὲ ἡ τῶν ἐπιμορίων τε καὶ πολλαπλασίων· ἀμείνων καὶ αὕτη τῶν ἐκείνων κατὰ τὴν ἁπλότητα τῆς παραβολῆς· ὅτι μέρος ἐστὶν ἁπλοῦν ἐν αὐτῇ τῶν ἐπιμορίων ἡ ὑπεροχὴ· τῶν δὲ πολλαπλασίων τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος. Ἐφαρμόσαντες δὴ διὰ τοῦτο τοὺς ἐπιμορίους καὶ πολλαπλασίους λόγους ταῖς συμφωνίαις. Galilei, Descartes, Mersenne und Euler trugen hiernach nur eine altpythagorische Lehre vor, wenn sie in den einfacheren Zahlenrationen der consonirenden Intervalle — um der „grösseren Ueberschaulichkeit der Vergleichung willen", κατὰ τὴν ἁπλότητα τῆς παραβολῆς — die Ursache suchten der wohlgefälligeren Wirkung solcher Zusammenklänge auf unser Ohr.

**) Harm. Introd. p. 11 und 12 Meib.: σύμφωνοι δὲ (φθόγγοι εἰσι), ὧν ἅμα κρουομένων, ἢ αὐλουμένων ἀεὶ τὸ μέλος τοῦ βαρυτέρου πρὸς τὸ ὀξὺ, καὶ τοῦ ὀξυτέρου πρὸς τὸ βαρὺ τὸ αὐτὸ ᾖ. ὅταν οἱονεὶ κρᾶσις ἐν τῇ προφορᾷ δυοῖν φθόγγοιν, καὶ ὥσπερ ἑνότης παρεμφαίνηται. τότε γὰρ συμφώνους εἶναί φαμεν αὐτούς. διάφωνοι δὲ, ὧν ἅμα κρουομένων, ἢ αὐλουμένων οὐδέν τι φαίνεται τοῦ μέλους τοῦ βαρυτέρου πρὸς τὸ ὀξὺ, ἢ τοῦ ὀξυτέρου πρὸς τὸ βαρὺ τὸ αὐτό. ἢ ὅταν μηδεμίαν κρᾶσιν πρὸς ἀλλήλους ἐμφαίνουσιν ἅμα προφερόμενοι. παράφωνοι δὲ οἱ μέσοι μὲν συμφώνου καὶ διαφώνου· ἐν δὲ τῇ 'κρούσει φαινόμενοι σύμφωνοι. ὥσπερ ἐπὶ τριῶν τόνων φαίνεται, ἀπὸ παρυπάτης μέσων ἐπὶ παραμέσην. καὶ ἐπὶ δύο τόνων ἀπὸ μέσων διατόνου ἐπὶ παραμέσην.

angeblasen werden allezeit die Wirkung des tieferen im Verhältnisse zum höheren, und des höheren im Verhältnisse zum tieferen als dieselbe erscheinen lassen; wenn nemlich in der Hervorbringung beider Töne so zu sagen eine Vermischung und gleichsam Einheitlichkeit in die Erscheinung tritt. Von ihnen sagen wir dann, dass sie zusammenklingende seien. Nebenklänge (Beiklänge) werden dagegen solche genannt, bei welchem bei'm gleichzeitigen Anschlage oder Anblasen nirgend die Wirkung des tieferen im Verhältnisse zum hohen, oder des höheren im Verhältnisse zum tiefen als dieselbe empfunden wird; oder wenn ihre gleichzeitig erfolgende Hervorbringung keine solche gegenseitige Vermischung zeigt. Es bilden aber die Neben- oder Beiklänge, eine mittlere Gattung zwischen dem Symphonen und Diaphonen" (Consonen und Dissonen). „Werden sie gleichzeitig" (als Accorde) „angeschlagen, so nehmen sie den Schein des Symphonen an; wie dies beim Intervall des Tritonus sich zeigt, welches die Parhypate meson zur Paramese" (𝔉 . . . 𝔥) „bildet; oder beim Ditonus, welcher gleich ist dem Abstande des diatonischen Lichanos der mittleren Saiten von der Paramese" (𝔊ᵛ 𝔥).

Aus dieser überaus belehrenden Stelle des Gaudentius oder vielmehr des älteren Harmonikers, den Gaudentius als Quelle benutzt haben wird, geht unwiderleglich unseres Bedünkens der Beweis hervor, einmal, dass die Alten überhaupt accordlicher Verbindungen sich bedienten, und zweitens — wie wir oben schon andeuteten, dass neben den aus vollkommen consonirenden Intervallen gebildeten beruhigenden Accorden sie auch accordliche Verbindungen kannten welche — der Ausdruck ist überaus treffend — nur den Schein der Consonanz annehmen, in welchen aber eine vollkommen beruhigende einheitliche Mischung des Hohen und Tiefen keineswegs sich zeigt, welche also Intervalle in sich bergen die erst noch — wie wir sagen würden — einer Auflösung bedürfen. Kann man die im Obigen von uns als Paraphonien bezeichneten, aus der Zusammenstellung der Septimen, Secunden und Nonen mit consonirenden Accordstufen hervorgehenden Tonverbindungen, kurz dasjenige, was im Sinne unserer modernen Harmonielehre ein dissonirender Accord oder ein Vorhaltsaccord genannt werden darf, richtiger und seinem Wesen nach genauer präcisiren? Denn das unterscheidende Merkmal der consonirenden reinen Dur- und Molldreiklänge beruht darin, dass jeder einzelne derselben für sich nur der einen oder der anderen Phase jenes grossen durch die Tongebilde hindurchgehenden Gegensatzes des Dur- und Mollgeschlechtes angehört. In den dissonirenden, so eben erwähnten Accorden kreuzt sich hingegen und mischt sich, wie die Doppelreihe-Diagramme zeigen, jedesmal das Dur- mit dem Mollgeschlechte. Sie tragen daher nur den Schein einer einheitlichen Verbindung ihrer Stufen an sich. Ihrer Natur nach gelangt vielmehr in ihnen die Begegnung des Zwiespaltigen (ἀλλοιότης καὶ ἑτερότης) zum Ausdrucke. Das geschlechtlich Einheitliche der Dur- und Moll-Dreiklänge prägt sich in diesen paraphonen Harmonien gleichsam zur geschlechtlichen „Zweiheit des Anderssein" der Tonverbindungen aus (ἡ τοῦ μέλους ἰδιότης θατέρου γίνεται). Diese Worte, deren Aristides Quintillian in der oben S. 253 Note *) citirten Stelle sich zur Charakterisirung der Diaphonie bediente (der Begriff und die Kenntniss des Paraphonen ist ihm, wie der grossen Mehrzahl der alexandrinischen Musikschriftsteller nemlich abhanden gekommen) finden daher ihre wahre Anwendung auf solche paraphone Tonverbindungen.

Die Frage, inwiefern die Alten abgesehen von melodischen Verdoppelungen in der Octave oder Doppeloctave noch sonst eine wirklich mehrstimmige Musik gekannt und ausgeübt haben, gehört übrigens bekanntlich zu den sehr bestrittenen und hat bei den gelehrten Alterthumsforschern die verschiedensten Beantwortungen gefunden. Grosse Autoritäten haben diese Frage

schlechthin verneint — andere nur den Gebrauch solcher Mehrklänge für erwiesen oder doch für wahrscheinlich erachtet, welche aus Octaven, Quinten und Quarten, oder beziehlich Duodecimen und Undecimen, zusammengesetzt werden können*). Es hängt diese Anschauung wesentlich mit den irrigen Schlussfolgerungen zusammen, welche die philologische und kunstarchäologische Forschung aus der Nichterwähnung der Terzen bei den auf uns gekommenen exoterischen Musikschriftstellern ziehen zu müssen geglaubt hat. Es beruht dieselbe mit anderen Worten — wie Newton es so treffend ausdrückte — auf der Annahme, dass die älteren griechischen Harmoniker bei ihren minutiösen Untersuchungen am Monochorde eben niemals bis zu der Wahrnehmung fortgeschritten seien, dass die Rationen 3 : 2 und beziehlich 2 : 3, nachdem dieselben in die äquivalenten Ausdrücke 6 : 4 und 4 : 6 verwandelt worden sind, durch Einschiebung der Fünfzahl arithmetisch getheilt werden können, durch 15 : 10 oder 10 : 15 ausgedrückt aber mittelst der Zahl 12 sich auch harmonisch theilen lassen, und dass die aus diesen Theilungen hervorgehenden Medietäten die Rationen musikalisch wohlklingender Intervalle, der grossen und kleinen Terze nemlich, liefern.

Nur Marpurg**) ist mit aller Entschiedenheit für die Behauptung eingetreten, dass die Alten in musikalischer Beziehung beide Terzen gekannt und dieselben in ihrer ausübenden Tonkunst zu Accordbildungen verwendet haben. Er theilt indess den sonderbaren Irrthum, dass in den Untersuchungen am Monochorde die mathematisch-akustische Auffindung der entsprechenden richtigen Rationen ihnen nicht gelungen sei. Die gegen die praktische Verwendung der reingestimmten Terzen hieraus zu ziehenden Folgerungen bestreitet er aber durch die an und für sich sehr richtige Bemerkung, dass ja doch „die Lyristen in den Orchestern beim Stimmen ihrer Instrumente glücklicher Weise kein Monochord bei sich geführt haben!“ Marpurg versteht nun dasjenige was namentlich in der vorhin mitgetheilten Stelle des Gaudentius in Betreff der paraphonen Mehrklänge gesagt ist, von der Einführung der Terzen in die accordlichen Tonverbindungen der Alten. Wir halten diese Ansicht, nach welcher die pythagorischen Harmoniker die für die Bildung befriedigender tonischer Accorde und für die Charakterisirung der beiden grossen Tongeschlechter so unentbehrlichen, den Multipel- und beziehlich den superparticularen Rationen angehörigen Intervalle der grossen und kleinen Septemdecime und beziehlich der Dur- und Mollterze zwar gekannt aber dieselben nicht für symphon gehalten hätten für eben so irrig als die ferner von Marpurg gehegte Meinung, dass die Alten in ihren accordlichen harmonischen Fortschreitungen überall nur eine gleiche Bewegung aller Stimmen angewendet hätten; die einzelnen Parthien ihrer mehrstimmigen Tonstücke also nie anders als in Quinten- und Octavenparallelen ausgeführt worden seien***).

*) Zu dieser letzteren Meinung bekannte sich auch Böckh de metris Pindari Lib. 3 c. 10, S. 252—256 der 2. Abth. des Th. I seiner Ausgabe des Pindar.

**) Kritische Einleit. in die Gesch. und Lehrsätze der alten und neuen Musik. Berlin 1759. S. 241 fgde. Unter den Archäologen des 17. Jahrhunderts hatte allerdings Perrault auf Grund einer missverstandenen Stelle bei Athenäus für die wunderliche Meinung gestritten, dass die Alten grade nur aus Terzen gebildete Zweiklänge zu ihren Harmonisirungen verwendet hätten.

***) Zum Beweise dessen bezieht Marpurg sich auf den Ausdruck πτῶσις in der vorhin (S. 253 Note *) citirten Stelle des Aelian, welche er überaus willkührlich von einem parallelen Steigen und Fallen in der Stimmenführung verstanden wissen will, woran Aelian gewiss nicht im entferntesten gedacht hat; da die Worte: συμφωνία δέ ἐστι δυοῖν ἢ πλειόνων φθόγγων κατὰ τὸ αὐτὸ πτῶσις καὶ κράσις doch schlechterdings nichts anderes besagen als: der Wohlklang der Consonanzen beruht auf dem Ineinanderfallen und der vollständigen Mischung des oberen und unteren Endtones des Intervalls.

Die, mit dem Berichte des Gaudentius über die Anwendung paraphoner Mehrklänge und mit der inneren Natur der Sache selbst in einem so schneidenden Widerspruche sich befindende Meinung, dass das musikalische Ohr der Alten mit dem Klange der Terzen nicht sich zu befreunden vermocht habe, die Erfindung der griechischen Tonsetzer in den Accordbildungen nicht über die aus leeren Octaven, Quinten und Quarten gebildeten Mehrklänge hinausgekommen sei, und dass für diese so ärmlich ausgestattete Polyphonie es keine andere Stimmen-Bewegung als die in fortwährenden Octaven-, Quinten- und Quarten-Parallelen einherschreitende gegeben habe, steht in einem inneren Zusammenhange mit den, unseres Dafürhaltens ebenso unrichtigen Anschauungen, welche man sich über die mittelalterlichen Anfänge der mehrstimmigen Musik unserer eigenen Väter und der übrigen Völker des europäischen Abendlandes gebildet hat. Man versetzt die ersten Versuche einer geregelten, irgendwie den natürlichen Forderungen des Ohres entsprechenden, harmonischen Begleitung einer gegebenen Melodie meist ins 13. oder 14. Jahrhundert. Dem berühmten mittelalterlichen Musikschriftsteller Franco von Cöln der um die Mitte des 11. Jahrhunderts einen ausführlichen Tractat über den mensurirten Gesang (*Ars cantus mensurabilis*) und ein kurzes Lehrbuch über die regelrechte Bildung einer begleitenden Stimme (*compendium de discantu*) schrieb, hat man daher die Autorschaft namentlich dieses zweiten Werkes bestreiten oder den Verfasser selbst in den Anfang des 13. Jahrhunderts versetzen wollen, weil man schlechterdings es für unmöglich ansah, dass es in einer so frühen Periode des Mittelalters eine andere mehrstimmige Musik als eine völlig kunstlose aus blossen Octaven-, Quinten- und Quarten-Parallelen gebildete, nach Art der oben geschilderten vermeintlich altgriechischen, gegeben habe. Die Ehre der Einführung einer so unbefriedigenden Polyphonie wird hierbei vielfach noch immer dem gelehrten Mönche der flandrischen Abtei St. Amand und hervorragendsten unter den älteren mittelalterlichen Musikschriftstellern Hucbald zugeschrieben, der in der zweiten Hälfte des 9. Jahrhunderts lebte und schrieb und im Jahre 930 in hohem Alter starb. Die in dem Tractate *Musica Enchiriadis* desselben unter dem Namen *diaphonia* oder *organum* erwähnte Verbindung der Consonanzen der Quarte, Quinte und Octave zu Mehrklängen und die dort vorkommenden Aeusserungen über eine aus der Aneinanderreihung solcher Mehrklänge hervorgehende mehrstimmige Behandlung der Choralgesänge, werden dann als die Ausgangspunkte für die ersten rohen Anfänge mittelalterlicher Polyphonie bezeichnet, welche erst in einer weit späteren Periode zu einer vollstimmigen Harmoniebildung und zu einer melodisch entwickelteren Behandlung begleitender Stimmen sich gestaltet habe. Es muss diese Anschauungsweise in mehrfacher Beziehung als eine irrige bezeichnet werden. Für's erste ist Hucbald nicht der Erfinder der in jenen Jahrhunderten in der Kirche unter der Benennung *diaphonia* oder *organum* vorkommenden mehrstimmigen Singweise. Er leitet die Darstellung der letzteren im Cap. 13 der Musica Enchiriadis, welches die Ueberschrift: *De proprietate Symphoniarum* trägt, mit den Worten ein: „Nunc id quod propriae symphoniae dicuntur, et sunt, id est qualiter eaedem voces se in unum canendo habeant, prosequamur. Haec namque est, quam diaphoniam cantilenam, vel *assuete* organum nuncupamus.“ Wie man sieht bezeichnet er die *diaphonia cantilena*, welche „gebräuchlicher Massen“ auch organum genannt werde, als etwas in hergebrachter Uebung stehendes. Die mehrstimmige Behandlung des gregorianischen Chorales war von Rom aus zu den Franken gekommen. Die *Vita Caroli M. monachi Engolismensis* berichtet zum Jahre 787: „Similiter erudierunt Romani cantores supradicti cantores Francorum in arte organandi“. Vom Papste Vitalianus, der von 655 bis 669 auf dem römischen Stuhle sass, sagt Eckehardus in der *Vita B. Notkeri Balbuli:* „Hic est ille Vitalianus praesul, cujus adhuc cantum, quando apostolicus

celebrat, quidam qui dicuntur Vitaliani, solent edere in praesentiâ ejus". Johannes Diaconus bezeugt in der Lebensbeschreibung Papst Gregor's des Gr., dass nach den Zeiten des Letzteren durch Vitalian eine zweite Verbesserung des kirchlichen Gesangwesens ins Werk gesetzt worden sei. Die Bezeichnung einer besonderen Kategorie von Sängern nach dem Namen dieses um das Gesangwesen hochverdienten Papstes deutet darauf hin, dass nicht etwa nur eine neue Correctur der liturgischen Melodien sondern auch eine besondere, kunstvollere Weise des Vortrages Gegenstand der durch Vitalian erneuerten Verbesserungen und Vervollkommnungen gewesen sein müsse. Von Gregor V. wird zum Jahre 735 aber ganz ausdrücklich angeführt, dass er eine Weise des Gesanges eingerichtet habe, welche den besonderen Beinamen „der musikalische Gesang" erhalten habe: „ubi sunt cantores et pueri Symphoniaci", wie es in einem bei Gerbert*) erwähnten Berichte heisst. Die Harmonisirung des kirchlichen Chorales ist somit um einige Jahrhunderte älter als Hucbald's Zeitalter, am allerwenigsten dieser ihr Erfinder. Wir bestreiten aber zweitens auch, dass die Accorde jener mehrstimmigen Singweise lediglich aus Quarten, Quinten und Octaven gebildet gewesen seien oder dass jemals zu irgend einer Zeit unsere Väter gar an Zwiegesängen, als an einer befriedigenden Harmonie, ihr Wohlgefallen gehabt hätten, welche aus blossen leeren continuirlichen Quartenparallelen zusammengesetzt gewesen wären. Man ist lediglich durch die im Tractate Hucbald's stehenden Beispiele zu dieser der Natur der Dinge widersprechenden Anschauung gekommen. Hucbald gibt diese Beispiele aber nicht als Partituren wirklicher Gesangstücke. Er bedient in denselben sich allerdings liturgischer Texte — dies aber doch wohl nur deshalb weil die ihm eigenthümliche Tonschrift ihn dazu nöthigte. Hucbald kennt nemlich keine Notenzeichen, sondern die acht leeren Zwischenräume zwischen einem Systeme von neun Linien in welche die Sylben der Texte eingetragen werden dienen ihm als solche. Vorne werden, von unten beginnend, acht Neumen, welche die Prim, Secunde, Terz u. s. w. bis zur Octave, der diatonischen Scale bezeichnen, gleichsam als Schlüssel in diese Zwischenräume gesetzt**). Im Verlaufe der Tonstücke selbst erscheinen dann die einzelnen Sylben der Texte nicht unter, sondern zwischen diesen Linien in derjenigen Lücke, welche dem Tone entspricht, auf welchem die betreffende Sylbe gesungen werden soll. Die Texteswortе liefern solchergestalt gleichsam selber die Zeichen für die Tonhöhe. Hucbald behandelt in den betreffenden Capiteln seines Tractates im Grunde nur theoretisch die Lehre von den Consonanzen. Er definirt das Wesen der musikalischen Consonanz auf dieselbe Weise wie die alten Harmoniker, deren Theorien er aus Boëthius kennt, dies gethan. Den letzteren bezeichnet er überall als die Quelle aus welcher er schöpft. Abgesehen von der so eben erwähnten besonderen Weise der Notation folgt Hucbald in Allem den Definitionen, Eintheilungen, Kunstausdrücken und der Darstellungsweise der Alten. Sein Werk ist mit speculativen Betrachtungen platonisch-pythagorischer Art durchwebt. Es kennzeichnet sich in allem nicht als ein Lehrbuch der praktischen Tonkunst, sondern vielmehr als Versuch einer speculativen Harmonik. Da Boëthius nur die Quarte, Quinte und Octave und

*) De cant. et music. sacr. II p. 41.

**) Gerbert hat in seiner Ausgabe der *Scriptores eccl. de Musicâ* sowie in seinem Werke *De cantu et mus. sacrâ* diesen Neumen willkührlich die lateinischen Buchstaben T (*tonus*) und S (*semitonus*) substituirt, die Hucbald'schen Beispiele auch zum Theil auf eine sehr incorrecte Weise in die neuere Notation übertragen. Ein im Besitze der Cölner Stadtbibliothek befindlicher, sehr wohl erhaltener Pergament-Codex aus dem 12. Jahrhunderte, der die *Musica* des Boëthius so wie die *Musica Enchiriadis* und einige kleinere Bruchstücke von Hucbald enthält, zeigt die hier in Rede stehenden Tonbeispiele in ihrer richtigen Gestalt.

deren Verdoppelungen als Consonanzen kennt, so kommen in den Beispielen von der Verwendung der Consonanzen beim mehrstimmigen Gesange natürlich auch bei Hucbald nur die genannten Intervalle vor; nicht aber die beiden Terzen, statt deren auch bei ihm in der im Tractate *De harmonicâ institutione* gegebenen Beschreibung der *Divisio monochordi in genere diatonico* ganz wie bei seinem Vorbilde Boëthius nur der antike Ditonus und das Trihemitonium figuriren. Dem Tonsysteme legt er die griechische Tetrachordeintheilung zum Grunde. Die einzelnen Saiten des Systemes benennt er mit den antiken Namen. Das Intervall der Quarte ist ihm daher consequenter Weise auch Ausgangspunkt für die Darlegung der Lehre von den symphonen Mehrklängen. Die Quinte lässt er demgemäss in seinen Beispielen durch eine Umlagerung der Quarte entstehen. Er versichert, dass aus diesen Intervallen eine überaus wohlklingende Consonanz hervorgehe — „videbis nasci suavem ex hâc sonorum commixtione concentum“. Dass man nun aber deshalb eine ganze Matutin oder Vesper in puren leeren Quartenparallelen absingen solle, sagt er nirgends. Im vorletzten Capitel der *Musica Enchiriadis* heisst es vielmehr: „Superficies quaedam“ („der äusserlichste Anfang“) „artis musicae pro ornatu ecclesiasticorum carminum utcumque“ (wir übersetzen: „wie unvollständig und mangelhaft auch immer“) „in his designata sit. Quae certe non minus venerabilem sui speculationem et interius gerit. Cur namque aliqua tam dulci ad invicem commixtione consentiant, alii vero soni sibi misceri nolentes insuaviter discrepent, profundioris divinaeque est rationis, et in aliquibus inter abditissima naturae latentis. Constant plurima super hâc ratione scripta veterum, in quorum labores et in hâc parte nos Dominus intrare concessit, ubi probatissimis argumentis adstruitur, quod ejusdem moderationis ratio, quae concinentias temperat vocum, mortalium naturas modificet, quodque iisdem numerorum partibus, quibus sibi collati inaequales soni concordant, et vitae cum corporibus compugnantiae elementorum, totusque mundus concordiâ aeternâ coierit“. Wie man sieht, lösen sich die vermeintlich für den praktischen Chordienst bestimmten Musterbeispiele des Verfassers der *Musica Enchiriadis* in den Versuch einer theoretischen Darstellung der Lehre der Alten von den Consonanzen auf und in eine speculative Hinweisung auf die in der musikalischen Zahlenlehre sich abspiegelnden Gesetze der Weltharmonie.

Der Beantwortung der Frage, aus welchen Consonanzen jene Mehrklänge der von der römischen Kirche bereits im 7. Jahrhunderte angewendeten und sodann von Rom aus während der carolingischen Periode zu den Franken gekommenen *ars organandi cantum* in Wirklichkeit zusammengesetzt gewesen seien, werden wir, unseres Bedünkens, sachlich näher gebracht durch ein, allerdings volle vier oder beziehlich sieben Jahrhunderte jüngeres, seinem Inhalte nach aber unverkennbar auf eine damals seit unvordenklicher Zeit bereits bestehende Uebung hinweisendes Zeugniss von hohem Gewichte. Wir meinen das berühmte Dekret*) Papst Johannes XXII gegen die im 14. Jahrh. in der mehrstimmigen Behandlung des gregorianischen Chorales eingerissenen groben Misbräuche. Nachdem der Papst die ausschweifenden Verirrungen der damals besonders in Frankreich aufkommenden Art des späteren *discantus* (franz. *déchant*) mit seinen *hoquetis*, *motectis*, *triplis*, *quadruplis* und *quintuplis*, und wie die Künsteleien alle hiessen, in starken Worten und treffenden Schilderungen gegeisselt, die Nichtachtung des Heiligen strafend gerügt und dabei an einen Ausspruch des Boëthius über die Verderblichkeit einer entarteten Musik erinnert hat, verbietet er unter Androhung schwerer Kirchenstrafen jede Einmischung solcher

*) Extrav. comm. Lib. 3 tit. 1 (de vitâ et honestate clericorum) cap. unic.

Künste in den kirchlichen Gesang. Dann aber fährt er fort: „Per hoc autem non intendimus prohibere, quin interdum diebus festis praecipue, sive solemnibus in missis, et praefatis divinis officiis aliquae consonantiae, quae melodiam sapiunt, puta octavae, quintae, quartae, et hujusmodi supra cantum ecclesiasticum simplicem proferantur: sic tamen, ut ipsius cantus integritas illibata permaneat, ut nihil ex hôc de bene moratâ musicâ immutetur: maxime cum hujusmodi consonantiae auditum demulceant, devotionem provocent, et psallentium Deo animos torpere non sinant". Wie man sieht, gestattet Johann XXV. nicht nur, sondern er empfiehlt auf das wärmste die alte Uebung („de bene moratâ musicâ nihil immutetur") der mehrstimmigen Psalmodie. Er verlangt aber den engsten Anschluss an die Melodie des Cantus firmus. Im vorhergehenden hat er auch jede Verletzung der Gesetze der Tonalität der acht Kirchentonarten als unstatthaft bezeichnet. Er verlangt eine Harmonisirung in einfachen consonirenden Accorden. Aus welchen Intervallen diese zu bilden seien, setzt er gewissermassen als bekannt voraus. Den theoretischen Lehren des von ihm citirten Boëthius folgend nennt er besonders nur die Octave, Quinte und Quarte. Die abstracte Theorie kannte unter dem Begriffe Consonanz freilich keine anderen Gattungen symphoner Intervalle. Aber sehr bezeichnend bedient er sich dabei der Worte: „consonantiae, quae melodiam sapiunt, puta octavae, quintae et quartae et hujusmodi". Die althergebrachte Praxis, auf welche der Papst sich bezieht, muss also noch andere bei den Symphonien angewendete Intervalle gekannt haben. Wird man behaupten wollen, es könne Johann XXII. ausser den Octaven, Quinten und Quarten hiermit nur noch Doppeloctaven, Duodecimen und Undecimen gemeint haben? Aber Guido von Arezzo führt ja im Cap. 6 des *Micrologus* bereits unter seinen Beispielen der für Mehrklänge brauchbaren Intervalle die beiden Terzen mit auf und tadelt die von Hucbald gegebenen der Terzen entbehrenden Beispiele als hart*).

Der gelehrte und gründliche Quellenforscher Fetis**) der die allseitig gehegte, aber offen-

*) „Superior nempe diaphoniae modus durus est" — sagt Guido von der Hucbaldischen Weise redend. Man weiss aber nicht ob er diese Singweise nach Quarten, Quinten und Octaven irgendwo wirklich in Uebung gefunden, oder ob er nicht vielmehr nur die theoretischen Auseinandersetzungen Hucbalds im Auge hat. Er setzt dann hinzu: „noster vero mollis, ad quem semitonium et diapente non admittimus, tonum vero et ditonum et semiditonum cum diatessaron recipimus. Sed semiditonum in his infimatum, diatessaron vero obtinet principatum".

**) In der seinem biographischen Tonkünstler- und Musikschriftsteller-Lexicon vorangeschickten historischen Einleitung ist Fetis für die Meinung in die Schranken getreten, dass seit der Mitte des 9. Jahrhunderts und wahrscheinlich früher schon es in der weltlichen Tonkunst eine rhythmisch-mensurirte Musik gegeben habe, seit Anfang des 11. Jahrhunderts neben der parallelen Führung der Stimmen, wie sie der alten Diaphonie des Organum's für den psalmodischen Gebrauch der Kirche eigen ist, es bereits eine künstlich gestaltete mensurirte Polyphonie mit Gegenbewegungen der Stimmen, rhythmischen Theilungen und Verdoppelungen der Pulse, Wechsel der Eintritte u. s. w. gegeben habe, welche schon in jener frühen Zeit zum gerechten Misfallen der Kirchenvorsteher sogar Eingang in das Heiligthum des liturgischen Gesanges selbst sich zu erschleichen gewusst hatte. Johannes von Salisbury, um die Mitte des 12. Jahrhunderts Bischof von Chartres, klagt in seinem *Policratus* c. 6 (m. vgl. Muratori Antiq. Med. Aevi T. II p. 358. Die Stelle findet sich auch abgedruckt bei Padre Martini: Storia della Mus. Bd. I p. 168) über das Hereinbrechen dieser verkünstelten weltlichen Singweise, welche im Gegensatze zur Harmonisirung des alten Organum fortan mit dem Namen *discantus*, franz. *déchant*, auch wohl *biscantus*, bezeichnet wurde, in folgenden characteristischen Worten: „Ipsum cultum religionis (haec luxurians modulatio sc.) incestat, quod ante conspectum Domini in ipsis penetralibus Sanctuarii, lasciventis vocis luxu, quadam ostentatione hic, muliebribus modis notarum, articulorumque caesuris stupentes animulas emollire nituntur. Quum praecinentium, canentium et decinentium, intercinentium, et occinentium praemolles modulationes audieris: Sirenarum concentus credas esse..... Ea siquidem est ascendendi, descendendique facilitas, ea sectio, vel geminatio notularum, ea replicatio articulorum, singularumque consolidatio, sic acuta vel acutissima, gravibus et subgravibus temperantur, ut auribus sui judicii fere sub-

bar irrige Meinung theilt, dass dem griechisch-römischen Alterthume eine dieses Namens irgend werthe harmonisch mehrstimmige Musik unbekannt geblieben sei, hält die Anfänge der letzteren für eine Erfindung des celtischen Nordens. Wir bezweifeln keinen Augenblick, dass die celtischen Barden — jene Pythagoreer des Nordens — bereits in altersgrauer Zeit eine mehrstimmige Harmonie gekannt und geübt haben. Beda Venerabilis der in den ersten Decennien des 8. Jahrhunderts seine *Historia ecclesiastica* verfasste, erwähnt in derselben einer seit alten Zeiten in England gebräuchlichen zweistimmigen Singweise. Fetis citirt (a. a. O. seines vorhin in der Note citirten Werkes S. CXXXIX) noch das Zeugniss eines anderen alten englischen Geschichtsschreibers Giraldus Cambrensis, der von den alten Britten sage, es hätten dieselben nicht im Einklange gesungen, wie die Bewohner anderer Länder, sondern mehrstimmig. An einer anderen Stelle bemerke Giraldus, im Lande der Gälen habe selbst das Volk die Sitte, wenn es seine Gesänge ertönen lasse, sich nach Haufen in mehrere, von einander verschiedene Stimmen abzutheilen. Unter den Engländern komme ein solcher Gebrauch nur im Norden vor. Wir sind aber entschieden der Meinung, dass keine Gründe dafür vorliegen, den alten mehrstimmigen liturgischen Gesang der Kirche aus dem Norden abzuleiten. Derselbe stammt vielmehr ganz zweifellos von Rom*).

trahatur auctoritas." Fetis versichert, dass die Pariser Bibliothek sich im Besitze eines musikalischen Manuscriptes aus dem 11. Jahrhunderte befinde, in welchem Gegenbewegungen der Stimmen und häufige schrittweise und sprungweise Anwendung der Terzen in den Mehrklängen vorkommen.

*) Im Chorgesange des bei der ehemaligen Krönungskirche zu Aachen bestehenden Stiftscapitels, welches aus einer von Karl d. Gr. selbst an seine Hofcapelle berufenen klösterlichen Genossenschaft nach der Regel des h. Augustinus lebender Mönche hervorging, dann eine Reihe von Jahrhunderten hindurch als Collegiatstift bestand, und dessen würdig ausgestattete Weise des Gottesdienstes und Chorgesanges, sammt der bei der Kirche vorhandenen einst sehr blühenden Gesangschule, in Folge der durch das napoleon. Concordat stattgehabten Errichtung eines Bisthumes Aachen selbst die Wechsel und Stürme der franz. Invasion und der Secularisationsperiode überdauerte, hatten sich mittelst ununterbrochener Tradition die Reste einer mittelalterlichen mehrstimmigen Psalmodie in täglicher, oder doch sonn- und festtägiger Uebung erhalten, bis vor etwa anderthalb Decennien der Unverstand sich dieser altehrwürdigen Sangesweise bemächtigte und grade an die merkwürdigsten, den Stempel der zweifellosen Ursprünglichkeit an sich tragenden Intonationen die „verbessernde" Hand anlegte, um (wegen der darin vorkommenden Quintenparallelen!) die characteristischen Terminationen derselben auf triviale Accordfolgen und Schlusscadenzen im Geschmacke moderner Liedertafelgesänge zurückzuführen. Einige der Canticumstöne dieser uralten Aachener mehrstimmigen Psalmodie, welche der Mund des Volkes als den Psalmengesang „Kaiser Karl's" zu bezeichnen pflegte, sind vollkommen geeignet um an denselben beispielsweise zu zeigen, wie jene uralte bereits vor Hucbald übliche und vermuthbar bis in die Zeiten Papst Vitalian's zurückreichende, auch am karolingischen Hofe eingeführte harmonische Behandlung des gregorianischen Gesanges beschaffen gewesen sein möchte, von welcher im Obigen die Rede war. Wir wählen zu dem Ende das Canticum Toni I (mit zwei Terminationen) und das Canticum Toni VI, und setzen die im Gleichklange mit den vier Stimmen des Chores einherschreitenden Harmonien der Orgelbegleitung her, die in der Tenorstimme liegende Melodie des Cantus firmus mit dem Texte in einer besonderen Zeile darüber schreibend:

Canticum Ton. I.



Der antike Text des Gaudentius welcher zu der vorstehenden Digression über die Vielstimmigkeit der Musik der Alten die Veranlassung bot nannte, wie wir sahen, als Beispiele paraphoner, den Schein der Consonanz annehmender Intervalle ausser dem Tritonus nur den



Canticum Ton. VI.



Die Diaphonie dieser Intonationen entspricht buchstäblich den Vorschriften Papst Johannes XXII. Es sind die Accordfolgen derselben aus vollkommen consonirenden Dur- und Moll-Zusammenklängen in primärer Lage der Accordtöne zusammengesetzt. Der Quartsextaccord wird consequent vermieden. Ebenso der matte Sextaccord, und hierdurch unterscheiden sich diese Aachener Psalmenharmonisirungen, sehr zu ihrem Vortheile, von den nichtssagenden, muthmasslich erst im 15. Jahrhunderte in dieser Gestalt aufgekommenen französischen, aus einer ununterbrochenen Folge von Sextaccord-Umlagerungen der Dreiklänge gebildeten Faux-Bourdon's, ebenso wie von den (zufolge Baini's Bericht, Memorie storico-critiche della vita et delle opere di G. P. de Palestrina B. I S. 257—260) in der Sixtinischen Capelle noch üblichen, nach jener französischen Form eingerichteten mehrstimmigen Psalmodien. Den Consonanzen der Octave, Quinte und Quarte ist, mit Ausnahme der Schlussaccorde, durchweg die harte und weiche Terze beigegeben. Der Sopran und Alt der *pueri symphoniaci* liegt stets als Begleitung über dem melodieführenden Tenor. Ein aus den Grundtönen der Accorde normal gebildeter Bass tritt dagegen als vierte Stimme unter den Cantus firmus, und wird daher nicht, wie in jenen später aus Scheu vor dem aufkommenden absoluten Verbote der Quintenfolgen in Frankreich üblich gewordenen Ummodelungen des alten *Organum's* in nimmer endende Sextaccord-Sequenzen, der Cantus firmus zu einem „falschen Basse" (falso bordone) der begleitenden Stimmen herabgewürdigt. Die Tonalität der Scala der betreffenden Kirchentonart ist der ausdrücklichen Vorschrift des Papstes gemäss streng festgehalten. Selbst die begleitenden Stimmen suchen sich den Gesetzen derselben zu conformiren. Wie die Transponirung des dorischen Tonus I von D nach C, und des hypolydischen Tonus VI von F nach G dies erheischt, erscheint daher im begleitenden Soprane stets Cis' statt C. Im viertletzten Accorde des dritten Beispiels wird vorübergehend, um die für die hypolydische Tonweise charakteristische Wirkung dieses Cis festzuhalten, sogar der dissonante (oder vielmehr paraphone) Vierklang der grossen Septime nicht verschmäht. Im Schlussfalle da-

Ditonus (die unreine Durterze). Mit demselben Rechte hätte in jener Darlegung auch noch des Trihemitoniums (der unreinen Mollterze) als eines paraphonen Intervalls gedacht werden können. Wir lassen es dahingestellt, ob die von Gaudentius getroffene Auswahl seiner Beispiele überhaupt den Unterscheidungen und dem Sprachgebrauche der altpythagorischen Schule entspricht*). Der Tritonus (die übermässige Quarte) findet sich technisch allerdings in mehreren dissonirenden accordlichen Tonverbindungen und wird daher, gleich der übermässigen Quinte und beziehlich der verminderten Quarte und Quinte, auch in Gemässheit der von uns versuchten Deutung des alten Kunstdruckes, als ein paraphones Intervall im weiteren Sinne des Wortes aufzufassen sein**). Doch als die eigentlichen Typen paraphoner Tonbeziehung im Sinne der Alten erachten wir, wie bereits bemerkt wurde, nur den grösseren und den kleineren Ganzton und den diatonischen Halbton. Die Paraphonie des grösseren Ganztones tritt als solche namentlich in dem Haupt-Vorhaltsaccorde des 2. Diagramms auf S. 213 hervor. Den kleineren Ganzton zeigten als ein paraphones, accordbildendes Intervall die beiden Diagramme auf S. 215 und 217. Weitere Formeln für sonstige Bildungen dissonirender Accorde aus der Verbindung paraphoner Stufen im engeren und weiteren Sinne zeigen die nachstehenden aus den Einheiten $1\,C \ldots {}^{16}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{c}}}$, $1\,C \ldots {}^{18}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{d}}}$, $1\,C \ldots {}^{25}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{gis}}}$, $1\,C \ldots {}^{30}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{h}}}$ und $1\,C \ldots {}^{36}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$ entwickelten conjugirten Doppelreihen, deren Länge uns wieder nöthigt, jede Formel des beengten Raumes wegen in zwei getrennten Absätzen hinzuschreiben:

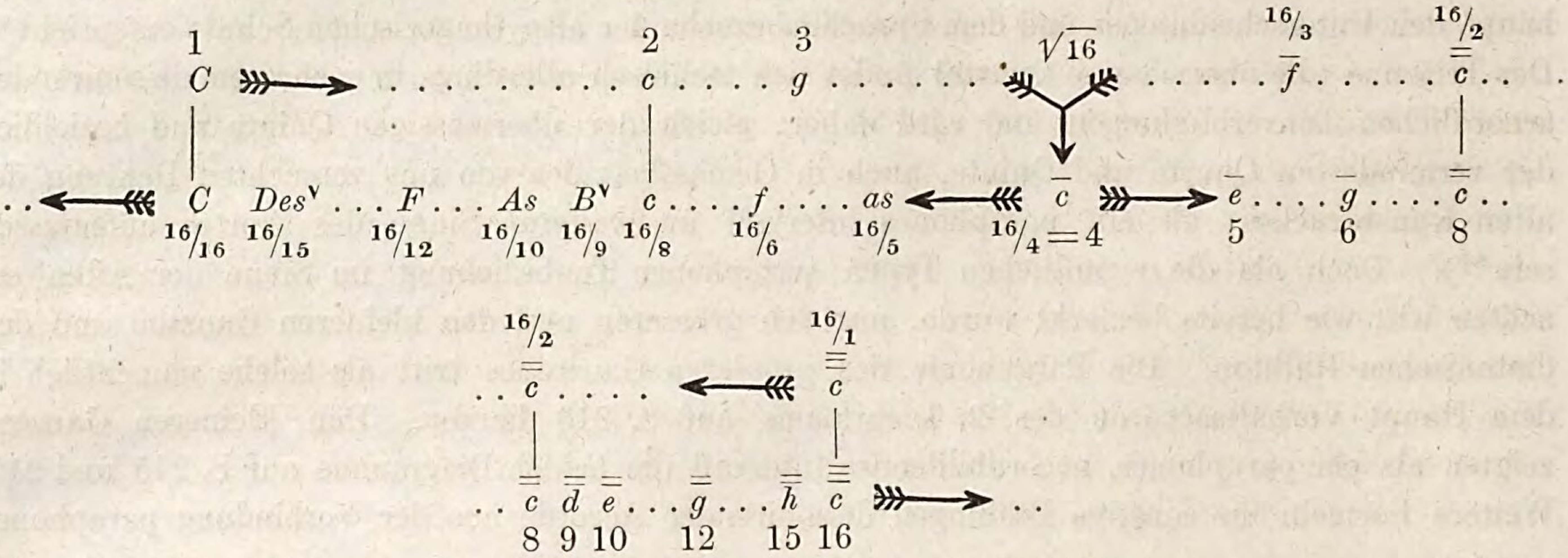
gegen des zweiten Beispiels erscheint statt des leitereigenen D in der Altstimme das Subsemitonium Dis^, wie dies nach den Lehrsätzen auch der mittelalterlichen Theoretiker für die Schlussfälle unbeschadet der Tonalität der Kirchentöne auch im gregorianischen Chorale geboten war.

Dem ausschliesslich an moderne Polyphonie gewöhnten Ohre mögen diese Accordverbindungen in ihrer unbeugsamen Starrheit für den ersten Augenblick hart und anstössig erscheinen. Bei der öfteren Wiederholung der kurzen Sätze, wie das Wesen der Psalmodie solche mit sich bringt, wird aber auch für das verfeinerte Ohr diese Empfindung sich verlieren, und es wird der ernster gestimmte Hörer mit dieser Starrheit und Härte sehr bald sich befreunden. Die Härte der zweimaligen Aufeinanderfolge der Accorde Gdur, Fis^moll, Emoll, und der Parallelbewegung zwischen Bass, Alt und dem zum Basse in der Quinte sich verhaltenden Soprane, wird übrigens in erheblichem Maasse gemildert wenn die im Cantus firmus des Tenores liegenden Terzen der betreffenden Accorde nach Gebühr möglichst kräftig hervorgehoben werden. Wir bemerken noch, dass Versuche am Claviere nur in sehr unvollkommner Weise eine Vorstellung von demjenigen Eindrucke zu geben vermögen, welchen diese alterthümlichen, fast düster-ernsten Klänge, in langsam feierlicher Bewegung gesungen und mit voller Orgel in starken Registern ohne alle Zuthat verbindender Zwischennoten oder verbrämender Einschiebsel begleitet, grade vermöge der unvermittelten Aufeinanderfolge der mächtigen Accorde und der starren Parallelbewegung der Stimmen auf den Hörer üben.

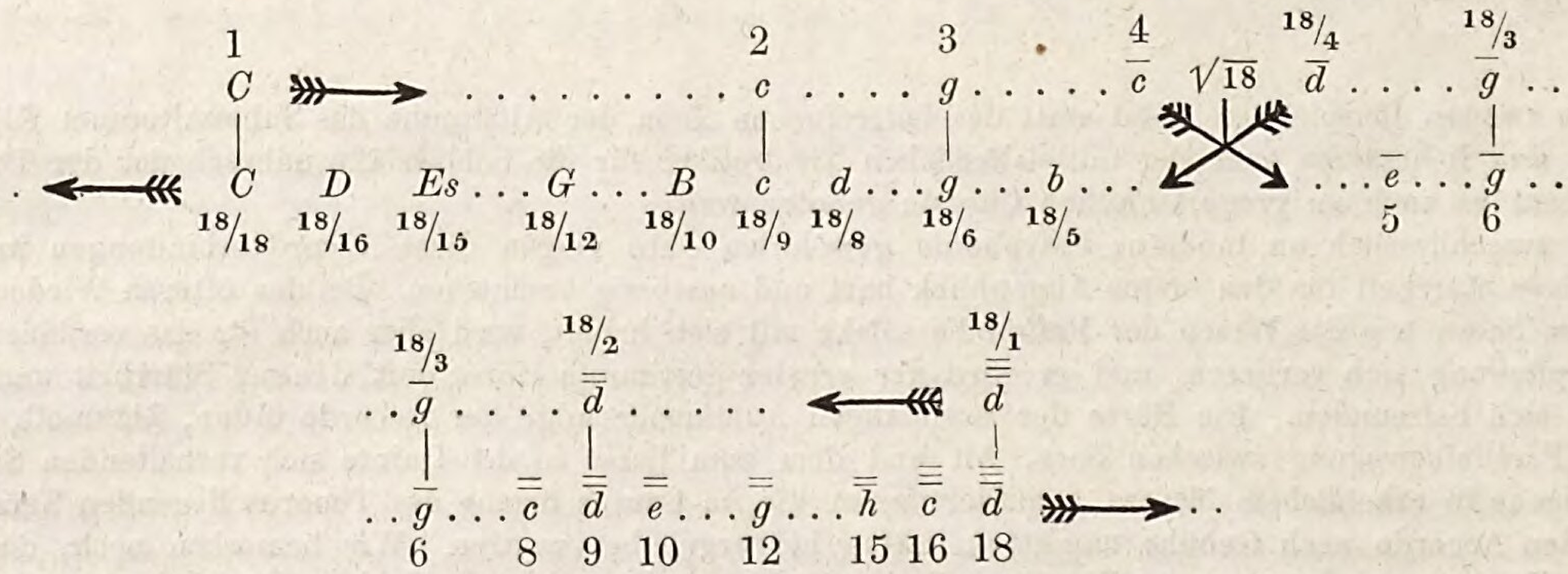
*) Haben vielleicht die alten Harmoniker in ihren neckisch den Exoterikern gemachten Mittheilungen, zum Unterschiede von den nicht genannten beiden wirklich symphonen reinen Terzen, den Ditonus und das Trihemitonium als paraphon d. i. als nur den Schein des Symphonen annehmend bezeichnet?

**) Derselbe erscheint als solches zunächst in den Umlagerungen des verminderten Dreiklangs. Aber auch in den betreffenden Umlagerungen des Haupt-Septimaccordes bilden die kleine Septime des Accordgrundtones mit dessen ursprünglichen grossen Terze, wenn diese in der höheren Stimme liegt, einen Tritonus.

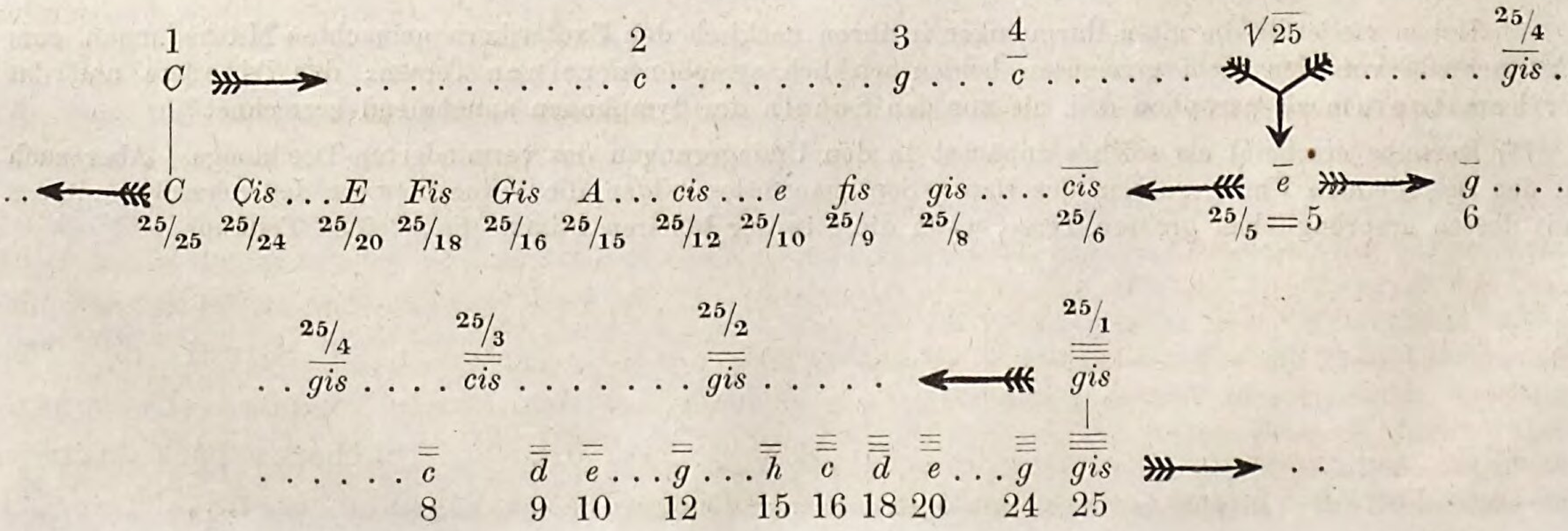
1. *Der Durdreiklang mit übermässiger Quinte (as ... c̄ ... ē), der Molldreiklang mit grosser Septime und None (f ... as ... c̄ ... ē ... ḡ) und der Quartseptim-Vorhalts-accord (g .. c̄ ... f̄):*



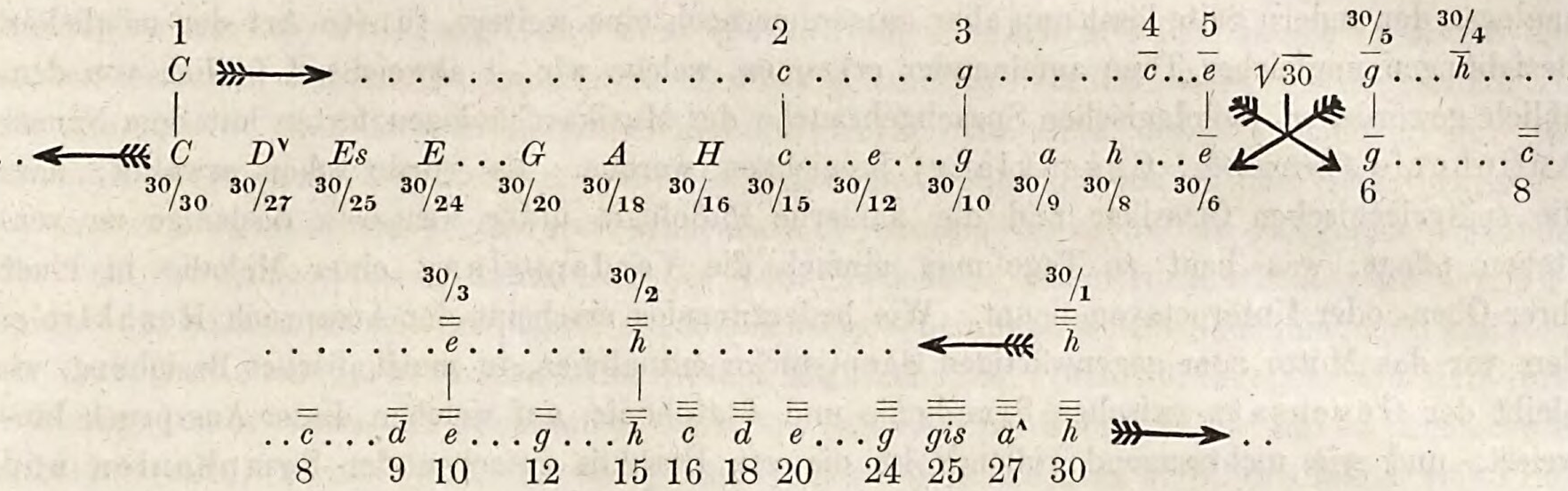
2. *Die beiden Sextaccorde (g ... b ... ē und b ... ē ... ḡ) als Umlagerung des verminderten Dreiklangs (e ... g ... b) und die aus den Umlagerungen des Haupt-Septimaccordes (c ... e ... g ... b) und des verminderten Dreiklanges mit kleiner Septime (e ... g ... b ... d̄) hervorgehenden Terzquart- (g ... b c̄ ... ē und b ... d̄ ē ... ḡ), Quintsext- (g ... b ... d̄ ē) und Secunden-Accorde (b c̄ ... ē ... ḡ):*



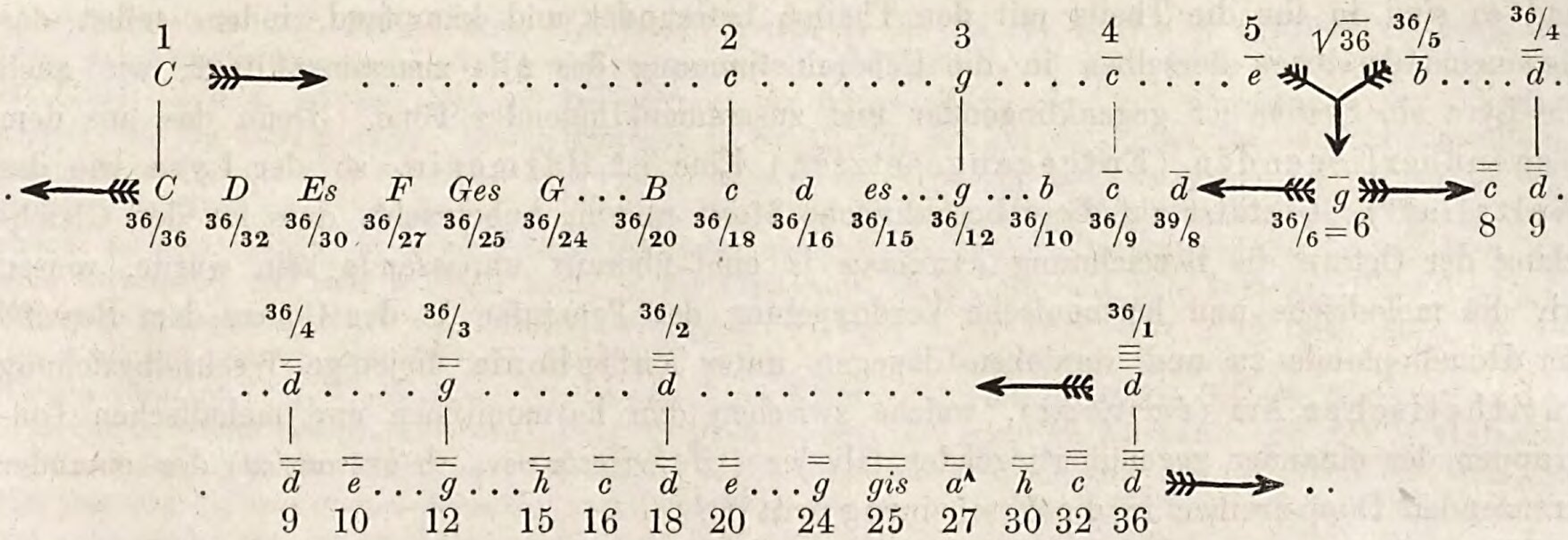
3. *Der übermässige Dreiklang (c̄ ... ē ... gis) und der verminderte Dreiklang (cis ... ē ... ḡ), beide in primärer Lage:*



4. *Der Durdreiklang mit grosser Septime (c̄ . . . ē . . . ḡ . . . h̄) und der aus den Umlagerungen desselben entstehenden Secunden- (h̄ c̿ . . . ē . . . ḡ) und Quintsextaccord (ē . . . ḡ . . . h̄ c̿):*



5. *Der Haupt-Septimaccord (c̄ . . . ē . . . ḡ . . . b̄) und der verminderte Dreiklang mit kleiner Septime (ē . . . ḡ . . . b̄ . . . d̿) in ihrer primären Lage und der grosse Nonenaccord (c̄ . . . ē . . . ḡ . . . b̄ . . . d̿):*



Werden für die Entwickelung solcher conjugirter Zahlenreihen noch weiter auseinander liegende Einheiten zum Doppelgemäss genommen, so erscheinen vor und nach auch die Rationen des übermässigen Sextaccordes und des verminderten Septimaccordes und jene der verschiedenen Umlagerungen dieser Accorde.

Die paraphonen Gruppirungen der Stufen der beiden Reihen zu doppelgeschlechtlichen Dissonanzaccorden entstehen, wie die vorstehenden Diagramme dies darthun, allemal zunächst dem Kreuzungspunkte des Pfeilenkreuzes in der Mitte der betreffenden Zahlengebilde. In der oberen Zeile erscheinen dann links und rechts als Anfänge der Reihen, jedesmal mit der Homoiophonie der leeren Ober- oder beziehlich Unteroctave beginnend, in jedem dieser Gebilde dort die Dur- hier die Moll-Serie der uns bekannten vollkommen symphonen ersten Ober- und Unterharmonikalen. Vergleicht man hingegen die Figuren, welche gegen die Enden der Reihen hin allemal in der unteren Zeile dieser Diagramme hervortreten, so bietet sich hier eine mehr und mehr zu grösserer Mannigfaltigkeit sich gestaltende Varietät melodischer Tonverbindungen dar, in welchen zunächst das Element der Diaphonie (διαφωνία, Zwischenklang, Durchklang) zur vollen Geltung gelangt, die weder zu symphonen noch zu paraphonen Accordbildungen geeigneten schlechthin dissonen Intervallabstufungen nemlich in dia-

tonischen oder chromatischen Scalenbruchstücken als s. g. durchgehende Töne ihre melodische Verwendung finden.

Die Vergleichung dieser dissonen Gebilde der einen Seite mit den gegenüberliegenden analogen der andern Seite lässt nun aber ausserdem noch eine weitere, fünfte Art der möglichen Beziehungen ungleicher Töne aufeinander erkennen, welche wir — abweichend freilich von dem üblich gewordenen philologischen Sprachgebrauche der Musikarchäologen fortan mit dem Namen Antiphonie (ἀντιφωνία, Gegenklang) bezeichnen werden. Es wurde schon erwähnt, dass die spätgriechischen Classiker und die moderne Philologie unter ἀντιφωνία dasjenige zu verstehen pflegt, was heut zu Tage man einfach die Verdoppelung einer Melodie in einer ihrer Ober- oder Unteroctaven nennt. Wie bedeutungslos erscheint der Ausspruch Heraklit's, dem wir das Motto zum gegenwärtigen Hauptstücke entnahmen, in musikalischer Beziehung, wo bleibt der Gegensatz zwischen Symphonie und Antiphonie, auf welchen dieser Ausspruch hinweiset, und wie nichtssagend vollends ist die von Heraklit zwischen den Symphonien und Antiphonien der Lyra und den kosmischen Gesetzen gezogene Parallele, wenn man unter Antiphonie solchergestalt eben nur die Verdoppelung einer Tonweise in ihrer Ober- oder Unteroctave verstehen will! „Nicht ist die Welt das Einfach-Eine" (als welches nur das Göttliche gedacht werden kann) sagt Heraklit, „sondern ein aus Vielen Geeintes; und es sind in ihr die Theile mit den Theilen befreundet und kämpfend, indem selbst das Gegeneinanderstehen derselben in die Uebereinstimmung des Alls zusammenklingt; wie auch die Lyra ein System ist gegenklingender und zusammenklingender Töne. Denn das aus dem Gegenüberliegenden (Entgegengesetzten) Eine ist Harmonie, so der Lyra wie des Weltalls"*). Gestützt auf diese heraklitische Stelle und in Anbetracht, dass für den Gleichklang der Octave die Bezeichnung ἀντιφωνία ja eine überaus unpassende sein würde, weisen wir die melodische und harmonische Verdoppelung der Tonstufen in der Octave dem Begriffe der Homoïophonie zu und verstehen dagegen unter Antiphonie diejenige Wechselbeziehung antithetischer Art (ἐναντίωσις), welche zwischen den harmonischen und melodischen Tongruppen der einander gegenüberliegenden Glieder (τὸ ἀντικείμενον, τὸ ὑπεναντίον) der einander kreuzenden Doppelreihen in die Erscheinung tritt**).

Betrachtet man nemlich die aus analogen Gliedern der einen und der anderen Reihe geformten Scalenstücke, so gibt sich nicht nur eine Reciprocität der Zahlenrationen, sondern auch musikalisch eine eigenthümliche Zusammengehörigkeit der betreffenden melodischen Figuren kund vermöge deren sie gleichsam wie Ruf und Gegenruf auf unsere Empfindung wirken — gleichsam als Gegenbilder, als positive und negative Abdrücke derselben Type, aufgefasst werden können. In ihnen äussert sich musikalisch so recht eigentlich jener „Streit" des in „friedlicher Liebe" sich Verbindenden, jene „Feind-Freundschaft" (πόλεμος — εἰρήνη, ἐχθραφιλία) welche Heraklit so häufig und in so vielen Wendungen des Gedankens und des Ausdruckes

*) Heraklit bei Synesius de Insomn. p. 133, A: Οὐ γάρ ἐστιν ὁ κόσμος τὸ ἁπλῶς ἓν, ἀλλὰ τὸ ἐκ πολλῶν ἓν καί ἐστιν ἐν αὐτῷ μέρη μέρεσι προσήγορα καὶ μαχόμενα καὶ τῆς στάσεως αὐτῶν εἰς τὴν τοῦ παντὸς ὁμονοίαν συμφωνούσης, ὥσπερ ἡ λύρα σύστημα φθόγγων ἐστὶν ἀντιφώνων τε καὶ συμφώνων· τὸ δ' ἐξ ἀντικειμένου ἓν, ἁρμονία καὶ λύρας καὶ κόσμου.

**) Die verwandten Ausdrücke: μέλη ἀντίφθογγα oder ἀντίσπαστα („gegentönende" oder „auf die andere Seite gezogene Gesänge"), welche bei Pindar und bei Sophokles vorkommen, verstehen wir von einer Weise des Gesanges die vorzugsweise mit antiphonen Figuren durchwebt war. In der Metrik bedeutet ποὺς ἀντίσπαστος bekanntlich einen rückläufig werdenden Versfuss: Ἀλέξανδρος.

als das tiefinnerliche eigentlichste Wesen der Harmonie zu bezeichnen liebt. In technischer Hinsicht aber erscheinen diese Gebilde als Typen derjenigen Gattung der melodischen Nachahmung, welche in der Lehre vom Canon und von der Fuge „die Nachahmung in der unähnlichen (verkehrten) Bewegung“, und zwar die „strenge verkehrte Nachahmung“ (*contrarium stricte reversum*, italienisch *al contrario riverso*) genannt zu werden pflegt; im Gegensatze zu der die grossen und kleinen gleichnamigen Intervallschritte nicht unterscheidenden, nur die Stufenfolge als solche beachtenden, minder strengen Nachahmung, welche „die freie verkehrte“ (*contrarium simplex*, *motu contrario*, italienisch *al rovescio*) heisst*). Je nach dem Abstande der Pole der Reihen von einander und der Verrschiedenheit des hierdurch bedingten Wechselspieles der Zahlenrationen erscheinen diese gleichsam contrapunktischen Nachahmungen zugleich als Transpositionen nach verschiedenen Stufen der Scala hin. Am wohlklingendsten tritt ihre Wirkung hervor wenn die rückläufige Imitation mittelst Transposition in das consonanteste aller Intervalle, in die Octave nemlich, statt findet. Wir möchten wohl in diesem Sinne die in den pseudo-aristotelischen Problemen**) aufgeworfene Frage verstehen: warum doch stets

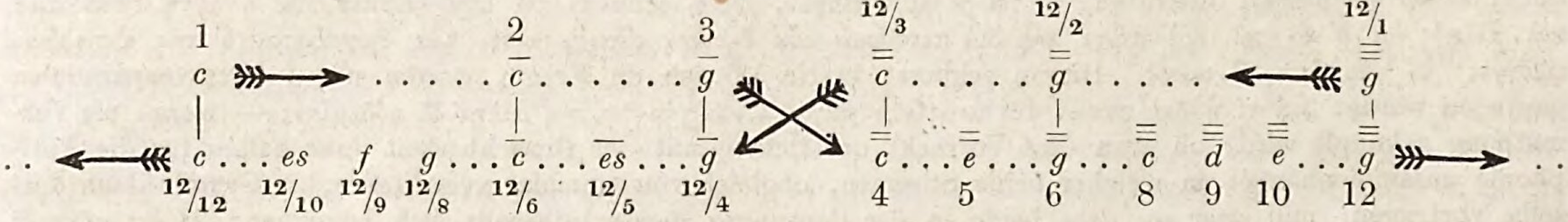
*) Marpurg: Von der Fuge, 1. Hauptst.

**) Sect. 19 Nr. 17: Διὰ τί πέντε οὐκ ᾄδουσιν ἀντίφωνα; Ἢ ὅτι οὐχ ἡ αὐτὴ ἡ σύμφωνος τῇ συμφωνίᾳ, ὥσπερ ἐν τῷ διὰ πασῶν; ἐκείνη γὰρ ἐν τῷ βαρεῖ ἀνάλογον, ὡς ἡ ὀξεῖα ἐν τῷ ὀξεῖ (ὥσπερ οὖν ἡ αὐτή ἐστιν ἅμα καὶ ἄλλη)· αἱ δ' ἐν τῷ διὰ πέντε καὶ διὰ τεττάρων οὐκ ἔχουσιν οὕτως, ὥστ' οὐκ ἐμφαίνεται ὁ τῆς ἀντιφώνου φθόγγος· οὐ γάρ ἐστιν ὁ αὐτός. Hieran schliesst in Nr. 18 sich die Frage, warum nur in Octavenparallelen gesungen werde: Διὰ τί ἡ διὰ πασῶν ᾄδεται μόνη; μαγαδίζουσι γὰρ ταύτην, ἄλλην δὲ οὐδεμίαν; — woran die Vermuthung geknüpft wird, ob etwa dies Vorrecht der Octave mit der Brauchbarkeit ihrer Saiten für die Antiphonie zusammenhänge; in welcher beide Stimmen, obgleich von einander verschieden, in Grunde doch dasselbe vortragen; und zwar so, dass beide in der Consonanz dieses Intervalls sich begegnen: Ἢ ὅτι μόνη ἐξ ἀντιφώνων ἐστὶ χορδῶν, ἐν δὲ τοῖς ἀντιφώνοις καὶ τὴν ἑτέραν ἐὰν ᾄδῃ, τὸ αὐτὸ ποιεῖ; ἡ γὰρ μία τρόπον τινὰ τὰς ἀμφοτέρων ἔχει φωνάς, ὥστε καὶ μιᾶς ᾀδομένης ἐν ταύτῃ τῇ συμφωνίᾳ ᾄδεται ἡ συμφωνία, καὶ ἄμφω ᾄδοντες, ἢ τῆς μὲν ᾀδομένης, τῆς δὲ αὐλουμένης, ὥσπερ μίαν ἄμφῳ ᾄδουσιν· διὸ μόνη μελῳδεῖται, ὅτι μιᾶς ἔχει χορδῆς φωνὴν τὰ ἀντίφωνα. Sehr bezeichnend wird in Nr. 19 dann gesagt: der gleiche Abstand von der Mittelsaite begründe das antiphone Verhältniss; die Mitte (μεσότης) bewirke nemlich eine Art Gleichheit der Töne, so dass das Ohr gleichweit von derselben abstehende Töne in gewissem Sinne für Eins und Dasselbige erkläre und auch wieder für von einander verschieden: Διὰ τί δὲ ταῖς ἀντιφώνοις τοῦτο μόναις ὑπάρχει; Ἢ ὅτι μόναι ἴσον ἀπέχουσι τῆς μέσης; Ἡ οὖν μεσότης ὁμοιότητά τινα ποιεῖ τῶν φθόγγων, καὶ ἔοικεν ἡ ἀκοὴ λέγειν ὅτι ἡ αὐτὴ καὶ ὅτι ἀμφότεραι ἔσχαται. Schöpfte vielleicht der Verfasser der Probleme aus älteren Quellen, esoterische Betrachtungen und ältere Terminologien mit exoterischen neueren in seinen rhapsodischen Fragen und blos andeutenden Beantwortungen vermengend? Bemerkenswerth ist allerdings noch die in Nr. 39 aufgeworfene Frage, ob auch in der Antiphonie das Intervall der Octave ein symphones sei — und die hieran sich reihende Bemerkung: die Gesänge der Knaben und Jünglinge und jene der Männer bildeten unter sich die Antiphonie, indem der Tonhöhe nach ihr Abstand von einander gleich dem der Nete von der Hypate (d. i. gleich einer Octave) sei: Διὰ τί ἥδιόν ἐστι τὸ σύμφωνον τοῦ ὁμοφώνου; Ἢ καὶ τὸ μὲν ἀντίφωνον σύμφωνόν ἐστι διὰ πασῶν; ἐκ παίδων γὰρ νέων καὶ ἀνδρῶν γίνεται τὸ ἀντίφωνον, οἳ διεστᾶσι τοῖς τόνοις ὡς νήτη πρὸς ὑπάτην κ. τ. λ. Auf diese Stelle der Probleme wird allemal Bezug genommen als Beweis dafür, dass die Antiphonie der Alten ein Zwiegesang in der Ober- oder Unteroctave gewesen sei. Aber auch mit der von uns dem Kunstausdrucke beigelegten Bedeutung lässt sich das vom antiphonen Gesange der hohen Knaben- und der tiefen Männerstimmen Gesagte in einen befriedigenden Zusammenhang bringen. Die Wirkung nemlich der imitatorischen Inversionen melodischer Figuren, auf welche wir die antike Benennung Antiphonie anwenden wollen, tritt in der That am besten hervor, wenn Ruf und Gegenruf zwischen zwei der Tonlage nach eine Octave auseinander stehende Stimmen vertheilt werden. Dem Sopran oder Alt der Knaben oder Jünglinge antwortet am schicklichsten die Tenor- oder beziehlich die Bassstimme der Männer. In diesem Sinne mochte irgend eine älterer Harmoniker von der Antiphonie zwischen den Ober- und Unterstimmen eines aus Knaben- und Männerstimmen gebildeten Chores gehandelt haben. Die Bedeutung des Wortes Antiphonie im Munde des Verfassers der Probleme scheint freilich eine andere geworden zu sein. Denn seine Frage, ob in der Antiphonie das Intervall der Octave als ein symphones zu erachten sei — bezieht sich auf den Gegensatz des Symphonen und Homophonen, und soll wohl nur den Zweifel lösen, ob nicht die Parallelbewegung zweier Stimmen in der Octave dies Inter-

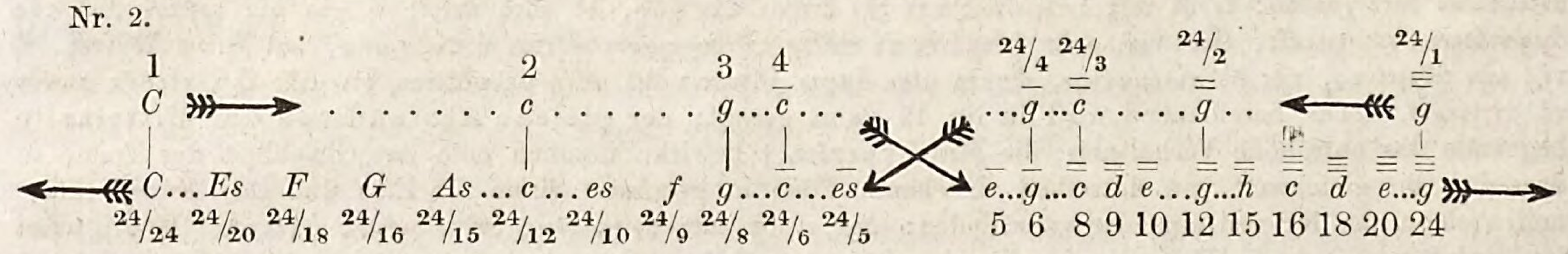
„nur in der Octave — nie in der Quinte — antiphonisch gesungen werde?“ und die darauf ertheilte Antwort: es trete „wegen der mangelnden völligen Gleichgeltung der die Consonanz der Quinte oder Quarte bildenden Stufen bei den Antiphonien in diesen Intervallen nicht so wie bei derjenigen in der Octave das musikalisch homophonische der Imitation hervor; die Antiphonie in der Octave mache hingegen so recht fühlbar, dass bei ihr die tiefere Stimme in Tonschritten sich bewege welche ein Analogon seien zu denen der höheren Stimme“. Wir müssen aber zugestehen, dass im Munde des nach-aristotelischen Compilators der Probleme, diese Fragen und Betrachtungen allerdings wohl einen anderen, den exoterischen Anschauungen der späteren griechischen Musikschriftsteller conformen Sinn angenommen hatten.

Zur besseren Veranschaulichung des Gesagten lassen wir nachstehend einige der Antiphonien, welche die in den vorhin entwickelten Diagrammen zu Tage getretenen Figuren aufweisen, in Notenschrift folgen, übertragen aber aus den allzu tiefen oder allzu hohen Octavenlagen die betreffenden Tonweisen in eine Mittellage des Systemes, vervollständigen auch zuvor noch die im Obigen mitgetheilten Zahlendiagramme durch zwei fernere, aus den Einheiten 1 und $^{12}/_1$ und beziehlich 1 und $^{24}/_1$ entwickelte Doppelreihen, welche die harmonischen und melodischen Typen der über demselben Tonus sich erbauenden Dur- und Molltonart in sich vereinigen und ebenfalls beachtenswerthe Beispiele antiphoner Tongebilde liefern:

Nr. 1.



Nr. 2.

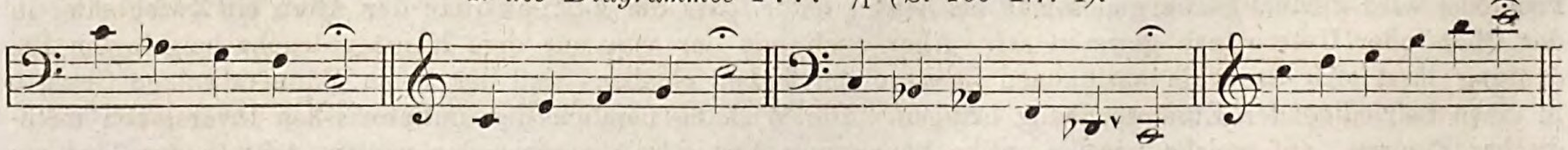


Antiphonien:

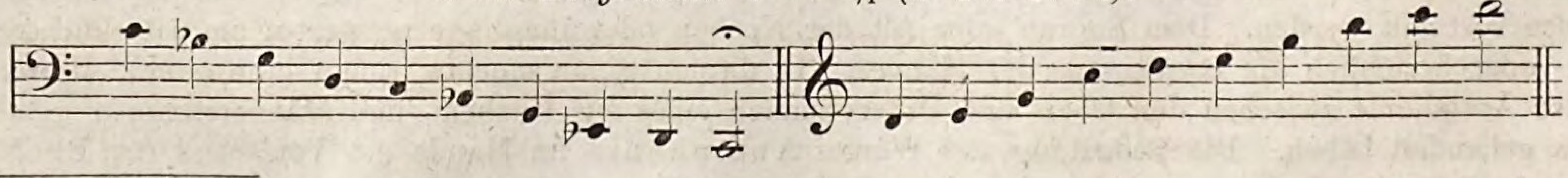
1. *des Diagrammes* 1 ... $^{8}/_1$ *(S.* 213 *Diagramm* 2*).*



2. *des Diagrammes* 1 ... $^{16}/_1$ *(S.* 268 *Nr.* 1*).*

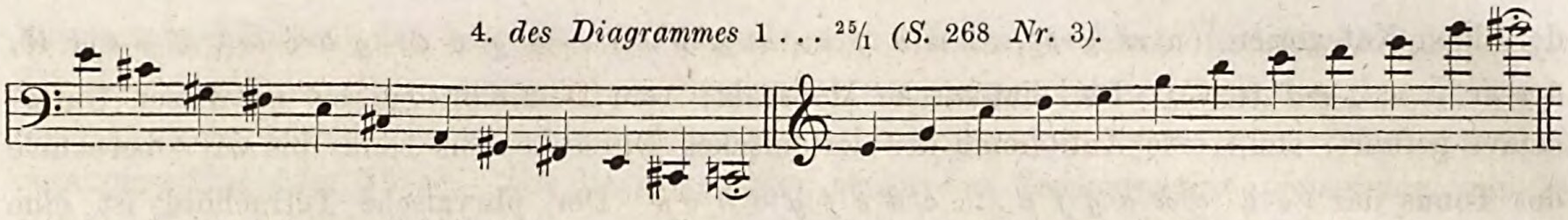


3. *des Diagrammes* 1 ... $^{18}/_1$ *(S.* 268 *Nr.* 2*).*

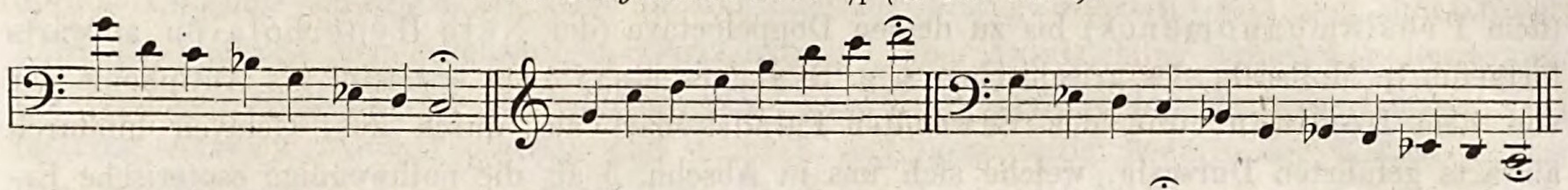


vall mehr als ein homophones, dann als ein symphones, erscheinen lasse. M. vgl. in demselben Sinne auch Probl. 19, 16. —

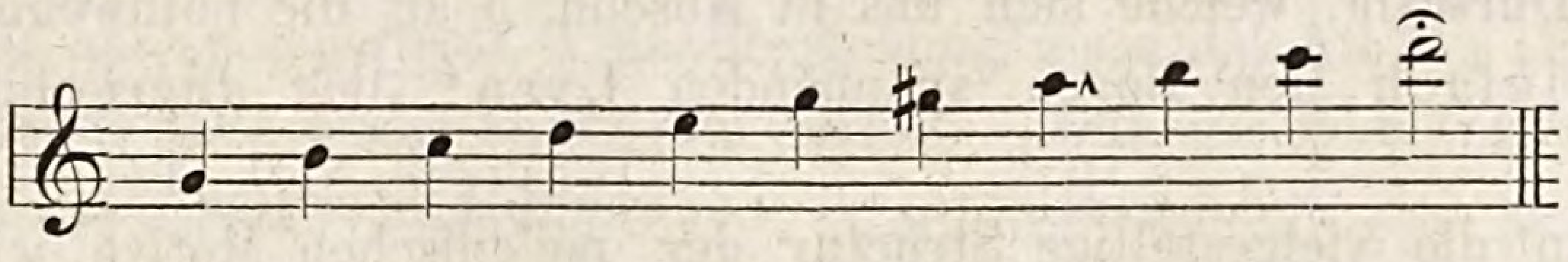
4. *des Diagrammes* 1 ... $^{25}/_{1}$ *(S.* 268 *Nr.* 3).



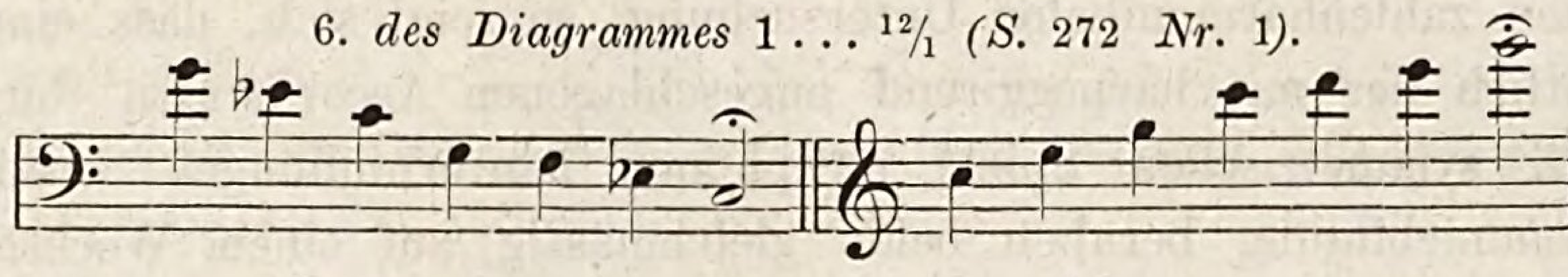
5. *des Diagrammes* 1 ... $^{36}/_{1}$ *(S.* 269 *Nr.* 5).



6. *des Diagrammes* 1 ... $^{12}/_{1}$ *(S.* 272 *Nr.* 1).



7. *des Diagrammes* 1 ... $^{24}/_{1}$ *(S.* 272 *Nr.* 2).



Das in der Antiphonie der Töne zum Ausdruck gelangende Spiel der Gegensätzlichkeit ihrer Beziehungen zu einander bildet ein überaus fruchtbares Element der musikalischen Gestaltung sowohl für die harmonischen als melodischen Tonverbindungen. Der Molldreiklang ist eine Antiphonie des Durdreiklanges und umgekehrt. Der Quartsextenlage des Durdreiklanges entspricht als Antiphonie die Sextenlage des Molldreiklanges, der Quartsextenlage des Molldreiklanges aber die Sextenlage des Duraccordes. Dem Vierklange des Durdreiklangs mit der hinzugenommenen Octave seines Primtones steht die durch harmonische Verdoppelung des Dominanttones zu einem Vierklange gewordene Quartsextenlage des Mollaccordes gegenüber, dem Molldreiklange mit der Oberoctave seines Unterprimtones ebenso der Quartsextoctav-Duraccord d. i. der Duraccord mit der Unteroctave seines Dominanttones (*c e g* $\bar{c}$... $\bar{c}$ *as f c; c es g* $\bar{c}$... $\bar{c}$ *a f c*). Der Haupt-Septimenaccord und der verminderte Dreiklang mit kleiner Septime, welche wenn ihre Stufen mit einander zu einem Fünfklang verbunden werden, den grossen Nonenaccord darstellen, bilden in der Gegenüberstellung ihrer Stufentöne eine Antiphonie (*c e g b* ... $\bar{d}$ *b g e*). Der Quintsextenlage des Haupt-Septimenaccordes tritt antiphonisch die Secundenlage des eben erwähnten verminderten Dreiklanges mit kleiner Septime gegenüber (*e g b* $\bar{c}$... *b g e d*), der Terzquartenlage des erstgenannten Accordes die Terzquartenlage des zweitgenannten (g b $\bar{c}$ $\bar{e}$... *g e d B*), der Secundenlage des erstgenannten die Quintsextenlage des anderen (*b* $\bar{c}$ $\bar{e}$ $\bar{g}$... *e d B G*). Der Molldreiklang mit der kleinen Septime hingegen ist, wie der grosse Nonenaccord, in seiner primären Lage selber aus einander antiphonen Intervallen zusammengesetzt (*c es g b*, denn *c* : *es* = *g* : *b*). Er kann daher auch als Antiphonie irgend eines anderen Molldreiklanges mit kleiner Septime aufgefasst werden, und seine Umlagerungen sind Antiphonien derselben Umlagerungen eines solchen anderen Accordes

derselben Kategorien (*c es g b . . .* $\bar{d}$ *h g e; es g b c . . . h g e d; g b c* $\overline{es}$ *. . . g e d H; b* $\bar{c}$ $\overline{es}$ $\bar{g}$ *. . . e d H G*). Die diatonische Mollscala, vom Dominanttone bis zu dessen Unteroctave geführt, stellt eine Antiphonie der diatonischen Durscala vom Tonus bis zur Oberoctave des Tonus dar ($\bar{e}$ *d*˅ $\bar{c}$ *h a g f e . . . c d e f g a h* $\bar{c}$). Der phrygische Tetrachord ist eine Antiphonie des lydischen Tetrachordes (*e f g a . . .* $\bar{c}$ *h a g*). Die zweioctavige von ihrem Tonus (dem Proslambanomenos) bis zu dessen Doppeloctave (der Nete Hyperbolaiôn aufwärts fortgeführte Mollscala des griechischen s. g. Systema maximum erscheint als Antiphonie der von dem Dominanttone der verwandten Paralleltonart aus durch zwei Octaven hindurch abwärts geführten Durscale, welche sich uns in Abschn. 5 als die nothwendige esoterische Ergänzung der „zwiefach den Bogen spannenden Lyra“ des altgriechischen Tonsystemes erwiesen hat.

Unterzieht man die vielgestaltige Structur der melodischen Motive wirklicher Tonstücke einer aufmerksamen zahlenharmonikalen Untersuchung, so zeigt sich, dass eine grosse Anzahl derselben, namentlich der mit harpeggirend angeschlagenen Accordstufen durchwobenen, aus einem antithetisch-symmetrischen Spiele antiphoner Tonverbindungen zusammengefügt ist. Melodik und Harmoniebildung beruhen beide gleichmässig auf einem Wechselspiele einander fliehender und einander suchender Gegensätze. Wir schreiben hier aufs Geradewohl, wie sich uns dieselben eben darbieten, ein halbes oder ganzes Dutzend solcher aus einer Kreuzung antiphoner Intervallverbindungen gebildeter kleiner melodischer Sätze hin, durch einen Strich den Ruf, durch eine punktirte Linie den Gegenruf der zu Einer Melodie verbundenen antiphonen Figurenbruchstücke über den Noten andeutend:



Die Zahlenrationen der einzelnen Stufentöne des Rufes verhalten sich zu einander wie die umgekehrten Werthe der Rationen der entsprechenden Stufen des Gegenrufes. So zieht sich durch solche melodische Gebilde ein unausgesetztes Gegenspiel discret-geometrischer Proportionen hindurch. Wo die Figur des Rufes der arithmetischen Durreihe entnommen ist, entstammt der Gegenruf der harmonischen Mollreihe und umgekehrt. In der geometrischen Proportionalität treten auch hier die arithmetische und die harmonische Zahlengliederung — in der musikalischen

Zusammengehörigkeit der betreffenden Tonstufen aber das Durgeschlecht und das Mollgeschlecht der Klangverbindungen in engster Vereinigung uns entgegen. Es zeigt sich die „Lyra“ somit auch in ihrer Anwendung auf die praktische Melodik als ein System „gegenklingender und zusammenklingender Töne“. Die Beziehung der reciproken Zahlenwerthe aufeinander, welche sich solchergestalt als ein melodisches Bildungsprincip erweiset, ist aber wieder nichts Anderes als der spielende Ausdruck des auch im Makrokosmus aller geordneten Gestaltung zum Grunde liegenden Gesetzes der gegenseitigen Durchdringung und Ausgleichung zwiefacher Bewegung. Sie erscheint gleichsam als die mikrokosmisch-abbildliche Bethätigung der einheitlichen Verbindung einander durchkreuzender und dennoch sich gegenseitig bedingender Kräfte. „Aus Gegensätzlichem und aus zwiespaltiger Wechselbeziehung muss das All der Dinge sich zusammenfügen“*) — verkündete eine uralte Lehre der Vorzeit. „Das aus dem Gegenüberliegenden Eine aber“ — so lautet der Ausspruch Heraklit's — „ist Harmonie“.

*) Ἐξ ἀντιθέσεως γὰρ καὶ ἐναντιότητος δεῖ τὰ πάντα συνεστάναι. Hermes Trismegistus Poemander 10, 10.

Siebentes Hauptstück.

Die aus der Erweiterung der Grundformel der drei Proportionen der Harmonia perfecta maxima abgeleitete zehnstufige Scala und die Ausbildung derselben zu einem den Gegensatz der Dur- und Molltonalität ausgleichenden Tonsysteme. Für das diatonische Klanggeschlecht setzt Letzteres sich aus dorischen Tetrachorden zusammen. Die enharmonischen Formen desselben gehören der Ordnung des Mesopyknon's an. Aus den diatonischen Saiten dieses Systemes entstehen die vier Octavengattungen der Modi gregoriani I, II, VII und VIII. Vermöge der gegebenen chromatischen Saiten der *musica ficta* ♯ und ♭ können im dorischen Systeme auch die übrigen acht, der phrygischen und der lydischen Tonalität angehörenden Modi III—VI und IX—XII dargestellt werden. Der Cyclus der Toni des gregorianischen Systemes umfasst in seiner Vollsändigkeit alle zwölf von Glarean, Zarlino und Salinas als besondere Modi aufgestellten Octavengattungen. Charakteristik des modulatorischen Baues und Regeln für die Harmonisirung der zwölf Modi nach Aaron, Zarlino und Cerone. Die Proportionenformel der Harmonia perfecta maxima und das aus derselben hervorgehende Tonsystem waren dem frühesten Alterthume bekannt. Griechische Berichte bezeugen deren semitischen Ursprung. Auch den Lu-Berechnungen der chinesischen Harmoniker lag das Princip der Conjugirung der entgegengesetzten Reihen der Ganzzahlen und Aliquotbrüche zum Grunde. Die Fünf-Lu-Scala der Chinesen setzt sich aus den festen Stufen (*chordae stabiles*) des dorisch-hypomixolydischen Dekachordes zusammen. Den Ausgangspunkt für die Entwickelung des harmonikalen Diagrammes der Dekas-Scala bildet als Maass des Verhältnisses der beiden polaren Einheiten zu einander die Ration der Octave 2 : 1 beziehlich 1 : 2. Die relativen Primzahlen für die Ergänzung und Fortbildung der beiden Rationenreihen werden durch Multiplication der Glieder des „Logos der Zweizahl“ mit den Coëfficienten 5 und 6 gefunden. Als bestimmende Grundzahlen des Gebildes treten hierbei die Zahlenwerthe 5 und 10 beziehlich 6 mal 5 und 10 hervor. In semitischen Zahlzeichen geschrieben entspricht die Gruppe dieser Zahlenwerthe den Buchstaben des h. Namens Jah J^ehovah. Den mystischen Mittelpunkt

der uralten Tao- (Logos-) Lehre der Chinesen bildet das im 14. Cap. des Tao-teking vorkommende Symbol *I*, *Hi*, *Wei*. Identität desselben mit der hebräischen h. Trilitera יהי. Auch die geheimnissvolle Aufschrift EI am Tempelportale zu Delphi, Heraklit's Bilitera EI als Benennung des als das Seiende, Gemeinsame, Vergeltende (Δίκη) zu bezeichnenden „göttlichen Kampfes", sowie die nebst dem *Tau gallicum* und dem Μὶν-*Ipsum* im Epigramme des Virgil auf den celtischen Zahlenharmoniker C. Annius Cimber vorkommende Doppel-Sylbe Êl-*EI*, sind nur Anklänge an verwandte Formen des göttlichen Namens. Ueber die Bedeutung der Monosyllabe Êl (אֵל) gibt insbesondere der seiner äusseren Form nach in die geheiligten Symbole der althebräischen Weisheitslehre eingekleidete, prophetische Inhalt der Stelle bei Jesaias 9, 6 Gewissheit.

„In Ansehung der dorischen Harmonie aber wird in den Päanen ausgesagt, dass ihre Tonweise von allen die ehrwürdigste sei".
Scholien zu Pindar: Olymp. I, 26.

Neben den beiden diatonischen Tetrachordformen, welche das aus den zwei Einheiten $1\,C \ldots\ldots {}^{40}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}$ entwickelte Diagramm auf S. 217 in den Rationen $15\,\overset{=}{h}$ $16\,\overset{\equiv}{c}$ $18\,\overset{\equiv}{d}$ $20\,\overset{\equiv}{e}$ und beziehlich ${}^{40}/_{15}f$ ${}^{40}/_{16}e$ ${}^{40}/_{18}d^{v}$ ${}^{40}/_{20}c$ ergab, zu deren Bezeichnung wir uns der Namen phrygisch und lydisch bedient haben, geschah im 5. Hauptstücke bereits auch derjenigen dritten Form des diatonischen Tetrachordes Erwähnung, in welcher das Limma (beziehlich der Halbton) die mittlere Stelle zwischen den beiden übrigen, aus zwei grösseren Ganztönen (beziehlich aus einem grösseren und einem kleineren Ganztone) bestehenden Stufenschritten einnimmt. Dieser Bildungsweise der melodischen Tonverbindung haben wir, im Hinblicke auf Aeusserungen der classischen Musikschriftsteller deren Erklärung im nächsten Hauptstücke folgen wird, den Namen der dorischen Tetrachordform beigelegt. Zur Entwickelung von diatonischen Heptachorden fortschreitend erhielten wir aus je zwei verbundenen Tetrachorden der drei vorerwähnten Arten dann auch drei Gattungen siebentöniger diatonischer Scalen. Und indem wir mittelst einer achten Saite diese zu Octavenleitern erweiterten, den Behufs Vervollständigung der Octave hinzuzufügenden Ganztonschritt aber bald unten, bald oben anreihten, bald die beiden Tetrachorde des Heptachordes trennend denselben in die Mitte zwischen beide einschoben, gestalteten sich aus jenen drei Formen des Tetrachordes und Heptachordes neun Stufenordnungen des Oktachordes, aus welchen weil jeder der drei den Proslambanomenos in seiner Mitte tragenden Gebilde sowohl einer plagalischen (harmonischen) als einer authentischen (arithmetischen) Zerlegung in eine Quinte und Quarte fähig war, demnächst zwölf Octavengattungen hervorgingen, von welchen vier der Durtonalität und vier dem Mollgeschlechte angehörten, die vier übrigen aber als Typen einer dritten neutralen, gleichsam geschlechtlosen Tonweise zu bezeichnen waren, die in der Mitte steht zwischen jenen beiden entgegengesetzten Formen geschlechtlich verschiedener musikalischer Gebilde.

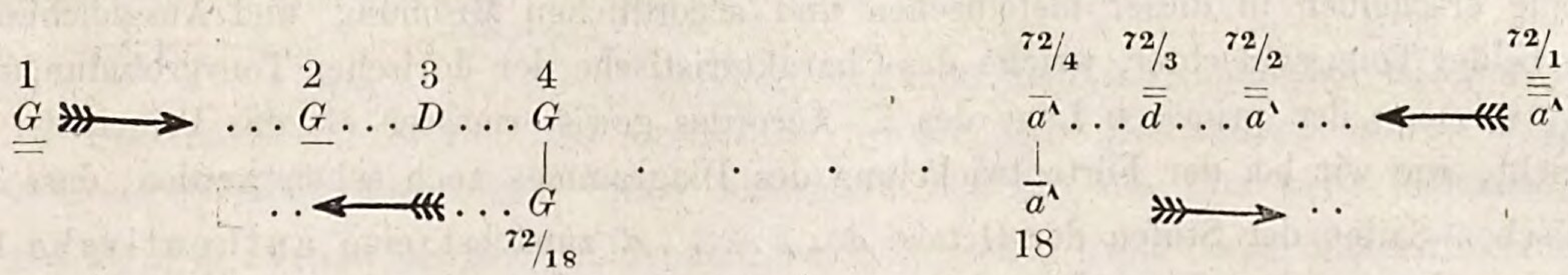
Demnächst setzten wir mittelst Aufsuchung der Seiten einer zwiefachen Serie von Dur-Dreiklängen aus fünf phrygischen Tetrachorden der diatonischen Gattung, beziehlich aus fünf chromatischen und fünf enharmonischen dem Barypyknon angehörigen, jene dem molltonalen Systema immutabile maximum der griechischen Musikschriftsteller entsprechende zweioctavige Leiter zusammen, welche in der umgekehrten Stufenordnung einer anderen, aus zwei

Serien von Moll-Dreiklängen hervorgehenden, diatonisch aus lydischen Tetrachorden chromatisch und enharmonisch aber aus Tetrachorden des Oxypyknon's gebildeten zweioctavigen durverwandten Leiter ihr vollkommen symmetrisches Gegenbild und ihre musikalisch durch die Natur des Gegenstandes geforderte Ergänzung fand. Der für die Ausfüllung der Doppeloctave beidemal den aneinander gereihten Tetrachordenpaaren hinzuzufügende Proslambanomenos wurde in dem einen dieser beiden Systeme als Unterprimstufe am unteren Ende gefunden; in dem anderen zeigt er sich als Oberprime für eine nach Unterintervallen zu berechnende Abzählung der Stufen am oberen Ende der Leiter.

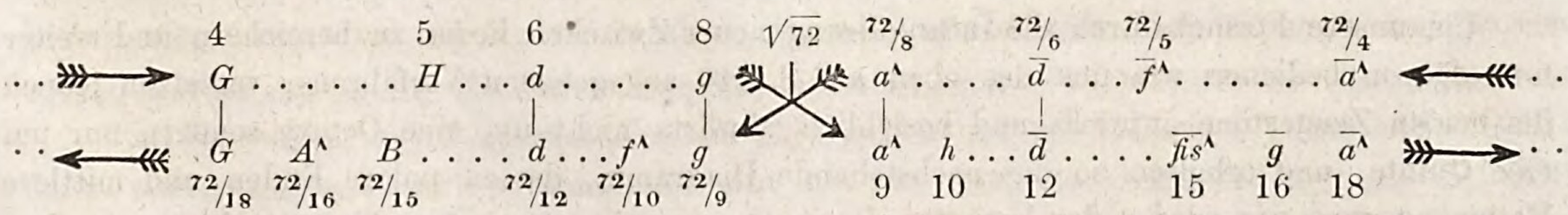
Wir gehen jetzt dazu über mittelst einer Aneinanderfügung von diatonischen Tetrachorden der dorischen Art, und von chromatischen und enharmonischen des Mesopyknon's, die Darstellung einer dritten Grundform der Systembildung und der melodischen Verbindung der Klangstufen zu versuchen. Wir nehmen hierbei die im 1. Hauptstücke S. 95, 96 besprochene Gleichung der pythagorischen Tetraktys der Harmonia perfecta maxima $6 : 8 = 9 : 12$ beziehlich $^{72}/_{12} : {}^{72}/_{9} = {}^{72}/_{8} : {}^{72}/_{6}$ zum Ausgangspunkte, weil in derselben das Gerippe eines Oktachordes vorliegt, in welchem der trennende Ganzton in der Mitte zweier nicht verbundener Tetrachorde zu Tage tritt:



Indem wir aus den Einheiten 1 $^{72}/_{1}$, für deren musikalische Bezeichnung wir diesmal die Tonnamen $\underline{\underline{G}}$ und $\overline{\overline{\overline{a}}}^{\wedge}$ wählen, das Gebilde einer conjugirten Doppelreihe hervorgehen lassen erhalten wir ein Diagramm dessen polare Enden die nachstehenden sind:



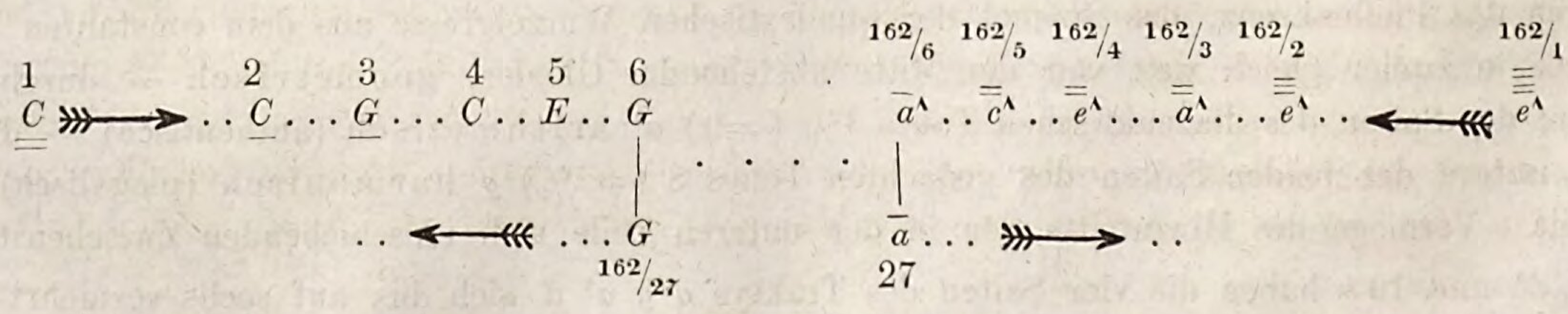
dessen mittlere Rationen-Gruppe aber folgende Gestalt gewinnt:



Die Octave 6 ($=^{72}/_{12}$) *d* . . . $^{72}/_{6}$ (=12) $\overline{d}$, welche die Mitte des Gebildes einnimmt, wird durch das Pfeilenkreuz, das Symbol der quadratischen Wurzelgrösse aus dem constanten Producte je zweier gleich weit von der Mitte abstehender Glieder, geometrisch — durch die obere der Saiten des diazeuktischen Tones $^{72}/_{8}$ (=9) $a^{\wedge}$ arithmetisch (authentisch) — durch die untere der beiden Saiten des gedachten Tones 8 ($=^{72}/_{9}$) *g* harmonisch (plagalisch) getheilt. Vermöge des Hinzutritts der in der unteren Zeile sich einschiebenden Zwischenstufen $^{72}/_{10}f^{\wedge}$ und 10 *h* haben die vier Saiten des Traktys *d g* $a^{\wedge}$ $\overline{d}$ sich bis auf sechs vermehrt und es erscheinen in der Tonfolge *d* . . $f^{\wedge}$ *g* ⤫ *a h* . . $\overline{d}$ die Anfänge derjenigen S. 91—94 unter

Hinweisung auf einen Ausspruch des Buches J^e^zirah bereits erwähnten Tonleiter, für welche wir die Benennung einer dorisch-hypomixolydischen fortan in Anspruch nehmen werden, deren Formen im 4. Hauptstücke dazu gedient haben, an ihnen die Entwickelung des von den Pythagoreern mit dem Namen Kosmos bezeichneten harmonikalen Diagrammes zu versuchen. Die arithmetische Reihe der oberen Zeile der linken Seite zeigt zwischen $1\,\underline{\underline{G}}$ und $8\,g$ die Stufentöne eines bis zur Tripeloctave erweiterten Gdur-Accordes; rechts tritt dieser Durharmonie zwischen $^{72}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{a}}}^{\wedge}$ und $^{72}/_{8}\,a^{\wedge}$ in der harmonischen Reihe ihre Inversion in einem als Quartsext-Accord geformten Dmoll-Accorde gegenüber. In der mittleren Rationen-Gruppe hat sich in der unteren Zeile links unter die Stufen des Gdur-Accordes der oberen Zeile ein melodisches der Molltonalität angehörendes Gebilde hingeschoben, und unter den Stufen des Dmoll-Accordes der oberen Zeile der anderen Seite zeigt sich in der unteren Zeile an entsprechender Stelle eine der Durtonalität angehörige Figur. Die weiter fortgeführte Entwickelung des Diagrammes wird aber in den ferner noch hinzutretenden Zwischenstufen auch diesen beiden, jetzt noch unvollständigen Scalenstücken den Charakter der dorisch-mixolydischen geschlechtslosen Tonalität aufprägen. In der Octave der Mitte $6\ (={}^{72}/_{12})\ d \ldots\ldots {}^{72}/_{6}\ (=12)\ \overline{d}$ hat die Quinte der arithmetischen (authentischen) Theilung in der Stufe $^{72}/_{10}\,f^{\wedge}$ ihrerseits eine harmonische (plagalische) Theilung gefunden und es erscheint als Ergebniss derselben, zum Vierklang erweitert, der Dmoll-Accord $6\ (={}^{72}/_{12})\ d\ {}^{72}/_{10}f^{\wedge}\ {}^{72}/_{8}\ (=9)\ a^{\wedge}\ {}^{72}/_{6}\ (=12)\ \overline{d}$. Die Quinte der harmonischen (plagalischen) Theilung wird dagegen durch die Stufe $10\,h$ arithmetisch (authentisch) getheilt und das antiphone Ebenbild jenes Dmoll-Accordes darstellend spannt sich als zweite Grundharmonie, jene erstere kreuzend, zwischen den beiden Endstufen der Mitteloctave der Gdur-Quartsextaccord $6\ (={}^{72}/_{12})\ d\ \ 8\ (={}^{72}/_{9})\ g\ \ 10\,h\ \ {}^{72}/_{6}\ (=12)\ \overline{d}$ aus. Die Formen der Mollharmonie erscheinen in dieser melodischen und accordlichen Mischung und Ausgleichung der Typen beider Tongeschlechter, welche das Charakteristische der dorischen Tonverbindungen ausmacht, vermöge der primären Lage des D-Accordes gewissermassen als das Principale. Dem entspricht, wie wir bei der Fortentwickelung des Diagrammes noch sehen werden, dass in den diatonischen Saiten der Stufen der Octave $d \ldots\ldots d$ zunächst eine authentische Leiter, die des mollverwandten Tonus I, und dagegen als plagalische Leiter die des durverwandten Tonus VIII gregorianus zur Entfaltung gelangt.

Um unsere Formel durch die Interpolirung neuer Zwischenglieder zu bereichern und weiter fortzuführen bedienen wir uns des oben auf S. 216 angegebenen Verfahrens, versetzen jedoch die beiden Zeugertöne aufwärts und beziehlich abwärts nicht um eine Octave sondern nur um eine Quinte, und erhalten so das nachstehende Diagramm, dessen polare Enden und mittlere Rationengruppe wir wieder des beengten Raumes wegen in getrennten Absätzen hinzuschreiben genöthigt sind:



6 8 9 10 12 $\sqrt{162}$ $^{162}/_{12}$ $^{162}/_{10}$ $^{162}/_{9}$ $^{162}/_{8}$ $^{162}/_{6}$

.. ⋙→ G c d e g ✕ $a^\wedge$ $\bar{c}^\wedge$ $\bar{d}$ $\bar{e}^\wedge$ $\bar{a}^\wedge$ ←⋘ ..

.. ←⋘ G $As^\wedge$ $A^\wedge$.. $c^\wedge$ d $e^\wedge$ $f^\wedge$ h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$... $\bar{g}$ $\overline{gis}$ $\bar{a}^\wedge$ →⋙ ..

$^{162}/_{27}$ $^{162}/_{25}$ $^{162}/_{24}$ $^{162}/_{20}$ $^{162}/_{18}$ $^{162}/_{16}$ $^{162}/_{15}$ 15 16 18 20 24 25 27

Wir bringen nun, summirend gleichsam, die Glieder der beiden Zeilen der Doppelreihe in Ein System und es ergibt sich hieraus die nachstehende, mit ihren Endstufen den Umfang von zwei Octaven und einem grösseren Ganztone umspannende Tonfolge:

.. ⋙→ / .. ←⋘ G $As^\wedge$ $A^\wedge$... $c\,c^\wedge$ d $e\,e^\wedge$ $f^\wedge$ g ✕ $a^\wedge$ h $\bar{c}\,\bar{c}^\wedge$ $\bar{d}$ $\bar{e}\,\bar{e}^\wedge$... $\bar{g}$ $\overline{gis}$ $\bar{a}^\wedge$ ←⋘ .. / ⋙→ ..

Aus dem Wechselspiele der reciproken Werthe der conjugirten entgegengesetzten Reihen ist, wie man sieht, in den Pentachorden links und rechts vom Pfeilenkreuze jene aus zehn diatonischen Stufen und vier enharmonischen Nebenstufen bestehende Leiter hervorgegangen, mit welcher wir uns im 4. Hauptstücke beschäftigt haben. Es setzt sich dieselbe aus dem diazeuktische Tone der Mitte $g \ldots a^\wedge$, den beiden getrennten dorischen Tetrachorden $d\ \ ee^\wedge\ \ f^\wedge\ \ g$ und $a^\wedge\ \ h\ \ \bar{c}\bar{c}^\wedge\ \ \bar{d}$ und zwei an den Enden hinzugenommenen Ergänzungstonschritten, dem Proslambanomenos der Tiefe $cc^\wedge \ldots d$ und dem Proslambanomenos der Höhe $\bar{d} \ldots \bar{e}\bar{e}^\wedge$ zusammen. Die Tetrachordbildung dieser Leiter lässt das Chroma noch vermissen. Sie ist eine diatonische mit beginnender Entwickelung enharmonischer Nebenstufen nach der Ordnung des Mesopyknon's. Die beiden jenseits der Endtöne $cc^\wedge$ und $\bar{e}\bar{e}^\wedge$ dieser zehnstufigen Scala sich zeigenden Tetrachorde $G\ As^\wedge\ A^\wedge \ldots c$ und $\bar{e}^\wedge \ldots \bar{g}\ \overline{gis}\ \bar{a}^\wedge$ gehören hingegen dem chromatischen Klanggeschlechte an. Das Chroma des einen gibt sich als ein Barypyknon, jenes des anderen als ein Oxypyknon zu erkennen. Werden dem ersten dieser beiden Tetrachorde die ihm noch fehlenden Saiten $Gis^\wedge$ und H, dem zweiten die noch fehlenden Saiten $\overline{as}$ und $\bar{f}^\wedge$ und dem diazeuktischen Ganztone der Mitte noch das Chroma $gis^\wedge\ as$ eingefügt, so liegt sowohl dem Umfange als der Beschaffenheit der Stufenschritte nach, diejenige zwei Octaven und einen Ganzton enthaltende Leiter vor, welche wir auf S. 175 in einer tieferen Lage zwischen den Tönen $\underline{G}$ und $a^\wedge$ entwickelt hatten um an ihr die Darstellung des Kosmosdiagramm's der Alten zu versuchen.

Von den beiden im 5. Hauptstücke aus phrygischen und aus lydischen Tetrachorden gebildeten zweioctavigen Leitern erschien die eine als das reciproke Gegenbild und als die antiphonische Inversion der anderen. Die geschlechtslose (neutrale) dorische Leiter trägt den Auf- und Abweg und die Typen gegenbildlicher Wechselbeziehung in sich selbst. Vermöge derjenigen Proportionalität, welche die einander gegenüberliegenden Glieder dieser Scala mit der Wurzelgrösse des Pfeilenkreuzes zu einer Involution continuirlich-geometrischer Proportionen und die analogen Glieder beider Seiten unter sich zu discret-geometrischen Proportionen verbindet*), stellen alle Scalenstücke der einen Hälfte des Gebildes eine Inversion der entsprechenden Figuren der anderen Hälfte dar. Der Tetrachord $d\ \ ee^\wedge\ \ f^\wedge\ \ g$

*) Man vgl. die hierüber bereits S. 171, 172, 174 und 180 gegebenen Andeutungen.

erscheint als eine antiphone Umkehrung des Tetrachordes $a^\wedge\ h\ \bar{c}\,c^\wedge\ \bar{d}$; dasselbe gilt von den durch Anfügung des oberen und beziehlich des unteren Ergänzungstones entstehenden Erweiterungen dieser Tetrachorde zu Pentachorden, von welchen der zwischen $cc^\wedge$ und g liegende arithmetisch nach dem Gesetze der Durtonalität, der zwischen $a^\wedge$ und $\bar{e}\,\bar{e}^\wedge$ sich ausspannende dagegen harmonisch nach dem Gesetze der Molltonalität getheilt ist. Die hypomixolydische, den Tonus VIII gregorianus darstellende Octavenleiter $d\ \ ee^\wedge\ \ f^\wedge\ \ g$ ⋊ $a^\wedge\ \ h\ \ \bar{c}\,\bar{c}^\wedge\ \ \bar{d}$ aber gibt sich in der umgekehrten Reihenfolge ihrer abwärts gerichteten Stufenschritte als das vollkommne antiphone Gegenbild der aufsteigenden dorischen Octave des Tonus I

$d\ \ ee^\wedge\ \ f^\wedge\ \ g$ ⋊ $a^\wedge\ \ h\ \ \bar{c}\,\bar{c}^\wedge\ \ \bar{d}$

zu erkennen.

Die *chordae stabiles* der zehnstufigen zwischen $cc^\wedge$ und $\bar{e}\,\bar{e}^\wedge$ entstandenen dorisch-hypomixolydischen Leiter sind:

g $\bar{c}\,\bar{c}^\wedge$

⟶ $cc^\wedge$ d g ⋊ $a^\wedge$ $\bar{d}$ $\bar{e}\,\bar{e}^\wedge$ ⟵

. . . . $ee^\wedge$ $a^\wedge$

Zu den getrennten Tetrachorden $d \ldots g$ und $a^\wedge \ldots \bar{d}$ kommen nemlich, wie die weitere Fortbildung des Diagrammes zeigen wird, noch zwei verbundene Tetrachorde hinzu, deren einer $g \ldots \bar{c}\,\bar{c}^\wedge$ dem Aufwege — und deren anderer $a^\wedge \ldots ee^\wedge$ dem Abwege der Doppelleiter dieses Systemes angehört.

Neue characteristische Stufen treten hervor wenn die Formel, anstatt aus $1\,C \ldots {}^{162}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{e}}}^\wedge$ aus den Einheiten $1\,\underline{\underline{C}} \ldots {}^{648}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{e}}}^\wedge$ entwickelt wird: Der Raumersparniss wegen springen wir in der Aufzeichnung der Rationen von $1\,\underline{\underline{C}}$ gleich auf $12\,G$ und von ${}^{648}/_{1}\,\bar{\bar{\bar{e}}}^\wedge$ gleich auf ${}^{648}/_{12}\,\bar{a}^\wedge$:

1 12 15 16 18 ${}^{648}/_{18}$ ${}^{648}/_{16}$ ${}^{648}/_{15}$ ${}^{648}/_{12}$ ${}^{648}/_{1}$

$\underline{\underline{C}}$ ⟶ . . G H c d $\bar{d}$ $\bar{e}^\wedge$ $\bar{f}^\wedge$ $\bar{a}^\wedge$. . ⟵ $\bar{\bar{\bar{e}}}^\wedge$

. . ⟵ . . G $As^\wedge$ $A^\wedge$ B $c^\wedge$ d $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{fis}^\wedge$ $\bar{g}$ $\bar{gis}$ $\bar{a}^\wedge$. . ⟶ . .

${}^{648}/_{54}$ ${}^{648}/_{50}$ ${}^{648}/_{48}$ ${}^{648}/_{45}$ ${}^{648}/_{40}$ ${}^{648}/_{36}$ 36 40 45 48 50 54

18 20 24 25 $\sqrt{648}$ ${}^{648}/_{25}$ ${}^{648}/_{24}$ ${}^{648}/_{20}$ ${}^{648}/_{18}$

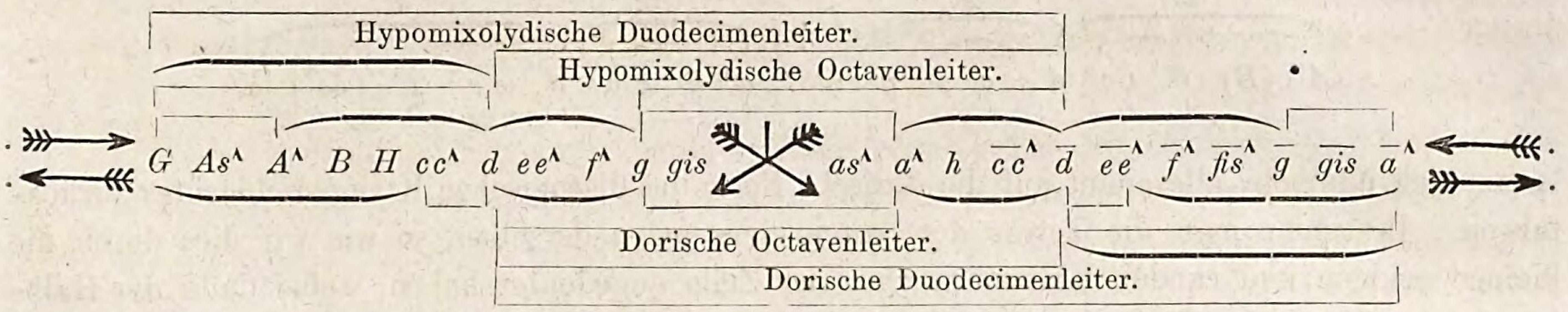
. . ⟶ d e g gis ⋊ $as^\wedge$ $a^\wedge$ $\bar{c}^\wedge$ $\bar{d}$ ⟵ . .

. . ⟵ d $e^\wedge$ $f^\wedge$ g $a^\wedge$ h $\bar{c}$ $\bar{d}$ ⟶ . .

${}^{648}/_{36}$ ${}^{648}/_{32}$ ${}^{648}/_{30}$ ${}^{648}/_{27}$ 27 30 32 36

Innerhalb der Stufen des diazeuktischen Ganztones der Mitte ist das Chroma der beiden Näherungswerthe der Wurzelgrösse des Pfeilenkreuzes vorerst in den Formen *gis as*^ (anstatt *gis*^ *as*) in die Doppelreihe eingetreten.

Die Summirung der Stufen beider Zeilen liefert folgende Scala:



Die Lage des Pentachordes kann in derselben wie wir durch die eckigen und gebogenen Klammern dem Auge bemerkbar zu machen gesucht haben auf zwiefache Weise bestimmt werden. Die zehn Stufen der Mitte zwischen *cc*^ *ē ē*^, werden je nach der Verschiedenheit der möglichen zwiefachen Abtheilung der Octave *d* . . . *d̄* in einen Pentachord und Tetrachord, das einemal der dorischen, das anderemal der hypomixolydischen Gattung des Scalenbaues angehören*). Ihre Leiter hat — abgesehen vom Gis-As^ der Mitte — den diatonisch-

*) Die Hinzunahme der Proslambanomenen cc^ und beziehlich ē ē^, durch welche die Ogdoas der Stufen der dorisch-hypomixolydischen Leiter zu einer Dekas sich gestaltet, ermöglicht am unteren und oberen Ende der Octavenleiter diejenigen beiden Ganztonschritte mittelst deren für die dorische Octavengattung (den Tonus I gregorianus) und für die hypomixolydische (den Tonus VIII) der nach der Lehre der mittelalterlichen Theoretiker denselben wie allen übrigen Kirchentonarten zukommende s. g. *ambitus* der melodischen Bewegung auf zehn Stufen erweitert wird. Der h. Bernhard in seiner *De Musicâ* (?) betitelten Schrift (im Prologe — so wenigstens finden wir bei Forkel Allg. Gesch. der Mus. Th. II S. 171 citirt — uns ist diese Schrift des h. Bernhard nicht gegenwärtig) sagt über den ambitus Folgendes: „Conceduntur autem cuique Tonorum non plus quam decem notae seu voces, in quibus cursum suum habeat.“ Eben so spricht sich derselbe in seinem *Tonale* (Gerbert: Scriptores Tom. II S. 265 fgde) aus und führt als Grund an: — „quia secundum dispositionem tonorum et semitonorum, quam habent musici, nullus cantus fieri potest in decem vocibus vel citra, qui non notari potest.“ Der sachlich-historische, dem h. Bernhard wohl unbekannte Zusammenhang in welchem diese letztere Angabe über die Ursache der Erweiterung oder beziehlich Beschränkung des ambitus der modi auf grade zehn diatonische Stufen mit überaus alten, der hebräischen harmonikalen Semiotik entnommenen Ueberlieferungen zu stehen scheint, kann erst weiter unten sich ergeben, wenn wir zur Erörterung dessen gelangen was über das in s. g. Gesang- und Instrumental-Notenzeichen sich spaltende zwiefache Notensystem der Griechen und die Berichte der Kirchenväter über die *decem literae sacerdotales* der Hebräer zu sagen sein wird. Wie der h. Bernhard, so spricht sich bereits zwei Jahrhunderte früher auch Hucbald in seiner Schrift *de harmonicâ institutione* über den zehnstufigen Ambitus der authentischen Kirchentonarten aus. Den plagalischen freilich räumt derselbe nur den Umfang einer Octave ein. Es heisst nemlich bei ihm a. a. O. (Gerbert Tom. I S. 116): „Unusquisque tonus autentus a suo finali usque in nonum ascendit; descendit autem in sibi vicinum. Et aliquando ad semitonium [hiernach scheint auch Hucbald in den Schlusscadenzen bereits unter Umständen den Anschlag des Subsemitonium's statt des grossen Unterganztones für zulässig und beziehlich für erforderlich gehalten zu haben] vel ad tertium. Plagius autem usque in quartum descendens ad quintum ascendit.“

In einem unter dem Namen Cerone's im Jahre 1613 zu Neapel in spanischer Sprache veröffentlichten Werke: *El melopeo y maestro, Tractado de Musica theorica y practica*, wird (Lib. 2 c. 37) aus einer *compendium de musicâ* benannten Schrift eines dem Anfange des 16. Jahrhunderts angehörigen Musikschriftstellers Blas Roseto [Blasius Rossetto] die nachstehende von den vier alten ambrosianischen Tonarten (den nachherigen vier authentischen des gregorianischen Systemes) handelnde Stelle mitgetheilt, welche sich über den ambitus in einer etwas abweichenden Weise äussert. „Sciendum est quod octo sunt Toni vel Modi compositi et ordinati in Ecclesiâ Dei; licet antiquitus fuerint tantum quatuor, et sic vocabantur: Protus, qui

enharmonischen Charakter beibehalten. Die Füllung der beiden äusseren Tetrachorde $\overbrace{G \ldots cc^{\wedge}}$ und $\underbrace{\bar{e}\,\bar{e}^{\wedge} \ldots \bar{a}^{\wedge}}$ erscheint dagegen vollaus in einer chromatisch entwickelten Gestalt. Die vier Tetrachorde:

1. 2. 3. 4.

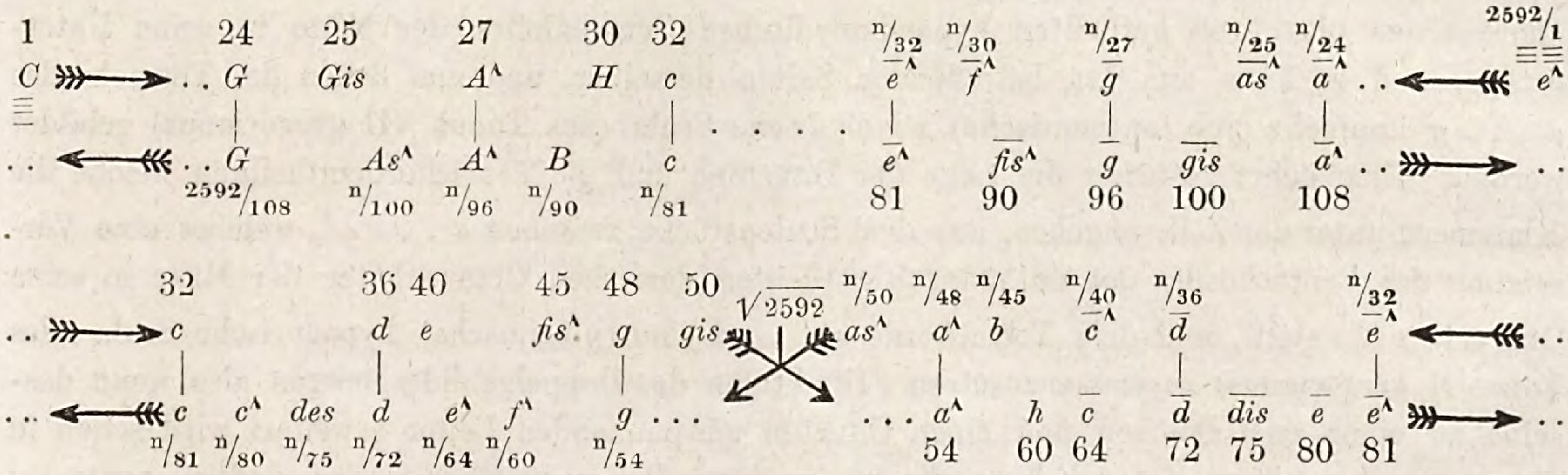
$A^{\wedge}\ (B)\ H\ \ c\ c^{\wedge}\ \ d\ \ e\ e^{\wedge}\ \ f^{\wedge}\ \ g\ \ldots\ a^{\wedge}\ \ h\ \ \bar{c}\ \bar{c}^{\wedge}\ \ \bar{d}\ \ \bar{e}\ \bar{e}^{\wedge}\ \ \bar{f}^{\wedge}\ (\overline{fis}^{\wedge})\ \ \bar{g}$

lassen sich nunmehr allesammt auf die dorische Form des diatonischen Klanggeschlechtes zurückführen. Bestimmt man die Tetras der Saiten eines jeden derselben so wie wir dies durch die kleinen eckigen und runden Klammern über der Zeile angedeutet haben, wobei dann der Halbton in der Mitte des Tetrachordes allerdings jedesmal um ein Comma zu gross, nemlich zu einem enharmonisch geschärften Halbtone wird, so nehmen sämmtliche Ganztonstufenschritte

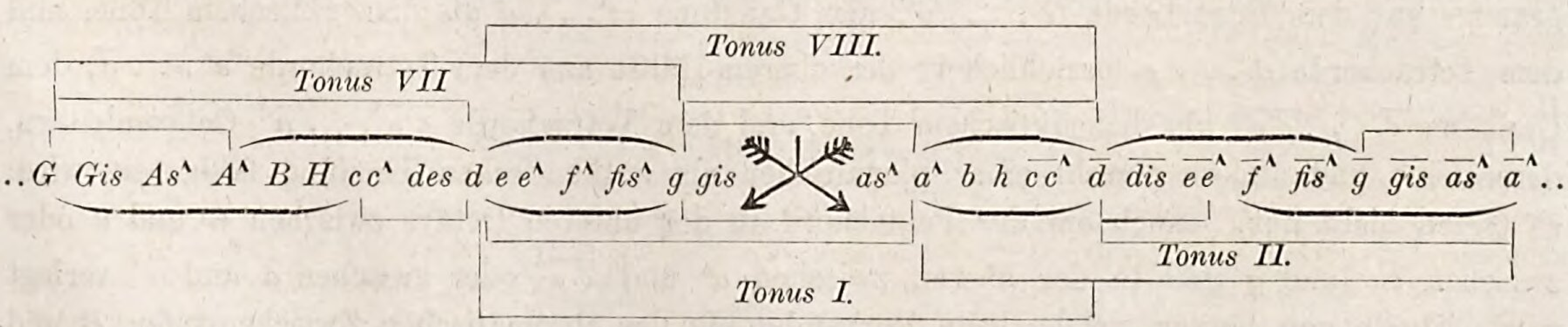
(nunc) dicitur primus: Deuterus, (nunc) scilicet tertius: Tritus, dicitur quintus: et Tetrardus, septimus. Isti quatuor supradicti talem habebant potestatem, quod unusquisque ipsorum poterat ascendere ad decimam vocem et descendere ad quintam.“ Das „ascendere ad decimam“ würde, vom Finaltone selbst gerechnet den Umfang der authentischen Leiter um einen Ganzton zu weit aufwärts führen. Es scheint, dass Roseto die Decime des Unterganztones des Finaltones der authentischen Toni im Auge hatte. Das „descendere ad quintam“ (in die Unterquinte des Finaltons) bezieht sich augenscheinlich auf die plagalischen Toni II, IV, VI und VIII und zeigt, dass Roseto auch diesen Octavengattungen einen Ganzton unterhalb ihrer tiefsten Stufe hinzugefügt wissen wollte. Cerone selbst endlich bemerkt im 44. Cap. des 5. Buches des *Melopeo:* die Stufe, um welche die Cantilenen in den vier authentischen Tönen unter die Finalnote hinabgingen, und beziehlich die Stufe, um welche man in den plagalischen über die Oberquinte des Finaltones hinausgehen dürfe, würde in der Sprache der Lehrer des cantus planus zum Unterschiede von den acht im Umfange der betreffenden Octaven selbst liegenden Töne „los puntos de licencia ecclesiastica“ genannt, und würde mittelst dieser Zusatzstufen der Umfang der Leiter eines jeden der verschiedenen Töne auf den Ambitus von zehn Stufen gebracht. Er führt diese Bestimmung des Umfanges der Kirchentöne technisch auf die Unentbehrlichkeit der in Rede stehenden Tonschritte für die Schlusscadenzen, symbolisch aber auf eine überaus beachtenswerthe Psalmenstelle (Vers 9 des 143. Psalms) zurück. Seine betreffenden Worte sind: „El punto de licencia se entiende ser, quando el Tono es perfeto; es à saber compuesto de un Diapazon, que son ocho vozes, y estos son los ocho puntos que dizen *de Arte:* porque para hazer Clausulas differentes, en semejantes occasiones, se permitten los dos puntos de licencia en cada Tono, añadiendo el uno dellos à la parte superior y el otro à la inferior. Y entonces tiene el Tono diez puntos en sus extremos, y llamase verdadero perfeto, per ser à imitacion del Salmista, adonde dize (Psal. 143): In psalterio *decachordo* psallam tibi.“ Das vorcitirte, leider überaus selten gewordene Werk Pedro Cerone's, eines in Bergamo geborenen in die Dienste der spanischen Könige getretenen musikgelehrten Priesters, behandelt in seinem 3. bis 5. Buche die Lehre von den Kirchentönen mit ganz besonderer Gründlichkeit und Vollständigkeit meist unter Benutzung älterer Quellen. Nach Inhalt seines Vorwortes war das Manuscript desselben bereits einige Decennien vor 1613 vollendet. Wir werden das äusserst belehrende Buch noch mehrfach anzuführen Veranlassung haben. Fetis: *Biograph. des Music.* Art. Cerone führt noch ein zweites, bereits im Jahre 1609 in Neapel unter dem Titel *Regole per il canto fermo* erschienenes Werk desselben Verfassers über den gregorianischen Choral an von welchem er bemerkt, dass dasselbe eben so schwach und unbedeutend sei als die vorhin genannten drei Bücher des *Melopeo* weitaus alles übertreffen, was je in irgend einer Sprache über die Regeln und die richtige harmonische Behandlung des gregorianischen Kirchengesanges geschrieben worden ist. Unter Hinweisung auf die von Zarlino am Schlusse der *Sopplimenti musicali* ausgesprochene Hoffnung, dass es ihm noch vergönnt sein werde ein längst begonnenes lateinisch geschriebenes Werk *De re musicâ* in 25 Büchern, gleichzeitig mit einem anderen welches er *Melopeo ò Musico perfetto* benennen werde, zu veröffentlichen — welche Arbeiten Zarlino's aber nie das Licht der Welt erblickt haben da die Manuscripte derselben bald nach seinem Tode verloren gegangen sind — hält Fetis es für in hohem Grade wahrscheinlich, dass Zarlino der wahre Verfasser des von Cerone spanisch veröffentlichten *Melopeo* und der letztere nur Uebersetzer oder höchstens Bearbeiter des vielleicht beim Tode Zarlino's noch nicht ganz vollendet gewesenen Manuscriptes des Letzteren sei.

die Form 10 : 9 an. Die vier Saiten bilden in jedem Tetrachorde unter sich dann eine discret-geometrische Proportion, z. B. $A^\wedge : H = c^\wedge : d$, $d : e = f^\wedge : g$, u. s. w. Das Mesopyknon der enharmonischen Doppelformen der Saiten $c c^\wedge$, $e e^\wedge$, $\bar{c}\,\bar{c}^\wedge$ und $\bar{e}\,\bar{e}^\wedge$ gestattet aber auch diejenige andere Gliederung eines jeden dieser Tetrachorde, welche wir durch die kleinen Klammern unter der Linie bemerkbar gemacht haben. Hier entspricht der mittlere Halbtonschritt der Ration des wahren diatonischen Halbtones 16 : 15, und von den beiden Ganztonschritten gehört allemal der eine dem Ganztone 9 : 8, der andere dem Ganztone 10 : 9 an. Es bilden nunmehr nicht mehr die einzelnen Tetrachorde für sich geometrische discontinuirliche Proportionen. Dagegen verhalten sich die verbundenen zwei Tetrachorde eines jeden der beiden Tetrachordenpaare jetzt antiphonisch zu einander, weil in beiden der grössere Ganzton das einemal am unteren das anderemal am oberen Ende des betreffenden Tetrachordes gefunden wird. Nr. 1 wird demgemäss zu einer Antiphonie des Tetrachordes Nr. 2, und Nr. 4 zu einer Antiphonie des Tetrachordes Nr. 3. Um d und $\bar{d}$ als mittleren Proportionalen aber entstehen jene beiden Involutionen continuirlich-geometrischer Proportionen, deren wir im 5. Hauptstücke auf S. 186 bei Gelegenheit einer symbolischen Anwendung dieses Zahlenspieles gedacht haben.

Die beginnende Chromatik und Enharmonik der vorerwähnten Tonverbindungen treten mehr und mehr hervor, wenn wir die Formel dadurch noch um einige Zwischenstufen bereichern, dass wir die Entwickelung derselben aus den Einheiten $1\,\underline{\underline{C}}$ $^{2592}/_1\,\bar{\bar{e}}^\wedge$ vor sich gehen lassen. Wir schreiben, um die öftere Wiederholung der Zahl 2592 zu vermeiden, statt $^{2592}/_2$, $^{2592}/_3$ u. s. w. im Diagramme $^{n}/_2$, $^{n}/_3$ u. s. w.



Die Glieder der beiden Zeilen ergeben in eine Reihe gebracht die Leiter:



Zwischen die 3. und 4. und beziehlich zwischen die 5. und 6. der acht diatonischen Stufen der Mitteloctave haben sich zu dem bereits vorhandenen Chroma der Mitte *gis* . . . *as*^ noch diejenigen beiden chromatischen Zwischenstufen eingereiht, deren die dorisch-hypomixolydische Tonweise für einige ihrer unentbehrlichen Modulationen bedarf. Dem unteren Tetrachorde hat

sich nemlich das Chroma $fis^{\wedge}$, dem oberen das Chroma *b* einverleibt. Die hypomixolydische Scala besitzt daher nunmehr das für die regelrechte Ausführung ihrer Schlusscadenz erforderliche Subsemitonium ihrer Finalstufe *g*. Umgekehrt erlaubt das Chroma *b* den Gdur-Accord in einen Gmoll-Accord zu verwandeln, der in vielen modulatorischen Gängen der dorischen Octavengattung zu Hülfe genommen werden muss wenn melodisch der Tritonus $h \ldots f^{\wedge}$ vermieden werden soll. Die zwischen den beiden Saiten des diazeuktischen Tones der Mitte bereits im vorigen Diagramme hervorgetretenen Halbstufen *gis* und $as^{\wedge}$ erlauben auch die Bildung der Dreiklänge *e gis h* und beziehlich $\bar{c}^{\wedge}\ as^{\wedge}\ f^{\wedge}$. Der letztere liegt freilich ausserhalb des Umkreises der zunächst in der dorischen und hypomixolydischen Tonart zur Anwendung kommenden Accordverbindungen, ist jedoch der hypomixolydischen wenn dieselbe nach Cdur modulirt keineswegs völlig fremd. Der Cdur-Dreiklang aber erscheint als eine enharmonische Nebenform des $C^{\wedge}$dur-Dreiklanges dessen die dorische Tonart unabweisbar bedarf um in den Moll-Dreiklang ihres Dominanttones $A^{\wedge}$ zu cadenziren. Zum Unterschiede von der modernen Dmoll-Tonart modulirt nemlich die neutrale dorische D-Tonart nicht nach $A^{\wedge}$dur, sondern allezeit nach $A^{\wedge}$moll. Sie bedient sich der $A^{\wedge}$dur-Harmonie zur Bildung der Cadenzen in ihren Finalton, den Tonus D.

Unsere Aufmerksamkeit wird im Diagramme aber auch noch durch die tonalen Formen in Anspruch genommen die in den beiden Octaven rechts und links vom diazeuktischen Tone zwischen den Stufen $G \ldots g$ und beziehlich $a^{\wedge} \ldots \bar{a}^{\wedge}$ sich zeigen. Werden hier die Tetrachorde und Ganztöne so abgetheilt wie dies durch die Klammern über der Zeile angedeutet worden ist, so erscheint das Scalenstück zwischen *G* und *d* als eine Versetzung des Pentachordes der plagalisch getheilten hypomixolydischen Octavenleiter der Mitte in seine Unteroctave, und es kann aus den betreffenden Saiten desselben und aus denen des Tetrachordes $d \ldots g$ nunmehr eine (authentische) mixolydische Scala (des Tonus VII gregorianus) gebildet werden. Umgekehrt gestattet die Lage der Ganztöne und die Tetrachordeintheilung welche die Klammern unter der Zeile angeben, aus dem Scalenstücke zwischen $\bar{d} \ldots \bar{a}^{\wedge}$, welches eine Versetzung des Pentachordes der authentisch getheilten dorischen Octavenleiter der Mitte in seine Oberoctave darstellt, und dem Tetrachorde $a^{\wedge} \ldots \bar{d}$ eine (plagalische) hypodorische Scala (des Tonus II gregorianus) zusammenzusetzen. Die Stufen des Doppelgebildes bergen also wenn dasselbe zu einer zwei Octaven und einen Ganzton umspannenden Leiter erweitert wird schon in diesem Stadium ihrer Entwickelung die Stufen für alle vier Phasen der dritten neutralen (geschlechtslosen) Tonartengattung in sich. Bildet man aber in der unteren Hälfte des Diagramms aus dem Tetrachorde $G \ldots cc^{\wedge}$, dem Ganztone $cc^{\wedge} \ldots d$ als diazeuktischem Tone, und dem Tetrachorde $d \ldots g$, beziehlich in der oberen Hälfte aus dem Tetrachorde $a^{\wedge} \ldots \bar{d}$, dem Ganztone $\bar{d} \ldots \bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$ als diazeuktischem Tone und dem Tetrachorde $\bar{e}\,\bar{e}^{\wedge} \ldots \bar{a}^{\wedge}$ Octavenleitern, deren eine und andere sowohl einer plagalischen als authentischen Theilung fähig sein wird, so treten nicht nur, jenachdem der Pentachord in der unteren Octave zwischen *G* und *d* oder zwischen $cc^{\wedge}$ und *g* und in der oberen zwischen $a^{\wedge}$ und $\bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$ oder zwischen $\bar{d}$ und $\bar{a}^{\wedge}$ verlegt wird, Theilungen hervor welche beim Vorhandensein der chromatischen Zwischenstufen *B* und beziehlich $\overline{fis}^{\wedge}$ es gestatten modulirend die Octavengattungen der D-Scala der Mitte aus D das einemal in die Unterdominante G, das anderemal in die Oberdominante $A^{\wedge}$ zu versetzen, sondern mittelst der erwähnten chromatischen Zwischenstufen können nunmehr innerhalb des bis zu diesem Punkte entwickelten dorisch-mixolydischen Systemes zusätzlich auch die Formen der

lydischen und hypolydischen, jonischen und hypojonischen Octavenleitern der Toni gregoriani V und VI, und XI und XII, sowie jene der phrygischen und hypophrygischen, äolischen und hypoäolischen Toni III und IV, und IX und X, somit alle zwölf Modi des gregorianischen Tonarten-Cyclus*)

*) Wir setzen die Weise als bekannt voraus, wie in den Lehrbüchern des gregorianischen Gesanges die Typen der vorstehenden zwölf Scalen in zwölf durch die verschiedene Lage der Halbtöne in ihrer Stufenordnung sich unterscheidenden Oktachorden dadurch entwickelt werden, dass man innerhalb der Saiten des natürlichen diatonischen Systemes der Cdur-Leiter aufwärts von den Stufen d e f g a ... $\bar{c}$ und beziehlich A H c d e ... g sechsmal acht Stufenschritte abzählt und die ersteren sechs Oktachorde dann authentisch, die letzteren sechs aber plagalisch abtheilt. Zwischen den Saiten h ... $\bar{h}$ ist die Bildung einer authentisch getheilten, zwischen f ... $\bar{f}$ aber die Bildung einer plagalischen Octavenleiter aus diatonischen Stufen unmöglich, weil der ersteren Leiter die normale Quinte, der zweiten die normale Quarte fehlt. Von einer Beachtung der commatischen Unterscheidungen der Saiten enharmonischer Doppelstufen, wie eine solche namentlich für die Saiten d^v und d und beziehlich a und a^λ erforderlich wäre, wird in den currenten Lehrbüchern allerwärts ein völliges Absehen genommen. Die mittelalterlichen Theoretiker bestimmten da wo sie sich in Monochordmessungen einliessen, nach der Weise des Boëthius bekanntlich den Ganzton, die grossen Terzen und den diatonischen Halbton überall lediglich nach den Rationen $^9/_8$, $^{81}/_{64}$ und $^{256}/_{243}$. Seitdem durch Zarlino und Salinas auch der kleinere Ganzton, die beiden reinen Terzen und der richtige diatonische Halbton in die Rationen der natürlichen Tonleiter eingeführt worden sind und schon Descartes auf die Unentbehrlichkeit insbesondere der Doppelform d^v d auf der zweiten Oberstufe der mit c beginnenden aufsteigenden Dur-Leiter (oder beziehlich der zweiten Unterstufe der von e aus abwärts geführten Moll-Leiter) aufmerksam gemacht hat, durfte im Grunde für eine erschöpfende Darlegung des Bildungsgesetzes der Stufenordnungen der gregorianischen zwölf Scalen eine genaue Beachtung der erwähnten commatischen Unterscheidungen nicht umgangen werden. Doch sie fehlt, wie gesagt, bisher in den Lehrbüchern des gregorianischen Gesanges. Indem wir nachstehend das nach der Methode dieser Lehrbücher entwickelte Schema der zwölf Toni hersetzen, sehen wir daher ebenfalls dabei noch von jeder commatischen Bestimmung der Tonschritte ab, behalten uns jedoch vor, das Nähere in dieser Hinsicht bei Gelegenheit der Besprechung der altgriechischen Modi nachträglich beizubringen:

Tonus I et II (Chorda finalis d)

d e f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$

A H c d e f g a

Tonus III et IV (Chorda finalis e)

e f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$

H c d e f g a h

Tonus V et VI (Chorda finalis f)

f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$

c d e f g a h $\bar{c}$

Tonus VII et VIII (Chorda finalis g)

g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$ $\bar{g}$

d e f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$

Tonus IX et X (Chorda finalis a)

a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$ $\bar{g}$ $\bar{a}$

e f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$

dargestellt werden. Es erscheinen jene Versetzungen der vier neutralen und diese Neubildungen der übrigen acht zur einen Hälfte dem Durgeschlechte und zur anderen Hälfte dem Mollgeschlechte angehörigen Octavengattungen dabei in den Formen der s. g. *Musica ficta* ♭ oder ♯. Allerdings fehlen zum Zwecke der enharmonisch-reinen Bildung mehrerer der betreffenden Leitern noch die Saiten A und f deren die untere — und $\bar{g}^\wedge$ und $h^\wedge$ deren die obere Octave für die nöthig werdenden Doppelformen 𝔄𝔄$^\wedge$ und 𝔉𝔉$^\wedge$, beziehlich 𝔊𝔊$^\wedge$ und ℌℌ$^\wedge$ bedürfen würde. Die Transposition der auf ihren vollen Ambitus gebrachten dorisch-hypomixolydischen Dekas-Leiter von 𝔇 nach 𝔊 und beziehlich nach 𝔄$^\wedge$ würde auch, um alle zehn Stufen derselben in diesen beiden verwandten Nebentonarten darzustellen noch die Anfügung zweier weiterer Proslambanomenen $FF^\wedge$ am unteren und $\bar{h}\bar{h}^\wedge$ am oberen Ende erheischen. Die unten folgenden Weiterbildungen der Zahlenformeln sollen aber zeigen, dass auch diese Stufen dem völlig entwickelten Systeme der conjugirten Mittelreihen in der That nicht mangeln.

Die vorhin erwähnten Leitern welche gleichsam als hinzuwachsende Nebenbildungen im Diagramme der conjugirten Reihen des dorisch-hypomixolydischen Systemes gefunden werden — es gehören vier derselben (die der durverwandten Toni V und VI, XI und XII) der musica ficta ♯ und die vier übrigen (die mollverwandten der Toni III und IV, IX und X) der musica ficta ♭ an — sind folgende:

Tonus XI. *Tonus X.*

$G\ A^\wedge\ H\ cc^\wedge\ d\ ee^\wedge\ fis^\wedge\ g$ ⤫ $a^\wedge\ b\ \bar{c}\bar{c}^\wedge\ \bar{d}\ \bar{e}\bar{e}^\wedge\ \bar{f}^\wedge\ \bar{g}\ \bar{a}^\wedge$

Tonus VI. *Tonus III.*

$G\ A^\wedge\ H\ cc^\wedge\ d\ ee^\wedge\ fis^\wedge\ g$ ⤫ $a^\wedge\ b\ \bar{c}\bar{c}^\wedge\ \bar{d}\ \bar{e}\bar{e}^\wedge\ \bar{f}^\wedge\ \bar{g}\ \bar{a}^\wedge$

Tonus XII.

$d\ ee^\wedge\ fis^\wedge\ g$ ⤫ $a^\wedge\ h\ \bar{c}\bar{c}^\wedge\ \bar{d}$. .

Tonus IX.

$d\ ee^\wedge\ f^\wedge\ g$ ⤫ $a^\wedge\ b\ \bar{c}\bar{c}^\wedge\ \bar{d}$. .

Tonus V.

$cc^\wedge\ d\ ee^\wedge\ fis^\wedge\ g^\wedge$ ⤫ $a^\wedge\ h\ \bar{c}\bar{c}^\wedge$

Tonus XI et XII (Chorda finalis $\bar{c}$)

$\bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}\ a\ h\ \bar{\bar{c}}$

$g\ a\ h\ \bar{c}\ \bar{d}\ \bar{e}\ \bar{f}\ \bar{g}$

Tonus IV.

. . . . ee^ f^ g a^ b cc^ d ee^ .

Die Darstellung sämmtlicher acht vorstehender Nebenleitern erheischt in diesem Entwickelungsstadium des aus der Harmonia perfecta maxima hervorgehenden mittleren Tonsystemes der Anwendung der musica ficta. Denn der natürlichen Reihe:

G A H c c^ d e e^ f^ g

mangelt zur Bildung einer dem Tonus XII entsprechenden, zwei lydische Tetrachorde in sich bergenden Leiter die reine Quarte *f* des Finaltones *c*. Und in der natürlichen Reihe:

. a^ h c c^ d e e^ f^ g a^

wird die Saite h^ vermisst, deren es bedürfen würde um eine richtig abgestufte, zwei phrygische Tetrachorde umschliessende 𝔄^moll-Leiter des Tonus IX hervorzubringen. Dagegen wird es mit Beihülfe der chromatischen Saiten *fis*^ und beziehlich *b* möglich, die Octavenleitern der Toni VII und II nunmehr auch innerhalb der Octave *d* . . . *d* der Mitte darzustellen:

Tonus VII in musicâ fictâ ♯

d ee^ fis^ g a^ h c c^ d

Tonus II in musicâ fictâ ♭

d ee^ f^ g a^ b c c^ d

Es ist im Vorstehenden überall nicht blos von acht, sondern von zwölf gregorianischen Octavengattungen oder s. g. Tönen die Rede. Das Tonartensystem des ambrosianischen Gesanges beruhte bekanntlich auf der Annahme von nur vier generisch verschiedenen Scalen, welche aber aufwärts bis zur grossen None der Finalnote und abwärts bis zur Unterquinte derselben sich bewegten, sonach je eine volle grosse Tredecime umspannten. Um dieses allzu grossen, den Sängern beschwerlichen Umfanges willen habe Papst Gregor, so wird berichtet*), jede dieser vier Tonleitern in eine authentische und eine plagalische zerlegt und so das System der acht Kirchentöne aufgestellt. Glarean ist bekanntlich zuerst**) für die aus inneren harmonikalen Gründen hervorgehende Nothwendigkeit eingetreten, neben den acht s. g. regulären Tönen des gregorianischen Systemes noch vier ferneren, den s. g. irregulären nemlich, ihre feste

*) So z. B. der bei Cerone (vgl. oben S. 283 Note *)) citirte Blas Roseto.

**) In seinem im Jahre 1547 erschienenen Dodecachordon.

und besondere Stelle anzuweisen und so die altgriechische Eintheilung der Scalen nach zwölf verschiedenen Octavengattungen wiederherzustellen. Zarlino und Salinas haben in ihren Systemen dann ebenfalls den Schematismus der zwölf Scalen ihrer Darstellung der Lehre von den Tonarten zum Grunde gelegt. Das von den Theoretikern des Mittelalters vorgetragene, auch in die neuern Lehrbücher des gregorianischen Gesanges übergegangene System kennt nur die s. g. regulären acht Toni oder Modi. Es sind dies die acht ersten des vorhin in der Note abgedruckten Schema's. Die vier letzten — die Töne IX und X mit der Finalnote *a*, und die Toni XI und XII mit der Finalnote $\bar{c}$, kommen als solche in den erwähnten Schriften und Lehrbüchern sowie in den meisten Ausgaben des Graduale's und Antiphonale's nicht vor, sondern finden sich dort unter der Benennung „irreguläre Töne", nur als Nebenformen jener anderen acht ersterwähnten. Die Toni IX und X gelten hierbei als Varietäten der regulären Toni I und II, die Toni XI und XII aber als irreguläre Formen der Toni V und VI. Die Schlussfälle des IX. und X. auf der Saite *a* und des XI. und XII. auf der Saite $\bar{c}$ werden nemlich als eine von der Regel sich entfernende Weise der Beendigung der Cantilenen der Toni I oder II, oder beziehlich V und VI, bezeichnet, und es heissen deshalb die erwähnten Saiten *a* und beziehlich $\bar{c}$ bei diesen Theoretikern die „*Confinales*"*) der Töne I und II, beziehlich der Töne V und VI. Für die Psalmodie aber bedient man sich nach solchen Antiphonen, welche in den Tönen IX oder X gesetzt sind, der Psalmen- und Cantiken-Intonationen der regulären Toni I und II, und auf Antiphonen welche aus den irregulären Tonis XI und XII gehen lässt man die Intonationen der Toni V und VI folgen. Die altüberlieferte Psalmodie, wie der musikkundige Papst Leo II (682) dieselbe geordnet haben soll**), deren Anfänge aber unzweifelhaft in die allerfrühesten Zeiten der Kirche zurückreichen, kennt nemlich ebenfalls nur acht s. g. Psalmen- und Cantiken-Töne mit ihren verschiedenen Terminationen, welche das eigentliche System des Psalmengesanges bilden, und ausserdem nur noch als gleichsam irregulären Nebenton den s. g. Tonus peregrinus***), der jedoch nur für den Psalm 113 *In exitu Israel de Aegypto* zur Anwendung kommt†).

Es hat aber bereits Zarlino††) darauf aufmerksam gemacht, dass grade die uralte

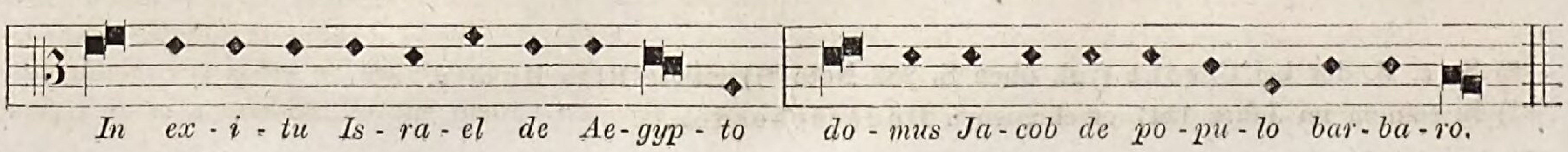
*) Franchinus Gafurius: Pract. Mus. Lib. I c. 8: Sunt et qui irregulares dicunt singulorum tonorum modulationes cum in suam confinalem chordam terminaverint.

**) Zarlino: Institut. Harmon. P. 4. c. 4. Gerbert De cant. et mus. sac. Th. 2 S. 40. Anastasius nennt Leo II. „cantilenâ ac psalmodiâ praecipuus, et in earum sensibus subtilissimâ exercitatione limatus." Nach der Angabe des Platina ordnete er die Psalmodie, verbesserte die Melodien der Hymnen und sorgte für einen kunstgeübten Vortrag derselben.

***) Mozart hat bekanntlich denselben in dem kunstvollen Introitus zu seinem Requiem mit grosser Wirkung als melodisches Motiv zu den Psalmenworten: *Te decet hymnus Deus in Israel* benutzt.

†) Nach israelitischem Ritus wurde der angeführte Psalm während des Genusses des Osterlammes als Festlied gesungen. Vielleicht rührt daher die auch in der Psalmodie der christlichen Kirche ihm zugewiesene besondere melodische Behandlung. Gerbert: a. a. O. Th. I S. 5 hält es für wahrscheinlich, dass die noch übliche Intonation die altisraelitische sei.

††) A. a. O. P. 4 c. 28: „Alcuni non hanno detto male, quando giudicarono, che la Intonatione del Salmo: In exitu Israel de Aegypto:

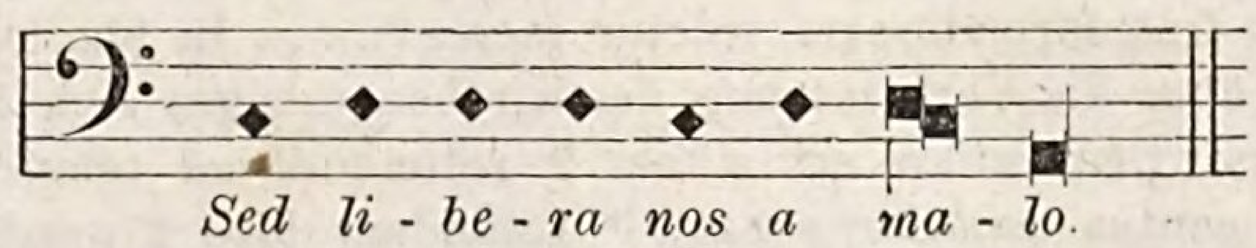


Intonation dieses Tonus peregrinus der Tonalität des Modus IX entspricht. Als ebendahin gehörig bezeichnet er ferner den Cantus des *Pater noster* im Missale, jenen des *Credo in unum Deum* und die schöne Antiphone *Ave Maria gratia plena*. Er nimmt daher, auch was die überlieferten Formen der kirchlichen Gesänge betrifft, für den Tonus IX sowohl als für den Tonus X ein sehr hohes Alter in Anspruch*). In demselben Sinne äussert Zarlino sich auch hinsichtlich der Toni XI und XII, von welchen er bemerkt, dass „unzählige Gesänge der alten Chorbücher“ diesen beiden Modis angehören, und zwar innerhalb der wahren Tonlage ihrer Octaven, während im Laufe späterer Zeiten dann die betreffenden Cantilenen freilich meist, mittelst Anwendung des *b molle* (♭) statt des *b durum* (♮), von *a* nach *d* und beziehlich von $\bar{c}$ nach *f* transponirt worden seien**).

Nach der Lehre sowohl der mittelalterlichen Musikschriftsteller als der neueren muss überdies in allen Tönen, aber besonders im Tonus V und VI und beziehlich im Tonus I und II, also grade in den Modis denen die vier s. g. Irregulartöne als Nebenformen zugetheilt zu werden pflegten, das *b rotundum* dem *b quadratum* allemal da substituirt werden, wo die Vermeidung des unmelodischen Tritonus in den Cantilenen dies fordert. Dieser Regel wurde von den mittelalterlichen Theoretikern aber vielfach eine so umfassende Ausdehnung und Anwendung gegeben***), dass häufig ganze Zwischensätze der in jenen Tonis geschriebenen Gesänge, ver-

fusse la Nona salmodia: percioche vogliono, che la Antifona: *Nos qui vivimus benedicimus Dominum*, sia stata guasta et trasportata fuori del suo luogo“

*) A. a. O. c. 28: „Non si potrà mai dire con verità che questo“ — es ist vom elften Modus nach Zarlino's, mit der Octave c — $\bar{c}$ beginnenden Reihenfolge, also vom IX. Tonus gregorianus die Rede — „sia Modo nuovo; ma sì ben antichissimo; anchora che fin qui sia stato privo del suo nome e del suo luogo proprio; percioche alcuni l'hanno posto tra alcuni lor Modi, che dimandano Irregolari . . . Sono di questo Modo molte cantilene ecclesiastiche, che longo sarebbe il referirle; tra le quali si trova il canto della Orazione Domenichale *Pater noster*, la qual hà la sua forma contenuta tra la Sesta specie della Diapason A et a: et finisce nella chorda A in tal mamiera come si può vedere in alcuni essemplari antichi corretti



Si trova anche die questo modo il Simbolo Nicene: *Credo in unum Deum*, il quale hà principio per la sua Intonatione nella chorda D, et viene a terminare (come si vede nei essemplari corretti) nella chorda A medesimamente, et no nella ♮ overo nella E trasportato per una Diatessaron nel acuto coll'aiuto della chorda ♭, come nei libri moderni si vede.“ Vom Tonus gregorianus X aber wird in c. 29 gehandelt und demselben ein ebenso hohes Alter zugesprochen, wie den übrigen drei s. g. Irregulartönen: „Sarebbe cosa longhissima, quando si volesse mostrare tutte le Cantilene, che si trovano nei libri ecclesiastici, composto sotto il Primo et Secondo modo, et anche sotto il Decimo et Duodecimo“ (also in den Tonis gregorianis XI, XII, IX u. X), „che sono per là maggior parte Graduali, Offertorii, Postcommunioni et altre simili, et non sono tanto facili da conoscere da quelli, che non siano nella Musica bene istrutti“ . . .

**) A. a. O. P. 4 c. 18: „Di questo modo“ (dem 1. zarlinischen oder XI. gregorianischen) „nei libri ecclesiastici, massimamente negli antichi, dei quali ne ho uno appresso di me, che mi è molto caro, si trovano molte cantilene, si come la Messa, la qual chiamano De gli Angioli, le Antifone *Alma redemtoris mater*, e *Regina coeli laetare Allelujah*, e molte altre, oltra quelle che erano del Settimo“, (des 7. Zarlino'schen nemlich d. i. des V. gregorianischen) „contenuto nella questa specie della Diapason F e f, le quali sono state ridutte sotto questo Modo con lo aggiungerle la chorda ♭ in luogo della ♮.“

***) Marchettus von Padua (1274) stellt z. B. im Abschnitte *de quinto tono* seines *Lucidarium in arte musicae planae*, Tract. X c. 4 (Gerbert: Scriptores Th. III S. 110, 111) ganz generell für die absteigende Leiter des Tonus V die Regel auf: „Quintus tonus formatur in suo ascensu ex tertia specie diapente et tertia diatessaron superius: f g a h $\bar{c}$ $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{f}$, in descensu vero ex eâdem specie diatessaron et ex quartâ

möge der chromatischen Erniedrigung der bezeichneten Stufe, oder — wie im Sinne des griechischen Tetrachordsystemes dies ausgedrückt werden könnte — vermöge der Vertauschung des Tetrachordes der getrennten Saiten (διεζευγμένων) mit dem Tetrachorde der verbundenen (συνημμένων) aus den erwähnten Modis thatsächlich in die der Töne IX und X und beziehlich XI und XII übergingen. Solche Tonstücke sind dann im Grunde jonische und hypojonische, mittelst der *musica ficta* ♭*molle* von C-dur nach F-dur versetzte — und beziehlich äolische und hypoäolische auf dieselbe Weise von A-moll nach D-moll übertragene Gesänge. Ihrer Tonalität nach gehören sie alsdann zum grossen Theile ebensowohl wie die vorerwähnten irregulären Töne den Octavengattungen der Toni IX, X, XI und XII an. Die in Rede stehenden letzten vier Modi fehlen also nur äusserlich im Schematismus der mittelalterlichen Kirchentöne. Sachlich waren sie hingegen dem gregorianischen Gesange zu keiner Zeit fremd.

Es darf uns daher nicht Wunder nehmen, dass nach der — freilich sehr unklaren Erzählung eines frühmittelalterlichen Berichterstatters schon zu den Zeiten Karl's des Gr. die Frage angeregt worden sein soll, ob nicht die Zahl der acht Kirchentöne sachgemäss von acht auf zwölf zu bringen sei*). Auch der h. Wilhelm von Hirsau erwähnt in seinem Büchlein

diapente: $\bar{f}$ $\bar{e}$ $\bar{d}$ $\bar{c}$ ♭ a g f. Sed dicet aliquis ergo videtur quod quintus tonus in ejus ascensu cantatur per ♮ quadrum, et in descensu per ♭ rotundum. Dicimus quod sic, et triplici ratione; prima est, quod cum ascendit a fine (vom Finalton f aus) ad diapente supra quomodocunque, talium prolatio notarum dulcior atque suavior ad auditum transit, nec non aptior in ore proferentis existit tertia ratio est, ut cum vellet quintus ad ejus perfectionem ascendere, non inveniatur tritoni duritia, quae adesset si per ♭ rotundum ipsum ascendens cantaremus scilicet a ♭ primo acuto ad e acutum. Cantari debet etiam per ♭ rotundum suo scilicet in descensu, ut cum vult se a diapente supra ad finem deponere, possit tritoni duritiam evitare.“ Aber schon um dritthalb Jahrhunderte früher betonte bereits Guido von Arezzo im 8. Cap. seines *Micrologus* die Nothwendigkeit, im Tonus V zur Vermeidung des Tritonus häufig dem ♮ das ♭ zu substituiren: „♭ rotundum quia minus est regulare, quod adiunctum vel molle dicunt, cum F habet concordiam, et ideo additum est quia F cum quarta a se ♮ tritono differente nequibat habere concordiam: utramque autem ♭ ♮ in eâdem neumâ non iungas. In eodem vero cantu maxime ♭ molli utimur, in quo F . . . f amplius continuatur gravis et acuta, ubi et quandam confusionem et transformationem videtur facere“ . . . In ähnlicher Weise verbreitet auch der h. Bernhard in seiner Schrift über die Verbesserung des Kirchengesanges sich über den Gebrauch des ♭*molle* behufs Vermeidung des Tritonus: „Inventum est autem ♭ rotundum ad temperandum Tritonum, qui supernaturaliter invenitur: ubi enim cantus asperior sonat, ♭ rotundum loco ♮ quadrati, ad temperandam Tritoni duritiam, furtim interponitur. Sed ubi cantus ad suam naturam recurrerit, statim debet auferri. Igitur quia ♭ rotundum est accidens, et accidens potest adesse vel abesse sine corruptione subiecti, ubi necessarium fuerit apponatur.“ Das schwankende solcher, nur auf die Forderungen des Ohres verweisenden Regeln, und die mangelnde Vertrautheit mit den eigentlichen Grundlagen der musikalischen Tonartenlehre, mussten freilich die Folge haben, dass unter den Sängern bezüglich der praktischen Anwendung des Verbotes des Tritonus und des Gebotes des zu dem Ende anzuwendenden Chroma's, sowie der Frage wann die Führung der Melodie denn zu dem ursprünglichen Gesetze der Octavenleiter der Toni V und VI zurückkehren dürfe und solle, in den vielgestalteten einzelnen Fällen die grösste Unsicherheit und ein nicht endigender Streit der Meinungen obwalteten. Es ist daher nur zu begreiflich, dass der h. Bernhard, indem a. a. O. er seinen Ordensbrüdern den grössten Fleiss in gründlicher Aneignung der aufgestellten Regeln anempfiehlt, zugleich in die Klage ausbricht, dass die oft vorkommende Unwissenheit der Cleriker im kirchlichen Gesange am meisten störend sich durch die so häufigen Verwechslungen des *Mi* und *Fa* kund gebe.

*) Es berichtet nemlich Aurelianus Reomensis (850) im 8. Cap. seiner *Disciplina Musicae* (Gerbert Script. Tom. I): „Extitere etiam nonnulli cantores, qui quasdam esse antiphonas, quae nullae earum regulae possent aptari, asseruerunt. Unde pius Augustus, avus vester Carolus“, (das Büchlein ist einem Abte Bernard, einem Nachkommen Karl's gewidmet, der dem in der Diözese Langres belegenen Kloster vorstand, welchem Aurelian angehörte) „paterque totius orbis, quatuor augere jussit, quorum hic vocabula supter tenentur inserta ananno . noeane . nonannoeane . noeane. Et quia gloriabantur Graeci, suo ingenio octo indeptos esse tonos, maluit ille dodenarium adimplere numerum Qui tamen toni modernis temporibus inventi tam Latinorum quam Graecorum, licet literaturam inaequalem habeant, tamen semper ad

über die Musik dunkel gewisser den Nachweis des Vorhandenseins von zwölf Tonarten zum Gegenstande habender Lehren welche zu seiner Zeit von Einigen aufgestellt worden seien; zählt für den kirchlichen Gebrauch aber nur die gemeinüblichen acht Toni des herkömmlichen Systemes auf*).

Wie die diatonischen Saiten der Doppel-Sçala des neutralen Systemes der Mitte den Schematismus der vier geschlechtslosen Octavengattungen I, II, VII und VIII geliefert haben, so werden ohne Anwendung des Chroma's die für die Entwickelung der vier mollverwandten Töne III, IV, IX und X erforderlichen Saiten in dem zweioctavigen Systeme der phrygischen Tetrachorde (im s. g. Systema maximum immutabile der classischen Musikschriftsteller) gefunden. Die natürlichen Typen der durverwandten Toni V, VI, XI und XII aber erweisen sich als in den diatonischen Stufen jenes anderen Tetrachordsystemes enthalten welches wir aus lydischen Tetrachorden im 5. Hauptstücke entwickelt und als ein umgekehrtes Abbild und eine Antiphonie der so eben erwähnten phrygischen zweioctavigen Scala erkannt haben. Theilt man nemlich die diatonischen Stufen dieser letzteren unter Festhaltung der Chordae stabiles in nachstehender Weise ab, so erscheint zwischen dem Proslambanomenos $AA^{\wedge}$ und der Nete hyperbolaion $\bar{a}\bar{a}^{\wedge}$ im Umfange einer Doppeloctave die Stufenordnung des äolischen Tonus IX und zwischen der Hypate Meson $ee^{\wedge}$ und der Nete Diezeugmenon $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ im Umfange einer Octave die Stufenordnung des hypoäolischen Tonus X. Beide Leitern werden hierbei als 𝔄moll-Leitern gelten können, da die Abtheilung ihrer Stufen vollkommen dem Gesetze der absteigenden modernen Moll-Scala entspricht:

Aeolische Leiter des Tonus IX.

$AA^{\wedge}$ $HH^{\wedge}$ c $d^{\vee}d$ $ee^{\wedge}$ f g $aa^{\wedge}$ $hh^{\wedge}$ $\bar{c}$ $\bar{d}^{\vee}\bar{d}$ $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ $\bar{f}$ $\bar{g}$ $\bar{a}\bar{a}^{\wedge}$

Hypoäolische Leiter des Tonus X.

Wird aber der diazeuktische Ganzton $aa^{\wedge}$. . . $hh^{\wedge}$ statt mit den Saiten des nächsthöheren Tetrachordes Diezeugmenon mit dem abwärts an ihn sich anreihenden Tetrachorde Meson zu einem Pentachorde verbunden, so zeigt sich zwischen der Hypate Meson $ee^{\wedge}$ und der Nete Diezeugmenon $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ die Leiter des phrygischen Tonus III, und zwischen der Hypate Hypaton $HH^{\wedge}$ und der Paramese $hh^{\wedge}$ jene des hypophrygischen Tonus IV:

Phrygische Leiter des Tonus III.

. . . . $HH^{\wedge}$ c $d^{\vee}d$ $ee^{\wedge}$ f g $aa^{\wedge}$ $hh^{\wedge}$ $\bar{c}$ $\bar{d}^{\vee}\bar{d}$ $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$

Hypophrygische Leiter des Tonus IV.

Mittelst einer analogen aber umgekehrten Abtheilung der lydischen Tetrachorde des anderen zweioctavigen Systemes ergeben sich aus den der natürlichen diatonischen Tonleiter angehörigen

priores octo eorum revertitur modulatio. Et sicuti quit nemo octo partes grammaticae adimplere disciplinae, ut ampliores addat partes, ita nec quisquam tonorum valet ampliare magnitudinem."

*) S. Gerbert De cantu et mus. sacra Th. 2 S. 72. Später als Glarean haben, ausser den bereits genannten Zarlino und Salinas, noch Cerone, der ältere Bononcini, so wie die von Gerbert a. a. O. S. 248 citirten Philipp Venetius und J. A. Barnabeo, das System der zwölf verschiedenen Modi in detaillirter Weise zum Gegenstand ihrer theoretischen Untersuchungen gemacht.

Saiten desselben unter unveränderter Bewahrung der Chordae stabiles die Leitern des hypojonischen Tonus XII und des jonischen Tonus XI — erstere im Umfange einer Doppeloctave zwischen dem Ober-Proslambanomenos $\bar{g}^{\vee}\bar{g}$ und der Nete Hyperbolaion (hier dem tiefsten Tone des Systemes) $G^{\vee}G$, letztere im Umfange einer Octave zwischen der Hypate Meson $\bar{c}^{\vee}\bar{c}$ und der Nete Diezeugmenon $c^{\vee}c$ der in umgekehrter Reihenordnung der Namen benannten Saiten dieses Systemes:

Hypojonische Leiter des Tonus XII.

$G^{\vee}G \quad A \quad H \quad c^{\vee}c \quad d^{\vee}d \quad e \quad f^{\vee}f \quad g^{\vee}g \quad a \quad h \quad \bar{c}^{\vee}\bar{c} \quad \bar{d}^{\vee}\bar{d} \quad \bar{e} \quad \bar{f}^{\vee}\bar{f} \quad \bar{g}^{\vee}\bar{g}$

Jonische Leiter des Tonus XI.

Die Zutheilung des diazeuktischen Tones $f^{\vee}f \dots g^{\vee}g$ an einen in Verbindung mit dem nächsthöheren Tetrachorde aufwärts zu bildenden Pentachord erzeugt hier zwischen den Saiten $c^{\vee}c$ und $\bar{c}^{\vee}\bar{c}$ die hypolydische Leiter des Tonus VI, zwischen den Saiten $f^{\vee}f$ und $\bar{f}^{\vee}\bar{f}$ aber die lydische Leiter des Tonus V:

Hypolydische Leiter des Tonus VI.

$\dots c^{\vee}c \quad d^{\vee}d \quad e \quad f^{\vee}f \quad g^{\vee}g \quad a \quad h \quad \bar{c}^{\vee}\bar{c} \quad \bar{d}^{\vee}\bar{d} \quad \bar{e} \quad \bar{f}^{\vee}\bar{f} \dots$

Lydische Leiter des Tonus V.

Wird in dem Systeme phrygischer Tetrachorde der Tetrachord Diezeugmenon $hh^{\wedge}\ \bar{c}\ \bar{d}^{\vee}\bar{d}\ \bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ mit dem Tetrachorde Synemmenon $aa^{\wedge}\ b^{\vee}\ \bar{c}\ \bar{d}^{\vee}\bar{d}$, und in dem Systeme lydischer Tetrachorde der Tetrachord Diezeugmenon $ff^{\vee}\ e\ dd^{\vee}\ cc^{\vee}$ mit dem Tetrachorde Synemmenon $g^{\vee}g\ fis^{\wedge}\ e\ d^{\vee}d$ vertauscht, so liefert auch auf diese Weise mittelst der nun entstehenden musica ficta das phrygische Tetrachordsystem die Typen der phrygischen und hypophrygischen, äolischen und hypoäolischen — und das lydische System diejenigen der lydischen und hypolydischen, jonischen und hypojonischen Octavenleitern. Jedoch fehlt dem phrygischen Systeme die für die enharmonisch reingestimmte Darstellung der erstgenannten vier Leitern alsdann unentbehrliche Saite $g^{\vee}$, und dem lydischen mangelt die den anderen vier Leitern enharmonisch nöthige Saite $a^{\wedge}$. Die musica ficta beider Tetrachordsysteme zeigt sich dabei in folgender Gestalt:

I. Musica ficta ♭ des phrygischen Tetrachord-Systemes.

1. Phrygische Tonweise.

Phrygische Leiter des Tonus III.

$\dots ee^{\wedge} \quad f \quad g \quad aa^{\wedge} \quad b^{\vee} \quad \bar{c} \quad \bar{d}^{\vee}\bar{d} \quad \bar{e}\bar{e}^{\wedge} \quad \bar{f} \quad \bar{g} \quad \bar{a}\bar{a}^{\wedge}$

Hypophrygische Leiter des Tonus IV.

2. Aeolische Tonweise.

Aeolische Leiter des Tonus IX.

$\ldots\ d^{\vee}d\quad ee^{\wedge}\quad f\quad g\quad aa^{\wedge}\quad b^{\vee}\quad \bar{c}\quad \bar{d}^{\vee}\bar{d}\quad \bar{e}\bar{e}^{\wedge}\quad \bar{f}\quad \bar{g}\quad \bar{a}\bar{a}^{\wedge}$

Hypoäolische Leiter des Tonus X.

II. Musica ficta ♯ des lydischen Tetrachord-Systemes.

1. Lydische Tonweise.

Hypolydische Leiter des Tonus VI.

$G^{\vee}G\quad A\quad H\quad c^{\vee}c\quad d^{\vee}d\quad e\quad fis^{\wedge}\quad g^{\vee}g\quad a\quad h\quad \bar{c}^{\vee}\bar{c}\ \ldots$

Lydische Leiter des Tonus V.

2. Jonische Tonweise.

Hypojonische Leiter des Tonus XII.

$G^{\vee}G\quad A\quad H\quad c^{\vee}c\quad d^{\vee}d\quad e\quad fis^{\wedge}\quad g^{\vee}g\quad a\quad h\quad \bar{c}^{\vee}\bar{c}\quad \bar{d}^{\vee}\bar{d}\ \ldots$

Jonische Leiter des Tonus XI.

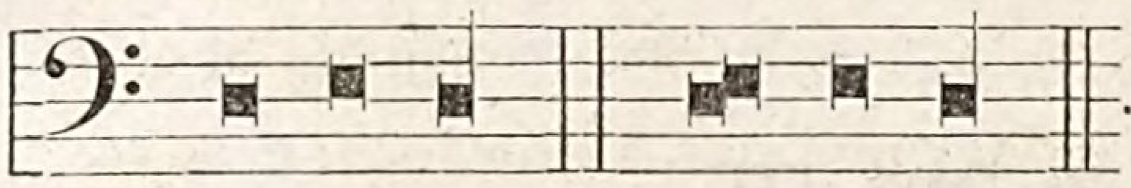
Die bisherigen Ausführungen liefern den Beweis, dass das System der zwölf Octavengattungen, wie dasselbe sowohl dem vervollständigten Cyclus der gregorianischen Töne als auch dem sogleich quellenmässig zu entwickelnden altgriechischen Tonartensysteme zum Grunde liegt, im engsten Zusammenhange sich befindet mit der von den classischen Musikschriftstellern den Grundzügen nach wiedergegebenen, aber nicht in ihrer ganzen Vollständigkeit vorgetragenen Lehre von den drei Formen der diatonischen Tetrachorde, von der Verbindung je zweier gleichartiger Tetrachorde mit einem bald trennenden, bald als Anfangs- oder Endton der Leiter sich anfügenden Ganztone, und von der arithmetischen oder harmonischen Theilung der Octave. Die abweichenden Ordnungen der Stufenfolge für jede einzelne dieser Scalen sind ihrer eigentlichen Beschaffenheit nach nichts anderes, als das Ergebniss der verschiedenen möglichen Variirungen der in jene Combinationen eintretenden vorbenannten melodischen Elementarformen.

Die Lehre von den zwölf Octavengattungen oder Modis erscheint daher zunächst als ein Zweig — und im Sinne der Alten als der wesentlichste Zweig einer systematisch geordneten Melodik. Weil in der mehrstimmigen Musik aber die in der Scalenbildung ihren Ausdruck findenden Gesetze der melodischen Form und die entsprechende Beschaffenheit der accordlichen Harmonisirung einer Tonweise in einer unzertrennbaren inneren Wechselbeziehung zu einander stehen, so hat das besondere des Formenbaues der zwölf Octavengattungen auch einer jeden für die rechte Weise der harmonischen Begleitung ihr individuelles Gepräge aufgedrückt. Jeder einzelne Modus gehorcht hinsichtlich der Auswahl und Verflechtung der ihm eigenen Grundaccorde und der modulatorischen ihm gestatteten Ausweichungen nach bestimmten nah verwandten anderen Tonarten hin seinem besonderen Gesetze. So gestaltet denn die Lehre vom melodischen Schematismus der zwölf Octaven sich zum Objecte eines nicht minder wichtigen

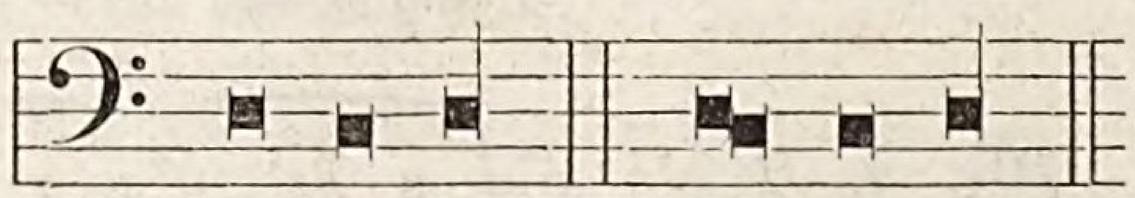
Abschnittes auch der praktischen Harmonisirungslehre. In den Eigenthümlichkeiten der an gewisse feste Typen gebundenen und dennoch die grösste Mannigfaltigkeit der Formen in sich beschliessenden modulatorischen Regeln für jeden einzelnen Modus wurzelt — vielleicht in höherem Maasse noch als in den melodischen Bildungen — jenes der heutigen Tonkunst trotz alles Formenreichthums in der Zerfahrenheit ihrer Modulationen unerreichbare Etwas, durch welches die Intonationen der gregorianischen Tonweisen — dieser um eines Ausdruckes des für die Reinheit der kirchlichen Tonkunst schwärmenden sel. Thibaut uns zu bedienen grossen Urgesänge der christlichen Kirche (und, wie noch gezeigt werden soll, des alten Bundes) — das für religiöse Eindrücke irgendwie empfängliche Gemüth des Hörers in einer Weise ergreifen*), welche von den nach den Regeln der modernen Tonalität gesetzten Compositionen der Meister unserer Tage, trotz des äussersten Aufwandes aller sonst so effectvollen Mittel, nirgendwo mehr erzielt zu werden vermag.

Die aus der Beschaffenheit des melodischen Baues der zwölf Töne hervorgehenden typischen Regeln für ihre Harmonisirung sind im Wesentlichen nun aber folgende:**)

Tonischer Accord der Toni I und II ist der Molldreiklang ihres gemeinsamen Finaltones *d*. Die Schlussfälle in den Finalton haben melodisch meist die folgende Gestalt:



. Endigt ausnahmsweise eine den genannten Tönen angehörige Cantilene mit der Wendung



, so versteht es sich nach den traditionellen Regeln des gregorianischen Gesanges ohne dass hierbei es einer Aufzeichnung des Chroma's in der Tonschrift bedarf von selbst, dass melodisch im Cantus firmus statt *c* das Subsemitonium *cis*^ gesungen werden muss. Die begleitenden Stimmen bedienen sich ebenfalls für die Schlussfälle in den 𝔇moll-Accord allezeit eines vorhergehenden 𝔄^dur-, nie aber eines 𝔄^moll-Accordes, in der betreffenden Mittelstimme also des Intervalls *cis*^, nicht *c*. Denn die mittelst einer Accordfortschreitung in die Oberquarte oder Unterquinte des Accordgrundtones auszuführenden wirklichen Schlussfälle am Ende des Tonstückes selbst, oder seiner der Satzbildung der Texteswortes entsprechend abgetheilten Hauptabschnitte, sollen in der harmonischen Behandlung des gregorianischen Chorales wie in den Figural-Compositionen allemal regelrecht gebildete Cadenzen sein***). Dominant-Accord sowohl des Tonus I als II ist der

*) S. Augustinus Confess. IX c. 6: „Quantum flevi in hymnis et canticis tuis, suave sonantis Ecclesiae tuae vocibus commotus acriter? Voces illae influebant auribus meis, et eliquabatur veritas tua in cor meum: et exestuabat inde affectus pietatis, et currebant lacrimae, et bene mihi erat cum eis.“

**) Wir folgen in der nachstehenden Aufzählung der in den einzelnen Tönen gestatteten Cadenzen so wie in Betreff der richtigen Form dieser letzteren den von Aaron in seinem *Toscanello* besonders aber von Zarlino im 4. Theile seiner *Institutioni harmoniche* und von Cerone im 16. Buche des *Melopeo* mit vollster Sachkunde und feinstem Urtheile in Uebereinstimmung mit den traditionellen Gesetzen des gregorianischen Gesanges gegebenen ausführlichen Anleitungen zur harmonisch mehrstimmigen Behandlung der zwölf Octavengattungen. Wir übertragen nur das dort in der Weise der Quinquecentisten Vorgetragene in die Kunstsprache der modernen Tonarten- und Accordlehre.

***) Zarlino drückt diese Regel im 51. Cap. des 3. Theiles der *Instit. harmon.* dahin aus: es müsse das Intervall, welches zwei am Schlusse in den Finalton oder in eine andere Hauptstufe der Leiter mittelst stufenweisen Fortschrittes in der Gegenbewegung sich auflösende Stimmen in ihrem Zusammenklange gegeneinander bilden, nothwendig allemal, auch ohne dass dies in der Notenschrift angedeutet werde, eine kleine Terze bilden: . . . „fa di bisogno, che nelle penultime figure di queste Cadenze sia la Terza minore e ciò si

Molldreiklang der fünften Stufe des erstgedachten oder beziehlich der ersten (oder achten) Stufe des zweitgedachten Modus. Die Ausweichungen nach 𝔄^moll sind daher in beiden Tönen überaus häufig. Die Anwendung des Chroma's *gis*^ in den begleitenden Stimmen versteht sich, dem so eben Gesagten zufolge, dabei wieder von selbst. Dem Dominantaccorde 𝔄^moll stellt sich gleichsam als Unterdominant-Accord in beiden Modis der harte Dreiklang 𝔊dur der vierten Stufe der authentischen Leiter zur Seite. Das besondere der dorischen und hypodorischen Tonart, im Gegensatze zur äolischen und hypoäolischen, oder beziehlich modernen Moll-Tonart wurzelt eben darin, dass wie dieser letzteren ein harter Dominant- und ein weicher Unterdominant-Dreiklang eigen ist, so umgekehrt jene der dorischen Tonalität angehörigen Scalen als ganz wesentliche Harmonien ihrer Accordfamilie einen weichen Oberdominant- und einen harten Unterdominant-Accord besitzen. Den Tonis I und II sind daher Ausweichungen in die 𝔊dur- niemals aber in die 𝔊moll-Tonart eigen. Dieselben geschehen selbstverständlich (vermöge des eben Gesagten) mittelst Anwendung des Chroma's 𝔉is^ in den begleitenden Stimmen. Häufiger noch als nach 𝔊dur cadenziren aber sowohl der Tonus I als der Tonus II mittelst des eben erwähnten 𝔊dur-Accordes nach ℭdur. Diese Tonart, aus deren diatonischen Leiter die Toni I und II ja im Grunde entstammen, macht sich neben der 𝔄^moll-Tonart so zu sagen als die beiden Tönen nächstverwandte Tonart geltend. Sehr oft wendet die Modulation in beiden Modis sich aber auch der Durtonart der dritten Stufe der authentischen Leiter oder sechsten der plagalischen, nemlich 𝔉^dur zu. Die Cadenzen sowohl als der ganze harmonisch für die Begleitung maassgebende Character sind wie aus dem Vorgesetzten erhellet für die Toni I und II überall dieselben. Dies gilt in ähnlicher Weise auch von den übrigen authentischen und zugehörigen plagalischen Tönen des Systemes. Die letzteren unterscheiden sich von den ersteren nur in melodischer, nicht aber in harmonischer Hinsicht; indem die ersteren bis zur Octave und None der Finalnote emporsteigend mehr die höheren Regionen, die letzteren bis zur Unterquarte und Unterquinte des Finaltones hinabsteigend vorzugsweise

potrà sempre fare in ciascun luogo senza porre il segno ♯ della chorda chromatica, per fare dell' intervallo del Tuono un Semituono: imperochè in quella parte, che tra la penultima Figura si e la ultima si trova il movimento, che ascende, sempre si intende essere collocato il Semituono: pur che l'altra parte non discenda per simile intervallo Ma la natura ha provisto in simil cosa; perciochè non solamente li periti della Musica, ma ancho li Contadini, che cantano senza alcuna arte, procedono per l'intervallo del Semituono. E queste sono dette Cadenze propriamente.“ Cerone nennt diese regelrecht mit Zuhülfenahme des Subsemitonium's gebildeten Cadenzen *Clausulas sostenidas.* Er handelt von der Nothwendigkeit der melodischen Anwendung des Subsemitoniums für die Schlussfälle im Cantus firmus im 65. Cap. des 5. Buches des *Melopeo.* Es heisst dort in dieser Beziehung: „Y adviertan que para las Clausulas, quando el punto de medio abaxa, por una cierta natural gracia, la voz antes passa al intervallo menor, que es de Semitono (y esto con un sostenido imaginado, ein nicht hingeschriebenes ♯) que no à interval mayor, que es de Tono entero. De modo que todas las Clausulas sostenidas valen tanto comos los Semitonos cantables de Mi à Fa, o de Fa à Mi.“ Im Cap. 10 desselben Buches, wo von der selbstverständlichen Anwendung des zur Vermeidung des Tritonus erforderlichen, in der Regel ebenfalls nicht hingeschriebenen Chroma's die Rede gewesen ist, hat Cerone von den betreffenden Schriftzeichen noch folgendes gesagt: „Sin las señales (♭ ♮ ♯) los puntos han de hazer el mesmo effecto: y por fuerça (usando del Arte) cantarlos hemos de la misma manera, costreñidos de los terminos y reglas musicales. Mas porque no todos los Cantores saben todas las reglas, y todo termino musical, por esso se ponen las señales cerca de los puntos: digo para dar lumbre al canto y aclararle; que es alumbrando al tuerto y lagoñoso Cantante: y assi no sin causa à estas ♭, ♮, ♯ cifras, algunos Escritores las llamaron, Señales de ignorantes.“ Wie Zarlino und Cerone behandelt auch der mehr als ein halbes Jahrhundert vor Zarlino blühende Theoretiker Aaron in seinem *Toscanello della Musica*, welches 1523 erschien, die Lehre von den in den Schlussfällen als selbstverständlich zur Anwendung kommenden chromatischen Erhöhungen des Untertones der Schlussnote.

die tieferen Regionen der harmonisch betrachtet beiden Tonarten gemeinsamen Saiten suchen. Es erhält der Tonus II hierdurch jenes dumpfere Gepräge, um deswillen es in der Charakterisirung der acht Kirchentöne bei Adam von Fulda vom zweiten Tone heisst: „alter tristibus aptus.“

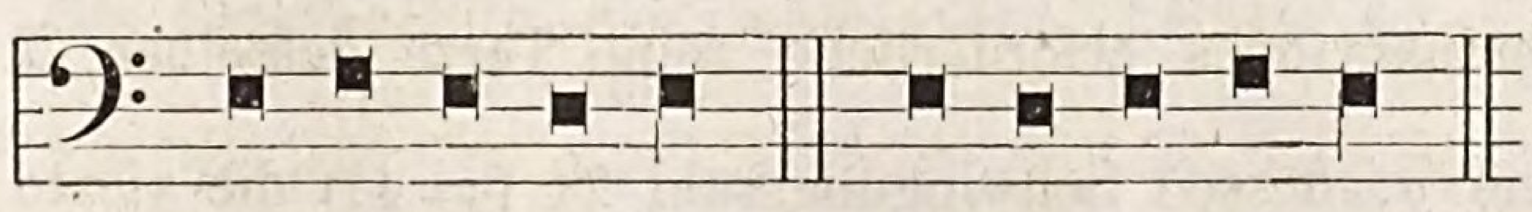
Den Tonis I und II stehen als ihre Paralleltöne und antiphone Gegenbilder die Toni VIII und VII gegenüber. Tonischer Accord der beiden letzteren ist der Durdreiklang ihres Finaltones G. Um in diese ihre tonische Harmonie zu cadenziren bedienen beide Toni sich des Ddur-Accordes. Als Harmonie der nahverwandten Tonart der Oberquinte (oder Unterquarte) des Finaltones erscheint aber nicht der erwähnte Duraccord sondern allezeit der Mollaccord der D-Stufe. In modulatorischer Beziehung ist demnach die Mollharmonie der Oberquinte (oder Unterquarte) des Finaltons als Dominantaccord zu betrachten. Der Oberdominant-Dmoll-Accord nimmt in den durverwandten Tonis VIII und VII diejenige Stelle ein, welche in den mollverwandten Tonis I und II dem Gdur-Dreiklange als Unter-Dominantharmonie angewiesen ist. In dieser eigenthümlichen Vertauschung der Dur- und Mollformen wurzelt modulatorisch die geschlechtslos-gleichgewichtliche, neutrale Färbung der vier hier in Rede stehenden, der dorisch-mixolydischen Tonalität angehörigen Octavengattungen. Wie in den Tonis I und II der Gdur-Dreiklang dann nach Cdur führte, so leitet hier in den Tonis VIII und VII der Dmoll-Dreiklang auch wohl in allerdings minder häufig sich darbietenden Gängen die Modulation nach A^moll hinüber. Der Cmoll-Dreiklang ist den Tonis VIII und VII nicht fremd. Modulationen aber in die Tonart Cmoll würden der Tonalität der in Rede stehenden beiden Modi sowohl als derjenigen der Toni I und II gänzlich widersprechen und sind daher allen vier genannten Octavengattungen völlig fremd. Um der Schlüsse auf der Finalnote G willen wird die harmonische Begleitung sich wie gesagt in den Modis VIII und VII des Ddur-Accordes und folgeweise häufig der Saite Fis^ bedienen. In den melodischen Wendungen des Cantus firmus wird dagegen das Subsemitonium Fis^ kaum jemals vorkommen und Behufs Umgehung desselben daher melodisch meist durch einen Aufschritt in die Ober-Secunde des Finaltones der Schlussfall in den letzteren eingeleitet werden. Desto häufiger wird in den Melodien der gedachten beiden Modi die Stufe F^ angeschlagen, was dann wieder in harmonischer Beziehung die öftere Wiederkehr von Modulationen nach Cdur zur Folge hat; so dass die Toni VIII und VII in ähnlicher Weise zwischen Gdur und Cdur — man möchte sagen: auf und abschwanken, wie dies für die Toni I und II in Ansehung der Tonarten Dmoll und A^moll der Fall ist.

Es ist einleuchtend, dass durch die hier aufgezählten Besonderheiten ihrer Modulationen die vier neutralen Octavengattungen der Mitte I und II, VIII und VII ein Gepräge erhalten werden welches sie, wie von der modernen Dur- und Molltonart, so auch von den äolisch-phrygischen sowohl als lydisch-jonischen Modis in tonaler Beziehung völlig unterscheidet.

Viere dieser übrigen Octavenleitern, nemlich der äolische Tonus IX und hypoäolische X, welche der gewöhnlichen modernen Mollleiter entsprechen, so wie der jonische Tonus XI und hypojonische XII, in denen die neuere Durleiter sich zeigt, bedürfen keiner besonderen Characterisirung ihrer leitereigenen Accorde und modulatorischen Behandlung. Die Accord-Familien und verwandtschaftlichen Beziehungen derselben zu anderen Tonarten fallen überall mit denjenigen der beiden so eben genannten modernen Tonarten zusammen. Dagegen stellen sich der phrygische Tonus III und hypophrygische IV, und beziehlich der lydische Tonus V und hypolydische VI als besondere tonale Phasen der Formenbildung des Moll- und Durgeschlechtes dar, welche die neuere Harmonielehre freilich völlig ignorirt, denen aber um ihres melodisch wie harmonisch sehr charakteristischen Gepräges willen die Tonlehre der Alten eine besondere

hervorragende Stellung im Schematismus der verschiedenen Modi eingeräumt hatte und welchen unsererseits daher eine aufmerksame Beachtung zuzuwenden ist.

In den Tonis III und IV, welche mit den Tonis IX und X die mollgeschlechtliche Gruppe der zwölf Octavengattungen bilden, gibt sich nemlich, in höherem Maasse noch als in diesen beiden letzteren, die Molltonalität in derjenigen Eintheilung und Ordnung der Stufenfolge zu erkennen, welche in zahlenharmonikaler Hinsicht als die eigentliche und wahre Bildungsform der Mollleiter bezeichnet werden muss. Zeugerton der dem Mollgeschlechte angehörigen Reihe ist, wie wir wissen, nicht der Grundton oder tiefste Ton des Mollaccordes, sondern — nach Oberintervallen gezählt — die Quinte oder vielmehr Duodecime dieses Tones, der gemeinsame Oberprimton nemlich des Stammaccordes und der ganzen Folge der aus dem letzteren hervorgehenden Unterharmonikaltöne. Als „Herrscherton" im vollsten Sinne des Wortes der aus den abwärts fortschreitenden Zeugungen der ἄρτιος-Reihe ihre Gestalt empfangenden Molltonart bietet sich daher der Betrachtung nicht diejenige Stufe des Hauptdreiklanges der Tonart dar, für welche die moderne Kunstsprache sich der Bezeichnung „Tonica" bedient, nach dem Namen des Tones dieser Stufe die Benennung auch der Tonart selber bildend. Die Führung der Herrschaft gebührt im Mollgeschlechte vielmehr der Dominante. Die Schwingungsmenge des Dominant-Obertones liefert das einheitliche Gemäss für die Berechnung der Rationen sämmtlicher Reihenglieder. Die Unteroctaven dieses Obertones werden als Anfangs- und beziehlich Endstufe einer authentisch getheilten Octave und als Mittelstufe einer plagalisch getheilten zum Haupt- und Finalton einer nach dem Gesetze der Toni III und IV geordneten Stufenfolge. Als Anfangs- und Endstufe aber einer plagalisch und beziehlich als Mittelstufe einer authentisch getheilten Octavenleiter nehmen dieselben, wie das weiter unten folgende Diagramm zeigen wird, die Stelle des Dominanttones in zwei Scalen ein, die sich als die Octavengattungen der Toni IX und X darstellen. Die Cantilenen der Modi III und IV sind daher, dem Gesagten zufolge, als Mollmelodien aufzufassen, welche statt auf der Stufe ihres Tonus auf der Dominante endigen und harmonisch, statt mit dem tonischen Molldreiklange, vielmehr mit dem Duraccorde ihrer Dominante abschliessen. Melodisch geht dem Finaltone derselben aus diesem Grunde niemals sein Subsemitonium oder seine grosse Ober-Secunde vorher, sondern es bildet gewöhnlich der Oberhalbton oder der grosse Unterganzton die Vorstufe des Endtones und die Schlüsse der Cantilenen haben dann in beiden Tonis eine der beiden folgenden melodischen Formen



. Dem Dominant-Durdreiklange als Schlussaccord geht als vorletzter Accord sehr häufig der weiche Unterdominantaccord der Tonart vorher. Der pathetisch-ernste und dennoch erregte und spannende Character namentlich der dem Tonus III angehörenden Tonweisen wurzelt vorzugsweise in diesen Schlüssen. Die übrigen Schlussfälle beider Modi finden in den Molldreiklang der Oberquarte (oder Unterquinte) 𝔄 des Finaltones 𝔈, also in die Tonica der Tonart, und in den Durdreiklang der kleinen Obersexte (oder grossen Unterterze) ℭ des Finaltones, also in die parallele Durtonart der Molltonart des Modus statt. Als vorübergehende Ausweichungen können in beiden Tönen auch noch Modulationen in die Durtonart der kleinen Obererze 𝔊 des Finaltones vorkommen. Ausweichungen in die Dur- oder Molltonart der Oberquinte (oder beziehlich Unterquarte) ℌ des Finaltones 𝔈 sind aber beiden Modis völlig fremd.

Die Toni V und VI endlich sind die der Durtonalität angehörigen antiphonen Gegenbilder der beiden vorgenannten der Molltonalität entstammenden Toni III und IV. Wie jene mit den

Tönen IX und X zu einer molltonalen Vierung sich verbanden so stellen die Toni V und VI in ihrer Vereinigung mit den Tönen XI und XII die durgeschlechtliche Gruppe der zwölf Octavengattungen dar. Tritt in den Tönen III und IV der Durdreiklang der Finalnote E in den häufigen Halbcadenzen und Cadenzen von und nach Amoll uns als Dominantaccord der Molltonart seiner Unterquinte beziehlich Oberquarte A entgegen, so schwankt in den Tonis V und VI die Modulation fortwährend zwischen der tonischen Durtonart F und der als Dominant-Tonart von F auf der Oberquinte (oder Unterquarte) C des Finaltones F ihren Sitz habenden Cdur-Tonart. Den Nebencadenzen der Toni III und IV nach Cdur und Gdur entsprechen als solche in den Tonis V und VI aber die Cadenzen in die Molltonarten der grossen Oberterze und der kleinen Unterterze der Finalnote derselben, also Cadenzen nach Amoll und Dmoll. Zur Vermeidung des Tritonus wird, wie schon bemerkt wurde, namentlich in der absteigenden Tonleiter sehr häufig statt der übermässigen Quarte H des Finaltones F die reine Quarte ♭ zu nehmen sein. Doch es erscheint dies *♭ rotundum* — um mit dem h. Bernhard in der oben citirten Stelle zu reden gleichsam nur „per accidens“ — nur „furtim“, und soll wie dort gesagt wurde allemal wieder dem *♭ quadratum* weichen, wo die Rückkehr der Cantilene zur normalen Beschaffenheit ihrer Leiter dies gestattet („ubi cantus ad naturam suam recurrit“). Tonfälle in die Unterdominanttonart B$^{\vee}$dur kommen in der lydischen und beziehlich hypolydischen F-Tonart daher unter keiner Bedingung vor. Es entbehren diese beiden durverwandten Octavengattungen der Toni V und VI vielmehr der Ausweichung in die Unterdominante der Durtonart ihres Finaltones, gleichwie in den phrygischen und hypophrygischen Octaven der mollverwandten Töne III und IV die Modulation in die Moll- oder Durtonart der Oberdominante H des Finaltones E verpönt war.

Durch diese, der Beziehung zur Unterdominante entbehrende, durchweg der Oberdominante zugewendete Richtung ihres modulatorischen Characters gibt sich die lydische und hypolydische Scala der Toni V und VI in Ansehung der ihrem Baue zum Grunde liegenden Zahlenrationen aber auf analoge Weise als das primäre und wahre Urbild der Dur-Tonleiter der aufsteigenden Oberharmonikalen eines gegebenen Stammgrundtones zu erkennen, wie vorhin für die Molltonleiter der Unterharmonikalreihe ein solches hinsichtlich der phrygischen und hypophrygischen Scala der Toni III und IV ausgesagt worden ist. In der περισσὸς-Reihe der wachsenden Multipeln des Stammtones 1 C werden ja der Unterdominantton der Cdur-Tonart F und die zur Bildung des Durdreiklanges dieses Unterdominanttones erforderliche reine Terze desselben A nicht gefunden. Erst aufwärts vom Obertone $\overline{\overline{\overline{g}}}$, dessen Schwingungszahl 24 (= 4!) die vierte in der Reihenfolge der Facultätszahlen ist, beginnt in der gedachten Multipelreihe die Formenbildung einer vollständigen Scale. Statt F und A erscheinen in den Rationen 27 $\overline{\overline{\overline{a}}}^{\wedge}$, 45 $\overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}^{\wedge}$, 54 $\overline{\overline{\overline{\overline{a}}}}^{\wedge}$, hier die Stufen A$^{\wedge}$ und Fis$^{\wedge}$. Es gibt sich diese Leiter in ihren diatonischen Intervallschritten, wenn wir den Bau derselben zwischen 24 $\overline{\overline{\overline{g}}}$ und 120 $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}}$ d. i. zwischen der vierten und fünften Facultätszahl (da 120 = 5! ist) betrachten, als eine zwischen die Intervalle der Gdur-Harmonie 24 $\overline{\overline{\overline{g}}}$ 48 $\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}$ 72 $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}}$ 96 $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}}$ 120 $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}}$ tretende Folge von Verdoppelungen der Intervalle dieses Accordes (30 $\overline{\overline{\overline{h}}}$. . . 36 $\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$. . . 60 $\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$) und von durchgehenden, den Harmonien Cdur und Ddur entstammenden melodisch-diatonischen Stufen zu erkennen, der das beginnende Chroma in den Zwischenstufen

25 *gis* ... 50 *gis* ... 75 *dis* ... 100 *gis* (als Erhöhungen der Saiten 24 *g* ... 48 *g* ... 72 *d* ... 96 *g*) und das enharmonische Comma 81 *e*^ (als Schärfung der Saite 80 *e*) sich einreiht. Diese Auffassung des Gegenstandes wird auf den Ton 24 *g* als Grundton dieser Scala, und auf die authentische Octavenheilung 24 *g* ... 36 *d* ... 48 *g* beziehlich 48 *g* ... 72 *d* ... 96 *g* als gestaltende Gliederung derselben hinweisen. Wir werden in dieser Scala der Dur-Leiter des Dominanttones 𝔊 des Stammtones 𝔆 begegnen. Auf ihren Grundton 𝔊 bezogen erscheint dieselbe als eine der jonischen Octavengattung des Tonus XI angehörige. Mittelst einer Verlegung des Ambitus zwischen die Stufen 36 *d* ... (48 *g*) ... 72 *d* wird im Hinblicke auf den Grundton 𝔊 aus der in Rede stehenden Leiter auch eine plagalisch gegliederte, nemlich die hypojonische Octavengattung des Tonus XII abgeleitet werden können. Wenn wir hingegen, den ursprünglichen Character der Gesammtreihe als einer 𝔆dur-Reihe festhaltend, die Octaven 32 *c* und 64 *c* des Stammtones 1 *C* als die tonale Prim- und Octav-Stufe dieser Leiter auffassen und der Gliederung der letzteren die Octaventheilung 32 *c* ... 48 *g* ... 64 *c* oder 24 *g* ... 32 *c* ... 48 *g* zum Grunde legen, so erscheint dann die gedachte Scala ganz eigentlich als eine den lydischen und beziehlich hypolydischen Octavengattungen der Toni V und VI angehörige Stufenfolge, wie wir dies nachstehend durch die Klammern über der Tonreihe angedeutet haben:

Hypolydische Leiter des Tonus VI.

Lydische Leiter des Tonus V.

24 *g* (25 *gis*) 27 *a*^ 30 *h* 32 *c* 36 *d* 40 *e* 45 *fis*^ 48 *g* (50 *gis*) 54 *a*^ 60 *h* 64 *c* 72 *d* ...

Jonische Leiter des Tonus XI.

Hypojonische Leiter des Tonus XII.

Die ἄρτιος-Reihe der Aliquotbrüche besitzt umgekehrt in keiner ihrer abwärts sich folgenden Octavenlagen die Unterquarte und die reine grosse Untersexte der Reproductionen ihres Zeugertones. In der aus der Einheit $^{81}/_{1}$ *e*^ hervorgehenden Reihe z. B. fehlen in allen Octaven die Unterstufen 𝔥^ und 𝔊^ (nur 𝔊 ist vorhanden), ohne welche der 𝔈^moll-Dreiklang nicht dargestellt werden kann, der antiphonisch zum Oberzeugertone $^{81}/_{1}$ *e*^ in demjenigen Verhältnisse steht, welches zum Stammtone 1 *C* der περισσὸς-Reihe der 𝔉dur-Dreiklang einnimmt. Erst weiter abwärts, beginnend mit der Ration $^{81}/_{24}$ *a*^, zeigt sich nach dem Gesetze der Molltonalität geordnet eine Leiter, welche wenn die plagalische Theilung der Octave ($^{81}/_{48}$ *A*^ ... $^{81}/_{36}$ *d* ... $^{81}/_{24}$ *a*^) zum Grunde gelegt würde dem Tonus X entspräche, durch Versetzung der Saiten des Pentachordes in ihre Unteroctave ($^{81}/_{72}$ *D* ... $^{81}/_{48}$ *A*^ ... $^{86}/_{36}$ *d*) aber auch in die Octavengattung des Tonus IX umgestaltet werden könnte. Bezieht man aber, dem Entstehungsgesetze der Gesammtreihe entsprechend, die Gliederung der Stufenfolge auf die betreffenden Unteroctavtöne $^{81}/_{32}$ *e*^ und $^{81}/_{64}$ *E*^ des zeugenden Obertones $^{81}/_{1}$ *e*^, so nimmt dieselbe die Form der phrygischen oder beziehlich der hypophrygischen Octavengattung an:

Phrygische Leiter des Tonus III.

Hypophrygische Leiter des Tonus IV.

$..{}^{81}/_{72} D\ {}^{81}/_{64} E^{\wedge}\ {}^{81}/_{60} F^{\wedge}\ {}^{81}/_{54} G\ ({}^{81}/_{50} As^{\wedge})\ {}^{81}/_{48} A^{\wedge}\ {}^{81}/_{45} B\ {}^{81}/_{40} c^{\wedge}\ {}^{81}/_{36} d\ {}^{81}/_{32} e^{\wedge}\ {}^{81}/_{30} f^{\wedge}\ {}^{81}/_{27} g\ ({}^{81}/_{25} as^{\wedge})\ {}^{81}/_{24} a^{\wedge}$

Hypoäolische Leiter des Tonus X.

Aeolische Leiter des Tonus IX.

Wie in der Oberharmonikal-Stufenfolge der περισσὸς-Rationen die Töne V und VI in einer nähern und engeren Beziehung zum Stammtone und Grundbaue der Gesammtreihe stehen als die anderen beiden durgeschlechtlichen Töne XI und XII, so behaupten unter den vier der ἄρτιος-Reihe der Unterharmonikalstufen angehörigen mollgeschlechtlichen Octavengattungen demnach vermöge des Bildungsgesetzes der ἄρτιος-Reihe die Töne III und IV in gewisser Weise einen harmonikalen Vorrang vor den Tonis IX und X.

Doch eine ungleich höhere Würde, ja in symbolischer Beziehung sogar eine gewisse Heiligkeit, wurde von den Harmonikern des Alterthumes, vor den erwähnten tongeschlechtlichen Gruppen der molltonalen phrygisch-äolischen und der durtonalen lydisch-jonischen Vierung, der dritten, neutralen Gruppe der dorisch-mixolydischen Octavengattungen eingeräumt. Finden sich in den noch getrennt gedachten, aus den Einheiten 1 *C* und ${}^{81}/_{1}\,\overset{\equiv}{e}^{\wedge}$ abgeleiteten περισσὸς- und ἄρτιος-Reihen der beiden elementaren Rationenfolgen aus deren kreuzender Verbindung und Erweiterung in den Diagrammen auf S. 281 bis 285 die Dekas der Formen des dorisch-mixolydischen Systemes hervorging die vier lydisch-jonischen Scalen in der musica ficta ♯ der aufsteigenden περισσὸς-𝔊-Reihe vertreten — birgt mittelst der musica ficta ♭ die absteigende ἄρτιος-𝔈^-Reihe in der ursprünglichen Folge ihrer harmonikalen Aliquotzahlen die Typen der vier phrygisch-äolischen Octaven in sich (wie beides denn aus der zwiefachen Tetrachordeintheilung in den obigen beiden Diagrammen klar wurde) — so gestaltet sich das System der dorisch-mixolydischen Doppelreihe einestheils in seiner natürlichen Stufenordnung zu einem Inbegriff der melodischen Bildungen der vier Töne der neutralen Mittelgruppe. Durch Anwendung der vorhandenen chromatischen Saiten $\overline{fis}^{\wedge}$ und *b* können aber auch die Scalen der musica ficta der acht anderen Octavengattungen innerhalb der Umgränzung des Mittelsystemes dieser Doppelreihe dargestellt werden. Es ist die Stufenordnung desselben die Frucht gleichsam der gleichgewichtlichen Vereinigung und einheitlichen vollkommnen gegenseitigen Durchdringung der wie zu einer Ehe*) verbundenen περισσὸς- und ἄρτιος-Reihen, deren zehn Hauptstufen, wie

) Wir erinnern an den S. 96 Note angeführten Ausspruch der Theolog. arith., in welchem die zur „geometrischen Symphonie" gewordene Fünfzahl als Type der erweiterten Tetraktys der Harmonia perfecta maxima γάμος genannt wird. Die hebräische Ueberliefernng besitzt drei verschiedene Ausdrücke für den Begriff der in den abendländischen Sprachen durch das dem Griechischen entlehnte Wort „Harmonie" (das Hauptwort ἁρμονία findet in dem Zeitworte ἁρμόττειν, ἁρμόζειν, zusammenfügen, anpassen, mit einander verbinden seine etymologische Erklärung) ausgedrückt wird. Es wird der Begriff Harmonie in den kabbalistischen Schriften der Hebräer nemlich erstlich durch שָׁלוֹם (chaldäisch שְׁלָם), Schalom, Friede (von שָׁלֵם oder שְׁלֵם, unversehrt, vollständig, vollendet, vollkommen sein, figürlich: Friede, Freundschaft haben) gegeben. Die heraklitisch-pythagorische Uebung symbolisch für Harmonie sich der Ausdrücke εἰρήνη, φιλία, zu bedienen, erinnert an diesen hebräischen Sprachgebrauch. Der zweite Ausdruck für den Begriff Harmonie ist תַּם, *Tam*, oder תֹּם, Tom, das Vollständigsein, Vollsein (πλήρωμα), die Vollkommenheit (im Plural תֻּמִּים; wovon אוּרִים וְתֻמִּים, die Urim und Tummim, Licht und Harmonie). Die der Formel der Harmonia perfecta maxima bei den griechischen Arithmetikern und Musikschriftstellern so häufig beigelegten Prädica-

im letzten Hauptstücke an einer algebraischen Entwickelung der Rationen noch gezeigt werden soll, das Wechselspiel der Proportionalitäten der Harmonia perfecta maxima in einer eigenthümlichen potenziellen Verkettung der Glieder umschliessen*). Das Lob der Dekas, welcher die Alten die symbolischen Namen τὸ Πᾶν und Ὅλον und Οὐρανὸς gegeben weil keine der vollkommnen Verhältnisszahlen (μηδένα τέλειον λόγον) ihr fehle und in derselben wie in einem Behälter gleichsam (ὡσανεὶ δεχάδα τινὰ οὖσαν) die Verhältnisszahlen alles Bestehenden enthalten seien**), findet auch in streng technischer Beziehuug, was seine Anwendung auf die Theoreme der Harmonik betrifft, seine volle Bewährung.

Um ihrer hervorragenden Würde willen hatte denn auch das griechische Alterthum die Harmonien der Dekas-Scala als dorische bezeichnet und so die Tonweise derselben im Gegensatze zu jenen anderen beiden, nach asiatischen Völkern benannten Formen der Tetrachord- und Scalenbildung als eine einheimisch-griechische Ueberlieferung und als die eigentlich-nationale Kunstform des bedeutendsten unter den griechischen Stämmen hingestellt. Für die praktisch-musikalische Anwendung galt unter allen Tonarten die dorische als die trefflischste und maassvollste, als Ausdruck männlichen Ernstes***) und ausharrender Tapferkeit, als vor allen anderen

mente: τὸ τέλειον, ἡ τελειότης, ἡ τελειοτάτη τριχῆ διαστάτη μεσότης, entsprechen diesem Ausdrucke. Wie Molitor Philos. d. Gesch. od. über d. Tradition (Th. 4 Abth. 1 S. 279) bemerkt, verbindet die jüdische Mystik mit dem Worte תם ganz insbesondere den Begriff: Einheit des Entgegengesetzten. Als dritte Benennung für Harmonie endlich finden wir bei dem so eben citirten Kenner der hebräischen Kabbalah den Ausdruck מִשְׁקָל, Mischkel, dessen wörtliche Bedeutung: Wage — Angesichts des gewissermassen gleichgewichtlich-symmetrischen Baues des aus den reciproken Rationen der beiden Stammreihen hervorgehenden Gebildes der Dekas-Scala — als technisch vollkommen bezeichnend erscheint, in den Aussprüchen der hebräischen Weisheitslehre aber auch vielfach eine zahlensymbolische Anwendung wie auf die harmonische Ordnung des Weltgebäudes, so in ethischer Beziehung auf den Gegensatz des Guten und Bösen erhielt. Wir erinnern an den bereits angeführten Ausspruch des Buches J^{e}zirah: „Drei Mütter אמש, ihr Grund die Schale der Schuld und die Schale der Reinheit, und die Zunge der Satzung schwankend zwischen beiden“ dessen Zusammenhang mit der harmonikalen Dekas-Formel in einem der folgenden Hauptstücke uns eingehend beschäftigen wird. Dass auch die älteren griechischen Harmoniker an der dorischen Scala neben ihrem männlich-ernsten Gepräge das gewissermassen gleichgewichtlich Abgewogene ihres Baues gerühmt, zeigt eine Aeusserung des Aristoteles Politik 8, 17: Περὶ δὲ τῆς Δωριστὶ πάντες ὁμολογοῦσιν ὡς στασιμωτάτης οὔσης καὶ μάλιστ᾽ ἦθος ἐχούσης ἀνδρεῖον.

*) Τὸ πᾶν ἐν παντὶ ἐκ πασῶν δυνάμεων συνεστός. Hermes trismegistus Poemander c. 13, 2. Die Erklärung dieser Stelle unten am bezeichneten Orte.

**) Jamblichus in Nicom. arith. bezeugt dies in der bereits S. 168 Note † mitgetheilten Stelle S. 167 Tennul. Die Worte des Ausspruches werden von Jamblichus, in exoterischer Weise, auf die zehn ersten Zahlen der natürlichen Ganzzahlreihe bezogen. Es bespricht nemlich derselbe am a. O. die s. g. zehn Medietäten der Proportionenlehre und als solche kennt er, wie die übrigen Exoteriker, nur zehn aus den erwähnten ersten zehn Zahlen gebildete Analogien. Was im esoterischen Sinne aber unter den zehn Medietäten zu verstehen sei, wird die im letzten Hauptstücke von uns zu bringende algebraische Dekasformel lehren, deren wir so eben gedachten. Die musikalisch wie arithmetisch technisch-wichtige Entwickelung dieser Dekas soll dort in ihren Einzelnheiten gezeigt werden. Mit der Stelle bei Jamblichus ist ein verwandter von Theo Smyrnäus Math. c. 49 Bulliald S. 166 uns überlieferter Ausspruch zu vergleichen, dessen Worte folgende sind: Ἡ μέντοι δεκὰς πάντα περαίνει τὸν ἀριθμὸν ἐμπεριέχουσα πᾶσαν φύσιν ἐντὸς αὐτῆς ἀρτίου τε, καὶ περιττοῦ, κινουμένου τε καὶ ἀκινήτου, ἀγαθοῦ τε καὶ κακοῦ.

***) Man vgl. die so eben erst angeführte Stelle bei Aristoteles. Ebenso schildert Heraklides Ponticus die dorische Tonart als mannhaft und majestätisch (bei Athenäus XIV S. 624: Ἡ μὲν οὖν Δώριος ἁρμονία τὸ ἀνδρῶδες ἐμφαίνει καὶ τὸ μεγαλοπρεπές). Die als Motto zum gegenwärtigen Hauptstücke von uns benutzte Stelle der Scholien zum Pindar zeigt, dass in den Päanen insbesondere der heiligen Weihe und Würde der dorischen Tonweise gedacht war (ad Olymp. I, 26: Περὶ δὲ τῆς Δωριστὶ ἁρμονίας εἴρηται ἐν Παιᾶσιν, ὅτι Δώριον μέλος σεμνότατόν ἐστι). In gleicher Weise betont auch Aristoxenus bei Plutarch De Mus. c. 17 die Würde (πολὺ τὸ σεμνόν) derselben. Desselben Ausdruckes bedient sich auch Lucian: Harmonides S. 851. Cassiodor De mus. sagt von ihr: „Dorius tonus pudicitiae largitor est et castitatis effector“; womit die Erzählung bei

zur Entflammung muthiger Todesverachtung im Kampfe und zur Förderung echter Jugendbildung geeignet, als die wahre und echte griechische Tonart*). Die semitische Herkunft der griechischen Notenschrift, der Umstand dass insbesondere die s. g. Instrumentalnoten der Griechen, wie weiter unten ausführlich gezeigt werden soll, nur die verstümmelten Reste der bei den Hebräern für die Notation der Dekas-Scala bestimmten zehn hieratischen Buchstabenzeichen sind, deren die Kirchenväter unter der Benennung *decem literae sacerdotales* gedenken und deren technisch-allegorisch-symbolische Deutung den wesentlichsten Inhalt des Buches J^e^zirah ausmacht, das ausdrückliche Zeugniss endlich welches dem Berichte des Jamblichus**) zufolge griechische Schriftsteller dafür ablegten dass die Formel der Harmonia perfecta maxima, aus welcher ja doch der Dekachord der Mitte und die dorisch-mixolydischen Octavengattungen hervorgehen nicht griechischer Erfindung, sondern chaldäischen (altsemitischen) Ursprunges und zuerst durch Pythagoras nach Griechenland gelangt sei — dies Alles lässt keinen Zweifel darüber bestehen, dass die Theoreme, auf welche der zahlenharmonikale Bau des dorischen Systemes und die musikalische Anordnung seiner Scala gegründet sind, der asiatisch-semitischen Ueberlieferung entstammen, keineswegs aber griechischen Ursprunges sind. In welche altersgraue Vorzeit, oder vielmehr Urzeit, aber die Quelle derselben zurückreiche, dafür sollen im Nachfolgenden die einer anderen Ordnung der Beweisführung angehörenden Momente beigebracht werden. Hier finde nur das Zeugniss des Clemens Alexandrinus eine Stelle, der im 6. Buche der Stromata, da wo er den Aristoxenus als Gewährsmann anführend die phrygische Tonweise für die diatonische Behandlung geeignet erklärt, für die dorische aber ganz besonders die enharmonische Behandlung in Anspruch nimmt, darauf hinweist, dass die durch heiligen Ernst ausgezeichnete, überaus alte Harmonie des barbarischen Psalterion's dem Terpander vorzüglich als Vorbild gedient habe für die dorische Harmonie, wo dieser den Zeus in folgender Weise besinge:

„Zeus, aller Dinge Anfang, der gesammten Dinge Lenker,
„Zeus, zu dir sende ich den Anfang dieser Hymnen"***).

Strabo De Situ orbis I, 7 und 8 von der schützenden sittlichen Macht der Tonweisen jenes dorischen Sängers verglichen werden mag, dem der scheidende Agamemnon die Obhut über die Tugend der Klytemnestra anvertraut hatte, welche den Verführungskünsten des Aegisth erst unterlag, als dieser jenen Sänger von ihr entfernt hatte.

*) Plato: De rep. III, 399 und Laches 188. M. vgl. auch Proclus: Schol. Plat. Ruhnk. p. 155.

**) In arith. Nicom. p. 167, 168 Tennul: Τὰ νῦν δὲ περὶ τῆς τελειοτάτης ἀναλογίας ῥητέον, ἐν τέσσαρσιν ὅροις ὑπαρχούσης (Jamblichus kannte nur die Tetraktys-Formel der Harmonia perfecta maxima, deren Ausbildung zu einer dekadischen ihm wie den übrigen alexandrinischen Exoterikern völlig unbekannt geblieben war) καὶ ἰδίως μουσικῆς ἐπικληθείσης, διὰ τὸ τοὺς μουσικοὺς λόγους καθ' ἁρμονίαν συμφωνιῶν τρανότατα ἐν αὐτῇ περιέχεσθαι. Εὕρημα δ' αὐτήν φασιν εἶναι Βαβυλωνίων, καὶ διὰ Πυθαγόρου πρώτου εἰς Ἕλληνας ἐλθεῖν. Mit dieser Aeusserung des Jamblichus wird in Verbindung zu bringen sein was Porphyrius (De vit. Pyth. p. 22 und 24 Kiesling) nach Diogenes Laertius über die Jünglingsjahre des griechischen Weisen und dessen Aufenthalt bei den Aegyptern, Arabern, Chaldäern und Hebräern vorbringt. Clemens Alexandrinus, Eusebius und der h. Augustinus gedenken ebenfalls des Verkehres in welchem Pythagoras mit den Hebräern gestanden, von welchen er Unterricht in gewissen Glaubenslehren erhalten habe. Dem h. Ambrosius zufolge hegten Einige sogar die Meinung, dass Pythagoras von jüdischer Abkunft gewesen sei.

***) Stromat. VII, 11 S. 784 Potter: προσήκει δὲ εὖ μάλα τὸ ἐναρμόνιον γένος τῇ δωριστὶ ἁρμονίᾳ, καὶ τῇ φρυγιστὶ τὸ διάτονον, ὥς φησιν Ἀριστόξενος. Ἡ τοίνυν ἁρμονία τοῦ βαρβάρου ψαλτηρίου, τὸ σεμνὸν ἐμφαίνουσα τοῦ μέλους, ἀρχαιοτάτη τυγχάνουσα, ὑπόδειγμα Τερπάνδρῳ μάλιστα γίνεται πρὸς ἁρμονίαν τὴν Δώριον ὑμνοῦντι τὸν Δία, ὧδε πως·

Ζεῦ πάντων ἀρχὰ, πάντων ἀγήτωρ·
Ζεῦ σοι πέμπω ταύταν ὕμνων ἀρχάν.

Der Vorrang der in der dorisch-mixolydischen Stufenordnung sich ausprägenden Tonalität und die besondere Weihe namentlich der beiden den Dekachord der mittleren diatonischen Saiten dieser Stufenordnung bildenden Octavengattungen des Tonus I und Tonus VIII haben auch in dem Systeme der zwölf Kirchentonarten praktisch ihre Geltung gefunden. Die Anerkennung dieses Vorranges ist bei der Auswahl der Modi für die hervorragendsten Gesänge des Graduale's und Antiphonarium's nicht ohne Einfluss geblieben. Auch die Versuche einer Charakterisirung der Individualität der einzelnen Modi in Ansehung der von jedem derselben auf das Gemüth und Ohr des Hörers geübten besonderen Wirkung, wie sie in kurzen lateinischen Sprüchen bei den Theoretikern des 15. und 16. Jahrhundert's vorkommen, erscheinen als ein traditioneller Ausdruck derselben Anschauung. Der im Obigen mehrfach schon genannte bei Cerone angeführte Blas Roseto sagt vom ersten Tone: „Primus Tonus principalis omnium aliorum Tonorum est, et dignior“ — und Cerone selbst bezeugt es, dass die ausgezeichnetsten Lehrer des Kirchengesanges bestrebt gewesen seien, vielfach die Toni I und VIII mit besonderen Privilegien zu ehren, indem sie manche Gesänge, die sonst der Ordnung und Zusammensetzung der Stufen und dem Ambitus nach wohl zu den Tonis II oder VII hätten gerechnet werden mögen, kraft kirchlicher Autorität dem Tonus I oder dem Tonus VIII zugesprochen hätten*). Zarlino rühmt dem Tonus I nach, dass „unzählige“ Tonstücke der kirchlichen Gesangbücher in demselben geschrieben seien, derselbe aber auch in den Figural-Compositionen der klassischen Tonsetzer unendlichemal angewendet werde**), und von der hypomixolydischen Tonart des Tonus VIII sagt er an einer anderen Stelle***), dass dieselbe „eine natürliche Anmuth und überfliessende Süssigkeit in sich trage, welche — von jeder leichtfertigen oder sittlich-tadelnswerthen Regung weit entfernt — das Gemüth der Zuhörer mit freudiger aber sanfter Munterkeit erfülle. Darum ziemten sich zu ihr vorzugsweise sanfte, wohlanständige und ernste Worte tiefen, beschaulichen und göttlichen Inhaltes, solche, die das göttliche Erbarmen herabzuflehen geeignet seien, und fänden sich demgemäss die Tonweisen dieser Octavengattung in den liturgisch-kirchlichen Gesangbüchern ungemein zahlreich vertreten. In ganz ähnlicher Weise charakterisirt den Vorrang des I. und VIII. Tonus auch der gelehrte Kardinal Bona in seinem bekannten Werke über die kirchliche Psalmodie†).

*) Melopeio Lib. V c. 62: Los primeros musicos ecclesiasticos quisieron honrar con particular privilegio à los dos Tonos extremos de los ocho regulares: es à saber al Primero y al Octavo. La honra que les hizieron y hazen es esta: Que aunque algunos cantos llanos ay del Segundo Tono y otros del Septimo, respecto la orden de la composicion, y conforme las reglas musicales, quieren digo, que por autoridad ecclesiastica y particular gracia, sean juzgados los unos por Primero Tono, y los otros por Octavo.

**) Instit. harm. P. IV c. 20: Di questo Modo (des Ton. I gregor.) quasi infinite sono le cantilene, le quali si trovano nei Libri ecclesiastici: come sono Introiti, Graduali, Hallelujah, Antifone, Responsorii, Prose et altre cose simili. Ma appresso gli altri musici non si possono numerare le Messe, i Motetti, gli Hinni, li Madrigali et altre sorti di Canzioni Latine et Volgari, che sono state composte nelle modulationi di questo Modo etc.

***) Ebendaselbst c. 27: Questo Modo (der Ton. VIII gregor.) hà natura di contenere in se una certa naturale soavità et dolcezza abondante, che riempe di allegrezza gli animi degli ascoltanti, con somma giocondità et suavità mista; et vogliono, che sia altutto lontano dalla lascivia et da ogni vitio. La onde lo accompagnarono con le parole, o materie mansuete, accostumate, gravi, continenti cose profonde, speculative, et divine; como sono quelle, che sono accommodate ad impetrar gratia da Dio. Molte cantilene si ritrovano nei libri ecclesiastici di questo modo etc. . . .

†) De divina Psalmodia, Cap. 17 §. 4 p. 429: Primam sedem ordine, et dignitate tenet Dorius. . . . Dux ad bene vivendum existimatur hic modus Viris praeclaris, magnoque ingenio praeditis convenit.

Ein nur mittelbarer, aber unseres Bedünkens sehr durchschlagender Beweis sowohl für den asiatischen Ursprung als für das überaus hohe Alter*) des aus den conjugirten Zahlenreihen sich ergebenden Tonsystemes mit dessen Betrachtung wir uns im gegenwärtigen Hauptstücke beschäftigt haben wird durch die Mittheilungen der chinesischen Musikschriftsteller aus der Periode der Han und Ming über das ursprüngliche Tonsystem ihres Volkes geliefert, welche Dank dem Fleisse musikkundiger Missionare des vorigen Jahrhunderts, insbesondere Dank den mühsamen compilatorischen Forschungen des von uns bereits im 1. Hauptstück genannten gelehrten Pater Amiot, dem europäischen Publikum zugänglich geworden sind**). Es enthalten die hier gemeinten, nicht über das zweite Jahrhundert***) vor Beginn der christlichen Zeitrechnung zurückreichenden chinesischen Quellenschriften musikalischen Inhaltes allerdings — ganz wie die griechischen der alexandrinischen Periode — nur exoterische Auffassungen und Darstellungen des Gegenstandes†). Die auszuführenden harmonikalen Rechnungen werden aber, wenn wir unter Benutzung der für die ältere griechische Zahlenlehre und Harmonik bereits gewonnenen Resultate den dunkeln, einer früheren Periode der chinesischen Culturgeschichte entstammenden Aussprüchen die rechte technische Deutung zu geben wissen, durch ihre objectiven Resultate uns in den Stand setzen, eine genügende Kenntniss des Baues und der musikalischen Beschaffenheit des mit den Symbolen der urältesten Weisheitslehre in zahlenspeculativer Hinsicht in engem Zusammenhange stehenden Tonsystemes dieses Volkes zu erlangen.

Modestus est, hilaris, curiosus, magnificus, sublimis, nihil solutum habens, nihil molle, et ad omnes affectus idoneus p. 431 Octavus Tonus super omnes Tonos insitâ quâdam dulicdine et venustate nitescit. Suavis, canorus, atque moratus dicitur, et soliditatem futurae gloriae repraesentat. Viris discretis convenit, et qui subtili ingenio profunda speculantur. Verba itaque de rebus altis, et coelestia pertractantia ad hunc tonum non incongrue pertinebunt Habet hic tonus hoc cum primo commune, quod omnia verba, quae commode nequeunt reliquis applicari, ad hunc poterunt reduci; est enim aptus ad omnes affectus, et omnium capax.

*) Versetzt ja doch auch die vorhin S. 303, 304 Note *** erwähnte, bei Strabo vorkommende griechische Sage von dem Einflusse den auf Clytemnestra in unwiderstehlicher Weiss die dorische Sangesweise geübt, den Ursprung dorischer Harmonien in das Zeitalter des trojanischen Krieges, wozu freilich überaus schlecht jene lächerlichen Erzählungen von der Ergänzung der Octave durch den erfinderischen Pythagoras passen, denen selbst ein Böckh (in seiner bekannten Abhandlung De metris Pindari) einen wahrhaft kindlichen Glauben geschenkt hat.

**) Amiot erfreute sich am Hofe zu Peking der Freundschaft sehr einflussreicher Personen. Mit Hülfe der dem Musikwesen und der Bewahrung der musikalischen Alterthümer des Reiches vorgesetzten Mandarine excerpirte er nicht weniger als neun und sechszig, im Dicours préliminaire seines oben S. 86 Note * citirten Buches näher bezeichnete Schriften über Musik, über einzelne musikalische Instrumente, über Musik und Tanzkunst, oder über mathematische, mit musikalischen Gegenständen in Verbindung stehende Wissenszweige. Er verglich ausserdem die ausführlichen chinesischen Geschichtswerke: Che-san King, „die dreizehn King", und Eul-che-y-che, „die ein und zwanzig Geschichten", in ihren den Zustand der Musik während der frühesten Periode sowohl als die spätere Fortbildung dieses Kunst- und Wissenszweiges betreffenden Angaben. Von den benutzten Werken über Musik, behandelten sechs und zwanzig speciell die Musik der Alten. Mehrere derselben sind von ihren Verfassern unter den verschiedenen Dynastien auf Befehl der Kaiser in amtlichem Auftrage ausgearbeitet worden. Gegen Ende des 16. Jahrhunderts, unter dem Kaiser Wan-ly der Mingdynastie, sind dieselben sorgfältig gesammelt und unter dem Titel Lu-tsu-tsan-Kao d. i. „Kritische Prüfung der Musikschriften" durch den Druck veröffentlicht worden.

***) Von weit grösserem Alter ist allerdings der Tchu-ly, eine für Amiot nicht zugänglich gewordene, in nur Einem Exemplare der Kaiserlichen Bibliothek allein mehr vorhandene Schrift über Musik, deren Abfassung dem Tchu-kung zugeschrieben und unter die Regierung Wen-wang's, also ins 12. Jahrhundert v. Chr. versetzt wird. Amiot lernte den Inhalt des Tchu-ly jedoch aus den häufigen Citaten kennen, welche der musikgelehrte Prinz Tsai-yu der Mingdynastie aus demselben in seinem Werke Lu-Lu-tsing-y, d. i. „deutliche Darlegung alles dessen was die Lu betrifft", mittheilt.

†) Man vgl. in dieser Beziehung das bereits S. 100 Gesagte, so wie die S. 79 Note *** angeführte, im Tao-te-king vorkommende Schilderung der Verschwiegenheit und Abgeschlossenheit der altchinesischen Weisen

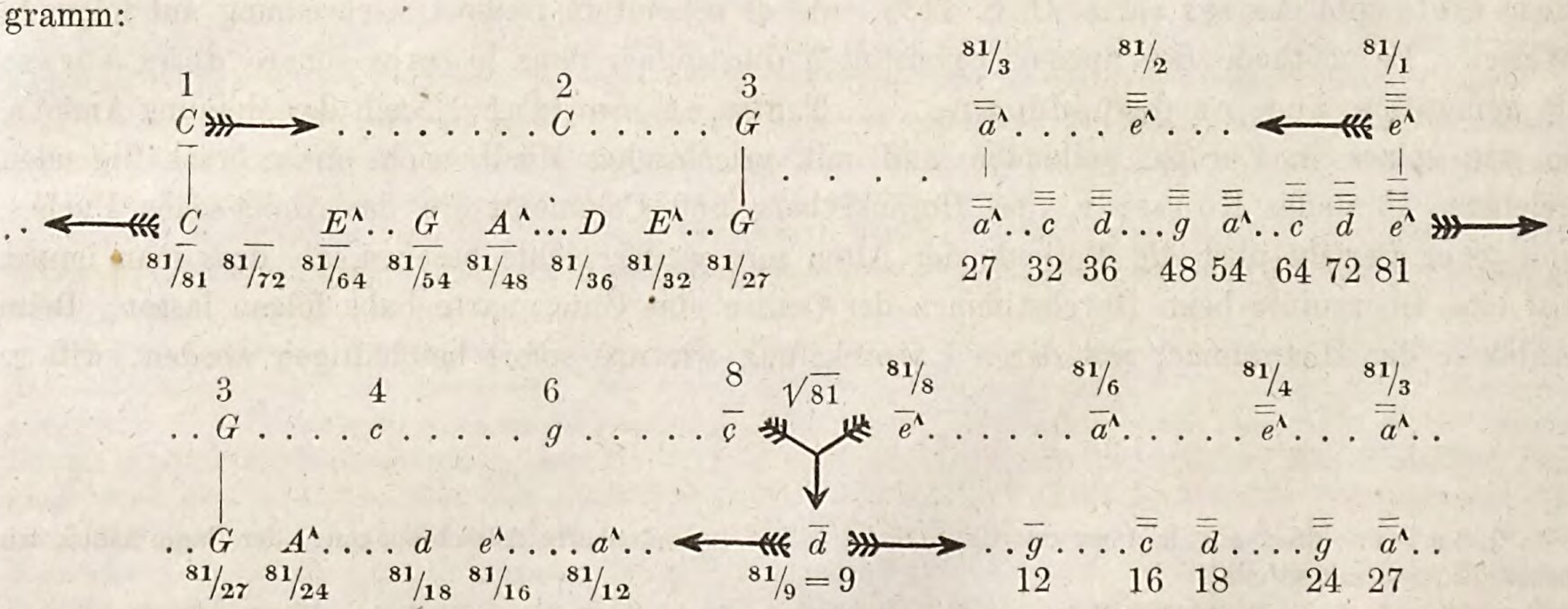
Die chinesischen Harmoniker bemessen die Rationen (Lu) der Tonstufen ihres Systemes nach Pfeifenlängen (was der Rechnung nach Saitenlängen oder beziehlich Wellenlängen gleichkömmt). Dem Tone Hoang-tchoung, von welchem aus die Rechnung beginnt, wird eine Pfeife von 9 Zoll zugetheilt, diese in 81 Theile zerlegt gedacht, welch kleinstes Längenmaass dann als Einheit der Berechnung der Maasse der übrigen Lu zum Grund gelegt wird. Hoangt-ti, der dritte der vorhistorischen Herrscher (das Jahr 2637 v. Chr., an welches der Anfang der nach 60jährigen Cyclen fortschreitenden Zeitrechnung der Chinesen sich knüpft, wird als das 61. Regierungsjahr Hoang-ti's bezeichnet) soll diese Anordnung getroffen haben*). Die geringe Länge der Pfeife des Hoang-tchoung's und die Bezeichnung des 81. Theiles derselben als Gemäss der (selbstredend alsdann nach Multipeln dieses Längenmaasses auszuführenden) Rechnung deutet auf eine Betrachtung des Tonsystemes hin, welche mit der Oberprimstufe der Mollreihe als Zeugerton beginnt, um von derselben aus in Mollaccorden bis zu irgend einem Tone der Tiefe hinabzusteigen, von welchem aus nach Aliquottheilen des Lu dieser Unterprimstufe dann die correlate Durreihe ihren Anfang zu nehmen hätte. Den Angaben der Schriftsteller zufolge beruhte die Durchführung der Rechnung auf einer Verbindung der progressio tripla (beziehlich subtripla) mit der progressio dupla (subdupla)**). Es würde dies auf eine dem vermeintlich pythagorischen ditonäischen hemitonischen Systeme der unreinen Dur- und Moll-Terzen entsprechende Rechnung hinweisen. Welche Methode der über Musik eifrig schriftstellernde König Hoai-nan-tse angewendet um mittelst einer geringen Abweichung von den reinen Rationen der Progressio tripla die Lu eines die gleichschwebend-temperirte Theilung der Octave in zwölf Halbtöne darstellenden Systemes aufzufinden, ist bereits oben im 1. Hauptstücke S. 106 erwähnt worden. Die Anfangsworte der betreffenden Darlegung Hoai-nan-tse's gibt Amiot (a. a. O. S. 143), wie es scheint in freier Umschreibung auf folgende Weise: „La méthode des anciens consistoit à dinstinguer dans le corps sonore deux sortes de génération, l'une en descendant l'autre en montant." Nach der Meinung Amiot's, so wie seines in Europa weilenden und mit griechischer Musik sich eifrig beschäftigenden gelehrten Freundes Roussier, des Herausgebers und Commentators des Amiot'schen Buches, soll jener Bericht über die Methode der Alten nun weiter nichts besagen, als dass man immer auf eine Oberquinte beim Durchstimmen der Octave eine Unterquarte habe folgen lassen. Beim Anblicke der Diagramme, mit deren Entwickelung wir uns sofort beschäftigen werden, will es

*) Amiot: Mém. sur la mus. des Chin. S. 93. Die legendenhafte Ausschmückung der Sage haben wir bereits S. 103 mitgetheilt.

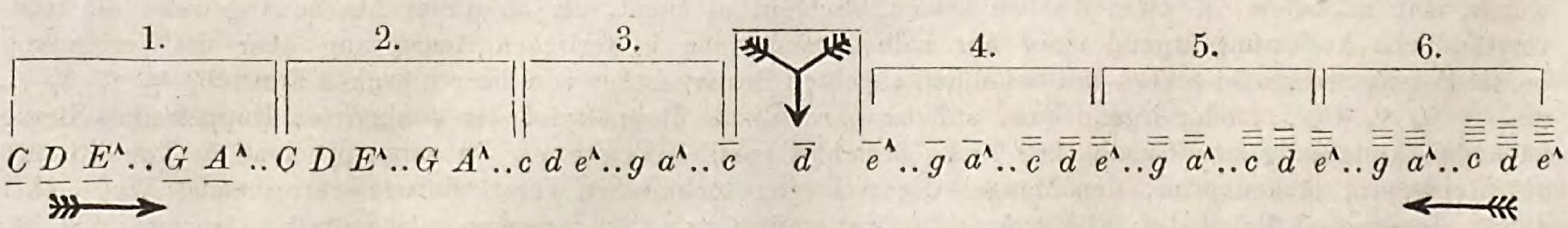
**) Man wird an die beiden Potenzenreihen 1 2 4 8 und 1 3 9 27 der platonischen Timäus-Stelle erinnert. Zur Ergänzung dessen was wir über letztere im 3. Hauptstück (S. 156 fde) gesagt haben, bemerken wir nachträglich, dass die griechischen Commentatoren des Plato eifrig darüber stritten, in welche Ordnung diese Zahlen der progressio dupla und tripla nach Plato's Meinung zu bringen seien, wobei von Einigen behauptet wurde, man müsse sie in zwei Zeilen setzen. Scheint es nicht, als ob dieser Anschauungsweise die missverständliche Auffassung irgend einer nur halb verstandenen esoterischen Aeusserung über die Verbindung beider Potenzenreihen zu echten und beziehlich unechten Bruchwerthen von der reciproken Form $^1/_1$ $^2/_3$ $^4/_9$ $^8/_{27}$... und $^1/_1$ $^3/_2$ $^9/_4$ $^{27}/_8$... oder irgend einer auf das harmonikale Doppelspiel der conjugirten Doppelreihen Bezug habenden Andeutung zum Grunde läge? Es berichtet nemlich Plutarch De anim. procreat. in Tim. (S. 256 257 Reiske) in lückenhafter, den Mangel des richtigen technischen Verständnisses verrathender Weise über diesen Gegenstand Folgendes: Ἐν τούτοις ζητεῖται πρῶτον περὶ τῆς ποσότητος τῶν ἀριθμῶν· δεύτερον περὶ τῆς τάξεως· τρίτον περὶ τῆς δυνάμεως· περὶ μὲν τῆς ποσότητος, τίνες εἰσὶν, οὓς ἐν τοῖς διπλασίοις διαστήμασι λαμβάνει· περὶ δὲ τῆς τάξεως, πότερον ἐφ᾽ ἑνὸς στίχου πάντα ἐκθετέον, ὡς Θεόδωρος· ἢ μᾶλλον, ὡς Κράντωρ, ἐν τῷ Λ σχήματι, τοῦ πρώτου κατὰ κορυφὴν τιθεμένου, καὶ χωρὶς δὲ τῶν τριπλασίων ἐν δυσὶ στίχοις ὑποτασσομένων.

uns indessen bedünken als könnte jener historischen Andeutung Hoai-nan-tse's auch noch eine andere Erklärung gegeben werden.

Das Gewicht welches in den Erzählungen und Rechnungen der chinesischen Harmoniker den Zahlen 9 und 81 beigelegt wird und die so eben erwähnte Angabe von einer den Alten geläufig gewesenen zwiefachen Rechnung nach auf- und absteigenden Rationenfolgen veranlassen uns, mit Ausschluss der Fünfzahl und ihrer Multipeln und Submultipeln eine conjugirte Doppelreihe zu bilden, deren umspannender Rahmen die beiden Aussenglieder der geometrischen Proportion 1 : 9 : 81 sein sollen. Was vorhin in Ansehung des Maasses der Pfeife des Hoang-tchoung gesagt wurde, deren Länge ja nur 9 Zoll betragen haben soll, zeigt wie bereits bemerkt worden ist, dass zum einheitlichen Gemäss für die harmonikale Rechnung der Chinesen nicht die Wellen- beziehlich Pfeifenlänge eines tiefsten Unterprimtones, sondern jene eines höchsten Oberprimtones genommen wurde, die Rechnung nach Unterintervallen sonach in den Vordergrund trat; wie dies denn auch in der That nicht anders eingerichtet werden konnte, wenn nach Wellenlängen (beziehlich Pfeifenlängen) gerechnet werden und dennoch der Schwerpunkt in die Ganzzahlenreihe der Multipeln und nicht in die minder bequem zu handhabende Aliquotbruchzahlenreihe der Submultipeln der Wellenlänge des tiefsten Tones gelegt werden sollte. Da für die Ergebnisse der Rechnung es aber gleichgültig ist, ob die obere oder untere Primstufe das gleich 1 zu setzende Gemäss liefert, so wollen wir, die Rechnung nach Pfeifen- oder Wellenlängen in eine Rechnung nach Schwingungsmengen verwandelnd und mit der Durreihe beginnend, der leichteren Vergleichung mit unseren bisherigen Formeln wegen den Zeugerton der Tiefe Hoang-tchoung nennen, die Einheit 1 als Lu desselben setzen und demselben den Namen des Tones $\underline{C}$ unseres Tonsystemes beilegen. Wir erhalten alsdann das folgende Diagramm:

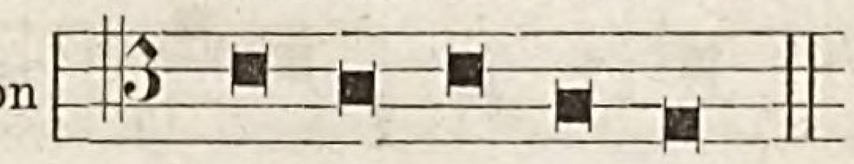
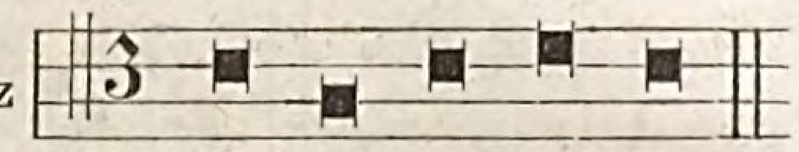


Die Glieder der oberen und unteren Zeile ordnen sich mit einander verbunden zu folgender Tonreihe:

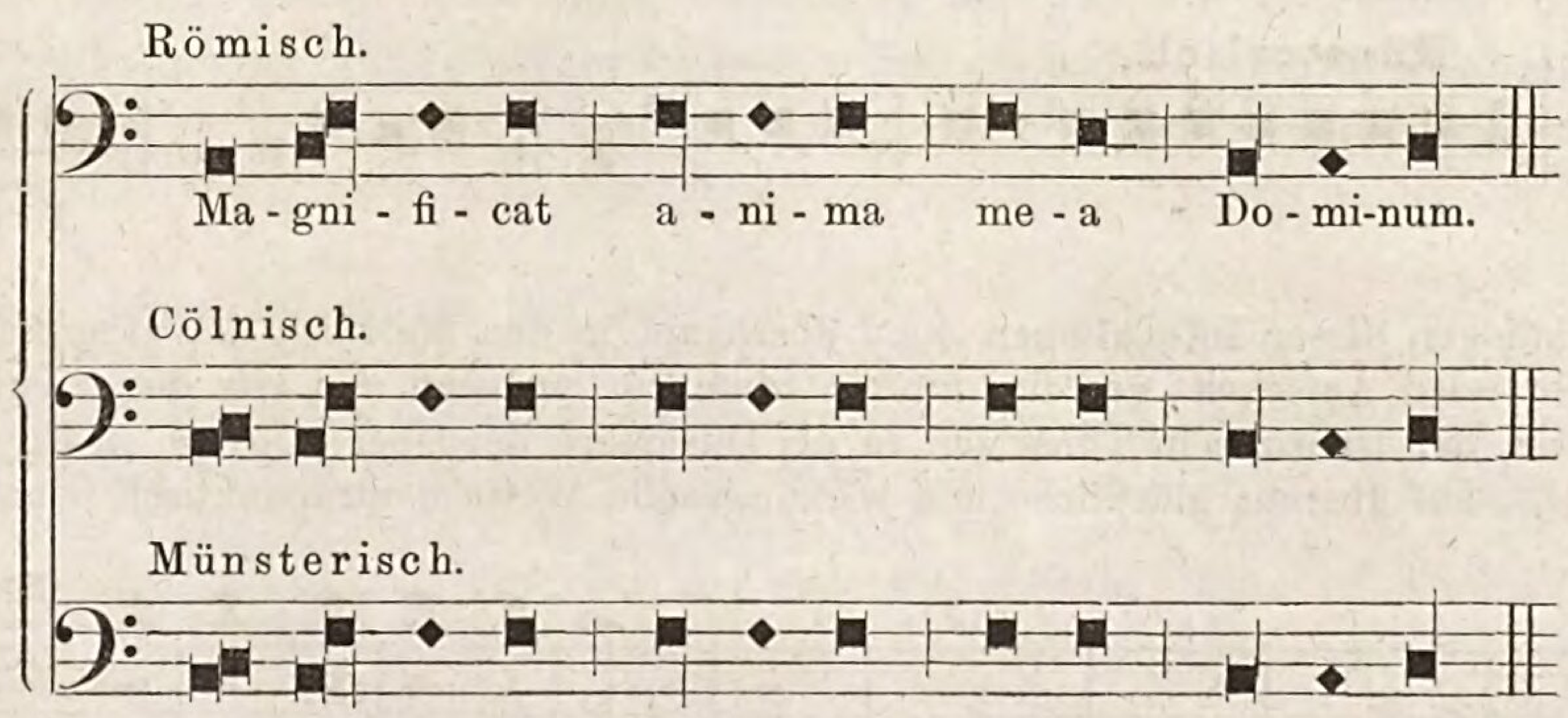


Die ganze Spannweite ausfüllend dieses mit seinen sechs Octaven und einem Ditonus so ziemlich den ganzen Klangbereich der musikalisch verwendbaren Töne erschöpfenden Gebildes

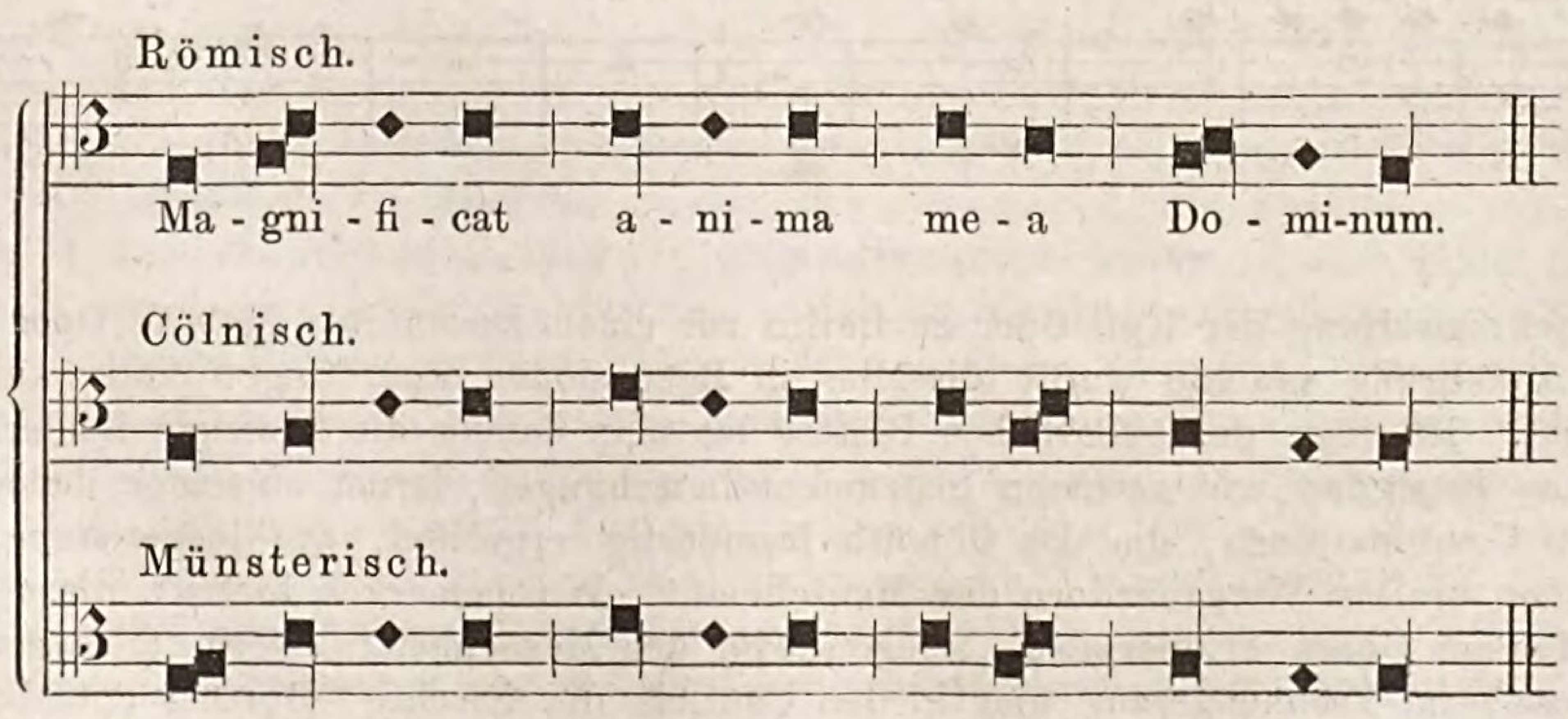
zeigt sich in demselben die fünftönige diatonische, der vierten und siebenten Stufe entbehrende Scala der Chinesen, deren wir bereits auf S. 103 gedacht haben, jene altgeheiligte Scala der fünf Lu, deren Stufenordnung vorzugsweise den ritualischen Gesängen dieses Volkes zum Grunde lag und als deren Ebenbild wir weiter unten diejenige fünfstufige altgriechische Scala kennen lernen werden, von welcher Plutarch (De mus. c. 11 vgl. c. 18) auf das Zeugniss des Aristoxenus sich berufend berichtet, dass Olympus dieselbe für die dorische Tonart erdacht habe*). An den Namen des Olympus knüpfte die griechische Sage die Einführung der Hymnen

*) Wir bemerken, dass zwei gregorianische Psalmen- und Canticums-Intonationen, nemlich jene der Toni II und III, wenigstens wenn man die cölnische und münstersche Singweise derselben berücksichtigt, welche in hohem Maasse den Stempel wohlbewahrter Ursprünglichkeit hier wie anderwärts an sich trägt, dem Tonsysteme dieser fünfstufigen Scala entstprechen. Beim Psalmentone des Tonus VIII ist eben dasselbe der Fall wenn statt der gewöhnlichen Termination  die Differenz  gewählt wird. Aber nicht nur die melodische Figur des Anfangs (wir meinen die charakteristische Wendung, mit welcher nach der römischen Singweise der achte Psalmenton anhebt), sondern auch die in der Regel für die Cantiken sowohl als Psalmen gebrauchte Termination dieses Tones würde sich den Formen der fünfstufigen heiligen Scala des Alterthumes anschliessen wenn in derselben der ausschmückende Ton h eliminirt und statt dessen $\bar{c}$ gesetzt würde. Nach der cölnischen und münsterschen Singweise gehorcht auch der vierte Psalmen- und Canticumston dem Gesetz der fünfstufigen Scala. Wir lassen die Canticumstöne der Modi II, III IV und den Psalmenton des Modus VIII sowohl nach cölnischer und münsterischer, als römischer Weise hier zur Vergleichung folgen wie wir dieselben in Janssen's Grundregeln des gregorianischen Kirchengesanges von Smeddinck, Mainz 1846, S. 154 und 156 fgde zusammengestellt finden:

Psalm. II Ton.



Cant. III Ton.



bei den Götterfesten (Plutarch a. a. O. c. 7). Der merkwürdigste und heiligste Gesang unter den überlieferten ritualischen Gesängen der Chinesen ist die am Feste der Altvordern übliche uralte Hymne, welche seit den Zeiten der Tcheou gesungen wird wenn an jenem Tage der



Den in den Anfängen dieser Intonationen (und überhaupt in den Melodien des gregorianischen Gesanges) so häufig wiederkehrenden Aufschritt von der fünften Stufe zur sechsten und von dieser zur achten Stufe der Tonleiter hat Mehul, der französische Tonsetzer, in der Ouverture der Oper „Joseph in Egypten" — wie man sich erinnern wird — auf überaus glückliche und wirkungsvolle Weise contrapunktisch benutzt:



Als die Bühnenverwaltung der Kgl. Oper zu Berlin vor einem Decennium Mehul's Oper nach längerer Zeit von neuem zur Aufführung brachte wurde dieselbe in Recensionen zum Gegenstande kunsthistorischer Besprechung gemacht. In einem der öffentlichen Blätter las man damals die treffende Bemerkung: „In Mehul's Joseph in Egypten begegnen wir gewissen Instrumentalmischungen, ferner einzelnen melodisch-harmonischen und rhythmischen Combinationen, die das Gemüth fremdartig ergreifen, wie losgerissene, leise verhallende Nachklänge aus den uralten Wiegenliedern der Menschheit." Wir bemerken hierzu: diese an Hebron und an die Palmen des Landes Gosen erinnernden „Wiegenlieder der Menschheit" — sie erklingen noch täglich im Introitus der Messe, im Psalmengesang und in den Canticis der Kirche. Dorther entnahm auch Mehul jene Anklänge. In einem kleinen Städtchen der Ardennen von armen Eltern geboren, hatte er als Schüler des

Kaiser selbst die Opferhandlung vollbringt. Dieselbe ist streng in der Tonalität der fünfstufigen Scala gehalten*). Eine Vergleichung des auf S. 282 abgebildeten Diagrammes zeigt, dass die fünf Lu der chinesischen heiligen Scala die fünf festen Saiten des dorisch-mixolydischen Dekachordes sind. Werden die im Diagramme weggelassenen Rationen des pentadischen Systemes hinzugenommen, so stimmen jene chordae stabiles und die entsprechenden Stufen der Fünf-Lu-Scala auch hinsichtlich der enharmonischen Nebenformen ganz und gar überein.

In der vorhin in der Note *** auf S. 306 erwähnten Schrift des gelehrten Prinzen der Ming-Dynastie Tsai-yu findet sich eine sehr beachtenswerthe Aeusserung über das Historisch-Irrige und Technisch-Unberechtigte der Ansicht von einer harmonikalen Alleingültigkeit der Progressio tripla. Unter Hinweisung auf die Unzulänglichkeit einer nur der beiden Progressionen des Zwei- und Dreifachen sich bedienenden Berechnung der musikalischen Verhältnisszahlen gedenkt Tsai-yu einer hiervon abweichenden Methode der Alten, welche „unter Umständen noch von einer anderen, die Progressio tripla ergänzenden und beziehlich berichtigenden Progression Gebrauch gemacht hätten"**). Es kann diese dritte Progression der Natur der Sache zufolge nun keine andere als jene der Multipeln und Aliquottheile der Fünfzahl gewesen sein. Dass das früheste chinesische Alterthum, gleich dem griechischen, die harmonikale Anwendbarkeit und Bedeutung der Fünfzahl gekannt haben müsse, dafür spricht dasjenige was die exoterischen späteren Musikschriftsteller der Chinesen selber über die Stellung der lichten Punkte des Zeichens der Fünfzahl in der Mitte der zahlenharmonikalen Figuren Ho-tou und Lo-chou berichten. Ein indirectes Zeugniss dafür bilden ferner die sagenhaften Erzählungen welchen zufolge in vorhistorischer Zeit Yao, der vierte der fünf Gründer und ersten Herrscher des Reiches, die Einrichtung aller einer gesetzgeberischen Regelung unterliegenden Verhältnisse des Lebens nach der Fünfzahl geordnet, im Hinblicke auf die Beziehung der musikalischen Harmonie zur Harmonie der Dinge selber insbesondere auch der topographischen und administra-

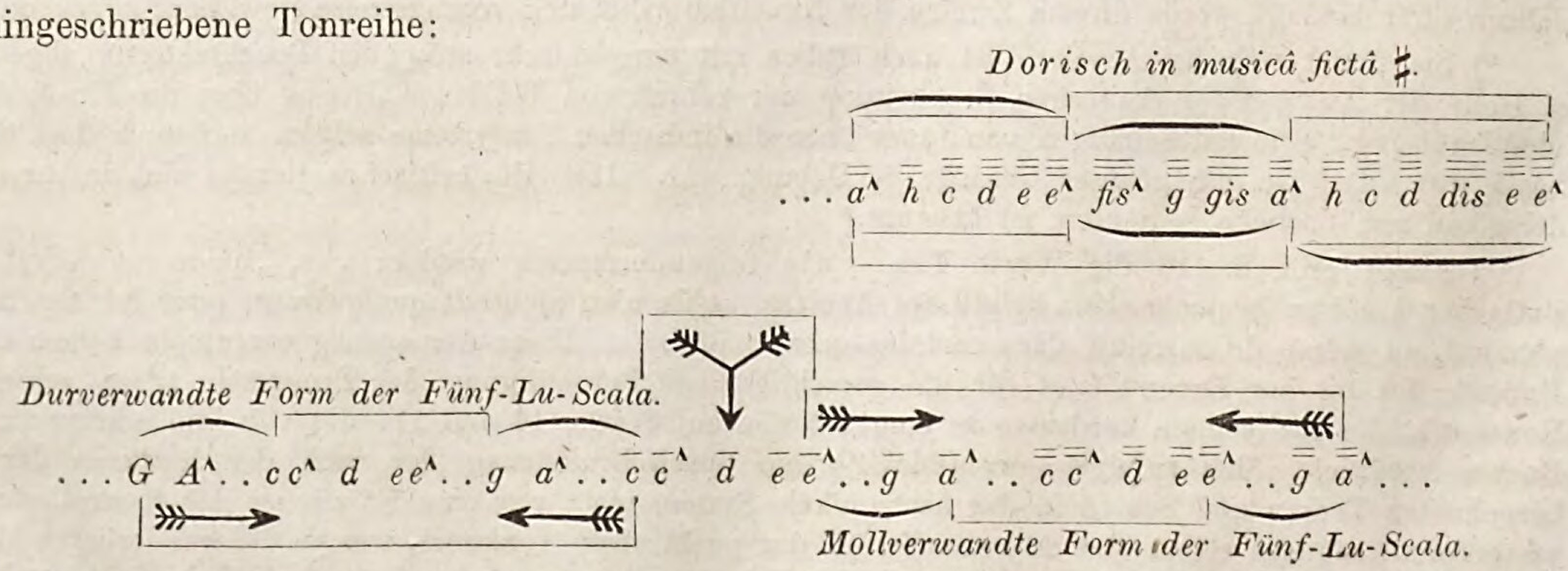
schlichten Organisten seiner Pfarrkirche den ersten Unterricht empfangen. Während seiner Kindheit hat er wohl kaum andere Gesänge gehört als die uralten Choralmelodien seiner Kirche. Als zehn- und als elfjähriger Knabe versah er selbst bereits den Organistendienst an einer kleinen Klosterkirche des Ortes. Unterstützung und Unterricht für seine weitere Bildung erhielt er dann, durch die Fürsorge des Abtes der damals im Ardennerlande berühmten Prämonstratenser Abtei Lavaldieu, von einem kunkgeübten dem Musikwesen dieses Gotteshauses vorstehenden deutschen Geistlichen des gedachten Ordens. Erst im Alter von sechszehn Jahren verliess er jene stille und friedliche Umgebung um in der französischen Hauptstadt dann die Bahn als dramatischer Tondichter zu betreten. Trotz der grossen Erfolge welche er als solcher errungen, hat er in späteren Jahren öfter beklagt, grade diesem Zweige der Kunstthätigkeit sich vorzugsweise gewidmet zu haben.

*) Sie findet sich bei Amiot, ist auch (aber mit einigen sehr störenden Druckfehlern) abgedruckt im 2. Hefte der Anlagen zur deutschen Bearbeitung der Schrift von William Jones über die Musik der Indier von Dalberg. (Die Mittheilungen von Jones über die indischen Tonsysteme zeigen, dass auch dort die heilige Scala der fünf Lu für gewisse Gesänge in Uebung war. Dass die celtischen Barden sich in ihren Liedern derselben mit Vorliebe bedienten, ist bekannt.)

**) Amiot gibt S. 116 die Worte Tsai-yu's folgendermassen wieder: . . . „qu'on ne falloit pas tant s'attacher à suivre la progression triple des Anciens, qu'ils n'en ajoutent quelqu'autre pour lui servir de supplement, et même de correctif dans certains occasions." . . . Diese Aeusserung erregte in hohem Grade den Unmuth des bis zur Excentricität für die ausschliessliche Berechtigung der Progressio tripla schwärmenden Roussier's. Er gab seinem Verdrusse in langen Noten auf S. 92, 116 und 117 des von ihm edirten Amiot'schen Buches Ausdruck. Ihm zufolge verschuldet Zarlino durch Einführung der nach den Rationen der Fünfzahl berechneten Terzen und Sexten in das harmonikale System nicht nur eine Fälschung der theoretischen Musikwissenschaft sondern selbst eine Art von Verfall der praktischen Tonkunst, welche die wunderbaren Wirkungen der Musik des Alterthumes insbesondere deshalb nicht mehr hervorzurufen vermag, weil sie sich des Gebrauches der ditonischen, nach der Progressio tripla gestimmten Terzen und Sexten zu ihrem Verderben entäussert hat!

tiven Gliederung und Eintheilung des Reiches, so wie dem gesammten Gewicht- und Maasssysteme die Zehnzahl und Fünfzahl zum Grunde gelegt haben soll. Deutliche Anklänge an den uralten Lehrsatz von der Fünfzahl als harmonikalen Rationenbildnerin geben sich aber auch in gewissen von den nachherigen exoterischen Berichterstattern freilich in einem grade entgegengesetzten Sinne aufgefassten und wiedergegebenen Erzählungen zu erkennen in denen von Umgestaltungen und Alterationen die Rede ist welche das von den ersten Herrschern des Reiches eingeführte System der Lu-Maasse im Laufe der Zeiten wiederholt erlitten, und von fruchtlosen Bestrebungen wohlmeinender Fürsten die echte alte und ursprüngliche Ordnung den willkührlichen Abweichungen Späterer gegenüber von neuem zur Geltung zu bringen. So wird angeführt: unter der nach dem Sturze der Chang mit Wen-wang im Jahre 1122 v. Chr. zum Throne gelangten Dynastie der Tcheou, der dritten in der Reihenfolge der historischen Geschlechter, habe der Lu des Hoang-tchoung 125 Linien gemessen und bereits unter den Chang, an welche Dynastie die Herrschaft im Jahre 1756 v. Chr. gekommen war, sei das ursprüngliche von Hoang-ti bestimmte Maass von 81 Linien in 80 verändert worden. Der harmonikale Sinn dieser Angabe dürfte aus einer Vergleichung unseres aus den Einheiten $1\,\underline{C} \ldots {}^{81}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}^{\wedge}$ abgeleiteten Diagrammes mit dem Diagramme aus $1\,\underline{C} \ldots {}^{80}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}$ auf S. 217 hervorgehen. Die Erwähnung der Zahl 125 im Gegensatze zu 81 aber deutet auf eine Vertauschung oder vielmehr Verbindung der Reihe 1 : 3 : 9 : 27 : 81 mit der Progressio quintupla 1 : 5 : 25 : 125 d. i. auf die Einflechtung einer modulatorischen Folge von grossen Septemdecimen ($1\,\underline{C} : 5\,e : 25\,\overline{\overline{gis}} : 125\,\overline{\overline{\overline{\overline{his}}}}$) in das sonst nach Duodecimen ($1\,\underline{C} : 3\,G : 9\,\overline{d} : 27\,\overline{\overline{a}}^{\wedge} : 81\,\overline{\overline{\overline{e}}}^{\wedge}$) geordnete Tonsystem hin. Ja selbst Yu, der Gründer der ersten historischen, nemlich der im Jahre 2205 v. Chr. beginnenden Hia-Dynastie, soll bereits genöthigt gewesen sein einer Wiederherstellung des nonalen Systemes seine Sorgfalt zuzuwenden weil — wie berichtet wird — schon in jener altersgrauen Zeit dasselbe verlassen und der Lu-Berechnung ein decimales System zum Grunde gelegt gewesen sei, nach welchem die Pfeife des Hoang-tchoung statt 81 Theile, wie unter Hoang-ti, deren 100 gehabt hätte. Die auf Yu folgenden Regenten der Hia-Dynastie selber hätten sich aber sofort wieder der Eintheilung in 100 Theile zugewendet*).

Trägt man in die beiden Reihen des vorhin abgebildeten Diagrammes neben den aus den Progressionen der Zweizahl und Dreizahl sich entwickelnden Rationen auch noch jene der Fünfzahl und ihrer Multipeln und Submultipeln ein, so entsteht aus der Zusammenstellung der Glieder der oberen und unteren Zeile folgende, des beengten Raumes wegen hier in drei Absätzen hingeschriebene Tonreihe:



*) Amiot a. a. O. S. 101.

$\underline{C}C^{\wedge}$ $\underline{Des}$ $\underline{D}$ $\underline{E}^{\wedge}$ $\underline{F}^{\wedge}$ $\underline{G}$ $\underline{As}^{\wedge}$ $\underline{A}^{\wedge}$ $\underline{B}$ $CC^{\wedge}$ D $E^{\wedge}$ $F^{\wedge}$ G . . .

Mixolydisch in musicâ fictâ ♭.

Zwischen den Stufen G und $a^{\wedge}$ zeigen sich auch jetzt noch die Formen der fünfstufigen Scala. Aus einer lediglich diatonischen, was sie vorhin war, ist dieselbe aber wenigstens in Ansehung der Octavtöne $cc^{\wedge}$, $ee^{\wedge}$, $\bar{c}\bar{c}^{\wedge}$, $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ der polaren Zeuger $\underline{C}$ und $\overline{\overline{\overline{e}}}^{\wedge}$ zu einer enharmonisch-diatonischen geworden*). In den beiden an G und beziehlich an $\overline{\overline{a}}^{\wedge}$ sich anreihenden Tönen $F^{\wedge}$ und $\overline{\overline{h}}$ sind die Ober- und Unteroctavtöne der beiden in der Mitte des Systemes zur Ergänzung einer siebentönigen diatonischen Scala noch fehlenden Stufen $\mathfrak{F}^{\wedge}$ und $\mathfrak{H}$ erschienen. Die Duodecime $\overline{a}^{\wedge}\ldots\overline{\overline{\overline{e}}}\,\overline{\overline{\overline{e}}}^{\wedge}$ umspannt sowohl in ihrer authentischen (Octave — Quinte) als in ihrer plagalischen (Quinte — Octave) Zerlegung eine, mehrerer erforderlicher enharmonischen Nebenformen allerdings noch entbehrende, dagegen aber mit den chromatischen Hülfsstufen $\overline{\overline{\overline{gis}}}$ und $\overline{\overline{\overline{dis}}}$ ausgerüstete Leiter, welche als eine der dorischen Tonalität *in musicâ fictâ* ♯ angehörige aufzufassen ist. Umgekehrt stellt die Duodecime $CC^{\wedge}\ldots G$ authentisch oder plagalisch getheilt eine Leiter dar, welche sich abgesehen von einigen fehlenden enharmonischen Nebenformen *in musicâ fictâ* ♭ als eine mixolydische, durch die chromatischen Hülfsstufen $\underline{As}^{\wedge}$ und $\underline{Des}$ bereicherte Scala betrachten lässt. Zwischen $\overline{\overline{g}}$ und $\overline{\overline{\overline{g}}}$ erscheint auch eine normale diatonische 𝔊durleiter, und als Antiphonie derselben zwischen $A^{\wedge}$ und $\underline{A}^{\wedge}$ eine nach der regelrechten Form der absteigenden Mollleiter gebaute 𝔇moll-Scala.

Die harmonikale Gliederung der beiden Diagramme ist nicht minder geeignet, hinsichtlich des technisch-allegorischen Sinnes der Mehrzahl der im 1. Hauptstücke S. 103—105 aufgezählten alten Namen der zwölf Lu-Stufen ein gewisses Licht zu geben. Die Benennung des Grundtones (𝔈) als Hoang-tchoung, „gelbe“, d. i. der Erde angehörige, uranfängliche „Glocke“ — findet ihre Erklärung in sich selbst. Die Bezeichnung der grossen Secunde (𝔇) als Tai-tsu, „völlige Gleichheit“, bedarf Angesichts des Diagramms ebenfalls keiner weiteren Erläuterung. Dasselbe gilt von dem Namen Kou-si, „Rückkehr (Umkehr) zum Alten“, welcher auf die grosse Terze (𝔈𝔈^) fällt, deren enharmonisch schärfere Saite ja eine der Unteroctaven des Zeugertones der Höhe ist, bei dem angelangt der Aufweg der steigenden περισσὸς-Reihe in den Abweg der ἄρτιος-Reihe sich wendet um zum Zeugertone der Tiefe zurückzukehren. Die Unterquarte des Grundtones (die Stufe 𝔊) bildet im Bereiche der Rationen der Fünf-Lu-Scala der Mitte die unterste, den tieferen Regionen der Tonlage, also der Nachtseite der als Licht-, Ton- und Wasserwelle in die Erscheinung tretenden periodischen Bewegungen zugewendete Stufe. Sie mochte daher figürlich Lin-tchoung „Glocke der Beschattung“ (so möchten wir die Amiot'sche Uebersetzung: „Waldglocke“ umschreiben) genannt werden. Die oberste, der Lichtseite zugewendete Stufe der

*) In diesem Ergebnisse der harmonikalen Rechnung dürfte ein Anhaltspunkt für die Erklärung dessen zu finden sein, was in dem missverständlichen Berichte bei Plutarch De mus. c. 11 über die von Olympos bei Gelegenheit der Entdeckung des Gesetzes der fünfstufigen Scala gleichzeitig gemachte Erfindung des enharmonischen Klanggeschlechtes erzählt wird. Wir werden den Text der Stelle weiter unten in eingehender Weise zum Gegenstande der Erörterung machen.

fünfstufigen Scala (die Stufe $\mathfrak{A}^{\wedge}$) bildet als grosse Sexte des Grundtones Hoang-tchoung, die Oberquinte (Dominante) des Mitteltones Tay-tsou und trägt insofern mit Recht den Namen Nan-lu, „mittäglicher Mitwirker". Die vierte Stufe aber der zu einer siebentönigen Scala ergänzten Leiter (die Stufe $\mathfrak{F}^{\wedge}$) ist in der Harmonie des Mollaccordes des Tones Tay-tsou Mediante (kleine Terze) und konnte daher füglich den Namen Tchoung-lu, „mittlerer Mitwirker", erhalten. Der siebenten Saite der vervollständigten Leiter (der Stufe $\mathfrak{H}$), welcher sowohl als Subsemitonium der Octave des Grundtones wie als Sexte der dorisch geformten Leiter der Tay-tsou-Stufe eine gewisse spannende Tonwirkung eigen ist, mochte der Name Yng-tchoung, „Glocke der Erwartung", zu Theil werden. Der dem chromatisch-enharmonischen Doppeltone $\mathfrak{Gis}^{\wedge}$-$\mathfrak{As}$ zukommende Name Y-tse „Hinrichtungswerkzeug" ist bereits anderwärts von uns besprochen, und werden wir die Stellung und Bedeutung dieser dem Ôth-Aleph der hebräischen harmonikalen Symbolik entsprechenden Stufe im chinesischen Tonsysteme sogleich einer besonderen Betrachtung unterziehen. Zur Erklärung der auf S. 103 und 104 erwähnten Namen der chromatischen Stufen $\mathfrak{Fis}$ und $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{Cis}^{\wedge}$ und $\mathfrak{Es}^{\wedge}$, wissen wir allerdings nichts beizubringen. Wenigstens gibt die Amiot'sche Uebersetzung der betreffenden Benennungen Joui-pin, Ou-y, Ta-lu und Kia-tchoung durch: „das Entbehrliche", „das Unvollendete", „der grosse Mitwirker", und „die von beiden Seiten beengte Glocke" — keine solche an die Hand.

Die Vervollständigung der Fünf-Lu-Scala zu einer siebenstufigen diatonischen und die Einreihung auch der für das chromatische Geschlecht erforderlichen Zwischenstufen ist allerdings auch möglich, wenn man sich für die Auffindung der betreffenden Rationen nur auf die Progressio tripla (und dupla) beschränken will; wobei dann freilich statt der reinen Terzen nur der Ditonus und das Trihemitonium sich zeigen, statt des richtigen diatonischen Halbtones das Limma gewonnen wird und die chromatischen Intervalle sehr bald nur mittelst solcher Saiten dargestellt werden können, welche eine zwiefache enharmonische Alterirung (mittelst des Doppel-Comma's) erlitten haben. Die mit Ausschluss der Fünfzahl lediglich aus den Producten der Zweizahl und Dreizahl dargestellten Rationen der περισσός- und ἄρτιος-Reihen zeigen nemlich in einer durch die Progressio tripla bestimmten Reihenfolge neben den sich reproducirenden Octaven der vorhergegangenen Glieder als Fortsetzung der Duodecimenfolge in grösseren Zwischenräumen und in entlegeneren Octavenlagen den Eintrit aller derjenigen ditonäischen und trihemitonischen Intervalle und aller derjenigen Limma's und Apotome's, deren es bedarf um in der Scala die fehlenden Formen der reinen Terzen und wahren diatonischen und chromatischen Halbtöne des auch die Fünfzahl-Rationen enthaltenden Systemes durch ihre enharmonisch alterirten Nebenformen zu ersetzen. Wie im dyadisch-triadisch-pentadischen Systeme schon in der dritten Oberoctave des Stammtones $1\,\underline{C}$ die Saite $5\,e$ als grosse Terze des Tonus, in der vierten die Saite $15\,\overline{h}$ als tonisches Subsemitonium, in der fünften die chromatische Erhöhung $25\,\overline{\overline{gis}}$ des Dominanttones, in der sechsten dessen Subsemitonium $45\,\overline{\overline{\overline{fis}}}^{\wedge}$, in der siebenten das Subsemitonium der Mediante (des Paralleltones der Dominanttonart) $75\,\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$, und als enharmonische Verwechslung des Tonus die chromatische Erhöhung $125\,\overline{\overline{\overline{\overline{his}}}}$ des Subsemitoniums desselben, in der achten das geschärfte Chroma $135\,\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{cis}}}}}^{\wedge}$ des Tonus und dessen geschärfte übermässige Sexte $225\,\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{ais}}}}}^{\wedge}$ sich einstellen u. s. w., so folgen sich als ditonische (unreine) Terzen und als limmatische (unreine) Unterhalbtöne der betreffenden Stufen der dyadisch-triadischen Reihe in weiter

abstehenden Octaven und in theilweise veränderter Reihenfolge die Saiten 81 $\overline{\overline{e}}^{\wedge}$ 243 $\overline{\overline{h}}^{\wedge}$ 729 $\overline{\overline{fis}}^{\wedge}_{\wedge}$ 2187 $\overline{\overline{cis}}^{\wedge}_{\wedge}$ 6561 $\overline{\overline{gis}}^{\wedge}_{\wedge}$ u. s. w. Bis zu den Vertretern des Chroma's His und Ais$^{\wedge}$ ist, wie man sieht, hier noch ein sehr weiter Weg. Ganz Aehnliches ist von den in umgekehrter Ordnung stattfindenden Eintritten der enharmonischen Nebenformen der Unterterzen, Untersexten, Unterhalbtöne u. s. w. in die dyadisch-triadische, der pentadischen Intervalle entbehrende ἄρτιος-Aliquotbruchreihe des Systemes der Unterintervalle zu sagen.

Wenn man in den algebraischen Ausdrücken $\frac{a.b.c.d.e.f}{1}$, $\frac{1}{a.b.c.d.e.f}$, $\frac{a.c.e}{b.d.f}$ und $\frac{b.d.f}{a.c.e}$, deren wir uns auf S. 87 beim Versuche der Deutung des zahlenharmonikalen Sinnes der Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki bedient haben, für verschiedene Buchstaben eine und dieselbe Zahl wählend (wie dies bereits auf S. 161 bei Gelegenheit einer flüchtigen Besprechung der platonischen Timaios-Stelle geschehen ist) in den beiden erstgedachten Hexagrammen sechsmal 3, in den beiden anderen aber für die Buchstaben *a c e* jedesmal 2 und für *b d f* jedesmal 3 setzt, so erhält man (wie dort schon bemerkt wurde) statt der Facultätszahlen $^{720}/_{1}$ und $^{1}/_{720}$, beziehlich statt $^{15}/_{48}$ und $^{48}/_{15}$, welche die Zahlen des Senariums für jene Ausdrücke liefern, die Zahlen $^{729}/_{1}$, $^{1}/_{729}$, $^{8}/_{27}$ und $^{27}/_{8}$. Als Symbole harmonikaler Rationen entsprechen alsdann die vier Hexagramme, indem als Einheit der Ton Tay-tsou der Mitte gesetzt und derselbe 1 *d* genannt wird, den Schwingungsmengen der imaginären Tonstufen $\overline{\overline{gis}}^{\wedge}_{\wedge}$ und $\underline{\underline{As}}^{\vee}$ und beziehlich jenen der Töne *F* und $\overline{h}^{\wedge}$. Die zwei letzteren stellen die beiden diatonischen Stufen dar, deren Ober- und beziehlich Unteroctaven die Fünf-Lu-Scala bedarf um zu einer siebensaitigen diatonischen Scala zu erwachsen. Die durch die „Himmels-" und beziehlich „Erdenzahl" Kien und Kouen ausgedrückten Schwingungsmengen aber sind die Vertreter der polaren Zeugertöne eines dyadisch-triadischen Systemes ditonäischer, trihemitonischer und limmatischer Rationen, dessen modulatorischer Umfang dem Heptachorde der modernen sieben zwischen Esdur-Emoll und A$^{\wedge}$dur-Fis$^{\wedge}$moll liegenden Vorzeichnungen entspricht*). Mittelst der in diesem Systeme vorhandenen Nebenformen der pentadischen Rationen ergänzt sich die vorhin auf S. 308 dargestellte sechsoctavige Fünf-Lu-Scala auf analoge Weise zu einer siebenstufig-diatonischen auch das unentbehrlichste Chroma bereits in sich tragenden Scala, wie mittelst der Anwendung der Fünfzahl dies vorhin auf S. 312 in reingestimmten Rationen geschehen ist.

Statt des Lu-Maasses der Tonstufe der „völligen Gleichheit" Tay-tsou, welche in den beiden Gebilden auf S. 308 und S. 312 die Mittelstufe einnahm, kann auch die Spannweite des ganzen Intervalls einer Octave ($d \ldots \overline{d}$) zur Mitte eines Tonsystemes gemacht werden. Den Gleichgewichtspunkt des Ganzen bildet dann, die Octave geometrisch theilend und den Logos für alle geometrisch-continuirlichen Proportionen der reciproken Glieder bestimmend, die unaussprechbare Wurzelgrösse, deren Stelle wir in unseren Doppelreihe-Diagrammen durch das Symbol des Pfeilenkreuzes bezeichnet haben. Als musikalisch-harmonikale Näherungswerthe gleichsam dieses verborgenen einheitlichen Grundmaasses zeigen sich alsdann im dyadisch-triadischen

*) M. vgl. das darüber auf S. 89 und 161 bereits Gesagte.

Systeme die Halbstufen *gis*$^{\lambda}$. . . *as*$^{\vee}$, im Systeme der pentadisch-reingestimmten Rationen dagegen die Halbstufen *gis*$^{\wedge}$. . . *as*. Die chinesische Bezeichnung dieser Doppel-Halbstufe ist wie wir wissen der Lu-Name Y-tse. Das „Hinrichtungswerkzeug“ erscheint in dem so gestalteten Tonsysteme demnach als centraler Gleichgewichtspunkt des Gebildes. Statt des die Stufe Tay-tsou in sich bergenden Ditonus $c\ d\ e^{\wedge}$ tritt als Mittelgruppe nunmehr die in ihrem Ambitus zur grossen Decime $c\,c^{\wedge}. . . \bar{e}\ \bar{e}^{\wedge}$ erweiterte Tay-tsou-Octave in das Gebilde der Rationen ein. Das so umgeformte System gestaltet sich dann in Allem zu einem Abbild des Dekachord-Systemes der dorischen Doppelleiter, beziehlich des Systemes der zehn Stufen der verbundenen beiden Octavengattungen des ersten und achten gregorianischen Tones.

Die Zehnzahl galt auch in der harmonikalen Symbolik der Chinesen als Sinnbild der Vollkommenheit. Im Wörterbuche von De Guignes S. 68 lesen wir als Erklärung des 24. Schlüssels 十, Chy, die Uebersetzung „clavis perfectionis: numerus *decem*“. Ferner: „Chy-fen, omnino, prorsus. Item facit superlativum, ut Chy-fen-ta, *maximus*.“ Die Kreuzfigur des Schlüssels Chy, zehn, findet sich wieder in den Lineamenten des 33. Schlüssels 士, Ssé, dessen Bedeutung (a. a. O. S. 121) durch „clavis magistratus: doctor literis excultus, *sapiens*“ erklärt wird. Verbunden mit dem 30. Schlüssel 口, Keoù, „clavis oris“ (Mund), gewinnt dasselbige Zeichen der Zehnzahl im Schriftzuge des Wortes 古, Kou, „*antiquum*, *olim*“, mittelst dessen graphisch und phonetisch insbesondere auch die Zusammensetzungen Kin-kou, „*avi, antecessores*“ und Kou-kiao, „*lex antiqua*“ gebildet werden, noch die Bedeutung: „uralte“ von den „Altvordern“ überlieferte Lehre (a. a. O. S. 77). Die Stellung der fünf lichten Punkte der Fünfzahl im Mittel- und der zehn schwarzen Punkte der Zehnzahl auf der Peripherie der Abbildungen der Figur Ho-tou, wie diese durch Vermittelung freilich nur exoterischer Schriftsteller auf die späteren Jahrhunderte gekommen ist, darf endlich ebenfalls nicht unbeachtet bleiben wenn es sich davon handelt, welche Bedeutung der Fünfzahl und der Zehnzahl für die harmonikale Zahlenlehre der Chinesen und die Entwickelung des Tonsystemes der Vorzeit dieses Volkes technisch und symbolisch beizulegen ist*).

In den Abbildungen der Figuren Ho-tou und Lo-chou erscheint das Zeichen der Punkte der Fünfzahl nach Art des alt-hebräischen Schriftzeichens für den Buchstaben Taw als aufrechtstehendes oder als schräggestelltes Kreuz gebildet, und die Lu-Stufe des chromatischen Doppeltones Gis$^{\wedge}$-As, der die Stelle des Doppeltones Aleph-Taw der Hebräer im chinesischen Tonsysteme einzunehmen hat, wird synomym dem Schlussbuchstaben des hebräischen Alphabetes mit dem Namen Y-tse, „Hinrichtungswerkzeug“, bezeichnet. Sollte dies alles auf blos zufälligen Aehnlichkeiten beruhen? Für die Beantwortung der Frage wird eine andere die Dekas-Scala betreffende Parallele zwischen einem Ausspruche der altchinesischen Weisheitslehre und einem überaus heiligen Symbole der hebräischen Ueberlieferung von entscheidendem Gewichte sein, deren Darlegung uns hier obliegt. Das Verständniss des Vorzutragenden kann aber nur

*) In der Figur Lo-tchou fehlt die Zehnzahl. Die Neunzahl bildet hier den Abschluss. Vgl. oben S. 101.

dadurch ermöglicht werden, dass wir vorgreifend uns einige kurze Andeutungen über ein zahlenharmonikales Theorem gestatten, dessen genauere Begründung erst in einem der folgenden Hauptstücke vollständig beigebracht werden kann.

Die harmonikalen Zahlenformeln mit deren Entwickelung wir uns bisher beschäftigt haben sind alle in der Art zu Stande gekommen, dass entweder die beiden polaren Stufen, oder wie in der Formel für die Erklärung der platonischen Timäus-Stelle und in der vorhin angedeuteten Weise der triadischen Ergänzung der Fünf-Lu-Scala die Mittelstufe des betreffenden Gebildes als Einheit und Gemäss der ἄρτιος- und der περισσὸςReihe gedient haben. Für dasjenige Tonsystem, dessen Mitte die Dekas-Scala mit ihrer centralen Gis$^{\wedge}$-As-Stufe einnehmen soll, ist aber noch eine dritte Methode möglich. Es können nemlich auch die beiden umspannenden Endtöne (der Unter- und Oberprimton) der Octave $d \ldots \bar{d}$, aus welcher die zehn Dekachordstufen nach Anleitung der auf S. 279 bis S. 285 vorgeführten Formeln hervorgehen, das Doppelgemäss für die Rechnung darstellen. Bezeichnen wir die Schwingungsmenge von d mit α und jene von $\bar{d}$ mit ω, so kann α als kleinstes Glied und als Einheit für eine aufsteigende Reihe wachsender Multipeln, ω aber als grösstes Glied und als Einheit für eineabsteigende Reihe progressiv sich verkleinernder Aliquotbrüche genommen werden. Der Kreuzungspunkt dieser beiden Reihen wird die geometrische Mittlere $\sqrt{\alpha\omega}$ der beiden Einheiten α und ω sein. Diese letzteren aber, als Unter- und Oberstufe des Intervalls der Octave, werden unter sich im Verhältnisse der Ratio dupli oder Subdupli stehen. Wird, um in dyadisch-triadischen Rationen die für die Ergänzung der fünfstufigen chinesischen Scala zu einer diatonischen siebenstufigen, mit dem Chroma der sieben Vorzeichnungen des modulatorischen Heptachordes ausgestatteten Scala erforderlichen Stufen zu gewinnen, von der kleineren Einheit α aus, welche der Hälfte der grösseren Einheit ω gleich ist, aufsteigend eine bis zur Kien-Zahl $^{729}/_{1}\,\alpha\,(\overline{\overline{\overline{gis}}}{}^{\wedge}_{\wedge})$ fortgesetzte περισσὸς-Reihe entwickelt und von dieser imaginären Oberstufe aus dann als περισσάρτιος-Reihe wieder bis zur grossen Untersecunde von d (d. i. von α) zurückgeführt, aus der anderen, grösseren Einheit ω aber, welche gleich dem Doppelten der kleineren Einheit α ist, eine bis zur Kouen-Zahl $^{1}/_{729}\,\omega\,(\underline{\underline{\underline{As}}}{}^{\vee})$ abwärts gehende ἄρτιος-Reihe abgeleitet und von dort aus als ἀρτιοπέρισσος-Reihe eine aufsteigende Stufenfolge bis zur grossen Obersecunde von $\bar{d}$ (d. i. von ω) empor geführt, so verkürzt sich das ganze zwischen $\frac{729}{1}\alpha$ und $\frac{1}{729}\omega$ liegende Gebilde um eine Octave. Als Mittelgruppe desselben erscheint zwischen der Untersecunde von d (oder α) und der Obersecunde von $\bar{d}$ (oder ω) alsdann statt des Ditonus des obigen Diagrammes die grosse Decime $c\,c^{\wedge} \ldots \bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$ der Dekas-Scala. Und statt des diatonischen Centraltones Tay-tsou d des vorhin entwickelten Gebildes der Fünf-Lu-Scala zeigt sich nunmehr im Centrum der bis auf zehn Stufen erweiterten Mittelgruppe und als Brennpunkt gleichsam des ganzen Systemes die Doppelform Y-tse des zwiefachen Chroma's Gis$^{\wedge}_{\wedge}$-As$^{\vee}$ der Mitte. Ganz in derselben Weise ist das Letztere der Fall, wenn von der kleineren Einheit α aus erst eine absteigende ἄρτιος-Reihe bis zur Ration $^{1}/_{729}\,\alpha\,(\underline{\underline{\underline{As}}}{}^{\vee})$ entwickelt und demnächst als ἀρτιοπέρισσος-Reihe wieder emporgeführt, dagegen aus der grösseren Einheit ω eine aufsteigende περισσὸς-Reihe abgeleitet und von $^{729}/_{1}\,\omega\,(\overline{\overline{\overline{gis}}}{}^{\wedge}_{\wedge})$ aus dann als περισσάρτιος-Reihe zur Mitte zurückgeführt wird. Es wird in diesem Falle, zum Unterschiede von dem

vorigen, die Zahl der Octaven des Gebildes sich um Eine vermehrt haben, also auf entgegengesetzte Weise aus einer geraden zu einer ungeraden Anzahl geworden sein.

Was von der Ergänzung der chinesischen Scala ohne Anwendung der pentadischen Rationen hier gesagt worden ist gilt ohne Ausnahme auch von der Darstellung eines aus ditonäischen, trihemitonischen und limmatischen Intervallen gebildeten s. g. pythagorischen Tonsystemes. Es soll sogleich gezeigt werden welche Vereinfachung der Entwickelung eines vervollständigten Tonsystemes auch nach der Methode des uns hier beschäftigenden Verfahrens mittelst Hinzunahme der Pentas als Rationenbildnerin erzielt werden kann.

Die Darstellung der Formel beginnt also damit, dass man die Werthe α und ω der beiden zeugenden Einheiten einander als Duplum ($\omega = 2\alpha$) oder als Subduplum ($\alpha = \frac{\omega}{2}$) gegenüberstellt. Der Rechnung Anfang für die Entwickelung des Πᾶν-Diagrammes — so wurde ja, wie wir aus der Stelle bei Jamblichus wissen, die harmonikale Formel der Dekas-Scala um ihrer Anwendung auf kosmische Dinge willen von den Pythagoreern genannt — ist somit die Ration 1 : 2 (τὸ ἥμισυ) oder aber 2 : 1. Unter den kurzen Sprüchen mittelst deren Pythagoras, dem Berichte des Jamblichus*) zufolge, seinen Schülern „nach Art des pythischen Apollo's und der Natur selber vieldeutige Weisheitslehren" auf symbolische Weise mitzutheilen gewohnt war, wird auch des eigenthümlichen Räthselspruches gedacht: Ἀρχὴ δέ τοι ἥμισυ παντός. Die gelehrte Exegese hat diesen Ausspruch durch den völlig sinnlosen Satz wiedergegeben: „Principium dimidium totius"**). Wir tragen kein Bedenken demselben eine zahlenharmonikale Bedeutung beizulegen und darin eine verhüllte Hinweisung auf die so eben angedeutete technische Methode der Entwickelung des esoterischen Kosmos-Symboles der geheiligten Dekas zu erblicken***).

*) De vit. Pyth. c. 29: Εἰώθει δὲ [ὁ Πυθαγόρας] καὶ διὰ κομιδῇ βραχυτατων φωνῶν μυρίαν καὶ πολυσχιδῆ ἔμφασιν συμβολικῷ τρόπῳ τοῖς γνωρίμοις ἀποφοιβάζειν, ὥσπερ διὰ χειροχρήστων τινῶν λόγων, ἢ μικρῶν τοῖς ὄγκοις σπερμάτων ὁ Πύθιός τε καὶ αὐτὴ ἡ φύσις πλήθη ἀνήνυτα καὶ δυσεπινόητα ἐννοιῶν καὶ ἀποτελεσμάτων ὑποφαίνουσι. Τοιοῦτον δή ἐστι τὸ Ἀρχὴ δέ τοι ἥμισυ παντός ἀπόφθεγμα Πυθαγόρου αὐτοῦ. οὐ μόνον δὲ ἐν τῷ παρόντι ἡμιστιχίῳ, ἀλλὰ καὶ ἐν ἑτέροις παραπλησίοις ὁ θειότατος Πυθαγόρας τὰ τῆς ἀληθείας ἐνέκρυπτε ζώπυρα τοῖς δυναμένοις ἐναύσασθαι, βραχυλογίᾳ τινὶ ἐναποθησαυρίζων ἀπερίβλεπτον καὶ παμπληθῆ θεωρίας ἔκτασιν.

**) So Kiesling Th. I S. 343 seiner Bearbeitung der Vita Pythagorica des Jamblichus, Obrecht folgend.

***) Auch Aristoteles (Metaphys. VI, 11), derjenigen gedenkend, welche (nach pythagorischer Weise) „Alles" — und daher auch den Punkt, die Linie und Fläche — auf Zahlen zurückbezögen und „die Ration der Zwei als die der Linie bezeichnet hätten", bedient sich für diesen wunderlich gefassten Satz eigenthümlicher, ohne allen Zweifel einem pythagorischen Ausspruche entnommener Ausdrücke, welche noch einer anderen Deutung fähig erscheinen, deren geheimen Sinn Aristoteles nicht errieth. Die Stelle lautet: καὶ ἀνάγουσι πάντα εἰς τοὺς ἀριθμούς, καὶ γραμμῆς τὸν λόγον τὸν τῶν δύο εἶναί φασι. Im Munde eines Pythagoreers konnten die betreffenden Worte auch besagen: „Nach Zahlengesetzen ist das All gebildet; Logos des graphischen Zahlenbildes (γραμμῆς) desselben aber ist der Logos der Zwei" (die von den zwei Einheiten α und ω des Gebildes dargestellte Ration 2 : 1 oder beziehlich 1 : 2). Im nächstfolgenden ist sodann davon die Rede, dass von Einigen die δυὰς auch αὐτογραμμὴ (das Ideal der Linie) von Anderen τὸ εἶδος τῆς γραμμῆς (der Linie — wir umschreiben: des Diagrammes — bestimmende Gestalt) genannt werde. Zur Feststellung des Sinnes des Räthselspruches: Ἀρχὴ δέ τοι ἥμισυ παντός diene, neben der bereits S. 168 und 169 Note † mitgetheilten Stelle des Jamblichus, noch der phlolaische Ausspruch bei Stobäus Eccl. phys. L. I c. 2 Nr. 3, Heeren S. 8: Θεωρεῖν δεῖ τὰ ἔργα καὶ τὰν ἐσσίαν τῶ ἀριθμῶ κattὰν δύναμιν, ἅτις ἐντι ἐν τᾷ δεκάδι· μεγάλη γὰρ καὶ παντελὴς καὶ παντοεργὸς καὶ θείω καὶ οὐρανίω βίω καὶ ἀνθρωπίνω ἀρχὰ καὶ ἁγεμὼν κοινονοῦσα κ. τ. λ. („Betrachten muss man die Werke und das Wesen der Zahl nach der Kraft die in der Zehnzahl enthalten ist; denn gross und allwirkend und allvollendend ist diese, und des göttlichen und himmlischen und menschlichen Lebens theilhabender Anfang und Führer"). Der dreifachen Bedeutung entsprechend, welche hier der Zehnzahl beigelegt wird, hat man mit Recht die speculative Harmonik des Alterthumes ihren symbolischen

Um für die Bildung der Dekas-Scala des Πᾶν-Diagrammes, welchem, bereits Gesagtem zufolge, die Gleichung der Harmonia perfecta maxima $6 : 8 = 9 : 12$ (oder $^{72}/_{12} : {}^{72}/_{9} = {}^{72}/_{8} : {}^{72}/_{6}$) zum Grunde lag, die relativen Primzahlen der sämmtlichen Glieder dieser Gleichung aus der Ration $1 : 2$ zu gewinnen, müssen Vorder- und Hinterglied der letzteren mit dem Coëfficienten 6 multiplicirt werden. Aus $\alpha : \omega = 1 : 2$ wird alsdann $\alpha : \omega = 6 : 12$, die Ganzzahlen 8 und 9 erscheinen als relative Primzahlen der zwischen α und ω zu interpolirenden Medietäten arithmetischer und beziehlich harmonischer Ordnung und aus der Verbindung beider mit den beiden äusseren Gliedern 6 und 12 entsteht die geometrische Proportion der so eben erwähnten Gleichung. Es weiset aber für das Spiel der conjugirten harmonikalen Doppelreihen das erste Glied 6 als Werth von α auf eine kleinere Einheit als Zeuger und Gemäss der aufsteigenden περισσός-Reihe hin, deren Werth $^1/_6\,\alpha$ sein wird. Ebenso entspricht dem vierten Gliede der Gleichung 12, welches nunmehr den Zahlenausdruck für ω darstellt, eine grössere Einheit als Zeuger und Gemäss der absteigenden ἄρτιος-Reihe, für welche dann $^6/_1\,\omega$ zu setzen ist. Die umgeformte Zahlengruppe birgt solchergestalt eine musikalische Erweiterung der Formel in sich, vermöge deren die aufsteigende Reihe der Oberharmonikaltöne statt mit $\alpha = d$ vielmehr mit $^1/_6\,\alpha$ ($\underline{\underline{G}}$), und die absteigende Reihe der Unterharmonikaltöne statt mit $\omega = \bar{d}$ vielmehr mit $^6/_1\,\omega$ ($a^\wedge$) beginnen wird. Das tonale Ergebniss der Formel wird daher dem Diagramme auf S. 279 entsprechen; die neuen zeugenden Einheiten der conjugirten Reihen werden sich nemlich wie $1 : 72$ zu einander verhalten. In der Mitte des Gebildes aber erscheint die Stufenfolge

d . . . f^ *g*  *a*^ *h . . · d.* Um dieser die noch fehlenden diatonischen Stufen *cc*^ *. . . ee*^, beziehlich $\bar{c}\,\bar{c}^\wedge \ldots \bar{e}\,\bar{e}^\wedge$, hinzuzufügen und um die erforderlichen Saiten auch für die Darstellung der chromatischen Klanggattung und weiterer enharmonischer Nebenstufen zu erhalten, bedarf es einer neuen Erweiterung der Formel. Diese wird erzielt wenn man die Fünfzahl — die „Erzeugerin der Farbe und der verschiedenen Beschaffenheit"*) — zu Hülfe nimmt.

Beziehungen nach in eine *musica divina, musica mundana* und *musica humana* eingetheilt. (So Mersenne in einer der Vorreden seiner *Harmonie universelle.*)

*) In den Theolog. arithm. περὶ ἑπτάδος, Ast S. 48, wird von der Sechszahl gesagt: ψυχῇ γὰρ οἰκειότατος ὁ ϛ. Man kann nicht umhin dabei an die enge Verbindung zu denken, in welche die Sechszahl wenn das Diagramm der die Ordnung des göttlichen, himmlischen und menschlichen Lebens symbolisch der Betrachtung darbietenden Dekas nach der hier angegebenen Weise entwickelt wird als Coëfficient der Glieder α und ω des „Logos der Zwei" und der unaussprechbaren Wurzelgrösse der Mitte $\sqrt{\alpha\omega}$ zu jenen Sinnbildern tritt, welche die harmonikale Symbolik des Alterthums als eine mystische Hinweisung auf die psychischen Gesetze des menschlichen Lebens, auf das gottähnliche Walten der der kosmischen Weltordnung vorgesetzten Geister, und auf die lebendig machende Kraft des schöpferischen Gotteswortes selbst aufzufassen gewohnt war. Im Verfolge jenes Ausspruches heisst es dann von den Zahlen Fünf, Sechs und Sieben: ὅτι ποιότης μὲν καὶ χροιὰ καὶ φῶς μετὰ τὰ σωματικὰ μεγέθη τριχῇ διαστάντα ὤφθη κατὰ τὴν πεντάδα, ψύχωσις καὶ ἕξις ζωτικὴ κατὰ τὴν ἑξάδα, διὰ τοῦτο ὠνομασμένην, τελείωσις δὲ καὶ διανόησις κατὰ τὴν ἑβδομάδα" — und in fast wörtlicher Uebereinstimmung hiermit heisst es im Abschnitte περὶ ὀκτάδος, Ast S. 55: Φιλόλαος δὲ μετὰ τὸ μαθηματικὸν τριχῇ διαστὰν τετράδι, ποιότητα καὶ χρῶσιν ἐπιδειξαμένης τῆς φύσεως ἐν πεντάδι, ψύχωσιν δὲ ἐν ἑξάδι, νοῦν δὲ καὶ ὑγείαν καὶ τὸ ὑπ' αὐτοῦ λειπόμενον φῶς ἐν ἑβδομάδι, μετὰ ταῦτά φησιν ἔρωτα καὶ φιλίαν καὶ μῆτιν καὶ ἐπίνοιαν ἐπ' ὀγδοάδι συμβῆναι τοῖς οὖσιν. Unter dem „in der Vier auf dreifache Weise auseinanderstehenden Mathematischen" können wir nichts anderes verstehen, als die nach der arithmetischen, harmonischen und geometrischen Proportionalität sich ausbreitende Tetraktys der Harmonia perfecta maxima. Das Symbol der zeugenden Natur, welches seine sinnbildliche Beseelung von der Sechszahl empfängt, in der Fünfzahl aber — nach Philolaos Beschaffenheit und Farbe zeigt — dem anderen Ausspruche zufolge Beschaffenheit, Farbe und Licht schauen lässt, ist unverkennbar nichts anderes, als die in der Erweiterung der Tetraktys zur Dekas sich entfaltende

Wir multipliciren die Werthe α und ω auch mit Fünf, wodurch die Rationen der zeugenden Primtöne der conjugirten Reihe nunmehr die Werthe $\frac{1}{5\times 6}\alpha$ und beziehlich $\frac{5\times 6}{1}\omega$ annehmen, der Zeugerton der Tiefe daher von $\underline{G}$ nach $\underline{\underline{\underline{Es}}}$ hinabrückt, derjenige der Höhe dagegen von $\overline{\overline{\overline{a}}}$ nach

Stufenleiter des zahlenharmonikalen Kosmosdiagrammes. Die gleichzeitige Erwähnung von Beschaffenheit, Farbe und Licht zeigt dass der Ausdruck Farbe (χροιά besagt eigentlich: die gefärbte Oberfläche, χρῶσις, die Färbung) hier zunächst im optischen Sinne des Wortes zu nehmen ist. Es kann aber im Hinblicke auf die musikalisch-harmonikale Bedeutung des Diagramms des Kosmos, der Lyra und des Farbenbogens (m. vergl. die S. 13 Note * angeführte heraklitische Stelle) nicht zweifelhaft sein, dass der Bezeichnung der Fünfzahl als Erzeugerin der Farbe auch ein musikalisch-technischer Sinn beigelegt werden darf. Man ist also berechtigt in beiden Aussprüchen auch an die tonale Bedeutung des Wortes Farbe (Chroma) zu denken. Der Ausdruck Beschaffenheit (ποιότης) aber erscheint nicht ungeeignet um die Verschiedenheit der Spannung der enharmonischen Doppelformen einer und derselben diatonischen oder chromatischen, in mehreren Schattirungen der commatischen Schärfung oder Schwächung vorkommenden Klangstufe anzudeuten. Warum die Fünfzahl auch im optischen Wortsinne als Sinnbild der Farbe und des Lichtes genannt wird erklärt sich theilweise aus dem bereits auf S. 172 Note * über die Bedeutung des Pentalpha's Gesagten und soll weiter unten, da wo von den Beziehungen des Dekas-Diagrammes zur Farbenlehre der Alten die Rede sein wird, noch näher erörtert werden. Die Fünfzahl war, in kosmischer Beziehung ein Symbol des fünften, als Träger der Bewegung und als Lichtquelle den Kosmos durchdringenden, allgestaltenden Elementes, des allezeit nach gleicher Ordnung sich verhaltenden, im Wechsel der Dinge Dasselbige vollbringenden Aethers. Sie hiess sowohl Veränderung, als Streitlosigkeit und Licht, war auch den Pythagoreern ein Sinnbild der ausgleichenden Gerechtigkeit und Vergeltung, wurde auch bei ihnen Nemesis und Dike genannt und einer Wage verglichen (Theolog. arithm. περὶ πεντάδος, Ast S. 25: τὸν τοῦ ἡμίσους λόγον ἐν πρωτίστῃ τῇ πεντάδι πρὸς τὸ μεῖζον ἄκρον [nemlich als 5 zu 10, der grössten der ersten zehn Zahlen] ἔχομεν ἰδεῖν, καθάπερ ἐν τῇ δυάδι πρὸς τὸ ἔλαττον [2 im Verhältnisse zu 1 der kleinsten]· διπλάσια μὲν γὰρ τοῦ $\overline{α}$ τὰ $\overline{β}$, ἡμίσεα δὲ τοῦ $\overline{ι}$ τὰ $\overline{ε}$. Διόπερ μάλιστα συλληπτικὴ τῶν ἐν κοσμικῇ φύσει φαινομένων. . . . Daselbst S. 26 und 27: Ὅτι καὶ ἀνεικίαν προσηγόρευον τὴν πεντάδα, οὐ μόνον, ἐπειδὴ τὸ πέμπτον καὶ κατ' αὐτὸ τεταγμένον στοιχεῖον ὁ αἰθὴρ κατὰ ταὐτὰ καὶ ὡσαύτως ἔχων διατελεῖ, νείκους καὶ μεταβολῆς ἐν τοῖς ὑπ' αὐτὸν ὑπαρχόντων ἀπὸ σελήνης μέχρι γῆς, ἀλλ' ὅτι τὰ πρώτιστα διαφέροντα καὶ οὐχ ὅμοια τοῦ ἀριθμοῦ δύο εἴδη, ἄρτιον καὶ περιττόν, αὐτὸς ὡσανεὶ ἐφιλίωσε καὶ συνήρτησε, σύστημα τῆς αὐτῶν γενόμενος συνόδου, καθάπερ καὶ ὁ αἰθὴρ ἑαυτοῦ τε φίλος διατελεῖ σχήματι καὶ οὐσίᾳ, καὶ ὁμοίως τοῖς τε ἄλλοις ἅπασι τοῦ τοιούτου παρεκτικὸς εὑρίσκεται, παντοίαν περὶ τὰς δύο ἀρχὰς ἐπιδεδειγμένος ἐναντιότητα. Διὰ τοῦτο καὶ Μέγιλλος ἐν τῷ περὶ ἀριθμῶν οὕτως αὐτὴν σεμνύνων φησίν· „ἡ δὲ πεντὰς ἀλλοίωσις, φάος, ἀνεικία· ἀλλοίωσις μέν, ὅτι τριχῇ διαστατὸν εἰς ταυτότητα τῆς σφαίρας ἤμειψε, κυκλικῶς κινήσασα καὶ φάος ἐνεργασαμένη, διόπερ καὶ φάος· ἀνεικία δὲ παρὰ τὴν πάντων προδιεστώτων σύστασιν καὶ ἕνωσιν καὶ διὰ τὴν τῶν δύο εἰδῶν σύνοδον καὶ φίλωσιν.“ Die Beziehung, in welcher diese Aussprüche zum harmonikalen Kosmosdiagramm der Dekas und zum unaussprechbaren Mittelgliede dieses Diagramms stehen, welches wie wir aus der bereits S. 96 besprochenen Stelle der Theolog. arithm. wissen vorzugsweise in mystisch-symbolischen Sinne als $\overline{ε}$ bezeichnet oder πεντὰς genannt wurde, springt von selbst in die Augen und bedarf keiner weiteren Darlegung. Für die Nicht-Eingeweihten werden die, einigen der Räthselsprüche beigegebenen, arithmetischen Erklärungen freilich so gefasst, dass andere den trivialsten Lehrsätzen der elementaren Zahlenlehre angehörige Theoreme scheinbar die Unterlage derselben bilden. Unverkennbar haben wir es aber in solchen Fällen nur mit einer absichtlich ersonnenen Verschleierung des esoterischen Inhaltes der Aussprüche zu thun. So heisst es a. a. O. Ast S. 28 und 29, es sei die Fünfzahl dem Werkzeuge einer Wage und der Gerechtigkeit zu vergleichen, weil in der Reihe der einfachen Zahlen von 1 bis 9 jede der übrigen acht Zahlen grösser oder kleiner sei als die Summe je zweier gleichweit von der Mitte abstehenden Glieder, die Fünfzahl aber genau die Hälfte dieser Summe ergebe: εὑρήσομεν γὰρ αὐτῇ τῇ μεσότητι τοῦτο προσὸν μόνῃ· πεντὰς γάρ ἐστιν ἄλλο μήτε πλέον μήτε ἔλασσον ἔχουσά τι· καὶ τοῖς λοιποῖς περιποιητικὴ τοιούτου αὐτὴ φανήσεται, ὡς ἄν τις δικαιοσύνη οὖσα κατ' εἰκόνα τοῦ ὀργάνου τοῦ ζυγικοῦ. Dass dorther aber die Deutung des Symboles nicht ihren technischen Ausgangspunkt in Wirklichkeit entnahm, bedarf wohl nicht erst eines besonderen Beweises. Nicht anders verhält es sich auch mit den kosmologischen oder sprachlichen Erläuterungen der Benennungen Νέμεσις und Δίκη über welche die Theolog. arithm. Ast S. 31 sich verbreiten.

Dass in dem vorhin citirten Ausspruche des Philolaos statt der Fünfzahl als Erzeugerin des Lichtes die Siebenzahl genannt ist, findet seine Erklärung in der höheren besonderen Weihe, welche auch die griechische Zahlensymbolik der ekmelischen, die Gränzen des menschlichen Auffassungsvermögens musikalisch überschreitenden Siebenzahl beilegte. Wir verweisen in dieser Hinsicht auf die Theolog. arithm. περὶ ἑπτάδος

$\overline{\overline{cis}}^{\wedge}$ hinaufsteigt. Die Mitte dieses Systemes wird eine diatonisch vollständig entwickelte nur in Ansehung des Chroma's und der enharmonischen Doppelformen einiger minder wesentlichen Zwischen- und Nebenstufen noch entbehrende Dekasscale $cc^{\wedge}\ldots\ldots\bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$ einnehmen. Wird dies ganze Gebilde dann einmal in seine Unterdominante und einmal in seine Oberdominante versetzt, und werden alsdann sämmtliche Saiten dieses verdreifachten Gebildes in eine einzige Tonkette zusammengezogen, so erscheint ein diatonisch, enharmonisch und chromatisch vollkommen ausgebildetes System, welches in dreifacher Gestalt die Dekas-Scale in sich birgt und als dessen äusserste Zeugertöne der Tiefe und Höhe die imaginären Stufen $\frac{1}{\frac{3}{2}\times5\times6}\alpha$ ($\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}$) und beziehlich $\frac{\frac{3}{2}\times5\times6}{1}\omega$ ($\overline{\overline{gis}}^{\wedge}$) sich der zahlenharmonikalen Betrachtung darbieten*).

Neben dem „Logos der Zwei“ des „Anfangs“ des Gebildes zeigen sich also hier als unentbehrliche Coëfficienten die Zahlen 5 und 6 — in griechischen oder in hebräischen Zahlzeichen geschrieben also die Zahlen ה״, $\bar{\varepsilon}$ und ו״, $\bar{\varsigma}$ (’Επίσημον βαῦ). Beginnt man die technische Operation der Erweiterung der Reihen nicht wie vorhin im Anschlusse an die auch den Exoterikern gezeigte Tetraktys der Gleichung $6:8=9:12$ geschah mit der Multiplikation durch 6, sondern wie dies im esoterischen Sinne geschehen muss mit der Multiplikation durch 5, so verwandelt sich vordersamst der Logos der Zwei des Anfangs $1:2$ oder beziehlich $2:1$ in den Zahlenausdruck 5 zu 10 oder 10 zu 5, was in griechischen oder in hebräischen Zahlzeichen die Buchstabenverbindung $\overline{\varepsilon\iota}$ (oder $\overline{\iota\varepsilon}$) beziehlich י״ה**), ergibt. Wird zuerst als Logos der Zweizahl יה gesetzt, dann aus der Wiederholung dieser beiden Zahlzeichen und den beiden Coëfficienten ו und ה die Vierun יהוה gebildet, so tritt in dieser Gruppirung der Grundzahlen des Dekas-Gebildes ein überaus heiliges Symbol der mosaischen Offenbarung und der Urüberlieferung des menschlichen Geschlechtes***) hervor. Es erscheint der heilige unaussprechliche Name Jah J^e^hovah

יָהּ יְהֹוָה

(besonders Ast S. 43 daselbst). Als Parallele aus der semitisch-hebräischen Weisheitslehre wollen wir nur der Stelle des Buches J^e^zirah (Cap. 4 Abschn. 3) hier gedenken, in welcher es heisst: „Sieben Doppelte בגד כפרת (Beged Kaporeth vgl. Einl. S. 27); er zeichnete sie, hieb sie, und verschmelzte sie, und bildete mit ihnen die Sterne der Welt, und die Tage im Jahr (die Wochen-Eintheilung) und die Pforten in der Seele; und aus ihnen zeichnete er sieben Firmamente, und sieben Erden, und sieben Sabbathe; derhalben er liebet das Siebente unter allen Himmeln.“ Die Siebenzahl mochte wohl vorzugsweise Symbol des transcendenten, ewig lebenden Feuers sein, dessen verborgenes Wirken in den sichtbaren Dingen Heraklit so bezeichnend ein sich ebenmässig (nach metrischen Gesetzen) entzündendes und ebenmässig verlöschendes nennt: πῦρ ἀείζωον, ἁπτόμενον μέτρα καὶ ἀποσβεννύμενον μέτρα (bei Clemens Alex. Strom. V S. 711 Pott.).

*) Aus der Zahlenformel dieses dreigestaltigen Tongebildes ist das altsemitische System der Notenschrift hervorgegangen, dessen Trümmer in der von der Alexandrinern uns überlieferten zwiefachen Tonschrift der Griechen vorliegen. Mit dem technischen Apparate dieses Tonsystemes und mit der Deutung der demselben entnommenen Symbole beschäftigt sich, wie unten im Einzelnen gezeigt werden wird, das Buch J^e^zirah. Hier sei nur bemerkt, dass im Hinblicke auf das Dreigebilde harmonikaler Zahlen, von welchem hier die Rede ist, die Sechszahl in einer Stelle der Theologum. arithm. περὶ ἑξάδος S. 37 Ast) die „auf dem Dreiweg Erscheinende“ (τριοδῖτις, von τριοδία, *trivium*) genannt wird.

**) In der gewöhnlichen Weise von rechts nach links gelesen $10:5$, dem Galgal zufolge von links nach rechts aber $5:10$. Ueber diese letztere Ration als besondere Form des ἥμισυ $1:2$ vgl. man die vorhin citirte Stelle der Theolog. arithm. S. 25 Ast.

***) Im Buche Genesis 4, 26 erzählt die h. Schrift selbst, dass Enosh, der Sohn des Scheth und Enkel Adam's „begonnen habe den Namen Jehovah's anzurufen.“ Die scheinbar hiermit unvereinbaren Worte des Herrn in der Stelle Exod. 6, 2 und 3: „Meinen Namen J^e^hovah habe ich ihnen (dem Abraham, Isaak

Das harmonikale Gebilde der Dekas, dessen „Anfang“ der „Logos der Zwei“ A : Ω ist, dessen „Mitte“ unter dem Zeichen des Ôth-Aleph's  und des Pfeilenbündels  das „einigende Band“ (σύνδεσμος) der unaussprechbaren Wurzelgrösse $\sqrt{A\Omega}$ einnimmt, birgt „nach der Alles wirkenden Kraft der Zahl“ in seiner „Vollendung“ (τελετῄ) fürwahr ein Abbild in sich — wie des „menschlichen und himmlischen (kosmischen)“ — so auch des „göttlichen Lebens!“ Hinweisend auf die esoterisch-symbolische Bedeutung des dekadischen Kosmosdiagrammes rief Lysis, der Pythagoreer, daher mit Recht seinen Schülern ermahnend zu:

Ὦ νέοι ἀλλὰ σέβεσθε μεθ' ἡσυχίας τάδε πάντα*)

„O, so betet denn, Jünglinge, an dieses All unter Schweigen!“

Heraklit aber, welcher „den Logos der das Wesen des Weltall's durchwaltet“ (τὸν λόγον τὸν διὰ οὐσίας τοῦ παντὸς διήκοντα) das Gerechte (τὸ Δίκαιον), die (sühnend-strafende) Gerechtigkeit (Δίκη), den Rathschluss des beschliessenden Gottes (γνώμη τοῦ θεοῦ μέλλοντος), das Eine Weise nannte**), von welchem als Rathschluss Alles durch Alles werde geleitet werden (εἶναι γὰρ ἓν τὸ σοφὸν, ἐπίστασθαι γνώμην ἥτε οἴη κυβερνήσει πάντα διὰ πάντων)***), bezeichnete dies Eine allein Weise als den nicht auszusprechenden und dennoch auszusprechenden Namen des Zeus, von demselben sagend: „Das Eine allein Weise will nicht ausgesprochen werden, und will ausgesprochen werden: der Name des Zeus“ (Ἓν τὸ σοφὸν μοῦνον λέγεσθαι οὐκ ἐθέλει καὶ ἐθέλει, Ζηνὸς ὄνομα)†). Und aus einer Anführung des Origenes in seiner Schrift gegen Celsus††) ersehen wir, wie der Letztere polemisirend sich darauf berufen hatte, dass die Alten in räthselhaften Ausdrücken auf einen göttlichen Kampf hingewiesen hätten (.... φησὶ θεῖόν τινα πόλεμον αἰνίττεσθαι τοὺς παλαιοὺς); Heraklit habe gesagt: Εἰ δὲ χρὴ τὸν πόλεμον ἐόντα ξυνὸν καὶ Δικὴν ἐρεῖν· καὶ γινόμενα πάντα κατ' ἔριν καὶ χρεώμενα. Wir übersetzen, indem wir die Monosyllabe, mit welcher der Ausspruch beginnt, auf morgenländische Weise esoterisch von rechts nach links lesen, diese Worte wie folgt: „*IE* (d. i. יָה [Jah Jehovah]) — so ist zu bezeichnen der Kampf, und als das Seiende und Ge-

und Jakob) nicht offenbaret“ — erhalten nach der übereinstimmenden Ansicht der Kirchenväter ihre Deutung durch das vorhergehende: „Ich erschien ihnen als Gott der Allmächtige“ — und besagen nur: die Fülle meiner Macht war ihnen, den Erzvätern, offenbaret, aber die Erfüllung der Verheissung, die Unverbrüchlichkeit meines Wortes und Unveränderlichkeit meines ewig gleichen Wesens war ihnen noch nicht gezeigt worden. Es stehen dieselben daher mit der Stelle des Buches Genesis auf keine Weise in Widerspruch.

*) So berichtet Diogenes Laërtius VIII. 1, 7. Auch die im 1. Hauptstücke (S. 96) erwähnte Schwurformel der Pythagoreer dürfte erst in den hier hervortretenden Beziehungen der an die Tetraktysformel sich anlehnenden technisch-harmonikalen Rechnung zum theosophischen Inhalte der Symbole ihre befriedigende Deutung und rechte historische Erklärung finden. Der Zusammenhang derselben mit Ueberlieferungen, welche der hebräischen Uebung und Lehre entstammen ist nicht zu bezweifeln. Das in den Anfangsworten des Schwures vorkommende, allerdings bekanntlich auch sonst statt Ναὶ Δία gebräuchliche Ναὶ μὰ τόν erinnert nicht minder selbst in sprachlicher Beziehung an die specifisch der hebräischen Weisheitslehre eigene symbolische Ausdrucksweise, vermöge deren das unaussprechbare Wesen Gottes durch die Fragepartikeln מָה, Mah, „Was“, oder מִי, Mi, „Wer“, bezeichnet wird.

**) So in verschiedenen, von uns bereits mehrfach angeführten Aussprüchen bei Plutarch, Stobäus, Jamblichus und anderen.

***) Bei Diogenes Laërtius IX, 1.

†) So bei Clemens Alex. Stromat. V, 14 S. 718 Potter.

††) Contra Celsum VI S. 663 de la Rue.

meinsame, und als (sühnende) Dike; der Dinge Allheit aber als geworden und sich bethätigend im Streite*).“ Der Kampf und Zeus bezeichnen, wie Chrysippus**) dies ausdrücklich anführt, im Munde Heraklit’s dasselbige.

Die geheiligte Bilitera *EI* bildete bekanntlich, einem uralten Gebrauche zufolge, die dem Gotte geweihte Aufschrift im Apollotempel zu Delphi aufbewahrter Votiv-Tafeln. Unter dem Titel περὶ τοῦ *Ει* τοῦ ἐν Δελφοῖς hat Plutarch eine besondere Schrift verfasst, in welcher er (wohl meist nach pythagorischen Quellen) die Meinungen älterer Gewährsmänner über den muthmasslichen Ursprung und verborgenen Sinn des geheimnissvollen Digramms zusammen getragen hat. Ein an die Bedeutung des Buchstaben Epsilon als Zahlzeichen und zwar als Zeichen der Fünfzahl anknüpfender Erklärungsversuch wird hierbei mit besonderer Ausführlichkeit behandelt. Aller göttlichen und menschlichen Dinge Anfang und Wesenheit — wird gesagt — und alles Schönen und Trefflichen Führung und Herrschaft sei in der Zahl zu finden; der mathematischen Zahlenbetrachtung Erstlinge aber müsse man dem Gotte weihen. Jenes *Ει* unterscheide sich nicht durch anderweite Kraft oder Beschaffenheit oder Bedeutung von andern Buchstaben, sondern es werde der höchsten Ehre theilhaftig als Zeichen jener allwaltenden und allbeherrschenden Fünfzahl, im Hinblicke auf welche von den Weisen zählen auch fünfern (πεμπάζειν, nach Fünfheiten die Zahlenwerthe bilden) genannt worden sei***).

*) Die merkwürdige Stelle, welche ebenso wie die berühmte, sogleich zu erwähnende Aufschrift zu Delphi, ihre Erklärung nur in dem Zusammenhange der esoterischen Lehre der älteren philosophischen und priesterlichen Geheimbünde Griechenlands mit der heiligen urgeschichtlichen Ueberlieferung des Morgenlandes, oder aber in der persönlichen Bekanntschaft Heraklit’s mit der mosaischen Offenbarungslehre und mit den zahlenharmonikalen Symbolen der hebräischen Weisheitslehre finden kann, ist von der neueren Hermeneutik und Exegese nicht verstanden und ebenso mislungenen als gewaltsamen Verbesserungsversuchen unterworfen werden. Um das scheinbar jeder Deutung sich entziehende Εἰ δὲ χρὴ ἐρεῖν gefügiger zu machen „verbesserte“ Schleiermacher die „arg verderbte“ Lesart in: εἰδέναι χρὴ und das Apophthegma wurde demgemäss durch die wenig erhabene Wendung: „Man muss wissen, dass der Krieg das Gemeinsame ist“ u. s. w. wiedergegeben. (So bei Lassalle! Aber auch von anderen Sachkundigen wurde Schleiermacher’s Conjectur für eine wohlgelungene und diese triviale Zurechtlegung der Sache für eine durchaus befriedigende erklärt.)

**) Es schrieb nemlich Chrysippus im 3. Buche περὶ φύσεως (bei Phädrus De nat. Deor. S. 19 Petersen): καὶ τὸν πόλεμον καὶ τὸν Δία τὸν αὐτὸν εἶναι, καθάπερ καὶ τὸν Ἡράκλειτον λέγειν.

***) Bei Plutarch De Isid. et Osir. c. 56 S. 374 Xyl. wird gesagt: wie der Name des All’s nach jenem der Fünfzahl gebildet worden sei, so habe man für zählen sich des Ausdruckes fünfern bedient (καὶ τὰ πάντα τῶν πέντε γέγονε παρώνυμα, καὶ τὸ ἀριθμήσασθαι πεμπάσασθαι λέγουσιν). Das Zählen nach Fünfheiten (bildlich ausgedrückt: nach den fünf Fingern der Hand, d. i. nach einem pentadischen aus den Einheiten und Potenzen der Fünfzahl statt aus jenen der Zehnzahl sich zusammensetzenden Zahlensysteme) gehört — offenbar als ein mystischer Gebrauch — dem frühesten Alterthume an. Es erscheint in gewisser Art diese Zählweise in dem Gebete Abraham’s für die fünf sündigen Städte (Gens. 18, 23—33). Die dort vorkommende aus Fünfheiten und Zehnheiten gebildete Zahlenreihe, welche mit der Zahl 50 beginnt, birgt, zunächst auf 45, dann auf 40, 30, 20 und endlich auf 10 herabsteigend, die Rationen der fünf vollkommen consonirenden musikalischen Intervalle und jene des grösseren und des kleineren Ganztones in sich. Wenn $A : \Omega = 1 : 2$ gesetzt und hierfür, aus den im Obigen angedeuteten Gründen, $5\,A : 5\,\Omega$ geschrieben wird, so wird das Product $5\,A \times 5\,\Omega$ gleich 50. Der kabbalistischen Symbolik gilt die Zahl 50 als Sinnbild der göttlichen Gerechtigkeit und Strenge. Im Sohar (Sect. Jethro) wird der Zahl von 50 Pforten gedacht, welche als aus der göttlichen Kraft und Strenge (גבורה) hervorgehend bezeichnet werden, von welchen dann gesagt ist, dass ihrer 50 nach rechts und 50 nach links ausgehen. Bei Homer geschieht des fünfern’s (πεμπάζειν) in einer sehr beachtenswerthen Stelle des 4. Gesanges der Odyssee Erwähnung. In der Belehrung nemlich, welche Eidothea, die Tochter des Proteus, von Mitleid getrieben dem Menelaos ertheilt, wie er um der Weissagung und des Rathes des Vaters theilhaftig zu werden

„Proteus, den göttlichen Greis, den Aegypter, welcher des Meeres
Tiefen gesammt durchschaut, ein Unterthan des Poseidon,“

Es wird dann in weiteren Verlaufe von der Fünfzahl preisend gesagt: Zusammengefügt mit sich selbst erzeuge dieselbe nach dem Theilverhältnisse zu ihr hinzutretend die Zehnzahl, und dies finde durch das Ganze der wachsenden Zahlenreihe hin statt, so dass die Zahl hier das Urprincip nachahme, mittelst dessen die Gesammtheit der Dinge ihren Schmuck empfange. Denn gleichwie dies Urprincip aus sich selbst die geschmückte Welt bewahrend hervorbringe, hinwiederum aber aus dieser vollendend sich selbst zurücknehme — nach dem Gleichnisse des Heraklit der da sage: „aus dem Feuer die Verwandlung des Kosmos, aus den Wandelungen des Kosmos aber das Feuer, wie gegen Gold die Dinge und gegen die Dinge das Gold“ — so sei es der Begegnung der Fünfzahl mit sich selbst gegeben, nimmer ein Unvollkommnes oder ihr selbst Fremdes zu zeugen; sondern ihrer Wandelungen Umgränzung sei diese: entweder zeuge sie sich Selbst oder die Zehnzahl, d. i. entweder das ihr Eigene, oder das der Vollendung Theilhaftige*). Indem an die Aussprüche der alten Theologen erinnert wird in denen es heisse: „Unsterblich ist Gott und ewig seinem Wesen nach, die Verschiedenheit seiner Beziehungen gestaltend nach einem vorher festgesetzten Rathschlusse und Begriffe, da er bald in Feuer entbrennend Alles gleichmacht Allem, bald eingeht unter mannigfacher Gestaltung in die Verschiedenheit der Formen und Zustände und Kräfte, und so das geschmückte Weltall wird, er

durch heimliche List erhaschen möge, sagt die Göttin: wenn die Sonne die Mitte des Himmels überschreite werde der Meergreis den Fluthen entsteigen, um beim Hauche des Westwindes, umhüllt vom dunkelen Gekräusel der in leisem Geräusche ertönenden Wellen, in Mitten der Schaaren seiner flossfüssigen Robben im Felsengeklüfte zu ruhen. Dann heisst es (V. 410 fgde):

„Alle will ich dir nennen die kunstvollen Ränke des Greises:
Erstlich zählt er der Robben gelagerte Reihen umwandelnd;
Aber nachdem er alle nach fünfen gezählt und gemustert,
Legt er sich mitten hinein, wie ein Hirt in die Heerde der Schaafe.“

Der griechische Text der beiden letzten Verse lautet:

αὐτὰρ ἐπὴν πάσας πεμπάσσεται, ἠδὲ ἴδηται,
λέξεται ἐν μέσσεσι, νωμεὺς ὡς πώεσι μήλων.

Dann sei der Schlummernde ohne Verzug zu ergreifen und festzuhalten, wie er auch eifrig ringe und zu fliehen sich abmühe,

„Alles nunmehr zu werden versuchet, was auf der Erde
Lebet und webt, auch Wasser und schreckliche Flamme des Feuers.“

πάντα δὲ γιγνόμενος πειρήσεται, ὅσσ' ἐπὶ γαῖαν
ἑρπετὰ γίγνονται, καὶ ὕδωρ, καὶ θεσπιδαὲς πῦρ.

Dass Proteus, der in allen Bildungen und Farben sich zeigende, ein mythologisch-dichterisches Sinnbild des in die Gestaltung des All's eingehenden Lichtes sei, dürfte kaum zu bezweifeln sein. Unter den ränkevollen Künsten des in Alles sich verwandelnden, vom Hauche tönender Wellenbewegung umspielten Gottes wird, überaus charakteristisch, von Homer an erster Stelle wie wir sehen die Zählung der Robben nach Fünfheiten, an letzter die Verwandlung in Wasser und Feuer genannt. Wohl dürfte eine Anspielung auf gewisse Theoreme der esoterischen Undulations-, Ton- und Farbenlehre hierin verborgen liegen. Wir erinnern daran, dass in den Theolog. arithm. die Fünfzahl die Erzeugerin der Farbe genannt wird.

*) P. 388, 33 sq. Xyl.: τῇ πεντάδι καὶ τοῦτο μὲν συμβέβηκε κατὰ τὸν πολυπλασιασμὸν, ἰδίως δὲ τὸ κατὰ σύνθεσιν καθ' ἑαυτὴν, ᾗ δεκάδα ποιεῖ παρὰ μέρος ἐπιβαλλούσης αὐτῇ, καὶ τοῦτο γενέσθαι μέχρι παντὸς, ἀπομιμουμένου τοῦ ἀριθμοῦ τὴν τὰ ὅλα διακοσμοῦσαν ἀρχήν· ὡς γὰρ ἐκείνην φυλάττουσαν ἐκ μὲν ἑαυτῆς τὸν κόσμον, ἐκ δὲ τοῦ κόσμου πάλιν αὖ ἑαυτὴν ἀποτελεῖν, πυρὸς ἀνταμείβεται πάντα, φησὶν ὁ Ἡράκλειτος, καὶ πῦρ ἁπάντων ὥσπερ χρυσοῦ χρήματα, καὶ χρημάτων χρυσός· οὕτως ἡ τῆς πεντάδος πρὸς ἑαυτὴν σύνοδος οὐδὲν οὔτε ἀτελὲς οὔτε ἀλλότριον γεννᾷν πέφυκεν, ἀλλ' ὡρισμένας ἔχει μεταβολάς· ἢ γὰρ αὐτὴν ἢ τὴν δεκάδα γεννᾷ· τουτέστιν, ἢ τὸ οἰκεῖον ἢ τὸ τέλειον.

aber benannt wird mit dem kenntlichsten (vorzüglichsten) der Namen" *) — gedenkt die plutarchische Schrift dann des Grundsatzes der alten Weisen, eine solche Lehre vor den Augen der Menge zu verbergen. Diesem Zwecke zu lieb seien im Hinblicke auf die Kraft des Feuer's Götternammen wie: Apoll d. i. „Allzerstörer", oder Phoibos d. i. „der Hell-Leuchtende", in Umlauf gesetzt worden, oder die Wandelungen der göttlichen Schöpferkraft in die elementaren Bestandtheile des Kosmos, als Luft und Wasser und Erde und Gestirn, und wachsende Pflanzen, und lebendige Thiere als eine Art der Theilung und Zerstückelung bezeichnet und nach dem Dionysos-Zagreus, dem nächtlichen Gotte, in Räthselsprüchen benannt worden. Als des Feuers Symbol sei nun von den alten Theologen die Fünfzahl gewählt worden, weil sie, wie dieses sich Selbst erzeuge, oder aber aus sich die Zehnzahl, was nach der Redeweise jener Männer so viel besage als den Kosmos**). Es folgt nun die merkwürdige Frage: „Soll nach diesem Allem die Musik, welche ganz besonders jenem Gotte wohlgefällig ist, der Fünfzahl entbehren?" Man erwartet es werde der Vorhang gelüftet und nunmehr den Exoterikern die technische Bedeutung der Fünfzahl als Rationenbildner für die vor Allem wohltönenden Intervalle der beiden Terzen und Sexten gezeigt werden. Das vom Meister gegebene Gesetz der Verschwiegenheit tritt aber sofort wieder mit ganzer Kraft in Geltung. Neckend gleichsam wird der exoterische Leser darauf verwiesen, dass der symphonen Intervalle: Quarte, Quinte, Octave, Duodecime und Doppeloctave, fünf seien. Der Tetrachorde im Systema immutabile seien fünf, ursprünglich auch nur fünf Transpositionen der Octavengattungen in höhere oder tiefere Tonlagen, der melodischen Intervalle ebenfalls fünf. Darum habe Plato gesagt, es gebe entweder Eine Welt oder es gebe deren fünf. Mit Recht sei preisend von der Vierzahl gesagt worden, dass in ihr alles körperliche Dasein wurzele, denn es bestehe das Körperhafte in Länge und Breite, welche Tiefe angenommen, diesen Dreien gehe aber als eigentlich Erstes noch der Punkt vorher. Aber wenn die Vierzahl solchergestalt in der Entfaltung ihrer Natur zum Körper sich vollendet habe, Sichtbares und tastbare Wucht den Sinnen darbietend, so fehle ihr dennoch das Grösste. Denn das Unbeseelte, um mit einem Worte es zu sagen, sei verwaiset und

*) Ibid. 388, 48 sq.: ἄφθαρτος ὁ θεὸς καὶ ἀΐδιος πεφυκὼς, ὑπὸ δή τινος εἱμαρμένης γνώμης καὶ λόγου μεταβολαῖς ἑαυτοῦ χρώμενος, ἄλλοτε μὲν εἰς πῦρ ἀνῆψε τῇ φύσει πάντα ὁμοιώσας πᾶσιν, ἄλλοτε δὲ παντοδαπὸς ἔν τε μορφαῖς καὶ ἐν πάθεσι καὶ δυνάμεσι διαφόροις γιγνόμενος, ὡς γίνεται νῦν κόσμος, ὀνομάζεται δὲ τῷ γνωριμωτάτῳ τῶν ὀνομάτων.

**) Ibid. 389, 27 sq.: δῆλον δὲ, ὅτι συνοικιοῦσιν αὐτὸν οἱ τὴν πεντάδα νῦν μὲν αὐτῇ ἑαυτὴν ὡς τὸ πῦρ, αὖθις δὲ τὴν δεκάδα ποιοῦσαν ἐξ ἑαυτῆς, ὡς τὸν κόσμον λέγοντες.

Zur Erklärung des esoterisch-technischen Bestandtheiles der obigen Aussprüche über die das All durchwaltende Kraft der Fünfzahl, über ihre Zeugung aus sich selbst, und die Zeugung der Zehnzahl aus der Fünfzahl, sei hier Folgendes bemerkt: Wenn für die Entwickelung des Kosmosdiagrammes die Ration α $(=1) : \omega$ $(=2)$ zum Ausgangspunkte genommen und behufs Erweiterung der Reihen dann jene Multiplication beider Glieder mit 5 vorgenommen wird von der vorhin S. 320, 321 die Rede war, so erscheint für die Beziehung der beiden anfänglichen Einheiten des Doppelreihe-Diagramms zu einander der Ausdruck $5\alpha : 5\omega$ $(=5:10)$. Das durch Multiplication aus den reciproken Werthen der analogen Glieder der Doppelreihe hervorgehende constante Product wird nunmehr, statt $\alpha\omega$, durchweg $5^2\alpha\omega$ sein. Die unaussprechbare mittlere Wurzelgrösse und transcendente Einheit gleichsam des Ganzen ist aber dann nicht mehr gleich $\sqrt{\alpha\omega}$ sondern $5\sqrt{\alpha\omega}$. Es erscheint also der aussprechbare Coëfficient 5 der unaussprechbaren Grösse $\sqrt{\alpha\omega}$ jetzt in der Mitte des Gebildes. Im Vordergliede der Ration $5\alpha : 5\omega$ hat dieser Coëfficient die Zahl 5 erzeugt, weil $\alpha = 1$ ist; im Hintergliede 5ω dagegen die Zahl 10, weil $\omega = 2$ ist. Die plutarchische Schrift gibt nicht diese esoterische, sondern eine sehr triviale exoterische Erklärung. Es wird gesagt: die Fünfzahl zeuge in der Ordnung der Multipla sich selbst, weil 5 die Anzahl der Einer in allen Potenzen der Fünfzahl ist ($5^1 = 5$; $5^2 = 25$; $5^3 = 125$; $5^4 = 625$ u. s. w.). Durch Addition aber zeuge sie abwechselnd wieder sich selbst und überdies die Zehnzahl, weil $5 + 5 = 10$; $5 + 5 + 5 = 15$; $5 + 5 + 5 + 5 = 20$; $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ u. s. w. sei.

der Vollendung nicht theilhaftig (ὀρφανὸν καὶ ἀτελὲς), und weil der Seele nicht sich bedienend zu ganz und gar nichts nütze. Die Bewegung aber, mittelst deren die Seele gemacht sei, sei eine durch die Fünfzahl gewordene Wandelung und verleihe der Natur die Vollendung. Der Logos der Fünfzahl überrage also an Herrlichkeit um so viel jenen der Vierzahl, als das Lebendige an Ehre übertreffe den unbeseelten Körper*). Noch mehreres wird zum Preise der Fünfzahl angeführt, platonischer Begriffseintheilungen nach fünf Kategorien gedacht und dabei bemerkt, noch vor den Zeiten des Plato habe Jemand sich gefunden, der dem Gotte das *Ει* geweiht, als Kennzeichen und Sinnbild der Zahl der Allheit der Dinge (δήλωμα καὶ σύμβολον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πάντων).

Die in dialogischer Form abgefasste Abhandlung Plutarch's hat diese Lobpreisung der Fünfzahl dem jungen Athenienser Eustrophus und dem Berichterstatter selbst in den Mund gelegt. Der gegen Ende des Gespräches als redend eingeführte reifere Ammonius zügelt den begeisterten Eifer der jüngeren Freunde für die Zahlenlehre und vorzugsweise mathematische Betrachtung der Symbole, mit folgenden Worten: Es zieme sich zwar nicht allzu fein sichtend solcher Anschauungsweise der Jüngeren entgegentreten zu wollen. Doch sei nicht zu verhehlen, dass leichtlich eine jede der Zahlen zum Gegenstande preisenden Lobes gemacht werden könnte. Nicht im Zahlenwerthe, noch in der Stelle desselben in der Reihenfolge der Zeichen, noch in der Verwendung des Wörtlein's εἶ als Fragepartikel bei dialektischen Untersuchungen (auch diese Meinung war im Laufe des Gespräches geäussert worden), oder als Ausrufungspartikel in bittenden Gebetformeln, sei die wahre Deutung des eigentlichen Sinnes des dem Gott geheiligten Buchstabens zu suchen. Es sei die Sylbe *Ει* vielmehr die für sich selbst vollkommenste Anrede und Anrufung des Gottes, welche indem sie ausgesprochen wird den Sprechenden an die Kraft des Gottes erinnere. Denn es bedeute unser an den Gott gerichtete Ruf: Εἶ soviel als „Du bist"; was allein als der sichere und wahre und nur dem Gotte zukommende Ausdruck sich kundgebe für die Bezeichnung der Wesenheit des Seins (ὡς ἀληθῆ καὶ ἀψευδῆ καὶ μόνην μόνῳ προσήκουσαν τὴν τοῦ εἶναι προσαγόρευσιν). Uns selbst wohne das Sein als ein wahrhaftig Seiendes auf keine Weise inne, weil alle sterbliche Natur, in der Mitte des Werdens und Vergehens, sich nur als ein kaum sichtbarer und haltloser Schein desselben erweise. Von dem wahrhaft Seienden aber sei nicht gestattet zu sagen: es war, oder es wird sein. In Beziehung auf Gott also müsse es heissen: Er ist! — nicht der Zeit nach seiend, sondern der unbewegten und zeitlosen und unbeugsamen Ewigkeit nach; in welcher nichts ein Früheres ist, oder ein Späteres, oder ein noch Künftiges, sondern ein einziges Jetzt das Immer eines einzigen Seins erfülle, nur anfangsloses und endloses Dasein in sich beschliessend. Dem entsprechend sei der Brauch der anbetenden Begrüssung, oder auch — wie Einige der Alten es gewollt: Du bist Einer (εἶ ἕν)! Denn nicht sei das Göttliche ein Vieles, wie Unser-Einer aus tausendfältigen Dingen und Zuständen auf gar verschiedene Weise zusammengesetzt. Sondern Das was da ist müsse Eines sein, und des Seins Wesenheit haben das Eine. Des Gottes Name: „Du bist" (Εἶ) lege Zeugniss dafür ab, dass keinerlei Verrückung, kein Wandel des Wesens jemals in Ansehung seiner stattfinde. Es schliesst das Gespräch mit der bemerkenswerthen Aeusserung: Der wilden Ungebundenheit und Unordnungen Quelle sei vor allem Anderen darin zu suchen, dass der Unterschied des Göttlichen und des den Dämonen Zukommenden unbeachtet gelassen, beides vielmehr zur Ungebühr mit einander vermengt worden sei.

*) Xyl. 390, 39: ἡ δὲ τὴν ψυχὴν ἐμποιοῦσα κίνησις ἣ διάθεσις μεταβολὴ διὰ πέντε γινομένη, τῇ φύσει τὸ τέλειον ἀποδίδωσι, καὶ τοσούτῳ κυριώτερον ἔχει τῆς τετράδος λόγον, ὅσῳ τιμῇ διαφέρει τοῦ ἀψύχου τὸ ζῶον.

Die unverkennbar einer älteren Quelle entnommene Weise, wie in diesen Versuchen einer Erklärung der zur Zeit Plutarch's von der Menge längst nicht mehr verstandenen Aufschrift von der Fünfzahl und deren Verbindung mit der Zehnzahl gehandelt wird, lässt keinen Zweifel darüber bestehen, dass auch die zahlenharmonikale Deutung der heiligen Bilitera in ihrer Beziehung zur Technik des dekadischen Kosmosdiagrammes, so wie diese oben von uns dargelegt worden, in Griechenland den Wissenden unter den Gliedern der priesterlichen oder philosophischen Geheimbünde bekannt und von denselben werth befunden worden war, den metaphysischen und kosmogonischen Speculationen eingereiht zu werden, welche sich an die Betrachtung des Symboles als Namen der Gottheit knüpften. Und dafür, dass die griechischen alten Theologen hierin nur einer in der urgeschichtlichen Ueberlieferung wurzelnden Uebung folgten und morgenländischen Quellen namentlich Dasjenige entnommen haben müssen, was für die Feststellung des eigentlichen theosophischen Sinnes des Wortes in sprachlicher Hinsicht beizubringen war, dafür bürgt der Inhalt der am Schlusse des Büchlein's dem Ammonius in den Mund gelegten Worte; indem die dem griechischen Idiome nur mühsam angepasste Anwendung des Begriffes des anfangslosen und endlosen göttlichen Seins auf die sprachliche Bedeutung des mystischen Zeichens ganz unverkennbar auf das „Sum qui sum" der mosaischen Offenbarung (Exod. 3, 6. 13. 14) hinweist.

Für die Abhängigkeit der auf den heiligen Namen sich beziehenden Aussprüche griechischer Theurgen von gewissen, insbesondere den Inhalt des Buches J^ezirah bildenden Sätzen der altsemitisch-morgenländischen Weisheitslehre und hebräischen Ueberlieferung legt die Vergleichung der nachstehenden charakteristischen Stellen ein unwiderlegliches Zeugniss ab. Dem Berichte des Proclus*) zufolge war es Lehre der Theurgen, dass durch die unaussprechbaren Namen der Götter dem gesammten Weltall seine Fülle zu Theil geworden sei. Im Buche J^ezirah, Cap. 2 Abschn. 4, aber wird gesagt: „So findet sich, dass alle Gestaltung und alles Gesprochene hervorgeht durch Einen Namen" — und ebendaselbst, Cap. 4 Abschn. 5, heisst es: „Schauend und redend (das Machtwort) machte alles Gebilde und aller begrifflichen Dinge Wortbezeichnung durch Einen Namen; und dess ein Zeichen sind ihre zwei und zwanzig Zahlen (Buchstaben) und Ein Leib"**).

*) Comm. in Alcibiad. I p. 150 Creuzer: τὰ γὰρ ἄρρητα ὀνόματα τῶν θεῶν ὅλον πεπλήρωκε τὸν κόσμον, ὥσπερ οἱ θεουργοὶ λέγουσιν. Jamblichus De myster. c. 5 p. 61 sucht diese Lehre als eine altägyptische darzustellen. Er schreibt dieselbe dem Hermes trismegistus (der mythologischen Verkörperung gleichsam und Personification der ägyptischen Priesterlehre) zu: τό τε τοῦ θεοῦ ὄνομα παρέδωκε διῆκον δι' ὅλου τοῦ κόσμου.

**) Wir haben dieser Stelle bereits an einem anderen Orte gedacht. Der harmonikale technische Sinn derselben wird im 9. Hauptstücke seine Erklärung finden.

Es ist wohl unnöthig hier daran zu erinnern, welche Stellung das himmlische Wort in dem parsischen Religionssysteme der Zendlehre einnimmt. Im Jesht-Ormuzd LXXX (Th. II S. 183 Kleuker) fragt Zoroaster: „O Herrlichkeitverschlungener Ormuzd, gerechter Richter der reinen Welt, — — welches ist das Wort der Vortrefflichkeit und Erhabenheit? Das triumphirende Wort? Lichtquell? Grund der Thätigkeit?" u. s. w. und er erhält von Ormuzd zur Antwort: „Mein Name, o Sapetman Zoroaster, Name der Unsterblichkeit, Name der Vortrefflichkeit. — Das Wort der Herrlichkeit und Erhabenheit! Wort des Sieges! Quell des Lichtes! Grundkraft der Thätigkeit" u. s. w. u. s. w. Zu nicht minder überraschenden Vergleichungen bietet die von Anquetil Düperron unter dem Titel *„Oupnek'hat, ou Theologia et Philosophia Indica"* zuerst französisch, dann verbessert in wortgetreuer lateinischer Uebersetzung (1801 und 1802) herausgegebene persische Compilation theosophischer Texte der indischen Veda's dar. Wir verweisen desfalls auf die im 2. Bande (S. 213 fgde, 265 fgde und 344 fgde) und im 3. Bande (S. 13 fgde und 71 fgde) des *Journal asiatique* von Lanjuinais veröffentlichte Besprechung und Zusammenstellung des Inhaltes jener Compilation. Am a. O. S. 217 gedenkt Lanjuinais insbesondere auch der Texte des indischen Epos *Mahabharat*, des *Aïin Akbari* und *Teskerat-assalathin*, welche

Das einst allen Menschen gemeinsame Symbol*) der geheiligten Bilitera יה und Trilitera יהו des göttlichen Namens, als deren erweiterte Form die Quadrilitera des unaussprechbaren Tetragrammaton's יהוה erscheint, hat nur für das hebräische Idiom in sprachlicher Beziehung diejenige Bedeutung bewahrt, welche der Herr selbst als den Sinn der geheimnissvollen Bezeichnung seines Wesens dem Moses offenbarte, in welcher allein die wahre Erklärung des heiligen Symboles gefunden werden kann. „Eh^e^jeh ^a^scher eh^e^jeh", אֶהְיֶה אֲשֶׁר אֶהְיֶה, Ich bin der ich bin — hat auf die Frage: „wenn ich den Kindern Israel's verkünde: Der Gott euerer Väter sendet mich zu euch, und sie sprechen zu mir: Wie ist sein Name? was soll ich ihnen sagen?" — der Herr dem Fragenden geantwortet. „So sprich zu den Kindern Israel's": „Eh^e^jeh sendet mich zu euch"**) lautete die Weisung des Herrn. In dem Schöpferrufe: „Es werde Licht", יְהִי אוֹר, J^e^hi Ôr, und in den nächstfolgenden Worten der Schöpfungsgeschichte: „und es ward Licht", וַיְהִי־אוֹר***), vaj^e^hi-Ôr, aber treten Derivative des bedeutungsvollen Wurzelwortes הָיָה in imperativer und erzählender Ableitung als verwandte Nebenformen desselben Grundbegriffes: Sein, Geschehen, Werden, uns entgegen.

Es ist aber das Tetragrammaton ineffabile יהוה, welches auszusprechen, wie Maimonides berichtet, nur dem Hohenpriester, wenn er im Tempel selbst die Segnung des Volkes vollzog, erlaubt war und dessen Vocalisirung ursprünglich nicht wie die jetzige mit den Vocalzeichen des Wortes Adonai, אֲדֹנָי, der Herr, geschriebene: J^e^hovah lautete, sondern nach der Meinung bewährter Sprachforscher richtiger durch יַהְוֹה, Jahvo (Ἰαώ) wiedergegeben werden würde (was dann auf die Trilittera יהו zurückweise)†) ganz eigentlich das Symbol der als ewige Weisheit im Rathschlusse Gottes verborgenen Kraft und unerkennbaren Wesenheit Gottes. Dem nicht auszusprechenden und nicht ausgesprochenen Tetragrammaton steht dann der ausgesprochene h. Name (שֵׁם־הַמְּפֹרָשׁ, Schêm-Hamm^e^phorasch) gegenüber. Von dem mystisch-symbolischen Inbegriffe der Schriftzüge dieses h. Namen's wird im Buche J^e^zirah††) gesagt: „Zwei und zwanzig Buchstaben des Grundes, geheftet im Kreis (בגלגל) an

den Glauben der alten Indier an einen einzigen Gott und Schöpfer, dessen personificirte Attribute Brahma, Wishnu und Siva sind, und an eine uranfängliche von diesem höchsten Gotte ausgehende Intelligenz darlegen und von Anquetil als Beweise dafür angerufen werden, dass „weder der Lauf der Jahrhunderte, noch der Wechsel der einander verdrängenden Völker, noch die Umwälzungen der physischen Welt die Erinnerungen an diese unschätzbar-heiligen Lehren völlig aus dem Andenken der Menschen auszulöschen vermocht haben." Im Anschlusse an diese Worte Anquetil's bemerkt Lanjuinais: „Parmi ces textes, il en est un tiré du *Mahabharat* que le docteur Maurice eût employé avec avantage, s'il l'eût connu, dans sa dissertation sur les trinités orientales. On est étonné de trouver dans ce texte trois personnes divines, deux qui procèdent de la première, et toutes trois ayant concouru à la création: *Dieu saint et élevé, ineffable (abakt); le grand, le premier intellect, le grand sans fin (mahanat); et le coeur, la volonté (Ahankara).*"

*) Der gemeinsame zweite Stammvater des menschlichen Geschlechtes nannte — weihend gleichsam und segnend — den Erstgebornen seiner drei Söhne, den einstigen Erben der väterlichen, priesterlichen und königlichen Gewalt, zweifellos im Hinblicke auf das seit den Zeiten des Enosh von den Nachkommen Seth's angerufene heilige Symbol des göttlichen Namen's: שֵׁם Schem („Name"). Dem semitischen Zweige der Menschheit war es vorbehalten, auch für die kommenden Jahrtausende der vorzugsweise Bewahrer der uralten, durch neue Offenbarungen des Herrn bekräftigten Erblehre zu bleiben.

**) Exod. 3, 6. 13. 14.

***) Genes. 1, 3.

†) Die Gründe für diese Meinung gehen aus den Angaben der griechischen Profanschriftsteller und der Kirchenväter hervor, nach welchen bei den Hebräern der Name Gottes ΙΑΩ, oder nach Einigen ΙΕΥΩ, ΙΑΟΥ, gelautet haben soll. Man findet die betreffenden Stellen in Gesenius Thesaurus vbo. יַהְוֶה zusammengetragen.

††) Cap. 2 Abschn. 4.

231 Pforten*), und es dreht sich der Kreis vorwärts und rückwärts; und dies ist dess ein Zeichen: im Guten nichts über ענג**), und im Bösen nichts unter נגע***). Solchergestalt wog er sie und wechselte sie: א mit ihnen allen und sie alle mit א; ב mit ihnen allen und sie alle mit ב; und es dreht sich die Wende (וחוזרת חלילה); so findet sich, dass alles Gebildete und alles Gesprochene hervorgeht durch Einen Namen.“ Hieran reiht sich dann die vorhin bereits citirte Stelle†): „Schauend und aussprechend das Wort (ובמימר) machte er alle Gebilde und die Gesammtheit der Wortbegriffe (כל היצור ואת כל הדברים) durch Einen Namen; und dess ein Zeichen sind ihre zwei und zwanzig Zahlen und Ein Leib.“

Das dekadisch-harmonikale Kosmos-Diagramm der aneinandergereihten zwei und zwanzig Sprachzeichen, Zahlzeichen und Tonzeichen††) galt als ein Bild des in der Schöpfung ausgesprochenen und geoffenbarten, gleichsam ausgebreiteten h. Namens. Es ist die Entfaltung des h. Namens, Schêm-hamm^{e}phorasch†††), aber das Symbol der äusserlichen, in

*) Die Anzahl der möglichen binären, aus den zwei und zwanzig Consonant-Buchstaben ohne Wiederholung zu bildenden Combinationen ist 231. Mit den biliteralen Wurzeln beginnt aber die Bildung der Sprache. Die Verbindungen אב und בא, אג und גא u. s. w. werden deshalb die 231 Pforten (der Sprache) genannt, wegen der in ihnen enthaltenen Versetzung des Gilgul's aber als eine Wende (חלילה) bezeichnet, die vorwärts und rückwärts im Kreise (בגלגל) sich drehe und aus der alles Gesprochene hervorgehe. Weil aber die Buchstaben auch Zahl- und Tonzeichen sind, so liegen im Spiele der T^{e}murah (der Buchstabenversetzung), des Zeruph's (der Buchstabenvertauschung) und Gilgul's (der Vorwärts- und Rückwärts-Lesung), auch die Ausdrücke für jegliche Art der Rationen und Analogien beschlossen, und zwar (wie in den chinesischen Combinationen der gebrochenen und ungebrochenen Linien) sowohl die aus Multipeln als die aus Submultipeln zusammengesetzten, somit die Bezeichnungen für die Anfänge aller harmonikalen Tonverbindungen nach Ober- und nach Unter-Intervallen. In den Verbindungen der Töne und in dem Wechselspiele der diesen Verbindungen zum Grunde liegenden Rationen und Proportionen sind aber die Bilder der Maasse und der Wechsel-Beziehungen aller Kräfte und Gestaltungen des harmonisch geordneten Weltalls in ihrer Gegenseitigkeit enthalten. So durfte denn auch gesagt werden, dass aus der Wende des Zeruph's und Gilgul's nicht nur alles Gesprochene, sondern auch alles Gebilde der Schöpfung hervorgehe. Den Ausdruck Wende, Umwälzung (חלילה) erklärt Buxtorf: Lex. Chald. Talm. et Rabb. vbo. חלל folgendermassen: „חלילה *Revolutio reciproca*, *reciprocatio*, *versio*, *conversio*, στροφὴ ἀντιστροφή.“ Es ist derselbe also gleichbedeutend mit dem chinesischen Ausdrucke Si-ang (Reciprocität) mit welchem Confucius die s. g. vier Bilder bezeichnete aus denen die Trigramme und Hexagramme des Y-king's sich zusammensetzen (vgl. oben S. 83 Note **). Die Worte חוזר חלילה aber übersetzt Buxtorf durch: „redeunt per circuitum, in orbem“. Es deutet der Ausspruch somit auf eine Reihe von Begriffen und Vorstellungen hin, durch welche man, wie an das Spiel der harmonikalen entgegengesetzten Reihen, mit ihren Paraphonien, Diaphonien und Antiphonien, so auch an verwandte Formulirungen des Gedankens bei Heraklit erinnert wird.

**) Auch in der biblischen Sprache heisst עֹנֶג Lust.

***) Durch die Buchstabenversetzung der T^{e}murah aus ענג gebildet, bedeutet נֶגַע so viel wie Unlust, Schmerz, Plage.

†) Cap. 2 Abschn. 5.

††) Das hebräische Wort סֵפֶר, Sêpher, vereinigt in seiner Bedeutung diese drei Begriffe. Es besagt zunächst: Buchstabe, heisst aber, da die Buchstaben des Alphabetes auch zur Bezeichnung der Zahlen und für die Tonschrift dienten, zugleich soviel wie Zahl- und beziehlich Tonzeichen. Mit Rücksicht auf diese dreifache Bedeutung des Ausdruckes wird in den einleitenden Worten des 1. Capitels des Buches J^{e}zirah gesagt: „In zwei und dreissig wunderbaren Wegen zeichnete Jah J^{e}hovah Z^{e}baoth, der Gott Israel's, der lebendige Gott, und König der Welt, Gott barmherzig und gnädig, hoch und erhaben, der da ewig wohnet, hoch und heilig, seinen Namen durch drei S^{e}pharim: durch ספר und ספר und ספר.“

†††) Das Stammwort von הַמְּפֹרָשׁ ist פָּרַשׁ, zerstücken, brechen, trennen, spalten, zerstreuen, ausspannen, ausbreiten, daher figürlich: unterscheiden, angeben, genau im Einzelnen bestimmen, erklären. Die rabbinischen Kabbalisten vergleichen den ausgesprochenen h. Namen der zwei und zwanzig Buchstaben einem ausgebreiteten Kleide und nennen die zehn S^{e}phiroth (die *decem litterae sacerdotales*) welche verbunden mit den zwei und zwanzig demotischen Schriftzeichen die zwei und dreissig Wege der Weisheit darstellen, deshalb das Kleid des Unendlichen.

Ton und Farbe und in den drei Dimensionen der Körpermaasse erkennbar gewordenen greifbaren, hörbaren und sichtbaren Schöpfung. Dieser Welt der wahrnehmbaren Bildungen steht das der sichtbaren Schöpfung vorhergehende Aziluth*) des h. Tetragrammaton's als Symbol des körperlosen, farblosen und lautlosen Ajin's und B^e^limah's des unendlichen, aller Vorstellung in seiner unfassbaren Verborgenheit sich entziehenden Ain-soph's**) gegenüber. Von diesem letzteren wird im Tikun-Sohar gesagt:

אנת הוא חד ולא בחושבן "לית מחשבה תפיסא בך כלל" ובך לית דמיון ולא דיוקנא:

„Du bist Eins aber nicht in der Zahl, kein Gedanke fasst irgend etwas von Dir. In Dir gibt es nichts Vorstellbares, keine Form und keine Gestalt.“

Im Sohar Cadash, Medrash hannelam:

אמר ר' אבא אמר ר' יוחנן קודם שנברא העולם היה הוא ושמו אחד:

„Ehe die Welt geschaffen, war Er (der Höchstgebenedeite) und sein Name Eins.“

Ebendaselbst Achre Moth:

עד שלא ברא הקבה תא עולמו הוה הוא ושמ"י סתים בגויה:

„Ehe der Höchstgebenedeite seine Welt erschaffen, war Er, und sein Name war verborgen in Ihm.“

Sohar B^e^reschith:

מרזא דאין סוף לא חוור ולא אוכם לא סומק ולא ירוק ולא גוון כלל:

„In Ainsoph ist weder weiss, noch schwarz, noch roth, noch grün, noch gelb, und ganz und gar keine Farbe.“

Von der äusserlichen, durch das gesprochene Wort ins Dasein gerufenen Schöpfung heisst es hingegen:

Sohar B^e^reschith:

כד מדד משיחא עביד גוונין בגו בוצינא נפיק חד נביעו דמניה אצטבעו גוונין לתתא סתים גו סתמין מרזא ד"א"ס:

„Es hat abgemessen der Gesalbte (Mashi^a^ch, Χριστός) die Maasse der Ausdehnung. Er machte Farben in der Mitte des Glanzes. Es ging hervor ein Strom der Weissagung, färbend nach Unten die Farben die gegeben sind, geheim, in der Mitte der Geheimnisse von den Verborgenheiten des Ain-soph's.“

*) Der Bergriff Aziluth (wörtlich *Emanatio, Systema emanativum*) findet seine Erklärung auf der nächsten Seite. Ueber die drei Welten Briah, J^e^zirah, Asiah der hebräischen Kabbalah ist die Note ** auf S. 187, 188 zu vergleichen.

**) Ain-soph, אין סוף, besagt wörtlich *Fine carens*. Knorr v. Rosenroth *Cabbala denudata* (Apparatus in Libr. *Sohar* P. I h. v.) bemerkt: „Sic vocatur Causa causarum; quae sic vocatur quod celsitudinis ejus nullus sit terminus, quodque eam queat comprehendere. Quandoque tamen hoc nomen tribuitur Coronae“ (d. i. dem innersten Ringe der Zehn S^e^phiroth): „quae est Thronus Infiniti, id est sedes prima atque summa, quâ nulla est superior; et quia AEn-Soph in illâ residet, atque occultatur: hinc eodem gaudet nomine. Non alio ergo sensu ita vocatur nisi relatione ad suprema habitâ, quatenus nempe unitur et adhaeret Infinito. Pardes Rimmon. Tract. 23 c. 1.“

Sohar Pinchas:

קודשא ב"ה ברא לי' בריוקנא דא מלכות קדישא דאיהי תמונת כל דבה אסתכל קב"ה וברא עלמא וכל
בריין דברא בעלמא וכלל בה עילאין ותתאין בלא פרודא כלל:

„Der Höchstgebenedeite schuf Alles im Urbilde; dieses ist die heilige Malchut*), welche ist die Urgestalt von Allem. In sie hat der Höchstgebenedeite hineingeschaut, und hat die Welt geschaffen, und alle Geschöpfe, die er geschaffen in der Welt. In ihr sind enthalten die obere und untere ohne Trennung."

Nobelat Cachmah:

אמרו חכמי האמת שהווית העולמות הי' ע"י השעשוע-נשתעשע בעצמו והבהיק והבריק מתוכו אל תוכו
ומאותו נענוע שכלי והתנוצצת רוחני או אלהי מחלקי עצמו אל עצמו הנקרא שעשוע נפוצי חוצה והם
כזרע לעולמות:

„Die der Weisheitslehre Kundigen sagen, dass das Werden der Welten geschah durch die Wonne; indem Ain-soph sich in sich selber erfreute**), und blitzte und strahlte aus sich selbst zu sich selbst, und aus diesen intelligenten Bewegungen und geistigen oder göttlichen Ausfunkelungen aus den Theilen seines Wesens zu seinem Wesen, so Wonne heisst, haben sich seine Quellen nach Aussen verbreitet als Samen für die Welt."

Schefathal:

האצילות הוא החותם הגדול והקדוש שבו נחתמו כל העולמות וקבלו צורת החותם ולהיות שזה ג' מדריגות
שהם ג' צורות נפש רוח נשמה כמו כן קבלו ג"כ הנחתמים ג' צורות דהיינו בריאה יצירה עשיי"ה וג'
אלו הצורות שבחותם אינם אלא א:

„Aziluth ist das grosse heilige Siegel, durch welches abgedruckt sind alle Welten, die angenommen haben das Bild des Siegels; und da dieses grosse Siegel drei Stufen begreift, welche da sind drei (Zuren) Urbilder von Nephesh, Ruach, Neshammah, so haben auch empfangen die Besiegelten drei Zuren: nemlich Briah, Jezirah, Asiah, und diese Zuren im Siegel sind nur Eins."

Etz ha Chajim:

אצילות הם י"ס והי"ס דאצילות האירו והוציאו י' נצוצות נקראו י"ס דבריאה ומכח אלו הי"ס דבריאה
האירו ניצוצת אל עולם היצירה ומכח אלו נחתמו הי"ס דעשיה וכל הי"ם בכל העולמות-נחלקו לחמש:

„Die Zehn Sephiroth von Aziluth haben ausgefunkelt und hervorgebracht die zehn Sephiroth von Briah und aus der Kraft dieser zehn Sephiroth von Briah leuchten Funken

*) Auch über diesen Begriff — oder vielmehr Doppelbegriff ist die Note ** auf S. 187 und 188 zu vergleichen.

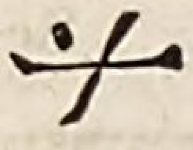
**) Heraklit, bei Lucian: Vit. Auct. c. 14, nahnte den Weltschaffenden Demiurgen ein spielendes, würfelnd im Wechsel der Gegensätze sich ergehendes Kind: Τί γὰρ ὁ Αἰών ἐστι; παῖς παίζων, πεσσεύων, διαφερόμενος. Und bei Clemens Alex: Paedag. I, c. 5, S. 111 Potter, heisst es: Ἀγαλλᾶται τὸ πνεῦμα τῶν ἐν Χριστῷ παιδίων ἐν ὑπομονῇ πολιτευομένων· καὶ αὕτη ἡ θεία παιδιά. Τοιαύτην τινὰ παίζειν παιδιὰν τὸν ἑαυτοῦ Δία Ἡράκλειτος λέγει. „Denn mit Freude geschmückt wird die Seele derer, die Kinder sind in Christo und duldend in Hingebung wandeln. Und dies ist das göttliche Spiel. Irgend ein solches sagt auch Heraklit dass sein Zeus spiele."

zur Welt Jezirah, und durch diese wurden besiegelt die zehn Sephiroth der Welt Asiah, und alle Sephiroth in allen Welten theilen sich in fünf*).“

Mit den vorstehenden Aussprüchen der semitisch-hebräischen Erblehre stehen die tiefsinnigen Philosopheme der altchinesischen Tao-Lehre auf überraschende Weise in Einklang. Nicht nur dem objectiven Gehalte der merkwürdigen Weisheitssprüche nach, sondern auch in Ansehung der eigenthümlichen jedesmaligen Formulirung des Gedankens zeigt sich die vollkommenste, keinenfalls zufällige Uebereinstimmung. Gleich das 1. Capitel des Tao-te-king, aus welchem wir schon auf S. 193 einige bezeichnende Sätze angeführt haben, beginnt mit folgenden beachtenswerthen, inhaltsschweren Worten:

„Das Wort kann gesprochen werden, aber das gesprochene Wort ist nicht das ewige. Ein Name kann genannt werden, aber der genannte Name ist nicht der ewige. Das ungenannte Nicht-Etwas ist der Ursprung des Himmels und der Erde, der ausgesprochene Name ist die Mutter des All's der Dinge. Das unendliche Nicht-Etwas kann nur geschaut werden in seinem unsichtbaren geistigen Dasein, das endliche Etwas wird geschaut in der Form seiner Begränzung.“ Es reihen sich hieran die ebenfalls bereits auf S. 193 mitgetheilten Sätze.

Die drei ersten Worte dieses Ausspruches sind im Urtexte: Tao kho tao, 道 可 道

An erster Stelle steht Tao als Hauptwort, an dritter Stelle als Zeitwort. Der Schriftzug des Wortes ist beidemal derselbe und setzt sich aus zwei Bildern zusammen. Das obere Bild  dessen Hauptstriche an die althebräischen Zeichen ✕ und + für Taw, oder an die Gruppe der fünf lichten Punkte der Figuren Ho-tou und Lo-chou erinnern, hat für sich die Bedeutung Kopf, Ursprung, Anfang. Das untere Bild besteht aus einer mit dem Zeichen der Bewegung zusammengestellten Stufenleiter. Für sich allein genommen ist seine Bedeutung: Fortgang, fortschreitende Bewegung**). Schon der Etymologie des Schriftcharakters nach würde daher, wie bereits von einem der Jesuiten-Missionare, dem Pater Premare, bemerkt worden war und Remusat besonders hervorhebt, das ganze Wort am füglichsten durch „das erste Bewegende“ (*premier moteur*), „Princip aller Action“ (*principe d'action*) wiedergegeben werden können. Vollkommen richtig wäre, nach der Ansicht Remusat's***), dasselbe nur durch einen Ausdruck zu übersetzen, der die drei Hauptbedeutungen des griechischen Wortes λόγος: Wort (*verbum*), Vernunft (*ratio*) und höchstes Wesen (*causa causarum*), nebst den abgeleiteten Begriffen: Reden, Denken, nach Vernunftgesetzen Darlegen u. s. w. in sich beschlösse†).

*) Die vorstehenden, aus dem Sohar und aus rabbinisch-kabbalistischen Schriften, deren jüngste dem 16. Jahrhunderte angehört, ausgezogenen Stellen entnehmen wir dem Anhang zum 2. Theile des Werkes von Molitor: Philos. d. Gesch. oder über die Tradition. Wir sind, mit Ausnahme weniger, minder bedeutender Abänderungen, auch der Uebersetzung des genannten Bearbeiters des kabbalistischen Lehrsystemes gefolgt.

**) Abel-Remusat: Mémoire sur la vie et les opinions de Lao-tseu, Paris, 1823, S. 19.

***) A. a. O. S. 24.

†) Der verdienstvolle neuere französische Sinologe Stanislas Julien, welchem wir eine mit den reichhaltigsten Anmerkungen versehene Ausgabe (Le livre de la voie et de la vertu, composé dans le VI^{me} siècle avant l'ère chrétienne par le philosophe Lao-tseu, traduit en Français, et publié avec le texte chinois et un commentaire perpétuel par Stanislas Julien, Membre de l'Institut et Professeur au Collège de France. Paris

Die Texteswortе welche wir durch: „Das unendliche Nicht-Etwas kann nur geschaut werden in seinem unsichtbaren geistigen Dasein, das endliche Etwas wird geschaut in der Form seiner Begränzung“ — wiederzugeben gesucht haben, lauten bei Julien, in Uebereinstimmung mit

1842) des Tao-te-king verdanken, hat in der Einleitung zu der gedachten Bearbeitung (S. X fgde) die sprachgeschichtliche und objective Richtigkeit der von Remusat gegebenen Erklärung des Wortes Tao bestritten. Er behauptet, bei den älteren, der Schule des Confucius angehörenden Interpreten komme der Ausdruck auch figürlich nur in der Bedeutung: Weg vor. Erst bei den buddhistischen Anhängern der Tao-Lehre habe das Wort Tao die Bedeutung des Sanskritwortes बुद्धि, *bouddhi* (in der chinesischen Umschreibung Pou-thi), Intelligenz, angenommen, wie aus dem Namen Tao-jin 道人, Menschen der Intelligenz (Philosophen, die das Attribut des Buddha, die Intelligenz, als Ziel höchster Vollkommenheit setzen) erhelle, der den Buddhisten zur Zeit des Eindringens und der ersten Ausbreitung ihrer Lehre in China (unter den Dynastien der Tsin und der Song, zwischen 265 und 501 n. Chr.) gegeben worden sei, während die Anhänger des Lao-tseu, welche in einer späteren Periode zur Bekämpfung der Jou, d. i. der Gelehrten aus der Schule des Confucius, den Buddhisten sich angeschlossen hatten, immer noch den Namen Tao-sse 道士, Weisen des Tao, führten. Sowohl aus Stellen des Tao-te-king selbst, als aus commentirenden Aeusserungen der chinesischen Interpreten, sucht Julien den Beweis zu führen, dass die Gedankenverbindungen, in welchen das Wort bei Lao-tseu vorkömmt, die von Remusat bezeichneten Bedeutungen gänzlich ausschlössen, so dass auch im figürlichen Sinne nur die eine und einzige Bedeutung Weg übrig bleibe, welcher Julien sich daher auch in seiner Uebersetzung der Titelworte des Buches bedient, indem er diese durch: „Le Livre de la voie et de la vertu“ wiedergibt.

Dass unter den vielen Bedeutungen des Ausdruckes Tao auch die bildliche: Weg eine bemerkenswerthe Stelle einnehme, wird allerdings, abgesehen von den dafür bei Julien angeführten Citaten (unter welchen derselbe besonders die Worte im 21. Cap. des Tao-te-king selbst: „Er (der Tao) eröffnet die Pforte (den Zugang) allen Wesen“ — und eine Aeusserung des ältesten Commentators Ho-chang-kong (m. vgl. über denselben das S. 194 Gesagte): „Da ich weder Leib noch Gestalt des Tao sehe, so weiss ich nicht wie mit Namen ihn nennen. Weil ich aber gewahre, dass alle Wesen durch ihn zum Leben kommen, benenne ich ihn mittelst der Bezeichnung Tao oder Weg“ — hervorhebt) auch aus inneren Gründen nicht zu bezweifeln sein. Nennt doch auch Heraklit das „Eine allein Weise“, den „Alles durch Alles“ leitenden Logos und „Rathschluss des beschliessenden Gottes“, anderwärts wie wir wissen „den Einen Weg aufwärts und abwärts“ (ὁδὸς ἄνω κάτω μιή) und das „die Welt im Gegenlaufe bildende Vernunftgesetz“: λόγον ἐκ τῆς ἐναντιοδρομίης δημιουργὸν τῶν ὄντων (bei Stobäus Ecl. phys. S. 58 Heeren). Wäre es erlaubt, hier an die Aussprüche des fleischgewordenen ewigen Wortes selbst zu erinnern, so würden wir auf Joh. 14, 6 verweisen: „Ego sum via, et veritas et vita; nemo venit ad Patrem nisi per me“ — und ebendaselbst 10, 9: „Ego sum ostium; per me si quis introierit, salvabitur, et ingredietur et egredietur, et pascua inveniet.“ Die behauptete Ausschliesslichkeit der in Rede stehenden figürlichen Bedeutung wird aber durch die dafür beigebrachten Stellen nicht nur nicht erwiesen, sondern es geht aus mehreren derselben sogar das Gegentheil hervor. Gleich in den Anfangsworten (Buch 1 Cap. 1) das Tao-te-king, auf welche Julien sich besonders beruft, würde das bezeichnende Wortspiel: Tao kho tao, „der Tao (das Wort) kann gesprochen werden“, — verloren gehen, wollte man mit Julien übersetzen: „La voie qui peut être exprimée par la parole.“ (Dass das zweite tao für das Passivum von sprechen, sagen, stehe und die Anfangsworte der Stelle daher wörtlich besagen: „der Tao kann gesprochen werden“ — wird von Julien zugegeben und in den von ihm citirten Erläuterungen chinesischer Interpreten ausdrücklich bezeugt. „Das zweite tao hat den Sinn von yen 言, sagen, aussprechen“, — bemerkt der buddhistische Commentator Te-thsing; „kheou-tao 口道 ist soviel als: mittelst des Mundes und mit Hülfe des Wortes ausdrücken“ — sagt ein anderer, unter der Dynastie der

der Mehrzahl der chinesischen Interpreten, wie folgt: „wer allezeit frei ist von Leidenschaften sieht sein (des Tao) geistiges Wesen; wer allezeit von Leidenschaften bewegt wird, sieht denselben in begränzter Gestalt.“ Auch Remusat folgt dieser Auffassung des Gedankens. Wir müssen bekennen, dass uns dieselbe sehr unbefriedigend, in gewisser Art sogar überaus hinkend erscheint*). Am wenigsten scheint uns die nur adverbiale Anwendung des Ausdruckes tchhang im trivialen Sinne von: allezeit, stets, gerechtfertigt, welche die von Remusat und Julien befolgte Deutung hier verlangt. Dies characteristische Wort der Textesstelle kömmt anderwärts im Tao-te-king als Prädikat des Tao selbst und seiner höchsten Attribute in der Bedeutung: „der ewige Tao“ — „die ewige Natur des Tao“ — „das ewige, vom Tao ausgehende

Ming (zwischen 1368 und 1647) berühmt gewordener Herausgeber des Tao-te-king: Thi-we-tseu). Da der Titel des in zwei Bücher abgetheilten Tao-te-king nach orientalischer Weise (die Rabbinen citiren ja die Bücher und Capitel der h. Schrift sowohl als ihre talmudistischen und kabbalistischen Tractate ebenfalls nach den Anfangsworten derselben) aus dem ersten Worte des ersten Buches: Tao, und aus dem ersten Worte des zweiten Buches Te, 德, Tugend, zusammengesetzt ist (king bedeutet, wie bekannt, heiliges Buch), so sind wir um der Verbindung willen, in der das Hauptwort mit dem correlaten, jede andere Deutung ausschliessenden Zeitworte in den Anfangsworten des Buches erscheint, auch der Meinung, dass der Titel des Werkes besser durch: „das heilige Buch vom Worte und von der Tugend“ — als, wie dies bei Remusat geschieht, durch: „Le Livre de la Raison et de la vertu“ — übersetzt wird. Remusat's Uebersetzung des Titels streift bereits an die rationalistisch-buddhistische Auffassung der Lehre.

*) Die zweite Hälfte des Satzes: „Lorsqu'on est constamment exempt de passions, on voit son essence spirituelle; lorsqu'on a constamment des passions, on le voit sous une forme bornée“ — würde, im Widerspruche mit der ersten Hälfte, mittelbar besagen, dass eine geistig-vollkommne Erkenntniss des Tao auch dem von Leidenschaften aller Art bewegten Menschen möglich sei, wenn er nur nicht ununterbrochen in diesem jammervollen Zustande sich befindet, sondern zuweilen — um dieses Ausdruckes uns zu bedienen — sittlich eines dilucidi intervalli, einer vorübergehenden Lösung seiner Ketten, theilhaftig wird.

Die Deutung der chinesischen Herausgeber, deren Autorität Julien und Remusat gefolgt sind, beruht darauf, dass dieselben in dem betreffenden Satze des Urtextes die Interpunction erst hinter: tchhang-wou-yo 常無欲。 und beziehlich: tchhang-yeou-yo 常有欲。 setzen, indem sie (wie Julien ihre Erläuterungen übersetzt) lesen: „être constamment sans désirs“, und beziehlich: „avoir constamment des désirs.“ Dem metaphysischen Inhalte des bedeutungsvollen Ausspruches gegenüber erscheint ein solches Einschiebsel lediglich hausbacken-moralisirender Natur doch allzu wohlfeil. Andere Interpreten setzen beidemal die Interpunktion vor das dritte Wort, und indem sie dies dritte Wort mit dem Folgenden verbindend die beiden ersten Ausdrücke tchhang-wou und tchhang-yeou für sich ins Auge fassen, umschreiben sie dieselben durch: das ewige Nicht-Sein („l'éternel non être“ — so übersetzt Julien) und: das ewige Sein („l'éternel être“). Es gibt sich diese Variante auch dadurch als die richtigere Lesart zu erkennen, dass mittelst dieser Zerlegung der Sätze die wahre höhere Bedeutung des Anfangswortes beider Satzglieder, tchhang 常, *aeternus*, *immutabilis*, *perennis*, *constans*, am besten gewahrt wird. Für „Nicht-Sein“ und „Sein“ setze man, wie wir gethan, „Nicht-Etwas-Sein“ und „Etwas-Sein“, so entspricht der iefsinnige Gedanke vollkommen den metaphysisch-theosophischen Bezeichnungen der hebräischen Kabbalah: Mi, Mah, Ajin, B^{e}limah, für das als ewiges Urbild der Schöpfung noch im Schoosse des nicht offenbarten Vaters ruhende und dessen Wesen in sich beschliessende (*Verbum Ens Altissimi* — wie die Kirche in der schönen Sequenz der Missa III des ersten Weihnachtstages: „Laetabundus exultet fidelis chorus. *Alleluia*“ singt), nicht ausgesprochene Schöpferwort. Die nahe Beziehung des Ausspruches des chinesischen Weisen zu dem pythagorischen Theoreme von der Einheit und der (unerkennbaren) unbegränzten Zweiheit, welche der Erscheinung der endlichen Dinge in der Begränzung vorhergehen, springt ebenfalls in die Augen.

Licht“ — vor. Es entspricht dasselbe ganz und gar dem hebräischen Ausdrucke עוֹלָם, Ôlam, (αἰών). Sein Schriftzug setzt sich aus einer Verbindung des Zeichens ▭ „Umgränzung“, „Gränze“, „Satzung“ (חֹק) mit dem an das altsemitische Taw erinnernden Schriftzuge  zusammen, über welchem — einer Krone vergleichbar — das Zeichen  schwebt*). Von dem Lichte, welches vom Tao ausgehend den Menschen erleuchtet, sagt der Interprete Li-si-tchai in einer Anmerkung zum 52. Capitel: „Der Tao ist einem Baume vergleichbar, dessen Licht die Wurzel ist, und dessen Licht-Ausstrahlung die Aeste sind. Diese Aeste verzweigen sich und bringen im Menschen das Vermögen zu sehen, zu hören, zu empfinden und wahrzunehmen hervor. Der Tao strömt von der Wurzel zu den Zweigen hin. Das menschliche Streben nach Wissen beginnt von den Aesten um die Wurzel zu suchen. Darum sagt Lao-tseu: „„wenn der Mensch dem strahlenden Glanze des Tao sich zuwendet (wörtl. von dem Glanze des Tao Gebrauch macht) um zu seinem Lichte zurückzukehren, so wird von ihm gesagt, dass er ewiglich (so glauben wir auch hier 常 übersetzen zu sollen; Li-si-tchai und andere Interpreten erklären an dieser Stelle das Wort durch: „zwiefach“) erhellet sei.““ In einer höchst beachtenswerthen Gedankenverbindung wird der Ausdruck als Prädikat des Tao im 32. Cap. gefunden. Es heisst dort: „der Tao ist ewig (道 常) und er (der ewige, ungetheilte Tao) hat keinen Namen. Obgleich klein [unendlich klein] dem Begriffe körperlicher Grössenmaasse nach, vermöchte doch das ganze Weltall nicht ihn zu bewältigen. Könnten die Könige und die unter den Königen stehenden Fürsten ihn bewahren, alle Geschöpfe würden kommen um sich freiwillig ihnen zu unterwerfen. Der Himmel und die Erde werden sich miteinander verbinden um das Herabsteigen eines süssen Thaues zu bewirken, und die Völker werden von selbst in Frieden sich sammeln, ohne dass eine äussere Macht es ihnen befiehlt“**).

Doch diejenige Parallelstelle, um derentwillen wir überhaupt unsere Aufmerksamkeit hier den von Lao-tseu den Nachkommen überlieferten Aussprüchen der älteren chinesischen Weisheitslehre zugewendet haben, ist das 14. Cap. des merkwürdigen Buches. Indem wir den in einigen Satzgliedern und Sätzen von einander abweichenden französischen Uebertragungen von

*) Ein dem letzteren Bilde verwandtes Zeichen schwebt über einem ebenfalls dem semitischen Taw verwandten Schriftzuge auch in dem Worte 宗, Erzvater, Urahn, Patriarch.

**) „Rorate coeli desuper et nubes pluant Iustum; aperiatur terra, et germinet salvatorem, et justitia oriatur simul; Ego Dominus creavi eum. Et vocabitur nomen ejus: Admirabilis, Consiliarius, Deus fortis, Pater futuri saeculi, Princeps pacis. Multiplicabitur ejus imperium, et pacis non erit finis. Et gentes, quae te non cognoverunt, ad te current propter Dominum Deum tuum et Sanctum Israël, quia glorificavit te Et ambulabunt gentes in lumine tuo, et reges in splendore ortus tui Qui sunt isti, qui ut nubes volant, et quasi columbae ad fenestras tuas? Et videbunt gentes justum tuum, et cuncti reges inclytum tuum; et vocabitur tibi nomen novum, quod os Domini nominabit.“ (Jesaias, in den Capiteln 9, 45, 55, 60 und 62, passim).

Amiot, Remusat und Julien (bei unserer Unkunde der chinesischen Sprache) in der Art folgen, dass wir die verschiedenen Wendungen unter sich und mit den bei Julien zusammengetragenen Erklärungen und Anmerkungen der chinesischen Commentatoren prüfend vergleichen und die dem Inhalte der Stelle am meisten zusagende dann wählen, versuchen wir, Sinn und Form der letzteren auf folgende Weise im Deutschen wiederzugeben:

„Auf ihn schauend, siehst du ihn nicht: Sein Name ist *I*. Auf ihn horchend, hörst du ihn nicht: Sein Name ist *Hi*. Darnach greifend, ergreifst du ihn nicht: Sein Name ist *Wei*. Das Was dieser Dreie kann durch Worte nicht ergründet werden. Nicht unterscheidbar von einander bilden sie nur Eins*). Das Obere ist nicht erhellet; das Untere desselben ist ohne Dunkel. Es ist ewig und kann nicht genannt werden. Es greift ins Nichts-Sein zurück. Man nennt es Form ohne Form, Bild ohne Bild. Man nennt es der Bestimmung und Gränze bar. Gehst du ihm entgegen, so siehst du nicht sein Antlitz; folgest du ihm nach, so gewahrest du nicht seine Wende. Wer den Tao der Vorzeit betrachtet vermag der Dinge von heute Herr zu werden. Wenn es dem Menschen gelingt, den Ursprung der altvorzeitlichen Dinge zu erkennen, so werde von ihm gesagt, dass er in seiner Hand den Anknüpfungsfaden halte der Richtschnur des Tao.“

Der vorhin in der Note auf S. 333 u. S. 194 genannte Ho-chang-kong, dessen Anmerkungen Julien als das werthvollste und unentbehrlichste Hülfsmittel für ein richtiges Verständniss der Lehre des Lao-tseu bezeichnet, sagt zu den drei ersten Satzgliedern dieses Ausspruches: „die drei in Rede stehenden Dinge, diese Farblosigkeit, diese Tonlosigkeit und diese Stofflosigkeit, können weder mit dem Munde ausgedrückt noch durch die Schrift dargestellt werden;“ — und zu den Textworten „Er (der Tao) ist ewig und kann nicht genannt werden“: „Man kann ihn nicht durch Farbe, noch durch Ton, noch durch Gestalt bezeichnen. Keine der fünf Farben bildet ein unterscheidendes Merkmal desselben. Einen Klang oder einen Ton, der irgend einer der fünf Klangstufen entspräche**), hat er nicht. Nicht hat er einen Körper, dessen Ausdehnung gemessen oder dessen Gestalt angegeben werden könnte“***). Die bis ins Einzelne gehende,

*) Im 1. Cap. Abschn. 9 und 10 des Buches J^{e}zirah heisst es:

עשר ספירות בלימה אחת רוח אלהים חיים ברוך ומבורה שמו של חי העולמים קול ורוח ודבור וזה רוח הקדוש:

„Zehn Zahlen ausser dem unaussprechbaren Was; Eins: der Geist des lebendigen Gottes, gebenedeiet und abermal gebenedeiet sei sein Name! der da lebet in die Ewigkeiten; Stimme und Geist (Hauch) und Wort, und dies ist der heilige Geist.“ [Wie durch den Hauch des Mundes die Stimme das gesprochene Wort hervorbringt, so hat der Vater von Ewigkeit durch den Geist den Sohn gezeugt.]

**) Im 12. Cap. des Tao-te-king heisst es: „die fünf Farben schmeicheln dem Auge des Menschen, sein Ohr wird durch die Töne der fünf Stufen angenehm berührt, die fünf Verschiedenheiten des Schmeckbaren verweichlichen die Zunge des Menschen. Heftige Leibesbewegungen und die Jagd wirken verwirrend auf sein Gemüth. Das Verlangen nach schwer zu erwerbenden Glücksgütern treibt den Menschen zu Handlungen, die verderblich für ihn werden. Daher kömmt es, dass der Heilige seine Aufmerksamkeit auf sein Inneres richtet und sich nicht um seine Augen bekümmert. Aus diesem Grunde verzichtet er auf dieses und wendet sich dem anderen zu.“ Die fünf Farben sind, zufolge Phing-tseu-louï-pieu: die blaue, die rothe, die gelbe, die weisse und die schwarze. Die fünf Tonstufen sind die Lu der fünftönigen Scala, deren Stufen-Namen Thi-we-tseu folgendermassen angibt: kong, chang, kio, tchi und iu. Die fünf Geschmäcker endlich zählt derselbe Commentator in nachstehender Weise auf: Süsses, Beissendes, Saures, Salziges, Bitteres.

***) Aus dem Umstande, dass der selber zur Schule der Tao-Sse sich bekennende Ho-chang-kong den drei Sylben des Lao-tseu'schen Textes eine sachlich und sprachlich genau definirte Bedeutung beilegt, glaubt Julien (S. VII fgde der Einleitung zur Ausgabe des Tao-te-king) schliessen zu sollen, dass die gedachten

fast wörtliche Uebereinstimmung der vorstehenden, zur Erläuterung der speculativen Sätze herbeigezogenen bildlichen Vergleichungen deren sich der älteste und bewährteste der chinesischen Commentatoren des Lao-tseu hier bedient mit den oben angeführten Aussprüchen hebräischer Kabbalisten, macht sich von selbst bemerkbar ohne dass es desfalls irgend einer weiteren Ausführung bedarf.

In Beziehung auf das Alter der von Lao-tseu vorgetragenen Lehre beachte man die Worte der uns beschäftigenden Stelle: „Wer den Tao der Vorzeit betrachtet" u. s. w. In dem Gespräche des hochbejahrten Weisen mit dem noch auf der Schwelle des Mannesalters stehenden, nicht ohne Ehrgeiz dem öffentlichen Leben folgenden Confucius, dessen wir auf

drei Laute und Schriftcharactere I 夷, Hi 希 und Wei 微, lediglich drei dem chinesischen Sprachschatze angehörende adjectivische, oder nach Adjectiven gebildete substantivische Sprachformen zur Bezeichnung der von Ho-chang-kong erwähnten Eigenschaften der Farblosigkeit, Tonlosigkeit und Stofflosigkeit seien. Er gründet darauf die Behauptung, dass die von Remusat in dessen Monographie über Lao-tseu (Mémoire zur Lao-tseu, S. 42 fde) vertretene Meinung von der objectiven Identität der drei chinesischen Zeichen und Laute *IHW* mit den Buchstaben der hebräischen heiligen Trilittera יהו (IAΩ) zwar als eine sinnreiche Hypothese bezeichnet zu werden verdiene, jeder wissenschaftlich haltbaren Begründung aber entbehre. Es hatte Remusat darauf hingewiesen, dass sowohl jede einzelne der Monosyllaben I, Hi, Wei, für sich betrachtet, als auch das aus der Verbindung ihrer Anlaute etwa zu bildende Wort, dem Chinesischen völlig fremd sei. In Anbetracht dessen, dass in dem Geschichtswerke des Sse-ma-thsien sowohl als bei den späteren Schriftstellern — bei diesen letzteren allerdings nur in mythenhaft ausgestatteten Erzählungen — viel von einer grossen Reise die Rede ist, welche Lao-tseu in hohem Alter und freilich erst nach Vollendung des Tao-te-king über die Gränzen des Reiches und die Steppen des Flugsandes hinaus in westlicher Richtung unternommen hätte, glaubte Remusat aus dem Vorkommen des heiligen Namens יהו im genannten Buche den Schluss ziehen zu müssen, dass um jene Zeit eine Verbindung zwischen China und den westlichen Ländern Asiens bestanden habe und die Grundzüge der erst durch Lao-tseu von dorther nach China verpflanzten Lehre damals von demselben hebräischen oder syrischen Quellen entnommen worden seien. Nach der Versicherung Julien's zeigt aber eine genauere Vergleichung der zahlreichen in der chinesischen Literatur für die Geschichte der Lao-tseu'schen Lehre vorhandenen Quellenwerke, dass der Voraussetzung von einem Besuche der Abendländer Asiens durch diesen Weisen jegliche historische Grundlage fehlt. Die sagenhaften Berichte über eine solche Reise des Philosophen in westliche Gegenden haben allesammt keinen anderen Anknüpfungs- und Ausgangspunkt als die fabelhafte, fast um ein Jahrtausend später (gegen das Jahr 350 n. Chr.) von Ko-hong verfasste Legende über die wunderbaren Palingenesien und Metempsychosen Lao-tseu's, welche in jeder Zeile ihre Verwandtschaft mit buddhistisch-hindostanischen Mythologien verräth und selbst jedes äusseren Zusammenhanges mit der beglaubigten älteren chinesischen Geschichtschreibung entbehrt.

Von der Unhaltbarkeit der Remusat'schen Anschauung, als sei den auch von ihm durchweg mit pythagorisch-platonischen Theoremen verglichenen Ideen erst im 6. Jahrhunderte vor Beginn der christlichen Zeitrechnung der Weg nach China eröffnet worden, und als habe erst Lao-tseu den h. Namen der hebräischen Offenbarung, der den Mittelpunkt der Symbole jener Lehre bildet, von einer bis nach Persien oder Syrien sich erstreckenden wissenschaftlichen Entdeckungsreise mit nach China zurückgebracht, sind wir mit Julien vollkommen überzeugt. Nicht so aber auch von der Richtigkeit der weiteren, Seitens Juliens gezogenen Schlüsse. So lange nicht durch anderweite Belegstellen oder auf etymologischem Wege der Beweis geführt zu werden vermag, dass dem gemeinen Sprachgebrauche nach im Chinesischen *i* farblos, *hi* tonlos, und *wei* unstofflich bedeute, werden wir bei der Meinung beharren, dass die Erklärung der drei Sylben, wie sie bei Ho-chang-kong und anderen chinesischen Interpreten sich findet, zwar ganz gewiss eine richtige, aber nicht sowohl eine sprachlich-philologische, als vielmehr eine symbolisch-mystische Deutung lediglich speculativen Inhaltes sei. Und weil diese tiefsinnige Deutung zweifellos einer urzeitlichen Periode entstammt, welche bis zur Entstehung der chinesischen Sprache selber zurückreicht, so würde unsere Ueberzeugung von dem Zusammenhange der drei Zeichen und Laute mit der heiligen Trilittera יהו auch selbst dann nicht im mindesten erschüttert sein, wenn der vorhin angedeutete Beweis wirklich geführt würde, dass die drei Sylben auch sprachlich genommen die archäistischen Formen des chinesischen Idiomes für die drei mehrerwähnten speculativen Begriffe geworden seien.

S. 79 (Note ***)) gedachten, sagte Lao-tseu von den Begründern seiner Lehre: „Diese Menschen, von denen du redest — seit lange sind sie nicht mehr. Ihre Gebeine sind in Staub zerfallen! Nur eine Anzahl dem Verständnisse sich entziehender Lehrsätze ist von denselben übrig geblieben. Der kluge Mann muss mit der Zeit leben und den Umständen sich anbequemen, seinen Vortheil ziehend aus günstigen Fügungen, dem Sturme nachgebend im entgegengesetzten Falle. Man verbirgt sorgfältig den Schatz den man gefunden, lässt nichts davon nach aussen merken; wie ja auch die wahre Weisheit des Weisen darin besteht, nach aussen als ein Thor zu gelten.“ Fast spottend fügte der Greis die in das Gegentheil des Gedankens eingekleidete Ermahnung hinzu: „Entferne darum dies dem Ueberschwänglichen nachstrebende Wesen, lass ab von diesen zu weit gehenden Bemühungen, von diesen Versuchen, die ja keinerlei Aussichten dir eröffnen.“ Der in seinem Innersten tief ergriffene Confucius gab von dem Ergebnisse des mit Lao-tseu geführten Zwiegespräches den ihm folgenden Gefährten mit den Worten Kunde: „Ich gewahre ohne Staunen den Flug der Vögel, das Schwimmen der Fische, den Lauf der vierfüssigen Thiere. Ich weiss, dass die Fische in Netzen, die vierfüssigen Thiere in Schlingen gefangen werden, dass man die Vögel mit Pfeilen herabschiesst. Was aber den Drachen betrifft, so weiss ich nicht, wie er über die Winde und Wolken sich erhebt, zum Himmel selbst sich emporschwingt. Ich habe heute Lao-tseu gesehen: er ist dem Drachen vergleichbar!“*)

Im 42. Cap. des Tao-te-king deutet Lao-tseu sehr bestimmt darauf hin, dass er selbst nicht der Urheber seiner Lehre, diese vielmehr einer traditionellen Ueberlieferung angehörig sei: „Was die Menschen mich gelehret haben, das lehre ich wieder andere Menschen“**). Bei den chinesischen Geschichtschreibern werden die im Tao-te-king vorgetragenen Doctrinen häufig durch die Benennung Hoang-lao-tchi-yen „die Lehre des Kaisers *Hoang-ti* und des Lao-tseu“ bezeichnet. Eben so bedienen die chinesischen Schriftsteller sich häufig der Ausdrücke: hio-Hoang-Lao und sse-Hoang-Lao, „den Hoang-ti und Lao-tseu studiren“, „Hoang-ti und Lao-tseu zum Führer nehmen“, um die Annahme des Bekenntnisses der Tao-Lehre und das Studium derselben zu bezeichnen***). Den Anfang der Regierung des Hoang-ti aber versetzen bekanntlich die chinesischen Gelehrten, wie wir nochmals erinnern, in das Jahr 2698 vor Beginn der christlichen Zeitrechnung.

Clemens Alexandrinus nennt im 1. Buche der Stromata †) als Weisheitslehrer der barbarischen Völker, bei welchen die Philosophie vor Alters geblüht und weithin geleuchtet habe ehe sie, erst später, zu den Hellenen gekommen sei, die Prophetenzunft der ägyptischen Priester, bei den Assyrern die Chaldäer, bei den Galliern die Druiden, die baktrischen Samanäer, die unter den Celten der Philosophie Obliegenden, die persischen Magier, welche unter der Führung des Sternes nach Judäa gekommen die Geburt des Heilandes zu

*) Die vorstehende Erzählung ist dem 63. Buche des berühmtesten älteren Geschichtswerkes der Chinesen, dem Se-ki des Sse-ma-thsien entnommen, der im Jahre 104 v. Chr. unter der Regierung Wou-ti's, von der Dynastie der Han, Vorsteher der Historiographen des Reiches war.

**) „Ce que les hommes m'ont enseigné, je l'enseigne à mon tour aux autres hommes“ ist der von Julien S. 214 zu dieser Stelle mitgetheilten alten Variante des Urtextes gemäss unbestreitbar zu übersetzen, und nicht — wie Julien es vorgezogen hat — „ce que les hommes enseignent, je l'enseigne aussi“ — was jedes irgendwie fassbaren Sinnes entbehrt.

***) Vgl. Julien a. a. O.

†) S. 359 Potter.

verkünden, die Gymnosophisten der Indier und andere der Philosophie Kundige unter den Barbaren. Wie Clemens anführt*) hätte Alexander Polyhistor in dem Buche welches derselbe über die Symbole der Pythagoreer (περὶ Πυθαγορικῶν συμβόλων) verfasst hatte erwähnt, dass Pythagoras, gleichwie er den Unterricht des Assyrers Zaratas genossen, unter welchem nach der (chronologisch) jedoch unhaltbaren Meinung Einiger der Prophet Ezechiel zu verstehen wäre, so auch ein Zuhörer gallischer**) und brahmanischer Weisheitslehrer gewesen sei.

Die ersten historisch zuverlässigen Nachrichten über das Druidenthum des celtisch-gallischen Nordens verdanken wir Julius Cäsar. Er verbreitet sich über die Organisation, die Stellung im religiösen und öffentlichen Leben und den Einfluss dieses priesterlichen Institutes auf die Geistesbildung des Volkes im 6. Buche seines Geschichtswerkes über den gallischen Krieg. Gegenstand seiner Darstellung ist das gallische Druidenthum. Er betont es aber, dass die in Gallien vorfindlichen Einrichtungen und Traditionen der mächtigen Priesterschaft für britannischen Ursprunges gehalten würden, anscheinend von dort nach Gallien vorgedrungen seien, und zur Durchforschung derselben man meist auch derzeit noch nach Britannien sich wende. Gross sei der Zudrang der Aufnahme begehrenden jungen Novizen, welche von ihren Angehörigen den Pflanzstätten und Fortbildungsanstalten der Genossenschaft mit Freude übergeben würden im Hinblicke auf die Bevorzugungen, den Einfluss und die Ehren, welche die wirkliche Aufnahme unter die Mitglieder derselben gewähre. Dort werde der wesentlichste Theil des Unterrichtes in metrischen Denksprüchen dem Gedächtnisse anvertraut, weil es für unerlaubt gehalten werde den Inhalt, der als Geheimlehre bewahrt werde, schriftlicher Aufzeichnung anzuvertrauen. Für sonstige Zwecke, im öffentlichen und Privatleben, bediene man sich der griechischen Schriftzeichen (also eines aus den altsemitischen Buchstaben hervorgegangenen Alphabetes). Die Unsterblichkeit der Seele und eine Seelenwanderung nach dem Tode werde von ihnen gelehrt, als Antrieb zu einem tugendhaften Leben und als Beweggrund für die Verachtung des Todes. Vielerlei würde sonst noch über die Gestirne und deren Bewegungen, über die Grösse der Welt und der einzelnen Weltkörper, über die Natur und Beschaffenheit der Dinge, über die Gewalt und Machtfülle der unsterblichen Götter, von ihnen durchforscht und der Jugend vorgetragen***).

In Britannien, dem von kymrischen Celten bewohnten, hatte das Institut der Druiden sich in drei Classen von Personen gespalten, die Druiden, die Vates und die Barden. Die

*) Ebendaselbst S. 358.

**) Wir erinnern an die von Jamblichus mitgetheilte sagenhafte Erzählung vom Verkehre des Pythagoras mit dem hyperboreischen Priester Abaris (vgl. Einl. S. 14 und 15).

***) De Bello gall. 6, 13. 14: „In omni Galliâ eorum hominum, qui aliquo sunt numero et honore, genera snnt duo alterum est Druidum, alterum equitum. Illi rebus divinis intersunt, sacrificia publica ac privata procurant, religiones interpretantur ad hos magnus adolescentium numerus disciplinae causa concurrit, magnoque ii sunt apud eos honore . nam fere de omnibus controversiis publicis privatisque constituunt. Disciplina in Britannia reperta, atque inde in Galliam translata esse existimatur: et nunc, qui diligentius eam rem cognoscere volunt, plerumque illo discendi causa proficiscuntur. Druides a bello abesse consuerunt. tantis excitati praemiis, et sua sponte multi in disciplinam conveniunt, et a parentibus propinquisque mittuntur. Magnum ibi numerum versuum ediscere dicuntur: itaque annos nonnulli vicenos in disciplinâ permanent . neque fas esse existimant . ea literis mandare, cum in reliquis fere rebus, publicis privatisque rationibus, Graecis utantur literis. Id mihi duabus de causis instituisse videntur; quod neque in vulgum disciplinam efferri velint, neque eos, qui discant, literis confisos, minus memoriae studere. In primis hoc volunt persuadere, non interire animas, sed ab aiiis post mortem transire ad alios: atque hos maxime ad virtutem excitari putant, metu mortis neglecto. Multa praeterea de sideribus atque eorem motu, de mundi ac terrarum magnitudine, de rerum naturâ, de deorum immortalium vi ac potestate disputant, et iuventuti transdunt."

Ersteren standen, wie in Gallien, dem viel in bürgerliche Verhältnisse eingreifenden Religionswesen vor, verrichteten in Gallien auch die von Julius Cäsar erwähnten Menschenopfer, bis zu welchen der nach Verdunkelung der alten ursprünglichea Lehre dem Heidenthume verfallene, finstere Cult der Menge in schaudervollster Weise sich verirrt hatte*). Die Vates beschäftigten sich mit der Weissagung aus dem Fluge der Vögel und den Eingeweiden der Opferthiere. Die Barden waren die Dichter und Sänger, welche Lob und Tadel merkwürdiger Männer und Begebenheiten unter Begleitung mit einem der Lyra ähnlichen Instrumente vortrugen, in der Schlacht die Tapferkeit entzündeten. Nach der Unterdrückung des Druidenthums und dessen Verschwinden in Folge der Einführung des Christenthumes**) blieb das Bardeninstitut fort-

*) Man vgl. neben Jul. Cäsar a. a. O. VI c. 16 auch noch Diodor Sicul. V, 31; Strabo IV, 4 et 5; Pomponius Mela III, 2; Plinius Hist. nat. XXX, 4; Tacitus Ann. XIV, 30.

**) Ueber die Gestalt, welche nach der Bekehrung der kymrisch-altbritannischen Bevölkerung zum Christenthume und dem Verschwinden des Druidenthumes das, auch die angelsächsische Eroberung noch überdauernde Institut der Barden im Lande Wales in jenen westlichen Gebirgen und Schluchten Englands angenommen oder vielmehr bewahrt hat, in welchen die Ueberreste der von den Römern vorgefundenen und unterjochten, dann aber von den zu Hülfe gerufenen Angelsachsen verdrängten celtischen Urbewohnern einen Zufluchtsort gefunden, wo sie bis zu der durch Eduard I. 1284 vollendeten englischen Eroberung in lange bewahrter Selbstständigkeit unter einheimischen Fürsten lebten, wird man die gründlichste Belehrung finden in dem reichhaltigen Buche: Das alte Wales. Ein Beitrag zur Völker-, Rechts- und Kirchengeschichte. Von Ferd. Walter. Bonn 1859. Dort wird (S. 307 fgde) insbesondere auch die völlige Grundlosigkeit der Ansicht nachgewiesen, als ob auch nach dem Siege des christlichen Bekenntnisses, welchem zweifellos im 5. Jahrhunderte beim Abzuge der Römer ganz Britannien angehörte, die Barden noch Feinde des Christenthumes und in ihrer Geheimlehre Bewahrer des Druidismus gewesen seien. „Die Barden“, sagt Walter, „in den Klosterschulen unterrichtet, fühlten und dichteten nach den christlichen Anschauungen, wenn auch ihre Bilder theilweise noch Erinnerungen an untergegangenes Heidnisches an sich trugen. Taliesin richtet an Gott eine Fürbitte für seinen Verstorbenen. Aneurin bezeugt den Gebrauch der kirchlichen Bussen und seinen Glauben an die Dreieinigkeit. Llywarch Hen ruft wiederholt Christus und den Herrn an, spricht von den getauften Heeren im Gegensatz der heidnischen Sachsen, und von den Kirchen von Basa als den Grabstätten der gefallenen Krieger. Dieser religiöse Geist lebt auch in den Barden des Mittelalters. Mitten in dem gläubigen Volke stehend, mit den Klöstern und den frommen Fürsten im nächsten Verkehr konnten sie sich von den Strömungen des religiösen Lebens nicht ausschliessen. Ihre grossen Gesänge beginnen insgemein mit der Anrufung Gottes. Viele von ihnen haben grössere und kleinere religiöse Gedichte voll Wärme und Inbrunst hinterlassen. Unter Anderen gehören dahin aus dem dreizehnten Jahrhundert ein erhabenes Gedicht von Llewelyn Vardd über die Zeichen vor dem Tage des Gerichts, ein rührender Klaggesang von Gruffydd ab Yr Ynach Coch über die Leiden Christi zur Erlösung der Sünder, eine sehr schöne Hymne auf Christus von Madawr ab Gwallter. Auch ihre überlieferten Sprüche sind voll edler christlicher Maximen. Es wurde selbst unter dem Namen Trioedd Pawl eine kurze sinnreiche Zusammenstellung von Hauptsätzen der christlichen Sittenlehre verfasst. Daneben kam es allerdings vor, dass zwischen den Barden und Mönchen Eifersucht und Abneigung sich kund gab, dass sie Spottgedichte auf einander machten, und dass einzelne Barden wegen ihres unregelmässigen Lebens unter Kirchenstrafen fielen. Man darf aber daraus nicht eine grundsätzlich bei den Barden fortlebende Abneigung gegen das Christenthum folgern.“

Die Behauptung, dass die vorchristliche, im Druidismus sich ausprägende Religion der alten Briten nach der Einführung des Christenthumes doch unter den Barden niemals ganz erloschen sei, ist von William Owen und Eduard Williams auch darauf gegründet worden, dass namentlich die Lehre von der Seelenwanderung unter den zum neuen Glauben sich bekennenden Barden in Britannien noch ihre Geltung behalten habe. Walter macht darauf aufmerksam, wie man für die ganze Annahme von einer solchen den Barden des Mittelalters beizulegenden Lehre lediglich auf dasjenige sich stützt, was in den Trioedd Barddas oder theologischen Triaden von den drei Kreisen oder Zuständen des Seins ausgesagt wird. Im Anhange II hat Walter diese didaktischen Denksprüche in einer Uebersetzung mitgetheilt. Die Triaden, auf welche die Behauptung von einer dem christlichen Bardenthume eigenthümlichen Seelenwanderungslehre zu fussen versucht, scheinen die 12. bis 15., die 19., 25., 30. bis 32. und 36. zu sein. Der tiefsinnige Inhalt dieser Aussprüche erinnert aber, besonders wenn dieselben mit den übrigen Sinnsprüchen der Sammlung zusammengehalten werden, weit eher an gewisse platonische, pythagorische oder heraklitische Sätze oder an die Stufenordnungen der Welten nach

bestehen und erscheint immer noch, obgleich zur Zeit der Römer nicht erwähnt, als das eines hochgeehrten Standes, und die Bardenkunst als die geistige Nahrung des begabten und sinnigen Volkes der Briten. Den alten Ueberlieferungen gemäss blieben Dichtkunst und Musik ein Bildungsmittel des Volkes und ein Gegenstand der Fürsorge der Gesetzgebung und des Wetteifers. Erst seit dem Ende des 16. Jahrhunderts datirt der völlige Verfall des Bardenthums.

Quintilian, wo er von dem Gebrauche veralteter Wörter handelt (Inst. Orat. VIII, 3, 27. 28), berichtet von einem Spottgedichte Virgil's, in welchem dieser einen C. Annius Cimber, einen (wahrscheinlich als Freigelassener aus der Beute Cäsar's) in Rom lebenden Rhetor kymrischer Abkunft, wegen des Missbrauches verspottet, den derselbe mit halb griechischen, halb celtisch-kymrischen Wörtern getrieben habe. Annius Cimber scheint eine Geschichte Britanniens geschrieben zu haben, in welcher er ohne allen Zweifel auch über das Institut und die Lehre der Druiden und Barden gehandelt haben wird. In diesem, dem römischen Dichter aus irgend einem Grunde missfälligen Werke wäre jener angebliche Missbrauch fremdländischer Wörter nach Virgil's Meinung auf eine lächerliche Weise hervorgetreten. Derselbe Annius Cimber war bezüchtigt, seinen Bruder ermordet zu haben. In Virgil's Epigramm heisst es nun:

„Corinthiorum amator iste verborum,
Iste, iste rhetor! namque quatenus totus
Thucydides Britannus Atticae febris
Tau Gallicum mîn ipsum et al ei illisit,
Ista omnia, ista verba miscuit fratri."

Der Dichter sagt spottend: es habe jener britannische Thucydides seinen Bruder mit gallisch-griechischen Wörtern umgebracht. Wir versuchen folgende Uebersetzung des Epigramm's:

„Griechischer Wörter Freund vor Allem fürwahr ist
Dieser, ja dieser Rhetor! Denn darin gänzlich
Britischer Thucydides, voll attischen Fiebers,
Radbrecht das gallische Taw er, das Mîn-Selbst und Al-Ei;
Dies All, die Worte, mischt er dem Bruder als Gifttrank."

der Lehre der hebräischen Kabbalisten, als an die Metempsychosen der heidnischen Religionssysteme, wie diese in der Seelenwanderungslehre orientalischer Völker oder etwa des ägyptischen Volksglaubens uns entgegentreten. Beruht vielleicht Cäsar's Bericht über die Glaubenslehre der alten Druiden da wo er der Seelenwanderung als eines wesentlichen Bestandtheils derselben gedenkt, auf einem ähnlichen Missverständnisse?

Zur Bequemlichkeit des Lesers, dem Walter's belehrendes Buch nicht sofort zur Hand sein möchte, setzen wir, um des Interesses willen, welches dieselben für den Gegenstand unserer Untersuchung bieten, einige der merkwürdigen Sprüche der Trioedd Barddas wörtlich hierher:

„12. Drei Kreise (oder Zustände) des Daseins gibt es: der Kreis der Unendlichkeit (*cylch y ceugant*), wo nichts ist, lebend oder todt, als Gott, und Niemand als nur Gott kann diesen durchschreiten: der Kreis des Anfangs (*cylch y abred*), wo alle natürlichen Dinge vom Tode anheben, und welchen der Mensch durchschreiten musste; und der Kreis der Glückseligkeit (*cylch y gwynfyd*), wo alle Dinge vom Leben entspringen; diesen wird der Mensch im Himmel durchschreiten.

13. Beseelte Wesen haben drei Zustände des Daseins: den Zustand des Anfangs (*abred*) in der grossen Tiefe (*annwn*); den Zustand der Freiheit (*rhyddyd*) in der Menschheit (*dyndod*); und den Zustand der Liebe (*cariad*), das ist die Glückseligkeit (*gwynfyd*), in dem Himmel (*nef*).

.

15. Drei Dinge sind nothwendig im Kreise des Anfangs: der Keim aller Belebung, und daher der Anfang; der Stoff aller Dinge, und daher das Wachsthum, was in keinem anderen Zustand statt haben kann; und die Bildung aller Dinge aus der todten Masse, und daher die unterschiedene Individualität.

.

22. Drei Dinge sind zusammen geboren: der Mensch, Freiheit und Licht.

.

24. Die drei gleichen Theile des Menschen: Anfang (*abred*) und Glückseligkeit; Nothwendigkeit und Freiheit; Böses und Gutes; alle hängen gleichmässig in der Wagschale, da der Mensch die Macht hat, sich an das Eine oder das Andere zu heften."

Der unglückliche Rhetor und Historiograph hatte zweifelsohne in seiner Darlegung der bardischen Lehre die mystische Bedeutung hervorgehoben welche dem Buchstaben Taw, wie dies nach dem Inhalte des Epigramm's gar nicht bezweifelt werden kann, in der Symbolik des gallischen Druidenthum's zukam. Virgil bedient sich demgemäss für den geheimnissvollen Buchstaben der Bezeichnung: *Tau gallicum.* Wir ziehen aus den spottend von Virgil zusammengestellten Fremdwörtern den Schluss, dass Annius Cimber in Rom nicht nur mit der Lesung griechischer, pythagorisch-platonischer Schriften sich beschäftigt hatte, sondern im Umgange mit Angehörigen der damals bereits zahlreichen dortigen jüdischen Ansiedelung auch Kunde von dem Inhalte der hebräisch-kabbalistischen Lehre erlangt haben wird und auf die Beziehungen der esoterischen Traditionen seines Heimathlandes zu den geheiligten Symbolen der Weisheitslehre des jüdischen Volkes aufmerksam geworden war. So hatte er sich denn in seinem Geschichtswerke wohl auch mit der platonischen speculativen Begriffsbezeichnung des Ewig-Einen und Selbigen (τὸ αὐτό), und beziehlich mit dem יַחְדָו, Jach^{e}daw (ἐπὶ τὸ *αὐτὸ*, *in unum*, *in id ipsum*) der Weisheitslehre und heiligen Dichtkunst der Hebräer beschäftigt, dessen wir im 1. Hauptstücke (S. 94) gedacht haben. Er scheint, statt des Ausdruckes αὐτὸ, sich der enklitischen Wortform μὶν bedient und alterthümelnd von einem Μὶν-*Ipsum* geredet zu haben. Im Hebräischen steht das substantivische Präfixum מִן, Min, als Präposition für aus, von (ἐξ, ἐκ, ἀπὸ, *ex*, *e*, *ab*, *a*) auch im Sinne des Erzeugtwerdens, des Hervorgehens aus etwas, und wurde daher, wie vem Stoffe aus welchem, so vom Zeuger, vom Urgrunde und Mittel durch welches, und vom Gesetze nach welchem etwas wird, gebraucht*). Aber auch die heilige Bilittera *EI*, deren rechte Erklärung aufzufinden, dem fast um dieselbe Zeit in Rom lebenden Griechen Plutarch in seinem Büchlein περὶ τοῦ *EI* τοῦ ἐν Δελφοῖς nur halb gelang, war dem kymrischen Philosophen sowohl ihrer vollen religiösen Bedeutung nach wie hinsichtlich des mystisch-harmonikalen, unter diesen Schriftzügen sich verbergenden Zahlenspieles wohl bekannt. Denn, wie wir aus Virgil's kurzsichtigem Spotte ersehen, hatte Annius Cimber sich des Ausdruckes *Al-Ei* bedient. In der ersten Monosyllabe (welche nicht Al, sondern Êl ausgesprochen werden muss) erkennen wir das merkwürdige hebräische Wort אֵל, Gott (der Starke, der Held, die Stärke, die Kraft) wieder**). Es hatte offenbar Annius Cimber die zweite Monosyllabe demnach als den Namen Gottes, des Allmächtigen, bezeichnet. Dass er aber dabei auch auf die mystisch-symbolische Bedeutung der Fünfzahl***)

*) Gesenius: Thesaur. s. rad. מָנַן, bemerkt zur Präposition מִן (S. 802): „A significatione partitiva proficiscitur 2.) notio egrediendi ex aliqua re, ubi significatur aliquid antea fuisse in re et quasi partem ejus fecisse.“ Aus Plutarch De Isid. et Osir. c. 56 S. 374 Xyl. aber ersehen wir, dass die Aegypter ihren Lichtgott Horos und Min zu nennen pflegten, was so viel bedeutet habe wie: „das Gesehene“; weil die Welt wahrnehmbar und sichtbar sei: τὸν μὲν οὖν Ὧρον εἰώθασι καὶ Μὶν προσαγορεύειν, ὅπερ ἐστὶν ὁρώμενον (αἰσθητὸν γὰρ καὶ ὁρατὸν ὁ κόσμος).

**) „Habent vocabulum hoc“ — bemerkt Gesenius: Thesaur. h. vbo. (S. 49) — „paene omnes linguae cognatae, attamen primitus Hebraeis Phoenicibusque proprium fuisse, et ab his demum ad alios transiisse videtur.“ Er führt zum Belege dessen die entsprechenden, als Bezeichnung Gottes vorkommenden Wortformen der arabischen, syrischen, samaritanischen, sabäischen Sprache an. Die Kirchenväter betrachteten das hebräische אֵל als Wurzel auch des griechischen Wortes ἥλιος, welches sie mit dem hebräischen nomen proprium אֵלִיָּה und אֵלִיָּהוּ (dem Namen des Propheten Elias) für synonym hielten. Liest man die Bilittera *EI* im Doppelworte *Al-Ei* des Annius Cimber rückwärts, so erscheint das in Rede stehende hebräische nomen proprium, dessen Wortbedeutung „*Jehova est Deus meus*“ ist.

***) Das mystische Pentagon des Pentalpha's, dessen wir als eines geheiligten Symboles der Fünfzahl im 4. Hauptst. S. 172 Note * gedacht haben, findet sich — wie auf kleinasiatischen und italischen — so auch auf gallischen Münzen abgebildet. (Vgl. Creuzer Symbolik Bd. IV S. 574. 575 und der daselbst citirten

hingewiesen haben müsse, schliessen wir aus dem Umstande dass Virgil nicht nur seinem im hipponactischen Versmaasse verfassten Epigramme, wohl nicht ohne Absicht, die Form eines fünfzeiligen gab, sondern auch unter fünf spottenden Bezüchtigungen die sprachlichen vermeintlichen Sünden des Gehöhnten zusammenfasst. Der Vorwurf lautet dahin, dass er mit dem gallischen Taw, dem geradbrechten Min-Ipsum, dem Al-Ei ihn quälend, durch dieses All, durch diese Worte den Bruder vergiftet habe. Es hatte Annius Cimber sich ohne Zweifel über das harmonikale Diagramm der Dekas-Scala verbreitet und dasselbe mit den Pythagoreern τὸ Πᾶν, oder τὰ πάντα genannt. Des göttlichen Namens hatte er sicherlich auch unter der Bezeichnung Schöpferwort, λόγος, *verbum*, gedacht. Dieser beiden, den Römern unverständlichen und anstössigen Uebertragungen und Verbindungen lateinischer und fremdländischer Wörter geschah im Epigramme an vierter und fünfter Stelle ebenfalls Erwähnung, und es hatte der kurzsichtige Verfasser desselben demnach die Befriedigung, die Zahl der getadelten Wortbildungen des verspotteten Rhetors solchergestalt ebenfalls auf fünf gebracht zu haben*).

Wir haben eine Parallele zwischen dem Min-Ipsum des kymrischen Philosophen, dem τὸ αὐτὸ der Pythagoreer**) und des Plato, und dem mystischen Ausdrucke יַחְדָּו, *In id ipsum*,

Eckhel. D. N. V. Th. I S. 63.) Es wird hierdurch die Bekanntschaft der Druiden mit der religiösen und speculativen Bedeutung der Fünfzahl mittelbar völlig ausser Zweifel gestellt.

*) In der Ausgabe des Virgil von Heine bildet das Epigramm auf C. Annius Cimber das 2. der *Catalecta carmina*. Sehr ausführliche literarhistorische Noten über die bisherigen Erklärungsversuche finden sich Bd. 4 S. 345—347 und S. 377—382 der Wagner'schen Bearbeitung der Heine'schen Edition zusammengestellt. Heine's eigene Anmerkungen beginnen mit den Worten: „Celebre inter eruditos viros epigramma, a Quinctiliano servatum Inst. orat. VIII, 3, 28, qui expresse Virgilii esse ait; et inter Maronis catalecta [κατάλεκτα ἔπη] illud refert Ausonius in Monosyllab. (Idyll. XII Technopaegnion: Grammaticomastix v. 5—7). Lepor, qui inest ei, magnâ ex parte ad nostros sensus periit" u. s. w. Die letztere Bemerkung ist — gegenüber den bisherigen kritischen Mishandlungen des vermeintlich verderbten Textes und den vom wirklichen Sinne immer weiter abirrenden, bisher versuchten Deutungen desselben (man könnte mit den darüber verfassten Abhandlungen eine kleine Bibliothek anfüllen) eine völlig wahre. Bei den zahllosen Aenderungen denen man, stets neue Conjecturen erdenkend, den (ganz richtig erhaltenen) Text unterwarf, ging man meist von der sonderbaren Voraussetzung aus, dass die im Buche des kymrischen Rhetor's nach Virgil's Auffassung missbrauchten Fremdwörter nothwendig Bezeichnungen den Alten bekannter Giftpflanzen sein müssten. Man erschöpfte daher den ganzen Sprachschatz des Alterthums um diejenigen antiken Namen giftiger Kräuter ausfindig zu machen, welche unter entsprechenden Abänderungen des in den Handschriften des Quintilian auf uns gekommenen Textes irgendwie sich dem hipponactischen Versmaasse anbequemen und den betreffenden Zeilen des Epigramm's einfügen liessen. Dabei erwiesen sich die Lesarten der Handschriften (wie dies in philologischen Dingen allezeit der Fall ist) unter dem Einflusse der Kritik ebenso gefügig wie die Wolken der Abendröthe unter dem Einflusse des Windes. Wie ein Zweifler treffend bemerkte, übersah man aber dabei, dass bei solchem Verfahren, nachdem der Bruder des kymrischen Rhetor's längst eines natürlichen oder eines gewaltsamen Todes verblichen, das herauskommende giftige Kräuter-Decoct schliesslich nur für den armen Leser übrig bleibe!

**) In einem Fragmente des Philolaos (bei Stobäus Ecl. phys. I, 21, S. 422 Heeren) heisst es: καὶ ὁ μὲν (sc. θεὸς) ἐς ἀεὶ διαμένει κατὰ τὸ αὐτὸ καὶ ὡσαύτως ἔχων, und in dem bei Philon de mundi opificio (vgl. Böckh: Philolaos S. 151) vorkommenden bemerkenswerthen Ausspruche desselben wird gesagt: Ἐντὶ ὁ ἁγεμὼν καὶ ἄρχων ἁπάντων θεὸς εἷς ἀεὶ ἐών, μόνιμος, ἀκίνατος, αὐτὸς αὐτῷ ὅμοιος, ἅτερος τῶν ἄλλων — „der Anführer und Herrscher aller Dinge (Gott) ist allezeit Einzig, beständig, unbeweglich, sich Selbst gleich und von dem Anderen verschieden." Plato unterschied die Natur des Selbigen und jene des Anderen, und wiederum jene der untheilbar Einen, allezeit auf dieselbige Weise sich verhaltenden Wesenheit, und der auch der Theilung fähigen (τῆς ἀμερίστου καὶ ἀεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἐχούσης οὐσίας τῆς τε αὖ μεριστῆς γενομένης. So in unzähligen Stellen; vgl. auch Nikom. Arith. II c. 18). Heraklit bediente sich des charakteristischen Ausdruckes zur Bezeichnung der ethischen Ausgleichung des Gegensatzes des Guten und Bösen, und wies dabei auf das Diagramm der Lyra und des Farbenbogens als auf ein Sinnbild der durch das Gute bewirkten Sühne des Bösen hin (ὡς Ἡράκλειτος τὸ ἀγαθὸν καὶ τὸ κακὸν εἰς ταὐτὸν λέγει συνιέναι δικὴν τόξου καὶ λύρας. So bei Simplicius zu Aristot. Phys. f 11, a). Vom Pythagoreer Archytas aber berichtet Aristoteles Rhetor. III, 4 die bezeichnende Aeusserung: „Richter und Altar sei Dasselbige, denn zu beiden hinfliehend werde gesucht

der hebräischen Weisheitslehre gezogen. Der vom h. Augustinus und von der Vulgata durch *in id ipsum* wiedergegebene hebräische Ausdruck*) kömmt mehremal in den Psalmen vor. Wir finden denselben in Psalm 33, 4 mit dem h. Namen — in Psalm 4, 9 mit dem Worte שָׁלוֹם, Schalom, Friede, in Verbindung gebracht welchem, wie wir wissen, ja auch eine harmonikale Bedeutung eigen ist. In der ersten Stelle singt der Königliche Prophet und Sänger:

גַּדְּלוּ לַיהוָה אִתִּי וּנְרוֹמְמָה שְׁמוֹ יַחְדָּו׃

„Magnificate Dominum mecum; et exaltemus nomen eius in id ipsum"

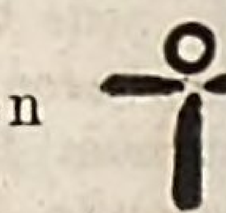
und in der anderen:

בְּשָׁלוֹם יַחְדָּו אֶשְׁכְּבָה וְאִישָׁן . . .

„In pace in id ipsum dormiam et requiescam"...

In einem, bereits im 1. Hauptstücke (S. 94) im Urtexte mitgetheilten Ausspruche des Buches J^e^zirah aber wird das geheiligte Symbol des B^e^limah, welches die Mitte der Dekas-Scala einnimmt, „Berith Jachid" (ברית יחיד), „der Bund des Einigen" genannt:

> „Zehn Zahlen ausser dem unaussprechbaren Was — die Zahl von zehn Fingern, fünf gegenüber fünfen, und der Bund des Einigen, bestellet in der Mitte, durch das Wort der Zunge (die Verheissung und das Gesetz) und durch das Wort der Blösse (die Anordnung der Beschneidung)".

Als Bundeszeichen (אוֹת בְּרִית, Ôth-B^e^rith) des zwischen Gott und Abraham und seinem Samen geschlossenen Bündnisses nennt in der h. Schrift der Herr selbst die Beschneidung (Genes. 17, 11) und den Sabbath (Exod. 31, 13), wie der Farbenbogen „der im Gewölke ist am Tage des Regens" (Ezechiel 1, 28) das Zeichen des mit Noah errichteten Bundes war (Genes. 9, 12—17). Aber auch die Besprengung des Altares mit dem Blute des Opferthieres war ein Sinnbild des Bundes zwischen dem Herrn und dem israelitischen Volke (Exod. 24, 4—8); wie die Stelle bei Ezechiel (9, 4—6**) keinen Zweifel lässt, dass auch das die „Krone des Lebens" (Buch J^e^zirah Cap. 3 Abschn. 5) tragende Kreuzzeichen  des Taw-Buchstaben's Ôth-Aleph — „bestellet in der Mitte" der zehn Zahlen — im Sinne der esoterischen Lehre Israel's ein Zeichen der Vereinigung mit dem Herrn selbst war.

In der geheimnissvollen Prophetie bei Jesaias 9, 5: „Parvulus natus est nobis, et filius

die Sühne des Frevel's" (ταὐτὸν εἶναι διαιτητὴν καὶ βωμόν· ἐπ' ἄμφω γὰρ τὸ ἀδικούμενον καταφεύγει). Der zwiefache Doppelsinn des Ausspruches ist zu beachten. Wir erinnern daran, dass das Eine Allezeit-Selbige der Mitte des Dekas-Symboles wie sühnend-strafende Gerechtigkeit (Δίκη) so auch Altar (Βωμὸς) genannt wurde. Unter ἀδικούμενον aber kann ebensowohl die verübte frevelhafte That, wie die durch den Frevel erlittene Beschädigung des Verletzten verstanden werden.

*) Die Septuaginta übersetzen jedesmal das von dem (mit אֶחָד, אֶחָד, Einer, Derselbe, verwandten) Stammworte יָחַד, vereint sein, verbunden sein, sich verbinden, herkommende Wort durch ἐπὶ τὸ αὐτό. Der h. Augustinus wirft zur Psalmenstelle 33, 4 die Frage auf: „Quid est, exaltemus nomen eius in id ipsum?" und antwortet dann: „hoc est *in unum*, nam multi codices sic habent." Wir verweisen insbesondere noch auf die Stelle des Hebräerbriefes 1, 12: „Et velut amictum mutabis eos, et mutabuntur; Tu autem idem Ipse es (σὺ δὲ ὁ αὐτὸς εἶ), et anni Tui non deficient."

**) Et gloria Domini Israel assumta est de Cherub et vocavit virum, qui indutus erat lineis et dixit Dominus ad eum: Transi per mediam civitatem in medio Jerusalem et signa Thau super frontes virorum gementium et dolentium super cunctis abominationibus, quae fiunt in medio ejus. Et illis dixit, audiente me: Transite per civitatem sequentes eum, et percutite omnem autem super quem videritis Thau, ne occidatis.

datus est nobis; et factus est principatus super humerum ejus, et vocabitur nomen ejus: Admirabilis, consiliarius, Deus fortis, pater futuri saeculi, princeps pacis“, aus welcher die Kirche am ersten h. Weihnachtstage, die Worte der Stelle theilend, den Introitus zur zweiten und den zur dritten Messe entnimmt, wird der Messias mit fünf verschiedenen Namen bezeichnet. Der vorhin besprochene Ausdruck Èl erscheint in dem dritten dieser Namen אֵל גִּבּוֹר, Èl-Gibbôr, *Deus fortis*, die Gottheit des Messias verkündend. „Fürst des Friedens“, שַׂר־שָׁלוֹם Sar-Schalôm, so lautet die fünfte der Bezeichnungen. In Ansehung des mystischen Sinnes derselben, verweisen wir auf die vorhin erwähnte Psalmenstelle 4, 9. Die zweite: „Berather“, יוֹעֵץ Joêz, und die vierte: „der Ewigkeiten Vater“, אֲבִי־עַד ᵃbi-ad, erheischen keine besondere Erklärung. Wir richten unsere Aufmerksamkeit auf den ersten der fünf Namen, auf die Bezeichnung: *Admirabilis*, Wunderbarer, פֶּלֶא, Pele. Es stammt dies Wort von der Wurzel פָּלָא, Pala, in activer Bedeutung: aussondern, gross, ausgezeichnet, ausserordentlich machen — in intransitiver: ausserordentlich sein, wunderbar sein. Die Wunder Jᵉhovah's, insbesondere das göttliche Wunder der Schöpfung, werden so genannt, Psalm 9, 2; 26, 7; 40, 6. Wird der vollausgeschriebene erste der zwei und zwanzig Buchstabennamen Aleph vermöge des Buchstabenspieles des Gilgul's, statt von rechts nach links, von links nach rechts gelesen, so erscheint statt אָלֶף das vorerwähnte Wort פֶּלֶא. Aus Ôth-Aleph, אוֹת־אָלֶף, wird mittelst dieser Lesung dann Pele-Tawa, פֶּלֶא־תָוָא, was durch „*Admirabilis (absconditus, divinus ille) Crucis*“ zu übersetzen ist*). Denn es mischt sich, nach der Aussage der Rabbinen, in dem geheimnissvollen Worte mit der Bedeutung: Wunder, göttliches Wunder, zugleich die des Verborgenen**).

Die Wurzel des Wortes Bᵉrith, בְּרִית, Bund, ist das Zeitwort בָּרָה, beziehlich בָּרַשׁ oder בָּרַת, zerschneiden, zerlegen***). Wenn auf die letzte der drei Formen dieses Stammwortes die

*) Wir erinnern daran, dass die ursprüngliche Schreibung des Buchstabennamens Taw nicht תָו, sondern תָוָא war. Vgl. oben S. 93 Note **.

**) Abraham Ben Dior (auch Ben David), der Commentator des Buches Jᵉzirah (er war der ältere der beiden gelehrten Rabbinen dieses Namens und ein Zeitgenosse des Maimonides, Wolf: Biblioth. Hebraic. s. h. n. p. 48), in seinen Erläuterungen zu den in den Handschriften und Druckausgaben unter dem Namen: Die zwei und dreissig Wege der Weisheit dem Buche Jᵉzirah als Einleitung vorangeschickten Sprüchen, bemerkt zum ersten, mit den Worten:

הנתיב ה"א: נקרא שכל מופלא (כ"ע)

„Der erste Weg: Heisst der verborgene (oder wunderbare) Verstand (die höchste Krone)“

beginnenden Spruche Folgendes: „Semita prima vocatur Intelligentia [שכל] admirabilis vel abscondita [מופלא], hoc est a voce: כי יפלא ממך דבר „Si reconditum fuerit a te verbum“ (Deuter. c. 17 v. 8), quod Chaldaeus per ארי יתכסי reddidit (quod idem sonat, nempe: „si reconditum fuerit“): ac si diceret „Intelligentia abscondita, recondita, occulta est omnibus quae extra eam sunt.“ Et in hoc est mysterium: quia notum est quod forma אלף est forma omnium literarum, et omnes semitae in eo sunt, sed per modum universalem. Propterea etiam literae dictionis 'פ"לא sunt eaedem quoque literae dictionis א"לף, inverso scilicet ordine. Atque ideo dicitur semita prima פ"לא (admirabilis vel absconditus) secundum id quod scriptura dicit: Isaia c. 9. 6: „Et vocabitur nomen ejus Admirabilis [פלא], Consiliarius, Deus fortis“ etc. Et haec semita vocatur etiam מושכל (intellectum, hoc est id quod intelligitur) de causâ causarum [ב'ע ה'ע], quia non egreditur de gradu dignitatis suae, et de affirmatione suâ. Vocatur quoque primordialis: quia ipsa est prior secundum omnes gradus omnibus existentibus, ita ut nulla creaturarum valeat assequi existentiam ejus: sicuti etiam non possunt assequi fundamentum vel basim substantiae. Causa causarum vult dicere quidditatem ejus.“

***) Gesenius Thesaurus: I S. 237: „בָּרָה i. q. vicinum בָּרָא *cecidit*, *secuit*, cf. arab. بَرَا Inde בְּרִית foedus, ab hostiis dissectis dictum“ S. 246: „בָּרַשׁ rad. inusit., quam idem valuisse suspicor quod arab. برت, nimirum *secuit*, *incidit*“ und S. 247: „בָּרַת rad. inusit., quae *secandi*, *caedendi* vim habuisse videtur“, v. בָּרַשׁ.“

kabbalistisch-esoterische Weise der Lesung von links nach rechts angewendet wird, so verwandelt die Trilitera ברת desselben sich in תרב, was unter entsprechender Vocalisirung (תַּרְבּ oder תֶּרֶב) gleich dem im Buche Numeri (32, 14) von den Abkömmlingen der Söhne Israel's gebrauchten Worte Tar^e^buth, תַּרְבּוּת, als ein Nomen derivatum des Wortes רָבָה, sich mehren, erschiene und daher durch Nachwuchs, Anwachs, zu übersetzen wäre. Aus der Umformung des typischen Doppelwortes Ôth-B^e^rith אוֹת־בְּרִית, Zeichen des Bundes, geht alsdann aber die Lesung תַּרְבּ־תָּוָא, Tharab-Tawa, *soboles crucis*, Nachkommenschaft des Kreuzes, hervor. „Dies ist der Bund, den ich nach diesen Tagen mit dem Hause Israel schliessen will, spricht der Herr.“ . . . „Ich will ihr Gott sein, und sie sollen mein Volk sein“*). „Siehe, Völker, die du nicht kennst, wirst du rufen, und Völker die dich nicht kannten, werden zu dir eilen, um des Herrn, deines Gottes willen.“**) . . . „Dann schauen die Völker deinen Gerechten, und alle Könige deinen Herrlichen, und man nennt dich mit einem neuen Namen den des Herrn Mund aussprechen wird“***).

*) Hebräerbrief 8, 10.

**) Jesaias 55, 5.

***) Ebendaselbst 62, 2.

Achtes Hauptstück.

Die Modulationslehre nach der Ordnung des altgriechischen Tonsystemes. Aus den diatonischen Tetrachordsaiten der phrygisch-äolischen und der lydisch-jonischen Doppeloctave, einschliesslich der beiden Halbtöne der Tetrachorde der verbundenen Saiten, geht eine modulatorische Vierung einander nächstverwandter Scalen hervor. Als tonische Form der ältesten Gesänge der Griechen bezeichnet ein dem Terpander zugeschriebenes hymnodisches Bruchstück die „Sangesweise im Vierton" (τετράγηρυν ἀοιδήν). Die in den Zahlenwerthen der Buchstaben des h. Namens gefundene Entwickelung der dorisch-mixolydischen Dekasformel gewährt mittelst Versetzung der betreffenden Tonreihe in ihre Dominante und Unterdominante das Chroma für die Vorzeichnungen eines sieben Parallel-Tonartenpaare umfassenden modulatorischen Heptachordes so wie die unentbehrlichsten enharmonischen Doppelformen für die neutrale Scala der Mitte. Mit Hülfe der Facultätszahl 6! als Rationenbildnerin und mittelst dreifacher Anwendung der so erweiterten Formel auf das Dreigebilde einer tonischen, dominantischen und unterdominantischen Dekasscala gestaltet sich das diatonisch-enharmonisch-chromatische System dann zu einem Hendekachorde (oder Dodekachorde) der möglichen tonalen Transpositionen. Ein den Namen des Ion tragendes Fragment stellt der „siebentönig gebildeten Vierung" die „dekadisch geordnete Reihenfolge der symphonen trioditischen Harmonien" als letzte Erweiterung und Vollendung des modulatorischen Systemes gegenüber. Die Rationen der vier letzten Zeuger des Dodekachordes entsprechen den harmonikalen Zahlenwerthen der vier chinesischen Hexagramme Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki. Die ältere Gesetzgebung einzelner griechischer Städte und Staaten sicherte die Aufrechthaltung der Schranke des modulatorischen Heptachordes durch strafrechtliche Verbote. Das Decret der spartanischen Könige und Ephoren gegen den Musiker Timotheus. An die Modulationslehre des altgriechischen Systemes reiht sich die Lehre von den fünfzehn Tropen der Octavengattungen an. Gegenüber der Verwirrung, in welche die Lehre von den Tonarten und die Namenordnung der Octavengattungen schon zur Zeit des Aristoxenus gerathen war, findet die bei den mittelalterlichen Musikschriftstellern und bei Glarean

vorkommende Vertheilung der griechischen gentilen Namen auf die einzelnen, den zwölf Modis des gregorianischen Systemes entsprechenden Octavenleitern in Andeutungen älterer griechischer Quellen ihre unverwerfliche Bestätigung. Die Benennungen der fünfzehn Tonlagen erhalten ihre Erklärung in den Beziehungen der entsprechenden einzelnen Octavengattungen zu jeder besonderen Trope des Transpositionensystemes. Die Anzahl von fünfzehn Tropen entstammt der ursprünglichen Lehre der alten Schule. Das aristoxenische, vermeintlich ältere System von nur dreizehn Tropen ist jüngeren Ursprungs.

. „Dir ertönt zehnsaitig die Lyra,
Nach dekadischer Ordnung bergend den Dreiweg des Mitklangs
Tonisch verbundener Harmonien. Es sangen Dir Hymnen
Siebentönig die Vierung bildend geordneter Klänge
Vormals alle Hellenen, Freunde noch dürftiger Muse.“
Ion (bei Euclid Introd. Harm. S. 19 Meib.).

Die Betrachtung der diatonischen Stufenordnung einerseits des aus Tetrachorden der phrygischen Form zusammengesetzten Systema maximum immutabile der griechischen Musikschriftsteller, und andererseits der als Gegentype dieses Systemes aus Tetrachorden der lydischen Form entstehenden Doppeloctave deren Entwickelung uns in der zweiten Hälfte des 5. Hauptstückes (S. 233 fgde) beschäftigt hat, liess in der Tonreihe des einen Systemes und in der gegenbildlichen des anderen die engverschwisterten Formen einer von Tonus zu Tonus geführten, durch zwei Octaven dem Gesetze der absteigenden Mollleiter gehorchenden Stufenfolge und einer der letzteren parallelen, von Dominante zu Dominante ebenfalls durch zwei Octaven fortgesetzten Durleiter erkennen. Mittelst der chromatischen Erniedrigung der Paramese (in unseren Beispielen durch Verwandlung von H in B^{v}), welche der Tetrachord der verbundenen Saiten in jenem mollverwandten phrygischen Systeme darbot, war innerhalb desselben schon für die diatonische Klanggattung die Möglichkeit der modulatorischen Ausweichung in die Molltonart der Unterdominante der Leiter gegeben. Für die enharmonisch vollkommen reine Darstellung dieser nächstverwandten Mollleiter (in unseren Beispielen also der D^{v}moll-Leiter als Unterdominant-Leiter der Molltonart des Tonus A) fehlt im phrygischen Systeme allerdings eine der erforderlichen Nebenformen enharmonisch veränderlicher Stufen (die Saite G^{v} nemlich, m. vgl. die Zusammenstellung der Saiten der phrygischen Doppeloctave auf S. 228). Dagegen kann mittelst der im phrygischen Systeme gegebenen Saiten die Durleiter der grossen Unterterze des Tonus (in unseren Beispielen die Fdur-Leiter) in voller enharmonischer Reinheit dargestellt werden. So liefert das phrygische (Amoll-) System die Unterdominant-(Fdur-)Scala der parallelen tonischen (C-dur) Tonart ihres Gegenbildes, des lydischen Systemes. Und weil die gegenbildliche Durtonleiter des lydischen Systemes in ihrem Tetrachorde der verbundenen Saiten an entsprechender Stelle die chromatische Erhöhung ihrer Paramese (Fis$^{\wedge}$ statt F in unseren Beispielen) in sich barg, besass solchergestalt die parallele Durtonart den Leitton für die Modulation in die Durtonart ihrer Oberdominante. Freilich fehlt wiederum dieser Leiter (in unseren Beispielen der Gdur-Leiter als Dominant-Leiter der tonischen Cdur-Tonart) eine der enharmonischen für ihre vollkommen reingestimmte Darstellung erforderlichen Nebenformen (die Saite A$^{\wedge}$ nemlich; wie eine Vergleichung der auf S. 234 gegebenen Zusammenstellung der Stufen des lydischen Systemes zeigt). Aus den vorhandenen Saiten kann dagegen diesmal die parallele Mollleiter der Dominant-Durleiter beziehlich die Mollleiter der grossen Oberterze (Mediante) des Tonus (in unseren Beispielen die Emoll-Leiter) vollkommen rein gebildet werden. Es findet

sich somit innerhalb des lydischen (Cdur-) Systemes die richtig geartete Oberdominant-(Emoll-) Scala ihres Gegenbildes, d. i. der parallelen (Amoll-) Tonart des phrygischen Tetrachordgebildes vor. Vermöge dieses Wechselspieles geht aus der Verbindung der beiden einander ergänzenden Systeme somit eine Vierung enharmonisch vollkommen reiner, modulatorisch aber einander nächstverwandter Scalen hervor. Für die kunstlosen Melodien der epischen Gesänge und für die einfachen Formen einer vorzugsweise dem religiösen Culte dienenden Tonkunst mochte lange Zeit hindurch ein so eng bemessener Kreis der möglichen oder statthaften modulatorischen Ausschreitungen dem Bedürfnisse genügen. Liebt ja doch noch heute, wie die häufige Anwendung der entsprechenden Formen in den für den kirchlichen Gebrauch geschriebenen Compositionen selbst neuerer Tonsetzer zeigt, sogar die verweltlichte moderne Kirchenmusik unserer Tage für die Durtonart den häufigeren Anschlag des Unterdominantaccordes (man denke an die s. g. Kirchenschlüsse), für die Molltonart aber die häufigeren Modulationen in die Molltonart der Oberdominante. Ueberdies fanden sich die vorhin vermisste enharmonische Nebensaite des lydischen Systemes im phrygischen, und hingegen die zur Ergänzung des phrygischen erforderliche betreffende Nebensaite im lydischen Systeme vor. Die Verbindung beider Doppeloctaven zu Einem Systeme gestattete somit auch die Modulationen in die Oberdominante der Durtonart des einen Paralleltones und in die Unterdominante der Molltonart des anderen mittelst der Saiten der zweimal fünf diatonischen Tetrachorde in absoluter enharmonischer Reinheit auszuführen.

Eine mehr bewegte, in lyrischen oder dramatischen Dichtungen die Sprache der Leidenschaft in den Umkreis ihrer Aufgabe mit hineinziehende Sangesweise und Tonkunst bedurfte minder enggezogener Gränzen der modulatorischen Bewegung. Jener Heptachord der sieben Vorzeichnungen, dessen wir bereits mehrfach gedachten und dessen drei erhöhte und drei vertiefte Stufen, wie in der platonischen Timäus-Formel (m. vgl. oben S. 159), so auch in den chromatischen Tetrachorden des phrygischen und beziehlich lydischen Systemes gefunden werden, bot die hierfür erforderlichen technischen Mittel dar. Wie jene Vierung der in den Saiten der zweimal fünf diatonischen Tetrachorde des verbundenen phrygisch-lydischen Doppelsystemes gegebenen Scalen demjenigen beschränkenden Gesetze gehorcht, welches auch im gregorianischen Systeme den mittelst der einfachen musica ficta ♯ und ♭ möglichen Transpositionen und Modulationen für die Melodik ihre Gränze setzt, so entsprach der erweiterte Umfang der Chromatik der s. g. siebentönigen Lyra einem modulatorischen Systeme, welches ganz innerhalb der Schranken sich bewegte, über welche auch die classischen Kirchencomponisten des 16. Jahrhunderts in ihren polyphonen und contrapunktischen Bearbeitungen des gregorianischen Chorales kaum je hinausgegangen sind.

Wir haben im Vorstehenden den Bezeichnungen „Heptachord“ und „siebentönige Lyra“ einen Sinn beigelegt, der von der üblichen Auffassung dieser, in den Erzählungen der classischen Schriftsteller von der Beschaffenheit der Tonwerkzeuge und des Tonsystemes des frühesten Alterthumes häufig vorkommenden Ausdrücke allerdings wesentlich abweicht. Zu unserer Rechtfertigung glauben wir uns zunächst getrost auf die aus der Natur der Sache sich von selbst ergebenden Gründe berufen zu dürfen. Dass die Worte λύρα und φόρμιγξ, κίθαρις und αὐλός, jedenfalls das erstere Wort, neben ihrer gemeinen Bedeutung als Namen bestimmter Tonwerkzeuge, technisch auch noch in einem anderen, specifisch-harmonikalen Sinne gebraucht worden sind, als Bezeichnungen nemlich für den Inbegriff und Schematismus des Ganzen oder gewisser Theile des nach bestimmten musikalischen Gesetzen geordneten Tonsystemes, geht unseres Bedünkens deutlich schon aus den heraklitischen Aussprüchen hervor, in denen von

der παλιντροπία und παλινδρομία der als παλίντονος bezeichneten ἁρμονία κόσμου, καὶ λύρας, καὶ τόξου die Rede ist; was doch vernünftiger Weise nur von dem Wechselspiele der Maasse der siderisch-kosmischen Bewegungen und der einander kreuzenden Farben-, Ton- und Zahlenreihen, nicht aber von der Stimmung, oder gar von der blossen Biegung des Halses eines vier-, sieben-, acht- oder elfsaitigen Klangwerkzeuges, und nicht von der Biegsamkeit der Gerte eines wirklichen, zum Schiessen bestimmten Bogens verstanden werden kann; in kosmischer Beziehung daher das ganze zahlenspeculative Proportionensystem der reciproken Werthe dynamischer, entgegengesetzter aber harmonisch zusammenwirkender Kräfte bedeutet, und in musikalischer Hinsicht das ganze nach Zahlen geordnete Tonsystem mit seinen mannigfachen Abstufungen umfasst.

Was wir bereits im vorigen Hauptstücke über das hohe Alter der dorischen Scala und über die Verwandtschaft des griechischen und des semitischen Tonsystemes angeführt haben, wird in Verbindung mit der in eine überaus frühe Zeit fallenden Einführung der dem Alphabete der zwei und zwanzig semitischen Consonantbuchstaben entnommenen Notenschrift in Griechenland, mit deren Untersuchung wir uns im nächsten Hauptstücke beschäftigen werden, hoffentlich auch hinreichend sein, in kunstgeschichtlicher Beziehung den Glauben an die historische Wahrhaftigkeit der kindisch-lächerlichen Mährchen zu erschüttern, mit welchen die auf uns gekommenen griechischen Schriftsteller ihre Berichte über die Erfindung und allmählige Vervollkommnung der Musik auszuschmücken pflegten. Beginnt doch der um die mathematischen und philosophischen Wissenschaften gleichmässig verdiente Nikomachus das zweite Buch seines Handbuches der Harmonik ganz ernsthaft mit der Geschichte, wie die von Mercur aus einer Schildkrötenschale verfertigte, mit nur sieben Saiten — nach Anderen mit nur vier Saiten — bespannte Lyra aus den Händen eines Halbgottes und Göttersohnes in die des anderen wandert, von Orpheus an Thamyris und Linus und Amphion, von Linus an Herkules kömmt, ohne dass es gelingt, dieselbe bis auf den Umfang einer Octave zu bringen; wie Amphion im Hinblicke auf die sieben Saiten der Lyra das heilige Theben siebenthorig erbaut; wie nach der Tödtung des Orpheus durch die thracischen Bacchantinnen die mit sieben Saiten bespannte Lyra desselben von den Meereswogen nach Antissa, der lesbischen Stadt, hingetragen und von Fischern aufgefangen wird, welche das kostbare Tonwerkzeug dem Terpander überbringen, von dem dann erst die ägyptischen Priester in die Geheimnisse eines, bis zum Umfange einer vollen Septime gediehenen Tonsystemes eingeweiht werden. Das plumpe Missverständniss des eigentlichen Inhaltes der symbolisirenden, die Erfindung eines um vier Toniken sich gruppirenden Tonsystemes dem Mercurius trismegistus, die Erweiterung desselben zu einem heptachordisch sieben Toniken umspannenden Modulationssysteme aber auf Orpheus, den personificirten Vertreter der uralten Geheimlehre zurückführenden dichterischen Sage liegt in dieser Erzählung überall auf flacher Hand*).

Die von uns den Bezeichnungen „viertönige Sangesweise“ und „siebentönige Lyra“ gegebene

*) Volkmann sagt in seinen Noten zu Cap. 6 des plutarchischen Büchleins De musica bezüglich der allen Ernstes vorgebrachten Angabe, dass bis auf Terpander nur Saiteninstrumente oder nur ein Tonsystem von dem Umfange eines Tetrachordes bekannt und in Uebung gewesen sei, mit Recht: „Quod recentiores plerumque pro certo confirmant citharam sive lyram heptachordam a Terpandro inventam esse, hoc incertissimum est. Primum enim per se ineptum est statuere Graecos ceteroquin musicae studiosissimos per aliquot saecula contentos fuisse inani tinnitu instrumenti vel trichordi vel tetrachordi, cui ne ii quidem soni elici possunt, qui intra diapason spatium continentur.“

Deutung ist von entscheidendem Gewichte für die Feststellung des Sinnes zweier sehr alter hymnodischer Bruchstücke harmonikalen Inhaltes, welche Euclid Introd. Harm. (S. 19 Meib.) und Bryennius Harmon. L. I sect. 8 (S. 389 Wallis) aufbewahrt haben. Das Eine derselben wird von beiden Schriftstellern als von Terpander herrührend bezeichnet und gehört somit wahrscheinlich dem siebenten Jahrhunderte v. Chr. an*). Das andere, jüngere Bruchstück trägt den Namen des Dichters Ion, dessen Blüthezeit einer Angabe des Suidas zufolge etwa in die Mitte des fünften Jahrhunderts zu setzen wäre. Bryennius leitet die Citate mit folgender beachtenswerthen Erklärung des Kunstausdruckes Ton (τόνος) ein, von welcher wohl angenommen werden darf, dass er sie einer älteren Quelle entnahm. Es entspricht dieselbe vollkommen der Bedeutung, welche die moderne Harmonielehre mit dem Begriffe Tonica verbindet. „Ton aber ist“ — so lauten die Worte der Definition — „ein gewisser Ort der Stimme, zur Annahme der Systembildung geeignet, ohne Breite“ (Τόνος τοί νυν ἐστὶ, τόπος τις τῆς φωνῆς, δεκτικὸς συστήματος, ἀπλατής). Dann wird von Bryennius wörtlich wie bei Euclid, der vierfachen Bedeutung des Wortes τόνος gedacht, im Sinne nemlich von Klang (φθόγγος), Intervall (διάστημα), Tonlage (τόπος φωνῆς) und Spannung (τάσις). Hieran reihen sich bei beiden Schriftstellern gleichlautend die Worte: Ἐπὶ μὲν οὖν τοῦ φθόγγου χρῶνται τῷ ὀνόματι οἱ λέγοντες ἑπτάτονον τὴν φόρμιγγα, καθάπερ Τέρπανδρος καὶ Ἴων. ὁ μὲν γάρ φησιν,

*) Die Terpander'sche Stelle findet sich auch, mit unerheblichen Varianten der Texteswortе, bei Strabo XIII p. 618. — Terpander, der lesbische Sänger — er wird auch der Antissäer genannt — blühte in der ersten Hälfte und um die Mitte des siebenten Jahrhunderts. Bei Plutarch De mus. wird ihm vorzugsweise die Ausbildung des kytharödischen Zweiges der Tonkunst zugeschrieben. In Cap. 3 daselbst wird gesagt, es hätten die einzelnen kytharödischen Nomoi erst durch Terpander ihre besonderen Benennungen erhalten. In Cap. 28 heisst es, er habe die dorische Leiter vervollständigt indem er derselben die Nete (nach exoterischer Redeweise den höchsten Ton — also wohl den Ober-Proslambanomenos, die Ober-Primstufe des Systemes) hinzugefügt habe, dem Dorischen auch zuerst das Mixolydische an die Seite gestellt. Wir verstehen dies dahin, dass er in Griechenland zuerst die Entstehung der dorisch-mixolydischen Scala aus dem Doppelspiele der entgegengesetzten Stufenordnungen zum Gegenstande der Unterweisung gemacht. Für den asiatischen Ursprung der muthmasslich durch Terpander in Griechenland verbreiteten Verbesserungen und Vervollständigungen des Tonsystemes wird ein indirectes Zeugniss auch in der Angabe Plutarch's zu finden sein (Cap. 6), dass das Schema der Kytharis (τὸ σχῆμα τῆς κιθάρας) — wir werden weiter unten sehen, dass hierunter keineswegs die äussere Gestalt des gleichnamigen Tonwerkzeuges, sondern die Eine der beiden Stufenordnungen des Tonsystemes verstanden werden muss — zuerst durch Kepion, deu Schüler des Terpander, entworfen worden sei und den Namen „asiatisches“ erhalten habe weil die lesbischen Kytharöden, die unfern der Küste Asiens wohnenden, sich desselben bedient hätten (ἐποιήθη δὲ καὶ τὸ σχῆμα τῆς κιθάρας πρῶτον κατὰ Κηπίωνα τὸν Τερπάνδρου μαθητήν. ἐκλήθη δ' Ἀσιὰς διὰ τὸ κεχρῆσθαι τοὺς Λεσβίους αὐτῇ κιθαρῳδοὺς πρὸς τῇ Ἀσίᾳ κατοικοῦντας). Endlich beziehen wir uns auf die bereits im 7. Hauptstück (S. 304) angeführte Angabe bei Clemens Alex. Stromat. 784 Potter. Von Terpander berichtet Plutarch noch im Cap. 4, es habe derselbe durch seine kunstvollen kytharödischen Leistungen viermal den Sieg in den pythischen Spielen davon getragen. Um die Bedeutsamkeit und Macht der Tonkunst auch für das staatliche Leben der Völker darzuthun erinnert Plutarch in Cap. 42 daran, dass Terpander durch seine Lieder einen in Sparta ausgebrochenen Aufstand beschwichtigt habe. Man hat einer wenig verständlichen Andeutung der parischen Marmorchronik (epoch. 35: ἀφ' οὗ Τερπάνδρος ὁ Δερδένεος ὁ Λέσβιος τοὺς νόμους τοὺς παλαιῶν καινοῦσθαι αὐλητὰς ἐθέλησε), womit man noch eine plutarchische, ebenfalls der verschiedensten Auslegung fähige Stelle (De mus. c. 3) und eine unbestimmte Aeusserung bei Clemens Alex. (Strom. L. I S. 365 Pott.) verband, die Deutung gegeben, als sei in diesen Zeugnissen dem Terpander auch die Erfindung der Notenschrift beigelegt. Das völlig Unrichtige einer dahin gehenden Annahme wird sich aus dem ergeben, was im nächsten Hauptstücke in Betreff des Alters und Ursprungs der griechischen Notenschrift gesagt werden soll.

Ueber Ion's Leistungen als Musiker besitzen wir keine Nachrichten. Suidas bezeichnet denselben als tragischen und lyrischen Dichter und als Philosophen, und lässt ihn in der ersten Eigenschaft seine Laufbahn um die 82. Olympiade — also um die Mitte des fünften Jahrhunderts v. Chr. — beginnen.

Ἡμεῖς τοι τετράγηρυν ἀποστέρξαντες ἀοιδὴν,
Ἑπτατόνῳ φόρμιγγι νέους κελαδήσομεν ὕμνους.

Ὁ δὲ ἐν δεκαχόρδῳ λύρᾳ,

. τὴν δεκαβάμονα τάχιν ἔχουσα
Τὰς συμφωνούσας ἁρμονίας τριόδους.
Πρὶν μὲν σ' ἑπτάτονον ψάλλον διὰ τέσσαρα πάντες
Ἕλληνες, σπανίαν μοῦσαν ἀειράμενοι.

Wir übersetzen die Worte Terpanders folgendermassen:

„Fortan verschmähend die Sangesweise gebildet im Vierton,
Singen wir neue Lieder nach siebentöniger Phorminx."

Die Umschreibung der Texteswote τετράγηρυν ἀοιδὴν durch: im Vierton gebildete d. h. innerhalb der Umgränzung der beiden natürlichen Paralleltonarten und der musica ficta ♯ und ♭ der phrygisch-lydischen Doppel-Scala modulatorisch sich bewegende Sangesweise — wird kaum einer weiteren Rechtfertigung bedürfen. Wir verweisen gegenüber der herkömmlichen Auffassung, als bezeuge Terpander in jenen Worten, dass die Meister welche vor ihm waren und er selbst bis dahin sich eines nur aus den vier Stufen eines einzigen diatonischen Tetrachordes gebildeten Tonsystemes bedient und in ihren Gesängen nie den Umfang einer melodischen Quarte überschritten hätten, auf das vorhin in der Note citirte, vielleicht nicht ganz höflich abgefasste Weisthum Volkmann's: „per se ineptum est!" Folgerichtig wird alsdann unter der ἑπτάτονος φόρμιγξ nicht eine mit nur sieben Saiten bespannte Zither, sondern ein Saiteninstrument zu verstehen sein, welches neben den sieben diatonischen noch die Saiten für diejenigen Zwischenstufen besass mittelst deren auch die drei chromatischen Erhöhungen Fis^, Cis^ und Gis^ und die drei chromatischen Erniedrigungen B, Es und As des Heptachordes der sieben Vorzeichnungen dargestellt werden konnten. Jene Mythe, welche den Orpheus als Schüler des Hermes im Spiele der siebensaitigen Lyra bezeichnet, und eine homerische Hymne an Hermes den Erfinder der mit „sieben symphonischen Saiten bespannten Lyra*), sind als dichterisch-allegorische Hindeutungen aufzufassen — nicht auf die Erfindung des äussern Baues irgend eines mechanischen Klangwerkzeuges — sondern des harmonikalen Schematismus eines den modulatorischen Heptachord der Symphonien der sieben verwandten Toniken umfassenden Tonsystemes. Es legen dieselben somit Zeugniss ab für das höchste Alter der letztbezeichneten Erfindung.

Aus den diatonischen, chromatischen und enharmonischen Saiten der beiden einander antiphonen Tetrachordsysteme der phrygisch-äolischen und der lydisch-jonischen Doppeloctave, mit deren Entwickelung wir uns im 5. Hauptstücke beschäftigt haben, kann nach Art der dorisch-mixolydischen Doppel-Scala ein einziges System gebildet werden welches zwei Octaven und — zum Unterschiede von dem diazeuktischen grösseren Ganztone des dorisch-mixolydischen Systemes — einen kleineren Ganzton umfasst, dessen Mitte dann eine, die Spannweite einer rein gestimmten grossen Decime ausfüllende zehnstufige Leiter einnimmt, als deren Unter- und bezieh-

*) Hymn. in Mercurium v. 47—51:

πῆξε δ' ἄρ ἐν μέτροισι ταμὼν δόνακας καλάμοιο,
πειρήνας διὰ νῶτα λιθορρίνοιο χελώνης·
ἀμφὶ δὲ δέρμα τάνυσσε βοὸς πραπίδεσσιν ἑῇσι,
καὶ πήχεας ἐνέθηκ' ἐπὶ δὲ ζυγὸν ἤραρεν ἀμφοῖν,
ἑπτὰ δὲ συμφώνους οἴων ἐτανύσσατο χορδάς.

lich Oberprimton der Tonus C des lydisch-jonischen Systemes und der Dominantton C des phrygisch-äolischen sich zeigen. Die acht übrigen Stufen dieser Leiter werden unter sich eine Octavenscala bilden welche eines festen Unter- und Oberprimtones entbehrt. Statt der festen Stufe D (oder der ternären enharmonischen Form D$^{\vee}$DD$^{\wedge}$) der dorisch-mixolydischen Leiter wird nemlich in dieser Octave die enharmonisch bewegliche (binäre) Doppelstufe D$^{\vee}$D die Stelle des Unter- und Oberprimtones einnehmen. Die Zusammenstellung der diatonischen enharmonischen und chromatischen Stufenformen der beiden antiphonen Tetrachordsysteme liefert, wie eine Vergleichung der Schemen derselben auf S. 228 und S. 234 zeigt, innerhalb der Spannweite dieser Decime dann folgende Scala:

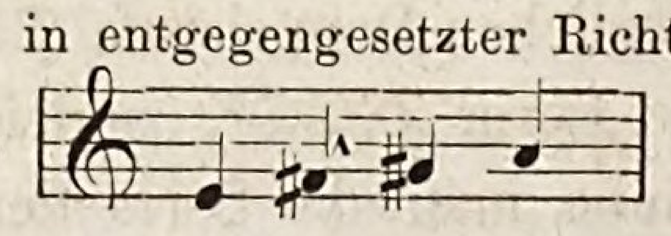
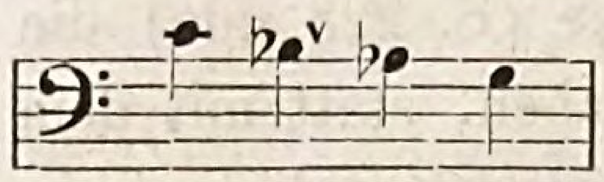
C Cis Cis$^{\wedge}$ D$^{\vee}$ D Es$^{\vee}$ Es E E$^{\wedge}$ F$^{\vee}$ F Fis Fis$^{\wedge}$ G$^{\vee}$ G As$^{\vee}$ As ⤨ Gis Gis$^{\wedge}$ A A$^{\wedge}$ B$^{\vee}$ B H H$^{\wedge}$ C$^{\vee}$ C Cis Cis$^{\wedge}$ D$^{\vee}$ D Es$^{\vee}$ Es E

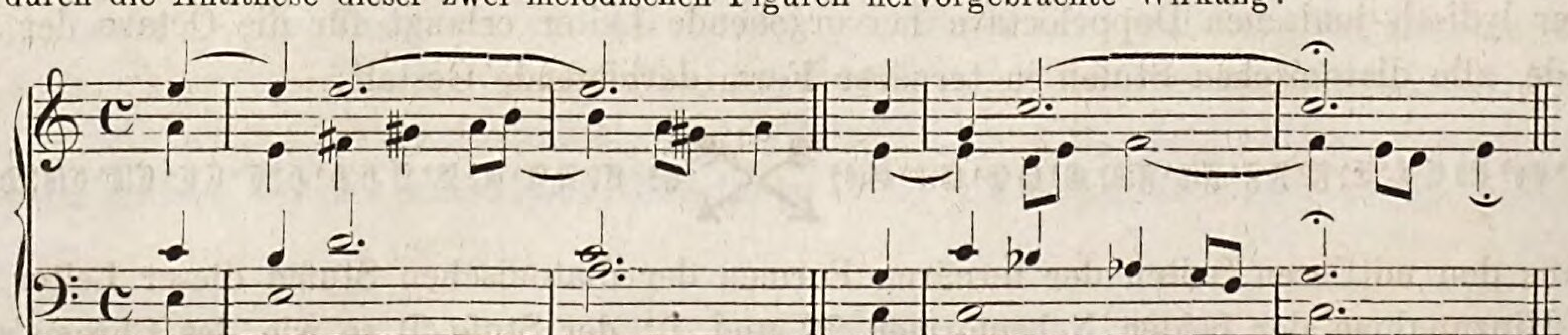
Wie man sieht besitzt dieselbe durchweg, nicht nur für die sieben diatonischen Hauptstufen, sondern auch für ihre drei ♯ erhöhte und beziehlich drei ♭ vertiefte chromatische Zwischenstufen, zwiefache enharmonische Formen. Aber grade um dieser Häufung der Saiten willen hat dies Doppelsystem in der Vollständigkeit seiner Nebenstufen wohl niemals die Grundlage der instrumentalen ausübenden Tonkunst der Griechen oder irgend eines anderen Volkes gebildet. Von einer Uebertragung desselben auf die Einrichtung des Baues und der Stimmung wirklicher Tonwerkzeuge konnte nur in Ansehung der Saiten der diatonischen Tetrachorde beider Doppeloctaven, einschliesslich der zwei Tetrachorde der verbundenen Saiten welche in unseren Beispielen das Chroma B$^{\vee}$ und Fis$^{\wedge}$ lieferten und einiger weniger, sogleich namhaft zu machender chromatischer Zwischenstufen, die Rede sein. Eine solche hat nun, wie kaum bezweifelt werden kann wenn man das objective Resultat der uns beschäftigenden harmonikalen Berechnung zum Vergleichungspunkte nimmt, mit einer sogleich zu erwähnenden Modifikation der enharmonischen Spannung, muthmasslich demjenigen modulatorischen Systeme der älteren Zeit zum Grunde gelegen, dessen wir vorhin als der im Terpander'schen Bruchstücke unter der Benennung der Sangesweise im Vierton (τετράγηρυς ἀοιδή) erwähnten Kunstform gedachten. Um statt der beweglichen Doppelstufe D$^{\vee}$D die feste einfache Stufe D, beziehlich deren ternäre gleichgewichtliche Form D$^{\vee}$DD$^{\wedge}$, zugleich auch als Primton einer neutralen Mittel-Octavleiter zu gewinnen, beginne man die Serie der Duraccorde aus welcher wir im 5. Hauptstücke (S. 228 ffde) die Stufen des phrygisch-äolischen Systema maximum immutabile abgeleitet haben, statt mit dem Zeugertone B$^{\vee}$, mit der enharmonisch schärferen Form dieses Tones B. Das ganze diatonisch-enharmonisch-chromatische Tetrachordsystem der phrygisch-äolischen Doppeloctave wird hierdurch um ein Comma höher hinauf gerückt, und die aus der Zusammenstellung der letzteren mit der lydisch-jonischen Doppeloctave hervorgehende Leiter erlangt für die Octave der Mitte folgende, alle diatonischen Stufen in ternärer Form darbietende Gestalt:

D$^{\vee}$ D D$^{\wedge}$ Es$^{\vee}$ Es E E$^{\wedge}$ E$^{\wedge}_{\wedge}$ F$^{\vee}$ F F$^{\wedge}$ Fis$^{\wedge}$ Fis$^{\wedge}_{\wedge}$ G$^{\vee}$ G G$^{\wedge}$ Gis$^{\wedge}$ Gis$^{\wedge}_{\wedge}$ ⤨ As$^{\vee}$ As A A$^{\wedge}$ A$^{\wedge}_{\wedge}$ B$^{\vee}$ B H H$^{\wedge}$ H$^{\wedge}_{\wedge}$ C$^{\vee}$ C C$^{\wedge}$ Cis$^{\wedge}$ Cis$^{\wedge}_{\wedge}$ D$^{\vee}$ D D$^{\vee}$

Aus den mittleren Saiten der ternären Formen der diatonischen Stufen dieser Leiter kann unter Hinzunahme der beiden Nebenformen D$^{\vee}$ und D$^{\wedge}$ der Stufe D so wie des Chroma's Fis$^{\wedge}$ und B ein Doppelsystem von fünf phrygisch-äolischen und fünf lydisch-jonischen diatonisch abgestuften Tetrachorden gebildet werden, welches nicht nur den modulatorischen Anforderungen für die Sangesweise im Vierton entspricht, sondern mit Hülfe je einer enharmonischen Nebenform für jede der sechs übrigen diatonischen Stufen und zweier weiterer chromatischer Saiten (As$^{\wedge}$ und Gis) in enharmonisch reinen Intervallen, selbst für Tonwerkzeuge mit absolut festen

Klängen wie im nächsten Hauptstücke gezeigt werden soll ohne allzu grosse Vermehrung der mechanischen Schwierigkeiten, auch die wesentlichsten derjenigen Modulationen gestattet, deren das Spiel nach der Tonweise der dorisch-mixolydischen neutralen Scala der Mitte bedurfte. Mit der, dem Terpander zugeschriebenen Einführung (oder richtiger gesagt allgemeineren Verbreitung) der asiatischen Formen für das zehnstufige Tonsystem erweiterte sich durch die selbstständige Entwickelung der eigentlichen Dekasscala dann auch bei den Griechen der Cyclus der Modulationen zu einem Heptachorde der Harmonien. Aber auch diese, sieben Transpositionen der alten modulatorischen Vierung der aufsteigenden Dur- und absteigenden Mollscalen*) gestattende Weise des Sanges und Saitenspiels mochte später Ion eine ärmliche nennen, im Vergleiche mit der Fülle modulatorischer Formen, welche die mit dem Namen des Drei-

*) Das System der Sangesweise im modulatorischen Vierton würde wenn dasselbe lediglich auf die diatonischen Tetrachordsaiten der phrygisch-äolischen und der lydisch-jonischen Doppeloctave beschränkt geblieben wäre in allzu grosser Einfachheit derjenigen Zwischenstufen entbehrt haben, welche erforderlich sind um die in vielen Fällen nöthige chromatische Erhöhung der sechsten und siebenten Stufe der aufsteigenden Mollleiter darzustellen. Ohne Zweifel hat man daher sehr frühe schon beim Baue auch der allereinfachsten Tonwerkzeuge darauf Bedacht genommen, neben den in den diatonischen Tetrachorden der verbundenen Saiten gegebenen Halbstufen Fis$^\wedge$ und B$^\vee$ (oder B) auch die chromatischen Zwischentöne Gis (oder Gis$^\wedge$) und As als Hülfsstufen dem Doppelsysteme einzuverleiben. Mittelst der bezeichneten beiden ♯ erhöhten Saiten konnte dann auch eine regelrecht gebaute aufsteigende Amoll-Leiter gebildet werden; während die ♭ erniedrigten Stufen B$^\vee$ (oder B) und As es gestatten, in den geeigneten Fällen der absteigenden Cdur-Leiter eine dem Baue der aufsteigenden Mollleiter antiphone Gestalt zu geben. Wie nemlich diese letztere vielfach die zufällige Erhöhung ihrer erwähnten beiden Stufen (der Obersexte und Oberseptime ihres Tonus — Obersecunde und Oberterze des Dominanttones —) fordert, so liebt es die Durtonart in der absteigenden Bewegung die siebente und sechste Stufe ihrer Leiter (die Untersecunde und Unterterze der Octave ihres Tonus — Untersexte und Unterseptime ihres Dominanttones —) chromatisch zu erniedrigen. Die erniedrigte sechste Stufe ist der Durtonleiter insbesondere unentbehrlich zur Darstellung des kleinen Nonenaccordes ihrer Dominante und des verminderten Septimenaccordes ihres Subsemitoniums. Ihrer bedarf die Durtonart ferner um mittelst gleichzeitiger chromatischer Erhöhung der vierten Stufe den übermässigen Sextaccord des Unteroctavtones ihrer sechsten Stufe darzustellen. Für Cdur hat das Chroma As dieselbe Bedeutung, welche in entgegengesetzter Richtung das Chroma Gis für Amoll in Anspruch nimmt. Die melodischen Figuren  und  der Paralleltöne Amoll und Cdur verhalten sich wie Ruf und Gegenruf zu einander. Ihre Zahlenrationen erscheinen im Diagramme der betreffenden conjugirten Doppelreihen als reciproke Werthe. Unter den für die beiden gedachten Paralleltonarten möglichen Formen der Antiphonie nehmen dieser Ruf und Gegenruf eine vorzugsweise zu beachtende Stelle ein. Man vergleiche beispielsweise die in folgendem kurzen Satze durch die Antithese dieser zwei melodischen Figuren hervorgebrachte Wirkung:



Das phrygisch-lydische Doppelsystem vermochte nicht auch dasjenige Chroma zu bieten, welches der regelrechte Bau einer Emoll-Scala in aufsteigender Bewegung, oder die Bildung einer, dieser Mollleiter reciproken absteigenden Fdur-Leiter erheischt haben würde. Der aufsteigenden Emoll-Leiter fehlte die Stufe Dis; für die absteigende Fdur- (oder F$^\wedge$dur-) Leiter war kein Des vorhanden. Erst im Systeme des modulatorischen Hendekachordes wurden diese und die entsprechenden für Hmoll und B$^\vee$dur (oder Bdur), Fis$^\wedge$moll und Esdur u. s. w. erforderlichen chromatischen Halbstufen gefunden.

wegs bezeichnete Erweiterung der Chromatik und Enharmonik des dekadischen Systemes der tonisch verbundenen Harmonien darbot.

In den Diagrammen des vorigen Hauptstückes (S. 279 bis 285) haben wir die Bildung der dorisch-mixolydischen Scala durch Conjugirung der einfachen περισσός-Reihe der Oberharmonikalen der Unterprimstufe $1\,\underline{\underline{\underline{C}}}$ mit der einfachen ἄρτιος-Reihe der Unterharmonikalen eines zeugenden Obertones $^{2592}/_{1}\,\overline{\overline{\overline{e}}}{}^{\wedge}$ bis zu demjenigen Punkte der Entwickelung fortgeführt, der mittelst Zusammenstellung der Rationen beider Reihen für die Decime der Mitte eine Scala ergab, in welcher zwar wohl 𝔅 nebst 𝔉𝔦𝔰^, so wie als Chroma der Mitte — statt 𝔊𝔦𝔰' und 𝔄𝔰 — die gleichnamigen aber enharmonisch abweichenden Halbstufen 𝔊𝔦𝔰' und 𝔄𝔰^ und überdies noch 𝔇𝔦𝔰 und 𝔇𝔢𝔰, nicht aber auch die für die Bildung des modulatorischen Heptachordes neben den vier erstgenannten noch erforderlichen Halbstufen ℭ𝔦𝔰^ und 𝔈𝔰 gefunden wurden. Diese noch fehlenden und die übrigen dem modulatorischen Heptachorde unentbehrlichen chromatischen Zwischen- und enharmonischen Nebenstufen liefert für das dorisch-mixolydische System die im vorigen Hauptstücke erwähnte, dreifach angewendete Formel der durch Multiplikation der Zahlen des Logos der Zwei mit den Zahlenwerthen der Buchstaben des h. Namens gewonnenen Ergänzung und Erweiterung der dekadischen conjugirten Doppelreihe. Es liegt uns hier die genauere Ausführung der betreffenden harmonikalen Rechnung ob, deren Methode wir am a. O. (S. 320 fgde) nur in ihren Grundzügen angegeben haben. Wird in der dort bezeichneten Weise die Unterprimstufe d der Octave der Mitte α, die Oberprimstufe $\bar{d}$ derselben aber ω genannt, bei Entwickelung der Doppelreihe als einheitliches Gemäss der aufsteigenden Reihe die Schwingungsmenge eines Zeugertones der Tiefe $\frac{1}{5\times 6}\alpha$ ($\underline{\underline{\underline{Es}}}$) genommen und zum Gemäss der absteigenden die Schwingungsmenge eines Zeugertones der Höhe $\frac{5\times 6}{1}\omega$ ($\overline{\overline{\overline{cis}}}{}^{\wedge}$) gesetzt, wobei die gedachten beiden Werthe sich zu einander verhalten werden wie 1 : 1800, so entsteht aus dem Spiele der Glieder dieses Reihenpaares zunächst dem Kreuzungspunkte der Mitte folgende Doppelgruppe der Rationen:

20 24 25 27 30 $^{1800}/_{30}$ $^{1800}/_{27}$ $^{1800}/_{25}$ $^{1800}/_{24}$. . . $^{1800}/_{20}$

⋙⟶ G B H $c^{\wedge}$. . . d $\bar{d}$ $\bar{e}$ $\bar{f}^{\wedge}$ $\overline{fis}^{\wedge}$. . . $\bar{a}^{\wedge}$ ⟵⋘

⟵⋘ G A $A^{\wedge}$ B H . . $cis^{\wedge}$ d $\bar{d}$ $\overline{es}$. . . $\bar{f}^{\wedge}$ $\overline{fis}^{\wedge}$ $\bar{g}$ $\bar{g}^{\wedge}$ $\bar{a}^{\wedge}$ ⋙⟶

$^{1800}/_{90}$ $^{1800}/_{81}$ $^{1800}/_{80}$ $^{1800}/_{75}$ $^{1800}/_{72}$ $^{1800}/_{64}$ $^{1800}/_{60}$ 60 64 72 75 80 81 90

30 32 36 40 $\sqrt{1800}$ $^{1800}/_{40}$ $^{1800}/_{36}$ $^{1800}/_{32}$ $^{1800}/_{30}$

d es . . . $f^{\wedge}$ g ⋙✕⋘ $a^{\wedge}$. . . h . . $\overline{cis}^{\wedge}$ $\bar{d}$

d . . . e $f^{\wedge}$ $fis^{\wedge}$ g ⟵✕⟶ $a^{\wedge}$ b h $\bar{c}^{\wedge}$ $\bar{d}$

$^{1800}/_{60}$ $^{1800}/_{54}$ $^{1800}/_{50}$ $^{1800}/_{48}$ $^{1800}/_{45}$. . . 45 48 50 54 60

aus deren Einreihung in eine und dieselbe Leiter die nachstehende Stufenfolge hervorgeht:

$G\ A A^{\wedge}\ B\ H\ c^{\wedge}\ cis^{\wedge}\ d\ es\ e\ f^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g$ ⋙✕⋘ $a^{\wedge}\ b\ h\ \bar{c}^{\wedge}\ \overline{cis}^{\wedge}\ \bar{d}\ \overline{es}\ \bar{e}\ \bar{f}^{\wedge}\ \overline{fis}^{\wedge}\ \bar{g}\bar{g}^{\wedge}\ \bar{a}^{\wedge}$

Wird mittelst derselben relativen Primzahlen, aber unter Versetzung der beiden Zeugertöne

45*

in die Unterquinte, ein ganz ähnliches Gebilde aus den Einheiten 1 $\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}$ und $^{1800}/_1 \overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}^{\wedge}$ angefertigt, so erhält man die Stufenfolge:

$C\ D^{v}D\ Es\ E\ F^{\wedge}\ Fis^{\wedge}\ G\ As\ A\ B\ H\ c \quad d\ es\ e\ f^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g\ as\ a\ b\ h\ \overline{cc}^{\wedge}\ \overline{d}$

Und wenn endlich, an dritter Stelle, die beiden polaren Einheiten statt in eine tiefere Tonlage des Systemes vielmehr um eine Quinte aufwärts gerückt und daher die Stufen 1 $\underline{\underline{\underline{B}}}$ und $^{1800}/_1 \overline{\overline{\overline{gis}}}^{\wedge}$ zu Zeugertönen genommen werden, so liefert dann das Gebilde die Tonreihe:

$d\ ee^{\wedge}\ f^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g^{\wedge}\ gis^{\wedge}\ a^{\wedge}\ b\ h\ \overline{c}^{\wedge}\ \overline{cis}^{\wedge}\ \overline{d} \quad \overline{e}^{\wedge}\ \overline{f}^{\wedge}\ \overline{fis}^{\wedge}\ \overline{g}^{\wedge}\ \overline{gis}^{\wedge}\ \overline{a}^{\wedge}\ \overline{b}\ \overline{h}\ \overline{\overline{c}}^{\wedge}\ \overline{\overline{cis}}^{\wedge}\ \overline{\overline{dd}}^{\wedge}\ \overline{\overline{e}}^{\wedge}$

Die zweite dieser drei Scalen erscheint als eine Versetzung der ersten in ihre Unterdominante; die dritte stellt eine Versetzung der ersten in ihre Oberdominante dar. Die Verbindung der Stufen dieses dreigestaltigen Gebildes zu einem einzigen Auf- und Abwege der melodischen und modulatorischen Tonfolge lässt aber nachstehendes, den Dreiweg der Tonica, Unterdominante und Oberdominante in sich bergendes System*) hervortreten (wir sind um des beengten Raumes willen genöthigt, dasselbe in drei Absätzen hinzuschreiben):

$\ldots\ \overline{ee}\ \overline{f}^{\wedge}\ \overline{fis}^{\wedge}\ \overline{gg}^{\wedge}\ \overline{gis}^{\wedge}\ \overline{a}^{\wedge}\ \overline{b}\ \overline{h}\ \overline{\overline{c}}^{\wedge}\ \overline{\overline{cis}}^{\wedge}\ \overline{\overline{dd}}^{\wedge}\ \overline{\overline{e}}^{\wedge}$

$\ldots\ cc^{\wedge}\ cis^{\wedge}\ d\ es\ ee^{\wedge}\ f^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ gg^{\wedge}\ gis^{\wedge} \quad as\ aa^{\wedge}\ b\ h\ \overline{cc}^{\wedge}\ \overline{cis}^{\wedge}\ \overline{d}\ \overline{es}\ \overline{ee}^{\wedge}\ \ldots$

$C\ D^{v}D\ Es\ E\ F^{\wedge}\ Fis^{\wedge}\ G\ As\ AA^{\wedge}\ B\ H\ cc^{\wedge}\ \ldots$

Hier werden (jedesmal nur in Einer Form der enharmonischen Spannung) die drei chromatisch erhöhten und die drei chromatisch erniedrigten Zwischenstufen gefunden, welche für die Bildung der sieben aufsteigenden Durscalen und absteigenden Mollscalen des modulatorischen Heptachordes erforderlich sind. Den Stufen dieser Leiter liegt die nachstehende Quintenfolge zum Grunde:

𝔄𝔰 . . . 𝔈𝔰 . . . 𝔅 . . . 𝔉^ . . . ℭℭ^ . . . 𝔊𝔊^ . . . 𝔇 . . . 𝔄𝔄^ . . . 𝔈𝔈^ . . . ℌ . . . 𝔉𝔦𝔰^ . . . ℭ𝔦𝔰^ . . . 𝔊𝔦𝔰^

Die Doppelformen ℭℭ^, 𝔊𝔊^, 𝔄𝔄^ und 𝔈𝔈^ gestatten melodisch diejenigen enharmonischen Rückungen, mittelst deren Anwendung die Serie der Glieder dieses Schema's vollaus in reingestimmten Quintenschritten durchlaufen werden kann. Werden aus den Doppelformen dieser

*) Eine, abgesehen von den fehlenden Doppelformen der Stufen 𝔊𝔊^ und 𝔄𝔄^, für die Decime der Mitte aus denselben Saiten zusammengesetzte Scala entsteht ohne trioditische Versetzungen aus den Einheiten 1 $\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}$ und $^{4050}/_1 \overline{\overline{\overline{gis}}}^{\wedge}$. Die aus diesen Tönen hervorgehende Doppelreihe liefert nemlich für die Decime der Mitte die Stufen:

$\ldots\ cc^{\wedge}\ cis^{\wedge}\ d\ es\ ee^{\wedge}\ f^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g\ gis^{\wedge} \quad as\ a^{\wedge}\ b\ h\ \overline{cc}^{\wedge}\ \overline{cis}^{\wedge}\ \overline{d}\ \overline{es}\ \overline{ee}^{\wedge}\ \ldots$

Stufen die parallelen tonischen Accorde ℭℭ^-𝔈𝔈^-𝔊𝔊^ und 𝔄𝔄^-ℭℭ^-𝔈𝔈^ in zwiefacher Abstufung der enharmonischen Spannung gebildet, so wird jedesmal beim Eintritte einer dieser Harmonien der entsprechende enharmonische Wechsel auch modulatorisch möglich sein dessen es bedarf um einerseits die nur in der schärferen Form der Spannung vorhandene Unterdominant-Harmonie 𝔉^-𝔄^-ℭ^ der ℭℭ^dur-Tonart und andererseits die nur in der schwächeren Spannung sich darbietende Oberdominant-Harmonie 𝔈-𝔊-ℌ der 𝔄𝔄^moll-Tonart mit den sonst gegebenen Dreiklängen der Accordfamilien beider Tonarten in enharmonisch reinen Harmonie-Fortschreitungen zu verbinden. Für die Unterdominant-Durtonart 𝔉^ des parallelen Durtons ℭℭ^ kann in enharmonisch richtiger Abstufung die diatonische Scala 𝔉^ 𝔊^ 𝔄^ 𝔅 ℭ^ 𝔇 𝔈^ 𝔉^ — für die Oberdominant-Molltonart 𝔈 des parallelen Molltons 𝔄𝔄^ ebenso die Scala ℌ 𝔄 𝔊 𝔉is^ 𝔈 𝔇 ℭ ℌ gebildet werden. Die dorisch-mixolydische neutrale 𝔇-Tonart der gleichgewichtlichen Mitte findet ihre beiden Hauptharmonien 𝔇moll und 𝔊dur in enharmonisch reingestimmten Saiten ausgeprägt. Für die dorische Octavengattung ist ausserdem auf der Mediante 𝔉^ der nächstverwandte Duraccord 𝔉^-𝔄^-ℭ^ in enharmonisch richtiger Spannung gegeben. Die mixolydische Leiter kann sich antiphonisch, als Gegenbild dieses Duraccordes der dorischen Octave, des auf ihrer Stufe 𝔈 vorhandenen, aus deren Quinte ℌ in enharmonisch reinen Intervallen gezeugten Mollaccordes ℌ-𝔊-𝔈 bedienen. Die drei ♯ erhöhten chromatischen Zwischenstufen 𝔉is^, ℭis^ und 𝔊is^ liefern die Subsemitonien deren die authentische und die plagalische dorische Octavengattung für die Schlussfälle auf der vierten, ersten und fünften Stufe der authentischen Leiter bedürfen. Die drei ♭ erniedrigten Zwischenstufen, welche in den beiden mixolydischen Octavengattungen nöthig sind wenn in denselben die modulatorischen Antiphonien jener Cadenzen der dorischen Leiter dargestellt werden sollen, sind in den Saiten 𝔅, 𝔈s und 𝔄s ebenfalls gegeben. Sollen nun auch noch die Nebenformen 𝔉 und beziehlich ℌ^ der Stufen 𝔉^ und ℌ gewonnen werden, welche erforderlich sind um für die mit dem Dominant-Accorde 𝔄^-ℭ^-𝔈^ abschliessenden Cadenzen der dorischen Leiter die Harmonie 𝔈^-𝔊is^-ℌ^ und für die auf dem Accorde ℭ-𝔈-𝔊 der mixolydischen Leiter auszuführenden Halbcadenzen die Harmonie 𝔉-𝔄-ℭ zu finden — sollen ferner dem Tonus 𝔇 der dorischen Octavenleiter seine enharmonischen Nebenformen $d^{\vee}$ und $\bar{d}^{\vee}$ und beziehlich $d^{\wedge}$ und $\bar{d}^{\wedge}$ beigesellt werden*), mit Hülfe deren und der ebengenannten Nebenformen der Stufentöne 𝔉^ und ℌ dann die Dreiklänge 𝔊^-ℌ^-𝔇^ und 𝔇ᵛ-𝔉-𝔄 dargestellt werden können, die vonnöthen sind um in reinen Cadenz- und beziehlich Halbcadenz-Schritten nach ℭ^-𝔈^-𝔊^ und 𝔄-ℭ-𝔈 zu gelangen, — soll endlich die chromatische Fortbildung des Systemes über die Gränze des modulatorischen Heptachordes hinaus bis zu derjenigen Phase ihrer Entwickelung fortgeführt werden, welche die Bildung eines Cyclus der Transpositionen ermöglicht, den wir im Nachstehenden unter dem Namen des modulatorischen **Hendekachordes** kennen lernen werden, so bedarf es hierzu einer neuen und letzten Erweiterung der für die relativen Primzahlen der drei Reihenpaare des dreigestaltigen Gebildes der einander kreuzenden ἄρτιος- und περισσὸς-Rationen aus den Zahlenwerthen der Buchstaben des h. Namens entwickelten Formel.

Dies vollständige dekadische System diatonisch, enharmonisch und chromatisch abgestufter

*) In der untersten Octave des Schema's ist bereits die Saite $D^{\vee}$ — in der obersten Octave die Saite $\bar{d}^{\wedge}$ gegeben. Es bedarf nur noch der Reproduction dieser beiden Formen auch innerhalb des Umfanges der mittleren Decime.

Klänge wird gefunden, wenn die polaren Zahleneinheiten der trioditischen Formel um weitere acht Octaven und zwei Quinten auseinander gerückt, in der tonischen Doppelreihe des Dreiwegs für die Schwingungsmenge des imaginären Zeugertones der Tiefe statt $\frac{1}{5 \times 6}\alpha$ $(\underline{\underline{\underline{Es}}})$ demnach $\frac{1}{24 \times 5 \times 6}\alpha$ $(\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}})$ — für jene des imaginären Zeugertones der Höhe anstatt $\frac{6 \times 5}{1}\omega$ $(\overline{\overline{cis^{\wedge}}})$ aber $\frac{24 \times 5 \times 6}{1}\omega$ $(\overline{\overline{\overline{\overline{gis^{\wedge}}}}})$ gesetzt wird. Es ist in $\frac{24 \times 5 \times 6}{1}\omega$ aber der Coëfficiant $\frac{24 \times 5 \times 6}{1}$ gleich 4! multiplicirt mit 5 und 6, also gleich 6! d. i. gleich der sechsten Facultätszahl $^{720}/_{1}$. In $\frac{1}{24 \times 5 \times 6}\alpha$ erscheint der Coëfficient $\frac{1}{24 \times 5 \times 6}$ andererseits als der reciproke Werth der letzteren $^{1}/_{720}$. Die Maasse der Schwingungsmengen der Zeugertöne $\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}$ und $\overline{\overline{\overline{\overline{gis^{\wedge}}}}}$ der von den äussersten Enden des Gebildes aufwärts und beziehlich abwärts einander entgegen zu führenden ἀρτιοπέρισσος- und περισσάρτιος-Reihen zeigen sich demnach, in Submultipeln und beziehlich Multipeln der das zwiefache Gemäss der Formel bildenden Schwingungsmengen α und ω der beiden Primstufen *d* und $\overline{d}$ der Octave der Mitte ausgedrückt, als gleich den harmonikalen Zahlenwerthen der „Himmels-“ und beziehlich „Erdenzahl“ der chinesischen Hexagramme Kien und Kouen, wenn diese so bestimmt werden, wie im ersten Hauptstücke auf S. 87 geschehen ist. Weil aber im Logos der Zwei $\alpha : \omega$ ω das Duplum von α ist, verhalten sich die Schwingungsmengen der gedachten beiden imaginären Zeugertöne zu einander wie 1036800 : 1. Die isochronen Wellenstösse des der Tiefe entstammenden imaginären Zeugertones gehören fürwahr denjenigen Regionen undulirender periodischer Bewegung an, wo der flüchtige Hauch des lebendigen Tones nicht mehr als solcher dem menschlichen Ohre vernehmbar ist, sein Gemäss aber als periodisch wirkende mechanische Kraft in den Wellenschlägen der tropfbaren Flüssigkeiten dem Auge sichtbar entgegentritt. Die Oscillationsgeschwindigkeit des entgegengesetzten polaren Endtones der langen Kette reicht ebenfalls weit über die Gränze wirklicher Klangphänomene hinaus und strebt, den äussersten imaginären Höhen der für die harmonikale Rechnung noch in Betracht kommenden Rationen angehörig, dem Gebiete einer anderen Kategorie geordneter dynamisch-mechanischer Kraftäusserungen zu, wo in den calorischen Phänomenen und in den chemischen Wirkungen der strahlenden Wärme diejenige Reihe der Vorgänge beginnt, welche in ihrem äussersten Ende als Licht und Farbe zur feurigen Erscheinung sich potenzirt*). So zeigt sich in gewisser Weise das Zahlendiagramm des Kosmos im Spiele der entgegengesetzten Werthe unmittelbar als der geordnete symbolische Ausdruck eines wirklichen kosmischen Gesetzes.

Schreitet man im Wege des allerwärts von uns befolgten Verfahrens vom Tone $\underline{\underline{\underline{As}}}$, welchen wir zur Vereinfachung der Formel, $^{1}/_{720}\alpha$ als 1 setzend, jetzt 1 $\underline{\underline{\underline{As}}}$ nennen wollen, durch fortgesetzte Multiplikation dieser Einheit und der aus ihr hervorgehenden Oberharmonikalrationen mit den Zahlen des Senariums zunächst zu den Stufentönen des Asdur-Accordes selbst — also

*) „Und Hauch, Wasser und Feuer, und Höhe droben und drunten, Aufgang und Niedergang, Mitternacht und Mittag.“ Buch J^ezirah Cap. 1, Abschn. 12.

von 1 *As* nach 2 *As* 3 *Es* 4 *As* 5 *C* 6 *Es* empor, wird von 2 *As* aus dieser tonische Accord der Reihe in seine Oberoctave versetzt, hierauf von 3 *Es* aus der Esdur-Accord 3 *Es* 6 *Es* 9 *B* 12 *Es* 15 *G* 18 *B* gebildet, der tonische Accord abermals um eine Octave höher, von 4 *As* aus, in seinen sechs symphonen Stufen reproducirt, dann von 5 *C* aus der Cdur-Accord 5 *C* 10 *C* 15 *G* 20 *C* 25 *E* 30 *G* der Reihe eingefügt; wird mit der Entwickelung der Oberharmonikalen aus den Oberharmonikalen 6 *Es* 8 *As* 9 *B* 10 *C* 12 *Es* 15 *G* u. s. w. auf ähnliche Weise verfahren und die Reihe aufwärts, neben den Reproductionen dieser Stufen in ihren Oberoctaven, um die Stufentöne der weiter folgenden Accorde Bdur und Gdur, F˄dur und Ddur, C˄dur und A˄dur, G˄dur und E˄dur u. s. w. vermehrt, so steigt alsdann die Folge dieser Rationen von den Regionen der ἁρμονία ἀφανής der Tiefe zur Region der wirklichen Klangstufen empor. Und wenn mittelst fortgesetzter Wiederholung der Theilungen der Schwingungsmenge der entgegengesetzten polaren Einheit 1036800/1 *gis*˄ durch die Zahlen des Senariums demnächst in abwärts gekehrter Folge zuerst der Mollaccord des gedachten zeugenden Obertones 1036800/1 *gis*˄ 1036800/2 *gis*˄ 1036800/3 *cis*˄ 1036800/4 *gis*˄ 1036800/5 *e*˄ 1036800/6 *cis*˄, dann von 1036800/2 *gis*˄ aus die Reproduction dieses tonischen Accordes in seiner Unteroctave, hierauf von 1036800/3 *cis*˄ aus der Mollaccord 1036800/3 *cis*˄ 1036800/6 *cis*˄ 1036800/9 *fis*˄ 1036800/12 *cis*˄ 1036800/15 *a*˄ 1036800/18 *fis*˄ u. s. w. entwickelt, und so successive die Accorde Fis˄moll und A˄moll, Hmoll und Dmoll, Emoll und Gmoll, Amoll und Cmoll, D˅moll und Fmoll u. s. w. der absteigenden Reihe einverleibt werden, so setzt sich innerhalb der Decime der mittleren Rationengruppe ein Gebilde aus den Stufentönen dieser im Pfeilenkreuze einander begegnenden Reihen zusammen, welches in reicher Entwickelung der enharmonischen Nebenformen und der chromatischen Zwischenstufen nachstehende Scala darstellt. Wir lassen dieselbe, des beengten Raumes wegen, hier in drei Absätze zerlegt folgen:

. . *cc*˄ *cis*˄ *des* *d*˅*dd*˄ *dis* *es* *ee*˄ *c̄ c̄*˄ *cis̄*˄ *des̄* *d̄*˅*d̄ d̄*˄ *dis̄* *es̄* *ē ē*˄ . .

. . *ee*˄ *fes*˄ *ff*˄ *fis*˄ *ges* *gg*˄ *gis* *gis*˄  *as* *as*˄ *aa*˄ *ais*˄ *b* *hh*˄ *his* *c̄ c̄*˄ . .

Diese Stufenfolge ist es welche, wie im nächsten Hauptstücke gezeigt werden soll, dem altsemitisch-hebräischen Notensysteme zum Grunde lag, das aus den zwei und zwanzig Consonantbuchstaben des demotischen Consonant-Alphabetes gebildet in Griechenland unter der Benennung „die Gesangnoten“ Geltung erhalten hat. Das esoterische, aus zehn Buchstaben des hieratischen Alphabetes gebildete zweite Notensystem der Hebräer, dessen Trümmer in den s. g. Instrumentalnoten der Griechen auf uns gekommen sind, schloss sich dann der triaditischen Vervielfältigung und den elf Transpositionen dieser Scala an, welche den Cyclus

des sogleich näher zu beschreibenden vervollständigten modulatorischen Hendekachordes bildeten.

Um die vorhin beschriebene erweiterte Form der relativen Primzahlen des tonischen Reihenpaares des Dreiwegs nun ebenfalls auf die unterdominantische und oberdominantische Doppelreihe anzuwenden werden für das unterdominantische Reihenpaar als polare Einheiten statt der Zeugertöne 1 *As* und $^{1800}/_{1}$ *fis*^, deren wir uns für die unterdominantische Doppelreihe der trioditischen Formel des modulatorischen Heptachordes bedient haben, hier Behufs Darstellung der betreffenden Stufen des Hendekachordes die Zeugertöne 1 *Des*ᵛ und $^{1036800}/_{1}$ *cis*^ zu setzen sein. Es liefert diese Versetzung der vorhin gefundenen Scala in ihre Unterdominante dann folgende Stufenreihe:

. . *FF*^ *Fis*^ *Ges G*ᵛ*GG*^ *Gis As AA*^ *ff*^ *fis*^ *ges g*ᵛ*gg*^ *gis as aa*^ . .

. . *AA*^ ♭*B B*ᵛ*B H ces cc*^ *cis cis*^ ⤨ *des*ᵛ *des d*ᵛ*d dis es ee*^ *eis ff*^ . .

Für die oberdominantische Doppelreihe des Hendekachordes sind statt der Einheiten 1 *B* und $^{1800}/_{1}$ *gis*^, deren wir uns im Dreiweg des Heptachordes bedienten, die Einheiten 1 *Es* und $^{1036800}/_{1}$ *gis*^ zu nehmen, aus welchen die nachstehende Versetzung der obigen tonischen Scala in ihre Oberdominante hervorgeht:

. . *gg*^ *gis*^ *as*^ *aa*^*a*^ *ais*^ *b hh*^ *g̅ g̅*^ *g̅i̅s̅*^ *a̅s̅*^ *a̅ a̅*^*a̅*^ *a̅i̅s̅*^ *b̅ h̅ h̅*^

. . *hh*^ *c̅e̅s̅*^ *c̅ c̅*^ *c̅i̅s̅*^ *d̅e̅s̅ d̅ d̅*^ *d̅i̅s̅ d̅i̅s̅*^ ⤨ *e̅s̅ e̅s̅*^ *e̅ e̅*^ *e̅i̅s̅*^ *f̅*^ *f̅i̅s̅*^ *f̅i̅s̅*^ *f̅i̅s̅i̅s̅*^ *g̅ g̅*^ . .

Die Aneinanderreihung der sämmtlichen Stufen dieser drei Gebilde würde ein Tonsystem ergeben, dessen tiefste Stufe *FF*^ und höchste Stufe *h̅ h̅*^ zu demselben in eine Beziehung treten die derjenigen verglichen werden kann, welche für die dorisch-mixolydische Dekas-Scala der Mitte die Proslambanomenen derselben *cc*^ und *e̅ e̅*^ — für das zwei Octaven und einen Ganzton umspannende dorisch-mixolydische System aber dessen Proslambanomenen *GG*^ und *a̅ a̅*^ einnehmen. Im Systeme der griechischen und semitischen Vocalnoten wurden die beiden Proslambanomenen, wie wir am geeigneten Orte sehen werden, durch besondere hieroglyphische, nicht zu den Charakteren des Alphabetes gehörige Schriftzüge bezeichnet. Die Vertheilung der Buchstaben des Alphabetes begann erst mit der die chromatische Erniedrigung des Proslambanomenos der Höhe darstellenden Halbstufe und endigte auf der die chromatische Erhöhung des Proslambanomenos der Tiefe bildenden. Für die alphabetische Ordnung der Tonzeichen erscheinen somit in der trioditischen Aneinanderreihung der Stufen der obigen drei Scalen die Halbstufen *Fis*^ und *b̅* als die eigentliche Endstufe und beziehlich Anfangsstufe des Notensystemes. Die Schwingungsmenge des Tones *Fis*^ verhält sich aber zu derjenigen des Tones

$\bar{d}$, also zur Einheit ω, wie $^{15}/_{48}$, und jene des Tones $\bar{b}$ zur Schwingungsmenge des Tones *d*, also zur Einheit α, wie $^{48}/_{15}$. Die Bezifferung der gedachten beiden, eine bevorzugte Stellung einnehmenden Halbstufen entspricht somit den Werthen der durch die chinesischen Hexagramme Wei-ki und Ki-ki ausgedrückten Zahlengrössen, wenn deren arithmetische Bestimmung in der auf S. 87 des 1. Hauptstückes angegebenen Weise stattfindet. Es haben demnach, da die Zahlen $^{720}/_{1}$ und $^{1}/_{720}$ sich vorhin als relative Primzahlen für die Bestimmung des Verhältnisses der beiden Zeugertöne *gis* und *As* zu den Einheiten α (*d*) und ω ($\bar{d}$) des tonischen Doppelreihenpaares dargeboten haben, in den Diagrammen des Dreiweges der hendekachordischen Formel alle vier auf S. 87 als Werthe der vier Symbole Kien, Kouen, Wei-ki und Ki-ki gefundenen Zahlen $^{1}/_{720}$, $^{15}/_{48}$, $^{48}/_{15}$ und $^{720}/_{1}$ ihre hervorragende Verwendung gefunden. Da für andere, im Bisherigen entwickelte Formeln — insbesondere für die platonische Timäusformel — ein Gleiches auch in Ansehung der Zahlen $^{1}/_{729}$, $^{8}/_{27}$, $^{27}/_{8}$ und $^{729}/_{1}$ der Fall war, welche aus den vier genannten Hexagrammen hervorgehen, wenn deren Werthe, abweichend von dem vorhin erwähnten Verfahren, nach der anderen, im 3. Hauptstücke auf S. 161 angegebenen Methode bestimmt werden, so zeigt sich für die arithmetische Anwendung dieser Zahlensymbole auf harmonikale Dinge eine Doppeldeutigkeit derselben, in welcher die auf S. 83 u. 84 Note ** aufgestellte Vermuthung eine Bestätigung findet, dass die aus gebrochenen und ungebrochenen Linien zusammengesetzten trigrammatischen und hexagrammatischen Figuren der altchinesischen Weisheitslehre als gleichsam algebraische Zeichen für die verschiedenen möglichen Combinationen einer Anzahl den beiden Kategorien der nichttheiligen oder der theiligen Zahlengrösse angehöriger Factoren aufzufassen seien. Nicht minder liegt in den Beziehungen, die zwischen den erwähnten, der Zahlenlehre eines Volkes des fernsten Ostens angehörigen Symbolen und den zahlenharmonikalen Formeln sich zeigen, auf deren eigenthümlichen Zusammensetzung, wie wir uns im folgenden Hauptstücke überzeugen werden, das altsemitisch-griechische Notensystem gegründet ist, ein unverwerfliches Zeugniss wie für den einheitlichen Ursprung so für die urzeitliche Abstammung der Theoreme sowohl exact-technischen als speculativen Inhaltes, welche den Inbegriff des hier in Rede stehenden, den verschiedensten und ältesten Völkern des Alterthums gemeinsamen Wissenszweiges bildeten.

Mit der, wie angegeben, durch Multiplikation der Producte der Fünf- und Sechszahl im Divisor und beziehlich Dividenden der Zahlenausdrücke für die polaren Zeugertöne $\frac{1}{5 \times 6}\alpha$ und $\frac{5 \times 6}{1}\omega$ der Dekasformel durch den Coëfficienten 24*) gefundenen erweiterten Formel erreichen

*) Im obigen wurde darauf hingewiesen, dass 24 gleich ist der vierten Facultätszahl (4!) und daher 24 mal 5×6 (= 720) gleich der sechsten Facultät (6!). Es stellt 24 aber auch das Product 3 mal 8 dar, und dieser Auffassung entsprechend erscheinen unter den Bildnern der Grundzahlen der harmonikalen Dekasformel als letzte Vollender des triodítischen, aus drei einander gleichen Zahlenformeln hervorgehenden Kosmos- oder Pan-Diagramms dann die Dreizahl und die Achtzahl. In den Theolog. arithm. (περὶ τριάδος, Ast S. 15) wird von der Dreizahl gesagt, sie sei „das Urbild der Vollendung des Werkes der Allheit und gleichsam die wahrhafte Zahl, durch welche in gewisser Weise eine Gleichheit und eine Aufhebung des Unterschiedes des Mehr und Weniger Allem zu Theil werde, weil sie dem formlosen Stoffe die Begränzung verleihe und bildend durch alle Kräfte (Potenzen) der Beschaffenheit denselben gestalte“ (Εἶδος τῆς τῶν ὅλων τελεσιουργίας καὶ ὡς ἀληθῶς ἀριθμὸς ἡ τριάς, ἰσότητά τινα καὶ στέρησιν τοῦ πλείονος καὶ ἐλάττονος τοῖς ὅλοις παρέσχεν, ὁρίσασα

die Zahlenrationen der Harmonik des Alterthums ihren Abschluss. Die mittelst dieser Formel für das tonische Reihenpaar des Dreiwegs gefundene Leiter, deren Gliederung, wie schon bemerkt wurde, dem demotischen Notensysteme der s. g. Gesangnoten zum Grunde lag, enthält wie die vorhin auf S. 359 zusammengestellte Folge ihrer Stufentöne zeigt, die beiden Primtöne $d^{\vee} d\, d^{\wedge}$ und $\bar{d}^{\vee} \bar{d}\, \bar{d}^{\wedge}$ der Octave der Mitte in je drei, jede der übrigen Stufen in je zwei enharmonisch verschiedenen Formen der commatischen Spannung. Auch das Chroma der Mitte *gis gis*^ — *as as*^ zeigt sich in enharmonischer Doppelform. Die übrigen chromatischen Saiten sind nur in einfacher Form vorhanden. Es fehlt unter den ♯ erhöhten die Halbstufe Eis, unter den ♭ erniedrigten die Halbstufe Ces. Alle anderen Halbstufen des einfachen Chroma's sind vorhanden. Dagegen finden sich in dieser Formel noch nicht die Anfänge des Doppelchroma's ♯♯ und ♭♭. Wir werden im 9. Hauptstücke sehen, dass es grade dieser eigenthümlichen Auswahl und Einrichtung der chromatischen Abstufung bedarf, um in Gemässheit der Aussprüche des Buches J^ezirah und beziehungsweise im Hinblicke auf die in den Notenverzeichnissen des Alypius sich darbietenden Anhaltspunkte eine Vertheilung der zwei und zwanzig semitischen Buchstabenzeichen auf die innerhalb des Spielraumes einer Octave vorkommenden Saiten der diatonisch-enharmonischen Ganzstufen und chromatischen Halbstufen vorzunehmen. Jede andere Weise der Rechnung liefert entweder eine zu grosse Menge oder zu geringe Anzahl von Formen der enharmonischen Nebenstufen und chromatischen Zwischenstufen. Die im 4. Cap. Abschn .4 d. B. J^ezirah vorkommende eigenthümliche Erwähnung der sechs ersten Facultätszahlen, deren wir schon mehrfach*) gedacht haben, findet in diesem Ergebnisse der aus den Grundzahlen $^1/_6!\alpha$ und $^{6!}/_1\,\omega$ hervorgehenden Rechnung ihre eben so befriedigende, als vollaus erschöpfende harmonikale Deutung.

Der Hinzutritt der Zwischenstufen Dis und Des, Ais^ und Ges, gestattet schon innerhalb der Umgränzung des Chroma's des tonischen mittleren Reihenpaares des Dreiwegs nunmehr neben den Scalen des Heptachordes auch noch die Bildung der Durleitern Cdur, Hdur, As^dur und Desdur (wobei in Ansehung der beiden letztgenannten jedoch von der enharmonisch reinen Bildung der zweiten Stufen dieser Scalen abgesehen werden muss, weil statt B^ nur B — statt

τὴν ὕλην καὶ μορφώσασα ποιοτήτων πᾶσι δυνάμεσιν). Von der Achtzahl aber heisst es a. a. O. (περὶ ὀκτάδος, Ast S. 54), es hätten die Männer der Schule derselben den Beinamen, „die panharmonische" gegeben „um der überwuchernden Fülle willen der in ihr sich zeigenden Mannigfaltigkeit der harmonischen Zusammensetzung", oder deshalb weil „gleichmal als eine gleichmal gleiche vor Allen sie in harmonischer Zusammenfügung gemehrt worden sei, entsprechend ihrem gerechtesten (vollkommen gleichgewichtlichen) Ursprunge" (Ἔνθεν παναρμόνιος ἐπεκαλεῖτο ὑπὸ τῶν ἀνδρῶν ἡ ὀγδοὰς διὰ τὴν ὑπερφυῆ καθάρμοσιν ταύτην [als exoterische Erklärung gehen diesem Satze nemlich spielende Vergleichungen der Zerlegung der Achtzahl in ihre drei einander gleichen Factoren (2 × 2 × 2) und in ihre verschiedenen Summanden (1 + 7, 2 + 6, 3 + 5, 4 + 4) vorher], ἢ ὅτι, ἰσάκις ἴση ἰσάκις, πρὸ πάντων αὐτὴ καθαρμοσθεῖσα ηὐξήθη δικαιοτάτην γένεσιν). Liegt diesen räthselhaften Aussprüchen etwa, als versteckter esoterischer Sinn, eine verhüllte Anspielung auf die Function der Dreizahl und der Achtzahl als Coëfficienten der Grundzahlen für die Bestimmung der Rationen der beiden einheitlichen Zeugertöne der zu ihrer letzten Erweiterung gelangten dekadischen Formel des harmonikalen Kosmos-Diagrammes (Pan-Diagrammes) zum Grunde? Wenn die Achtzahl in ihre Factoren 2 × 4 zerlegt und für 24 demgemäss, statt 3 mal 8, 2 mal 3 mal 4 geschrieben wird, so erscheinen als semitische Zahlzeichen für die Factoren des so wiedergegebenen Zahlausdruckes die drei Buchstaben Beth, Gimel, Daleth. Diese aber bilden das bereits auf S. 27 der Einleitung erwähnte mystische hebräische Wort בֶּגֶד, Beged, *velamen*, Hülle, Decke, Vorhang. Das Diagramm des Heptachordes verbirgt in den Grundzahlen seiner Rationen-Entwickelung, wie wir sahen, die Buchstaben des h. Namens. Das zum Hendekachord sich gestaltende Diagramm erscheint gleichsam als eine letzte Verhüllung des geheiligten, unaussprechlichen Symboles.

*) M. vgl. Hauptst. 1 S. 91 und Hauptst. 6 S. 254, 255, Note *.

Es$^{\wedge}$ nur Es — vorhanden ist). Es gestaltet sich in chromatischer Beziehung der Cyclus der möglichen Transpositionen für die Durtonart schon hier zu einem modulatorischen Hendekachorde. Die Entwickelung der Formen für die Bildung der entsprechenden parallelen Mollscalen ist allerdings noch eine minder vollständige. Acht derselben, nemlich die Scalen Bmoll, Fmoll, Cmoll, Gmoll, Dmoll, Amoll, Emoll und Hmoll finden im Chroma des tonischen Reihenpaares der Mitte des Dreiwegs zwar diejenigen chromatischen Saiten, deren sie für ihre festen, wie für ihre beweglichen (d. i. im Aufwege um einen chromatischen Halbton höher zu nehmenden) Stufen bedürfen. In der Fmoll-Leiter aber sind statt der enharmonisch reinen Formen B$^{\vee}$ und Des$^{\vee}$ nur deren um ein Comma zu hoch gestimmte gleichnamige Formen B und Des vorhanden. Der aufsteigenden Fis$^{\wedge}$moll-Leiter fehlt nicht nur die enharmonisch reine Form der chromatischen Erhöhung ihrer sechsten Stufe Dis$^{\wedge}$, statt welcher nur Dis gegeben ist, sondern wegen des mangelnden Eis oder Eis$^{\wedge}$ fehlt das Chroma für die Bildung ihres Subsemitoniums gänzlich. Die Edur-Tonart findet als Parallelton statt einer Cismoll-Leiter nur die um ein Comma höher gespannte Mollscala der enharmonischen Nebenform Cis$^{\wedge}$ dieses ihres Parallelton's, und statt des richtigen Subsemitoniums His$^{\wedge}$ ist für den Aufweg dieser Scala nur das um ein Comma zu tiefe Chroma His vorhanden. Der Gismoll-Leiter fehlen ausser der enharmonisch reinen Form ihrer Quarte Cis (statt deren Cis$^{\wedge}$ vorhanden ist) im Aufwege die erforderlichen Saiten für die chromatische Erhöhung ihrer sechsten und siebenten Stufe (Eis, beziehlich Eis$^{\wedge}$, und Fisis$^{\wedge}$) gänzlich. Was hier von fehlenden chromatischen Halbstufen oder enharmonischen Nebenstufen in Beziehung auf den Hendekachord der parallelen Molltonarten gesagt ist, gilt hinsichtlich mehrerer Durtonarten in Ansehung der antiphonen, für den Abweg derselben vermissten zufälligen chromatischen Erniedrigungen ihrer analogen Stufen. Die betreffenden Lücken des chromatischen und beziehlich chromatisch-enharmonischen Systemes des tonischen Reihenpaares des Dreiwegs erhalten nun aber für den Cyclus sowohl der elf Dur- als der elf Molltonarten des Hendekachordes ihre Ergänzung, wenn die chromatischen Halbstufen und die enharmonischen Nebenformen chromatischer Halbstufen welche die Versetzung des tonischen Reihenpaares in die Tonarten seiner Ober- und Unterdominante liefert zu Hülfe genommen und die chromatischen und enharmonischen Saiten aller dreier auf S. 359, 360 entwickelten Formeln solchergestalt gleichsam in Einem Systeme vereinigt werden. Durch die trioditische Versetzung des tonischen Reihenpaares werden nemlich auch, und zwar in zwiefacher enharmonischer Abstufung, die vorhin noch fehlenden Saiten Eis-Eis$^{\wedge}$ und Ces-Ces$^{\wedge}$, deren Mangel die Bildung der Scalen einer Fis$^{\wedge}$dur-Dismoll- und beziehlich einer Gesdur-Esmoll-Leiter unmöglich machte, dem Systeme zugeführt; ferner das Doppelchroma Fisis$^{\wedge}$ und ♭B; die ternären diatonisch-enharmonischen Formen AA$^{\wedge}$A$^{\wedge\wedge}$ und G$^{\vee}$GG$^{\wedge}$, und die binären chromatisch-enharmonischen Fis$^{\wedge}$-Fis$^{\wedge\wedge}$ und B$^{\vee}$-B, Cis-Cis$^{\wedge}$ und Des$^{\vee}$-Des, Dis-Dis$^{\wedge}$ und Es-Es$^{\wedge}$. Das System der Gesangnoten bot keine Tonzeichen für diese Varietäten der chromatischen und enharmonischen Formen. Es fanden sich dieselben aber, wie im 9. Hauptstücke gezeigt werden soll, in der s. g. Instrumentalnotenschrift vor. Mittelst der durch die trioditische Versetzung gewonnenen Erweiterung der Enharmonik und des Chroma's konnten nun auch die Scalen Fis$^{\wedge}$dur und Esmoll gebildet werden, während für den Parallelton Dismoll der Fis$^{\wedge}$dur-Tonart das Subsemitonium Cisis$^{\wedge}$ — und für den Parallelton Gesdur der Esmoll-Tonart die correlate zufällige Erniedrigung der sechsten Stufe, nemlich Eses, fehlten. Sollte der modulatorische Hendekachord zu einem Dodekachorde ergänzt werden, so musste folgeweise die äusserste Durtonart der ♯ erhöhten Stufen, Fis$^{\wedge}$dur, mit der äussersten Molltonart der ♭ erniedrigten Esmoll, zu einem Paralleltonarten-Paare zusammengefügt werden. Mittelst einer so angewandten enharmonischen

Verwechslung schliesst sich dann auch im Systeme der enharmonisch reinen Abstufungen, wie im modernen temperirten Systeme der unreinen Intervalle, an zwölfter Stelle der s. g. Quintencirkel der Modulationen. Als Tonus der dritten neutralen, dorisch-mixolydischen, dem Paralleltonartenpaare Fis^dur-Esmoll angehörigen Scala ist dann entweder die zweite Stufe der Fis^dur-Leiter Gis^, oder beziehlich die vierte Stufe der Esmoll-Leiter As zu nehmen; oder vielmehr: es erscheint der aus der enharmonischen Verwechslung und Verschmelzung dieses Gis^ und As als Vertreter der unaussprechbaren Wurzelgrösse der Mitte hervorgehende Centralton des ganzen Systemes*) als Tonus dieser zwölften und letzten dorisch-mixolydischen Scala.

Der Tonus Fis^ der Durtonart des Paralleltonartenpaares Fis^dur-Esmoll ist jener Endstufe des trioditischen Systemes *Fis*^ homoiophon, deren Schwingungsmenge, wie wir im Obigen gesehen haben, in der für ihren Coëfficienten dem chinesischen Hexagramme Wei-ki entsprechenden Ration $^{15}/_{48}\,\omega$ ihren Zahlenausdruck findet. Zeugerton der Mollleiter des genannten Paralleltonarten-Paares ist die dem Anfangstone $\overline{b}$ des trioditischen Systemes homoiophone Dominante B der Esmoll-Tonart. Die Schwingungsmenge der Stufe $\overline{b}$ aber entspricht, wie wir sahen, der Ration $^{48}/_{15}\,\alpha$, als deren Coëfficient der Zahlenwerth des chinesischen Hexagrammes Ki-ki erscheint. So treten zu dem dorisch-mixolydischen Tonus der Mitte Gis^-As, welcher aus den Octavtönen der mit den Zahlen der Hexagramme Kien und Kouen bezifferten Polartöne des mittleren Systemes sich zusammensetzt, in ihrer Eigenschaft als coordinirte Zeugertöne der durgeschlechtlichen und mollgeschlechtlichen verwandten Leitern die tonalen Vertreter der beiden anderen Glieder der Tetraktys der altchinesischen Zahlensymbolik als Bildner der zwölften und letzten Transposition der Scalengruppen hinzu**).

*) Buch J^e^zirah Cap. 1, Abschn. 7:

עשר ספירות בלימה נעוץ סופן בתחילתן כשלהבת קשורה בגחלת שאדון יחיד ואין לו שני ולפני אחד מה אתה סופר:

„Zehn Zahlen ohne das unaussprechbare Was; füge ihr Ende zu ihrem Anfange, wie eine Flamme verbunden mit der Kohle. Denn der Herr ist einig und hat keinen Zweiten, und vor dem Eins was zählest du?"

Die eigentliche Bedeutung dieses Ausspruches ist, wie die Schlussworte desselben zeigen, eine theosophisch-metaphysische. Es sind in demselben — als Räthsel gleichsam — aber auch Hindeutungen auf gewisse physikalische Theoreme der optisch-akustischen und statischen Undulationslehre und auf die harmonikale Stellung enthalten, welche der Endbuchstabe Taw und der Anfangsbuchstabe Aleph als Tonzeichen für die Zeugertöne gis^ der Höhe und As der Tiefe und für das aus der Begegnung (σύνοδος) der Unter- und Oberoctavtöne dieser Zeugertöne hervorgehende Chroma der Mitte Gis^-As im Kreuzungspunkte der entgegengesetzten Reihen des musikalischen Tonsystemes einnehmen (m. vgl. das hierüber andeutungsweise bereits im 1. Hauptst. S. 93 und im 4. Hauptst. S. 176, 177 Gesagte. Die nähere Entwickelung wird im 9. Hauptst. folgen). Aber auch in dieser Hinsicht erscheint der verborgene technische Sinn des Räthselspruches abermals als ein zwiefacher. Die Verbindung des Endes mit dem Anfange d. i. des Anfangstones Aleph (As) mit dem Endtone Taw (Gis^) des Systemes kann von der enharmonischen Verbindung der beiden Halbstufen des Chroma's der Mitte Gis^ und As als Näherungswerthe der unaussprechbaren Wurzelgrösse $\sqrt{\text{את}}$ verstanden werden. Es findet der symbolische Ausspruch aber offenbar auch auf die, oben im Texte erwähnte, an zwölfter Stelle des Quintencirkels erfolgende Verschmelzung der dorisch-mixolydischen Scalen der Toni Gis-Gis^ und As-As^ zu einer einzigen gleichgewichtlichen Leiter eine zutreffende Anwendung.

**) Wir erinnern daran, dass die im 5. Hauptstücke zusammengestellten Serien der Dur- und Mollaccorde, aus deren Stufentönen die Doppeloctaven des phrygisch-äolischen und des lydisch-jonischen Tetrachordsystemes hervorgingen, von zwei Stammtönen ihren Ausgang nahmen, deren einen wir durch B˅, den anderen durch Fis^ bezeichneten. Die Stelle, welche im dorisch-mixolydischen Systeme die feste Stufe D zwischen den enharmonisch beweglichen Stufen CC^ und CC˅ einnimmt, wird in der Paarung des phrygisch-äolischen und beziehlich lydisch-jonischen Systemes der Paralleltöne Cdur-Amoll, wie bereits auf S. 353 angedeutet worden ist,

Bei Plutarch *Lacon. instit.* S. 238 Xyl., ist von einer Rüge die Rede, welche in Sparta von Staatswegen gegen Terpander verhängt worden sei, weil derselbe sich durch Vermehrung der Saiten der Kitharis eines Eingriffes in die altüberlieferte Uebung der Tonkunst schuldig gemacht hätte. Es habe Terpander — so berichtet die, unseres Bedünkens, mit dem politischen Ansehen welches der gefeierte Kitharöde grade in Sparta genoss kaum zu vereinigende Erzählung — um der grösseren Mannigfaltigkeit des Gesanges willen eine einzige überzählige Saite noch in die Kitharis gespannt (ὅτι μίαν μόνην χορδὴν ἐνέτεινε περισσοτέραν, τοῦ ποικίλου τῆς φωνῆς χάριν). Von den Ephoren sei der berühmte Sänger preiswürdiger Heldenthaten deshalb mit Geldstrafe belegt, die neugemodelte Kitharis aber demselben abgenommen und Anderen zur Warnung an einem öffentlichen Orte aufgehängt worden. Nur ganz einfach gehaltene Tonweisen hätten nämlich bei den Ephoren Geltung gefunden (μόνα γὰρ τὰ ἁπλούστερα τῶν μελῶν ἐδοκίμαζον). Die Wortfassung dieser letzten Bemerkung zeigt, dass es sich bei jenem Verbote nicht von der Untersagung einer Vermehrung des Umfanges der melodischen Scala um Eine Stufe, sondern nur von der Wahrung des einfacheren, altüberlieferten modulatorischen Charakters der Tonweisen, gegenüber irgend einer versuchten Alterirung der enharmonischen oder chromatischen Gliederung des Systemes, gehandelt haben könnte. Hat nun etwa Terpander oder irgend ein anderer hervorragender Musiker es versucht, über die Gränzen des Hendekachordes des Systemes der Gesangnoten hinausgehend, das künstlicher entwickelte, zu einem Dodekachorde sich gestaltende asiatische System der Instrumentalnoten mit seinen noch feineren Unterscheidungen in den öffentlichen Musikunterricht in Sparta einzubürgern, und ist unter der Einen Saite, deren Einschaltung in das System die Ephoren untersagten, dann etwa jene zwölfte, auf dem Princip der enharmonischen Verwechslung beruhende Versetzung der beiden äussersten Scalen der Serie zu verstehen, deren wir vorhin gedachten? Oder ging das Bestreben der Ephoren dahin, in alter Strenge die Unveränderlichkeit der einfacheren Weise des modulatorischen Heptachordes der sieben Toniken festzuhalten? — wozu dann aber freilich die (überhaupt wenig verbürgte) plutarchische Erzählung von der untersagten Hinzufügung Einer Saite nicht recht passen würde.

Dass im übrigen die Musikwissenschaft und die ausübende Tonkunst in Sparta sich von Alters her eines Grades der Entwickelung erfreuten demzufolge das dorische Tonsystem der Lacedämonier jedenfalls des modulatorischen Heptachordes der sieben Toniken nicht entbehrte, dafür liegt ein unverwerfliches Zeugniss in dem vielberühmten gegen die Neuerungen des Musikers Timotheus, des Zeitgenossen des Euripides, gerichteten Decrete der spartanischen Könige und Ephoren, dessen Text Boëthius De mus. Lib. 1 c. 1 in der Ursprache unverkürzt aufbewahrt hat. Den in culturgeschichtlich-staatlicher Beziehung merkwürdigen Vorgang erzählt auch Athenäus (Lib. VIII c. 11); während lediglich der angestrebten Vermehrung der Saiten

der enharmonisch beweglichen Obersecunde von ℭ (und Untersecunde von 𝔈) 𝔇$^{\vee}$𝔇 zu Theil. Der Zeugerton 𝔉is$^{\wedge}$ des lydisch-jonischen Tetrachordsystemes steht zur schärferen Form 𝔇 der Doppelstufe 𝔇$^{\vee}$𝔇, als Homoiophonie eines Tones $^{15}/_{48}$ 𝔉is$^{\wedge}$, in einem dem Zahlenausdrucke für das Hexagramm Wei-ki entsprechenden Verhältnisse. Zur minder gespannten Form 𝔇$^{\vee}$ der gedachten Doppelstufe aber verhält sich der Zeugerton 𝔅$^{\vee}$ des phrygisch-äolischen Systemes, als Homoiophonie eines Tones $^{48}/_{15}$ 𝔅$^{\vee}$, wie die Zahl des Hexagrammes Ki-ki zu Eins. Auch hier behaupten demnach die den beiden chinesischen Symbolen entsprechenden harmonikalen Zahlenwerthe ihre bevorzugte Stellung. Wird als Zeugerton der phrygisch-äolischen Doppeloctave, in der a. a. O. gezeigten Weise, statt 𝔅$^{\vee}$ der Ton 𝔅 genommen, so bildet die feste Mittelstufe 𝔇 das gemeinsame einheitliche Gemäss für $^{15}/_{48}$ 𝔉is$^{\wedge}$ und $^{48}/_{15}$ 𝔅.

auch Pausanias und Suidas gedenken. Der Bemühungen derjenigen Schule, zu welcher Timotheus gehörte, die einfach-ernste Musik der älteren Zeit durch eine nach bunter Mannigfaltigkeit haschende theatralische Weise zu verdrängen, wird in kurzen Worten aber mit ernster Rüge auch bei Plutarch De mus. c. 30 gedacht, der seinen Tadel durch die Mittheilung einer satyrischen Schilderung der in Rede stehenden neologischen Bestrebungen verschärft, welche der atheniensische Lustspieldichter Pherekrates spottend einem seiner Bühnenstücke einverleibt hatte. Die Muse der Tonkunst tritt in Gestalt eines misshandelten Weibes auf, bei der Gerechtigkeit über die Unbilde Klage führend welche Melanippides ihr zugefügt, der, „den Anfang machend, zuerst sehr unerlaubt sie herabgespannt und mit seinen zwölf Saiten ganz weichlich gemacht habe“*); worauf dann Phrynis, dem Argen noch Aergeres hinzugefügt, der „in fünf Saiten zwölf Harmonien gehabt“**); der hassenswerthe Athener Kinesias aber „in verdrehten Dithyramben den Gesetzen der Harmonie widerstrebende (wörtlich: exharmonische — im Gegensatze von enharmonischen) Wendungen ersonnen und alle Ordnung verkehrt, so dass was rechts war links, das linke rechts erschienen“***); bis endlich „Timotheus, der Rothe aus Milet, der Schlimmen Schlimmster, sie ganz und gar ins Verderben gestürzt — verwirrte, dem Gewimmel eines Ameisenhaufens vergleichbare Melodien erfindend die aller Harmonie entbehrt, in hyperboläische Töne sich versteigende, unheilige, pfeifende — so dass mit Biegungen und Zerrungen (mit enharmonischen Verwechslungen der Töne) er sie kohl- oder rettigartig ganz vollgepfropft habe“†). Wo er sie aber auf einsamen Wegen wandelnd angetroffen, da habe er „mit seinen zwölf Saiten Schwächung an ihr verübend sie vollends zu Grunde gerichtet“††).

Dass unter den zwölf Saiten, durch deren Anwendung die Spannung der Töne auf verkehrte Weise herabgestimmt und Schwächung an der Tonkunst verübt worden, nichts anderes zu verstehen sei, als die auf eine Zerstörung des alten diatonisch-enharmonisch-chromatischen Systemes hinauslaufende Theilung der Octave in zwölf temperirte gleiche Halbtöne, darf wohl als zweifellos bezeichnet werden. Auch bei den fünf Saiten, in denen Phrynis zwölf Harmonien gehabt, wird es erlaubt sein an die fünf, den chromatisch-enharmonischen Verwechslungen Cis-Des, Dis-Es, Fis-Ges, Gis-As und Ais-B entsprechenden Halbstufen des temperirten Systemes zu denken, mittelst deren Anwendung die Neuerer die Einführung eines aus

*) Μελανιππίδης,
ἐν τοῖσι πρῶτος ὃς λαβὼν ἀνῆκέ με
χαλαρωτέραν τ' ἐποίησε χορδαῖς δώδεκα.

Melanippides lebte in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts v. Chr. Phrynis und Kinesias waren Zeitgenossen desselben. Was unter der, durch Anwendung der zwölf Saiten herbeigeführten, unerlaubten und weichlichen Herabspannung der Tonverhältnisse zu verstehen sei, kann keinem Zweifel unterliegen, wenn man Plutarch's Aeusserungen im 38. und 39. Cap. de mus. vergleicht.

**) ἐν πέντε χορδαῖς δώδεχ' ἁρμονίας ἔχων.

***) ἐξαρμονίους καμπὰς ποιῶν ἐν ταῖς στροφαῖς
ἀπολώλεχ' οὕτως, ὥστε τῆς ποιήσεως
τῶν διθυράμβων, καθάπερ ἐν ταῖς ἀσπίσιν,
ἀριστέρ' αὐτοῦ φαίνεται τὰ δεξιά.

†) ᾄδων ἐκτραπέλους μυρμηκιάς
ἐξαρμονίους ὑπερβολαίους τ' ἀνοσίους
καὶ νιγλάρους, ὥσπερ τε τὰς ῥαφάνους ὅλην
κάμπτων με κατεμέστωσε

††) ἀπέδυσε κἀνέλυσε χορδαῖς δώδεκα.

zwölf gleichschwebenden Quinten gebildeten Cyclus der Tonarten, statt des nach reinen Intervall-Rationen gebauten alten Hendekachordes (oder beziehlich Dodekachordes) der Paralleltöne erstrebten. Die Scene aus dem Lustspiele des atheniensischen Dichters zeigt übrigens, dass die ummodelnden Aenderungsversuche des Timotheus keineswegs die ersten Bestrebungen der Art waren. Timotheus erscheint wie wir sehen im Reigen der auf die Zerstörung des Alten hinarbeitenden Neuerer erst an dritter Stelle. Er scheint nur dreister und ungezügelter seinen Sturmlauf begonnen, seinem angeblich reformatorischen Wirken auf dem Kunstgebiete auch noch die Verfolgung anderer, in das politische und ethische Gebiet eingreifender Tendenzen beigemischt zu haben. Mit dreister Stirne wagte er es in Sparta selbst, am Horte altdorischer Sitte und Ueberlieferung, als Gegner und Zerstörer der alten Uebung aufzutreten. Die merkwürdigen Worte des von den Ephoren gegen ihn erlassenen Decretes sind folgende:

„In Anbetracht, dass Timotheus, der Milesier, der in unserer Stadt sich niedergelassen hat, die alterthümliche Tonkunst verachtet, und indem er Vieltönigkeit einführt von dem Spiele nach der Ordnung der sieben Saiten sich abwendend die Ohren der Jünglinge verdirbt; durch die Vervielfältigungen aber der Saiten und die Neuheit der Tonweise die bis dahin einfache und wohlgegliederte Tonkunst in eine ausgeartete und buntfarbige verkehrt; da er für die Einrichtung der Tonweise, unter Anwendung der Chromatik statt des Enharmonischen, die Verwechslung des einander Entgegengekehrten zur Grundlage nimmt;

da ferner, berufen zu den Wettkämpfen der eleusinischen Demeter, er ungeziemend die Darstellung des Mythos eingerichtet hat, indem er der Semele Entbindung auf nicht gerechtfertigte Art den Augen der Jugend vorführte;

hat es angemessen geschienen, hierüber befindend, den Ausspruch zu fällen, dass die Könige und Ephoren den Timotheus tadeln und ihm aufgeben, von den elf Saiten die überflüssigen auszuscheiden und nur sieben zu belassen; auf dass Jeder, die Sittenstrenge unserer Stadt gewahrend, sich hüte vor dem Versuche, in Sparta Unwürdiges einzuführen, damit nie getrübt werde unserer Wettkämpfe Ruhm"*).

Der technische Inhalt dieses ehrwürdigen Ueberbleibsels des Alterthums bedarf kaum einer näheren Erklärung. Nicht handelt es sich von einer lächerlichen Beschränkung des Umfanges der Tonleiter auf nur sieben Stufen und die Spannweite einer blossen Septime. Eben wenig

*) Ἐπειδὴ Τιμόθεορ ὁ Μιλήσιορ παραγινόμενορ ἐττὰν ἁμετέραν πόλιν, τὰν παλαιὰν μῶαν ἀτιμάσδει, καὶ τὰν διὰ τὰν ἑπτὰ χορδᾶν κιθάριξιν ἀποστρεφόμενορ, πολυφωνίαν εἰσάγων λυμαίνεται τὰρ ἀκοὰρ τῶν νέων, διά τε τᾶρ πολυχορδίαρ καὶ τᾶρ καινότατορ τῶ μέλεορ ἀγεννῆ καὶ ποικίλαν, ἀντί ἁπλόαρ καὶ τεταμμέναρ ἀμφιέννυται τὰν μῶαν, ἐπὶ χρόματορ ἀνιστάμενορ τὰν τῶ μέλεορ διασκευὰν ἀντὶ γὰρ ἐναρμονίω ποττὰν ἀντίστροφον ἀμοιβάν. παρακλαθεὶς δὲ καὶ ἐττὸν ἀγῶνα τᾶρ Ἐλευσινίαρ Δάματρορ ἀπρεπῆ διασκευάσατο τὰν τῶ μύθω διασκευάν. τὰρ γὰρ Σεμέλαρ ὠδῖνας οὐκ ἔνδικα τὼρ νέωρ δίδακκε. Δέδοκται φᾶν περὶ τούτων. τὼρ βασιλέαρ, καὶ τὼρ ἐφόρορ μέμψασθαι Τιμόθεον. ἐπαναγκάξαι δὲ καὶ τὰν ἕνδεκα χορδᾶν ἐκταμόντα τὰρ περιττὰρ, ὑπολειπέμεν τὰς ἑπτά. ὅπωρ ἕκαστορ τὸ τᾶρ πόλιορ βάρορ ὁρῶν, εὐλάβηται ἐττὰν Σπάρταν ἐπιφέρην τι τῶν μὴ καλῶν ἠθῶν, μήποτε ταράττηται κλέος ἀγώνων.

Die neuere Kritik, welche es liebt die Echtheit der einer früheren Periode der geistigen Entwickelung des Alterthums angehörenden Ueberbleibsel in ihrer Authenticität allerwärts wo dies irgend thunlich ist anzuzweifeln, hat auch dies Decret, wenigstens in derjenigen Fassung in welcher Boëthius uns den Text desselben überliefert hat, ohne nähere Prüfung des Inhaltes kurzweg für das Machwerk irgend eines späteren Grammatikers erklärt. Unseres Bedünkens trägt der gedachte Text die Beglaubigung seiner Echtheit in sich selbst. Zu einer Zeit wo das Wesen der Enharmonik in völlige Vergessenheit gerathen war würde ein fälschender Grammatiker nicht im Stande gewesen sein, den Gegensatz des alten enharmonischen Systemes einerseits und der von Timotheus eingeführten Abstufung der Scala mittelst temperirter chromatischer Intervalle andererseits, in so conciser und sachgemässer Weise zu präcisiren.

dürfen die Worte: ἐπὶ χρώματος ἀνιστάμενος τὰν τῶ μέλεος διασκευὰν als eine Ausschliessung des Gebrauches der Chromatik als solcher verstanden werden. Von der Zerstörung der enharmonischen Grundlage des Systemes mittelst einer auf die Verwechslung „des Entgegengekehrten" (ποττὰν ἀντίστροφον ἀμοιβὰν) — auf die wechselseitige Vertauschung nemlich der einander begegnenden erhöhten und erniedrigten Halbstufen hinauslaufenden Anwendung der Chromatik ist die Rede. Die Unterscheidung von Cis (oder Cis$^{\wedge}$) und Des (oder Des$^{\vee}$), von Dis (oder Dis$^{\wedge}$) und Es (oder Es$^{\wedge}$), von Eis (oder Eis$^{\wedge}$) und F (oder F$^{\wedge}$), Fes und E u. s. w. sollte nach der Lehre des Timotheus völlig aus der Reihenordnung der Töne schwinden. Was im altdorisch-asiatischen Systeme des Terpander (und des Buches J^{e}zirah) für die zwölfte Paralleltonart Fis$^{\wedge}$dur-Esmoll galt und als enharmonische Verwechslung hier wohl eine mehr speculative als praktische Anwendung fand, sollte zur Grundlage für die gesammte theoretische und ausübende Tonkunst gemacht werden. Die elf *) tonischen Saiten des Timotheus, welche das Decret wieder auf die sieben des alten Heptachordes zurückzuführen befiehlt, waren, wie nicht bezweifelt werden kann, hinsichtlich der Abstufung und Einrichtung ihres Chroma's daher wesentlich vom asiatischen Hendekachorde des Terpander verschieden. Lag der letztere nach der Meinung der Ephoren schon jenseits der Gränze welche — wenigstens für die praktische Uebung der Tonkunst — beim Jugendunterrichte festgehalten werden sollte, so war dies in weit höherem Maasse noch in Ansehung des einem verflachenden Virtuosenthum den Weg bahnenden, für die speculative Harmonik aber völlig werthlosen, der Enharmonik entkleideten Tonsystemes der Neuerer der Fall. Die diesem Systeme entsprechende Behandlung der Chromatik hatte zweifellos für die profane Tonkunst, namentlich in der Gattung der leichteren und bewegteren Tonweisen, ihren grossen praktischen Werth. Dass dieselbe auch dem frühesten Alterthume nicht völlig fremd war, haben wir im Obigen bereits in der Kürze angedeutet und wird weiter unten, bei der Betrachtung der muthmasslichen Einrichtung der Tonwerkzeuge des Alterthumes ausführlicher noch zur Sprache kommen. Nach den zornigen Worten des spottenden Pherekrates, der insbesondere das „Unheilige" (τὸ ἀνόσιον) der wirren Melodien des Timotheus tadelt, scheint es aber, dass der anmaassliche Neuerer auch in religiösen Tondichtungen nach seinem, die priesterliche Schranke der alten Octavengattungen durchbrechenden Systeme sich versucht hatte. So schwirrten denn, wie es scheint, auch auf dem Gebiete der für den Cult bestimmten Tempelgesänge, wie in unserer neuesten tonartlosen Musik, die bis dahin unerhörten,

*) Während die Scene bei Pherokrates erkennen lässt, dass die Theilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne und beziehlich die Einführung eines aus zwölf temperirten Quintenschritten gebildeten Cyclus der Transpositionen den wesentlichsten Inhalt der Neuerungsversuche des Timotheus und seiner Meinungsgenossen bildeten, ist im Erlasse der Ephoren von elf Saiten die Rede, von denen Timotheus die überflüssigen auszuscheiden und nur sieben zu belassen habe. Den bisherigen Ausführungen zufolge umfasste auch das System des alten Hendekachordes unter Hinzurechnung der aus der enharmonischen Verschmelzung von Fis$^{\wedge}$dur und Esmoll hervorgehenden letzteren Transposition nicht elf, sondern zwölf Versetzungen der Toniken, und dennoch wurde dasselbe der Hendekachord — nicht Dodekachord — der Harmonien genannt. Wie es scheint galt jene zwölfte, aus zwei einander fremden Scalen gebildete tonische Transposition nicht als eine solche im stricten Sinne des Wortes und wurde daher muthmasslich mit irgend einem besonderen Namen (etwa: ἡ ἀντίστροφος ἀμοιβὴ — „die Verwechslung des einander Entgegengekehrten" —) bezeichnet. Die Neuerung des Timotheus bestand darin, dass er die enharmonische „Verwechslung des einander Entgegengekehrten" von jener zwölften, eigentlich ausserhalb des Hendekachordes liegenden Transposition, im Sinne des Systemes der gleichschwebenden Temperatur, auf die sämmtlichen übrigen Transpositionen des Quintencirkels übertrug. Die Ephoren aber traten nicht nur dieser Fälschung des Hendekachordes, sondern auch der Verdrängung des einfacheren alten Heptachordes durch den so gefälschten Hendekachord hemmend mit ihrem Ansehen entgegen.

dürftig erfundenen, drastisch von Pherekrates mit einem wirren Ameisenhaufen verglichenen „pfeifenden“ Melodien ohne feste Toniken und Dominanttöne in den Modulationen einer unrein gestimmten „exharmonischen“ Diatonik und Chromatik zügellos und krampfhaft nach allen Richtungen der Windrose umher. Der gesteigerte Nervenreiz, vielleicht auch eine betäubende Instrumentirung, werden wohl die Armuth der Gedanken und die Mittelmässigkeit in der technischen Handhabung der Formen des strengeren Satzes nothdürftig vor den Ohren oberflächlicher Hörer verdeckt haben.

Mit der Zerstörung der Enharmonik musste die auf einer Betrachtung der akustischen Zahlenrationen gegründete Behandlung der Harmonielehre nothwendig fallen. Der Zahlenharmonik war als solcher dann ihre Grundlage genommen. Es schied folgeweise die Musik aus der Verbindung, in welcher sie bis dahin mit denjenigen mathematischen exacten und speculativen Wissenszweigen gestanden hatte, welche zur Zeit der Vorväter schon als Weg zur Weisheit bezeichnet worden waren. Sie hörte auf eine Vorbereitungsschule für die Aneignung gewisser altüberlieferter Symbole zu sein, welche von den priesterlichen Weisen, den Dichtern und Führern des Volkes auch in Griechenland als die geheiligten Reste eines der frühesten Vorzeit entstammenden, von Wenigen mehr seiner ganzen Bedeutung nach verstandenen Weisheitsschatzes verehrt worden waren, als dessen Hüter grade der dorische Stamm lange Zeit hindurch in treuer Festhaltung der Uebung der Väter vor den anderen Hellenen sich ausgezeichnet hatte. Nichts Auffallendes hat es daher, wenn die Könige und Ephoren von der Umgestaltung eines wichtigen, ja heiligen Zweiges des Jugendunterrichtes genaue Kenntniss nahmen. Timotheus aber scheint auch in anderen Dingen die Zucht der Sitten und den Ernst altväterischer Jugenderziehung für einen überwundenen Standpunkt gehalten zu haben. Er hatte den sichersten Weg gewählt für seine Richtung Adepten unter der unreifen Jugend zu gewinnen. Die Neugierde der Jünglinge hatte er rege zu machen gesucht indem er — in möglichst augenfälliger Weise, wie es scheint — die Schwangerschaft und Entbindung der sterbenden Semele auf die Bühne gebracht hatte. Er dichtete die Texte seiner musikalischen Compositionen dem Brauche griechischer Sänger entsprechend selbst. Die Weise, wie dies von ihm geschah, erfreute sich indessen nicht des Beifalls der Ephoren; und so entstand denn als warnende Censur jenes merkwürdige Decret, dessen Inhalt für die Geschichte der geistigen Zustände Griechenlands in jener an Contrasten reichen Periode des beginnenden sittlichen und staatlichen Verfalls so überaus bezeichnend ist*).

Mit der Einrichtung des heptachordischen Baues des älteren griechischen Tonsystemes steht die Lehre von den fünfzehn Transpositionen der zwölf Octavengattungen in engem und wesentlichem Zusammenhange. Indem wir zur Darstellung dieses Gegenstandes übergehen, wird sich denn auch die Gelegenheit bieten, die mit dem Sprachgebrauche der alexandrinischen Schriftsteller und der neueren Bearbeiter der Geschichte der griechischen Musik nicht im Einklange

*) Das Dekret der spartanischen Könige und Ephoren steht in der Musikgeschichte Griechenlands nicht vereinzelt da. Plutarch erwähnt im 32. Cap. seines Büchlein's De Musicâ rühmend, dass „vor Alters die Lacedämonier, Mantineer, und Pellenäer, der wahrhaften Tonkunst sich befleissigend, nur Einer oder doch nur weniger bestimmter Tonarten sich bedienten, deren Beschaffenheit sie als passend für die rechte Zügelung der Sitten erkannt gehabt.“ Im 37. Cap. aber wird erzählt, dass die Argiver „sogar Strafen gegen Solche festgesetzt hätten, welche die Gesetze echter Tonkunst überschreiten würden, mit denen dann Derjenige belegt worden sei, der zuerst über die in Geltung stehende Schranke des Heptachordes hinausgegangen“, auch „das Mixolydische auf gefälschte Weise dem Dorischen beigemischt hatte.“

stehende Vertheilung der zwölf gentilen Namen auf die einzelnen Octavengattungen der gregorianischen Kirchentöne, der wir mit Glarean gefolgt sind, als eine archäologisch und kunstgeschichtlich wohl gerechtfertigte nachzuweisen. Wir bemerken vordersamst noch, dass es auf einem Irrthume beruht, wenn Meibomius, in seinen Noten zum Aristoxenus, Marpurg: Kritische Einleit. in d. Gesch. der Musik, und mit ihnen noch manche Neuere, die in Rede stehende Namenvertheilung als eine Erfindung Glarean's bezeichnet haben. Es haben vielmehr die vier authentischen Toni I, III, V und VII der dorische, phrygische, lydische und mixolydische Modus — und die vier plagalischen Toni II, IV, VI und VIII der hypodorische, hypophrygische, hypolydische und hypomixolydische geheissen, so lange es vier authentische und vier plagalische Töne im Systeme der Kirchentonarten gegeben hat. Nicht nur bezeugen dies mehrere Decennien vor dem Erscheinen des *Dodecachordon*'s Gaffurius und Blas Roseto — der erstere in dem von den Octavengattungen handelnden 7. Cap. seiner *Practica Musice*, und der letztere in dem bei Cerone*) citirten, *Compendium de Musica* oder *Rudimenta Musice* betitelten Werke — sondern es geht das hohe Alter dieser Nomenclatur auch aus den Berichten Hucbald's hervor. Die Hucbald'sche Eintheilung der Scalen und Vertheilung der Namen**) zeigt sich allerdings als dem Boëthius entnommen und verliert aus diesem Grunde für die Feststellung des Sprachgebrauches des Alterthums einen grossen Theil ihres Werthes. Denn die dunkle und zum Theil sich selbst widersprechende Stelle des Boëthius***) lässt erkennen, dass dieser seine Darstellung nur aus den irrigen Berichten seiner

*) Melopeo Lib. II c. 37: „Sciendum est quod octo sunt Toni vel Modi compositi et ordinati in Ecclesiam Dei, licet antiquitus fuerint tantum quatuor; et sic vocabantur Protus, qui dicitur primus, Deuterus scilicet tertius“ u. s. w. . . . „Et antiquitus Protus vocabatur Dorius, et secundus Hypodorius: Deuterus Phrygius et quartus Hypophrygius: Tritus vocabatur Lydius, et sextus Hypolydius: Tetrardus Mixolydius et octavus Hypomixolydius.“

**) De harmonicâ institutione (Gerbert: Scriptores Tom. 1 p. 118 fgde) und musica Enchiriadis (a. a. O. p. 159). Hucbald übergeht in der Aufzählung der Namen allerdings die hypomixolydische Scala.

***) Boëthius handelt, nachdem er im 13. Cap. des 4. Buches de Musicâ, welches die Ueberschrift: de consonantiarum speciebus trägt, die Lehre von den sieben durch die Lage der fünf Ganzton- und zwei Halbtonschritte charakterisirten Octavengattungen ohne Anführung gentiler Namen derselben vorgetragen hat, im 14. Cap. desselben Buches unter der Ueberschrift: De Tonis vel Tropis von den stufenweisen Transpositionen der zweioctavigen Leiter des s. g. Systema maximum in andere Tonlagen. Hier erst erscheinen in folgender Ordnung die sieben Namen Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius. Da Boëthius die Transpositionen in aufwärts stattfindender Richtung vor sich gehen lässt und in einem Zwischensatze sagt, dieselbe finde statt in Gemässheit der sieben Octavengattungen, so würde die angegebene Reihenfolge der Namen allerdings zu dem Schlusse berechtigen, dass auch von den Scalen der Octavengattungen die tiefste (in unseren Beispielen die zwischen A und a liegende) die hypodorische, die nächst höhere (in unseren Beispielen die zwischen H und h liegende) die hypophrygische, die dritte von unten (welche wir zwischen c und $\bar{c}$ in unseren Beispielen fanden) die hypolydische, die vierte von unten die dorische geheissen u. s. w. Die Worte des Boëthius, in welchen er den Unterschied zwischen den Begriffen: Octavengattung (*species Diapason, seu modi, toni*) und Transpositiou eines Stufensystemes (*tropi*) deutlich zu machen sucht, sind folgende: „Ex Diapason igitur consonantiae speciebus existunt qui appellantur modi, quos eosdem tropos (doch wohl nur misbräuchlich?) vel tonos nominant. Sunt autem *tropi* (im engeren und eigentlichen Sinne des Wortes?) constitutiones in totis vocum ordinibus, vel gravitate vel acumine differentes. Constitutio vero est plenum veluti modulationis corpus ex consonantiarum conjunctione existens“ u. s. w. Hieran reiht sich demnächst die unklare Aeusserung: „Has igitur constitutiones si quis totas faciat acutiores vel graviores totas remittat, secundum supra dictas diapason consonantiae species efficit modos septem, quorum nomina sunt haec: Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius.“ Aus der, bei einer von unten beginnenden Abzählung der Stufen, auf die Lage der Ganzton- und Halbtonschritte in Systema maximum nicht passenden Angabe der Grösse des jedesmal bei

alexandrinischen Gewährsmänner schöpfte. Es haben aber die Theoretiker des Mittelalters, einen missverständlichen Bericht auf missverstandene Weise benutzend, wie sich sogleich zeigen wird, dennoch das richtige getroffen.

Die tonische Verschiedenheit der Klanggebilde, welche sich — entsprechend den drei Grundformen der Proportionalität der messbaren Grössen und der Zahlenwerthe — in der Dreiheit der tonalen Formen des Durgeschlechtes, des Mollgeschlechtes, und der gleichwichtlich-neutralen Stufenordnung der Mitte im Laufe der Untersuchung allerwärts als oberstes Gestaltungsprincip jeglicher musikalischer Gliederung zu erkennen gab, allein ist sachgemäss mit dem Kunstworte Tonart zu bezeichnen. Die Unterscheidung der einzelnen Octavengattungen der authentischen und plagalischen Scalen auf der rechten Seite, der linken Seite, und in der mittleren Rationengruppe unserer diagrammatischen Gebilde erwies sich, ebenso wie die modulatorische Versetzung des Scalensystemes der Paralleltöne nach den verschiedenen Tonlagen des Cyclus der sieben oder der elf Toniken, nur als eine besondere Form der Anwendung jenes dreigestaltigen obersten Gesetzes. Unabweisbare innere Gründe sprechen dafür, dass von den Anfängen einer wissenschaftlichen, der Betrachtung der akustischen Zahlen ihre Ausgangspunkte entnehmenden Bearbeitung der Tonlehre an die Bedeutung dieses Gesetzes und der in ihm waltenden Gegensätze der dreifachen Beziehungen geordneter Klangverbindungen aufeinander den Harmonikern auch der frühesten Zeit nicht fremd geblieben sein kann. Die Angabe der classischen Musikschriftsteller der späteren Periode des Alterthumes welche berichten, dass die Harmoniker der ältesten Zeit drei und nur drei verschiedene Tonarten (τόνοι) gekannt hätten, trägt — in diesem Sinne aufgefasst — die Beglaubigung ihrer Wahrheit in sich selbst. Wenn aber die Einen erzählen, die Namen dieser Tonarten seien folgende gewesen: die dorische und die phrygische und die lydische*) — und dagegen Andere die dorische, äolische und jonische als solche nennen**), so möchte schon aus dieser zwiefachen Erwähnung des Dorischen, in Verbindung mit demjenigen was wir aus anderen Aussprüchen über die vorzügliche Verehrung wissen, deren

der Transposition zurückzulegenden Stufenschrittes geht aber hervor, dass Boëthius in der Lehre von den Tropen ein, nach alexandrinischer Weise, auf den Kopf gestelltes Schema des Tonsystemes vor sich liegen hatte. Die richtige Folge der Namen vertheilt sich daher auch bei ihm auf eine in ihr Gegentheil verkehrte Ordnung der Ganz- und Halbtonschritte der Intervalle. Nach alexandrinischer Weise rückt dem gemäss die diatonische Versetzung des Systema maximum an dritter Stelle nicht — wie dies doch der Natur der Sache entsprechen würde — von der grossen Secunde zur kleinen Terze der Moll-Scala (von unseren Beispielen von H nach c) sondern zur grossen Terze (nach cis) empor, um an vierter Stelle mittelst des Aufschrittes zur reinen Quarte des ursprünglichen Grundtones (in unseren Beispielen also nach d) wieder in Ordnung der diatonischen Stufenfolge des Systema maximum einzulenken. Die von Boëthius mitgetheilte Notentafel lässt hierüber keinen Zweifel. Im weiteren Verlaufe der Darstellung setzt er sich noch mehrfach mit der von ihm selbst gegebenen Definition des Unterschiedes zwischen *modus* (*species diapason*) und *tropus* in Widerspruch. Wenigstens scheint uns ein solcher in der gegen Ende des Capitels vorkommenden Bemerkung zu liegen: „Superior igitur descriptio (die Tafel der Transpositionen nemlich) chordarum nomina tenet adscripta, notulas vero juxta positas; et cujuscunque sit modi (?), sive lydii, sive phrygii, sive dorii, vocabulorum signat adiectio. Sed quoniam hos modos diximus in speciebus diapason consonantiae reperiri; age eosdem (?) in diatonico tantum genere describamus, ut qui eorum ordo sit, sub aspectum cadens intelligentiam immoretur“ u. s. w. Die ganze Darstellung des Boëthius ist eben nur ein getreues Abbild der unbeschreiblichen Verwirrung, in welche bei den griechischen Gewährsmännern desselben die Lehre von den Tonarten und Transpositionen schon seit den Zeiten des Aristoxenus gerathen war.

*) So — unter Bezugnahme auf ältere Quellen — Plutarch de Mus. c. 8; Ptolemäus Harm. II, 10; Porphyrius in Ptolem. S. 350 Wallis; Scholien zu Aristid. S. 203 Frommel (ἦσαν γὰρ μέλη τρία, τὸ Λύδιον, τὸ Φρύγιον καὶ τὸ Δώριον).

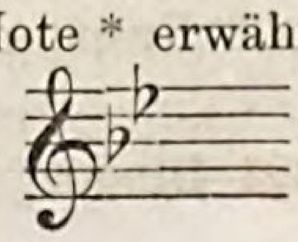
**) Heraklides Ponticus bei Athenäus Deipnos. XIV S. 624 Dindorf, und Pollux IV, 15.

das Dorische als das vermeintlich ursprünglich-nationale und angestammt-griechische Kunstelement auch in der Musik genoss, mit Sicherheit geschlossen werden können, dass als dorische Tonart diejenige gegolten hat, welche an den Besonderheiten der beiden anderen in gewisser Weise theilnehmend und die entgegengesetzte Natur derselben in sich vereinigend zwischen beiden die Mitte hält. Es hat sich als solche nun aber die in der mittleren Rationengruppe unserer diagrammatischen Gebilde gefundene Vierung der Octavengattungen der gregorianischen Töne I und VIII und beziehlich II und VII gezeigt, welche — indem sie in der maassvollen Abwägung ihrer Stufen jenes „aus dem Entgegengesetzten Eine" vorzugsweise darstellt, in welchem nach der alten Lehre das Grundwesen der Harmonie enthalten ist*), ganz besonders des Namens ἁρμονία würdig erscheinen musste. Dem Zeugnisse des Theo Smyrnäus**) zufolge wurde der Ausdruck „Harmonie" auch wohl angewendet, um die Vereinigung einer ganzen Gruppe einander coordinirter Stufensysteme durch denselben zu bezeichnen. In diesem Sinne sprach man dann, wie der genannte Schriftsteller anführt, von einer lydischen, einer phrygischen und einer dorischen Harmonieordnung. Die gleichgewichtliche dorisch-mixolydische Dekasscala, welche wie die Diagramme im 7. Hauptstücke gezeigt haben die Typen aller zwölf Octavengattungen in sich birgt, entspricht aber am vollkommensten der von Theo gegebenen Definition. Die beiden übrigen Bezeichnungen der ersten Trias der Namen: phrygisch und lydisch, beziehlich die statt dessen in der zweiten Trias vorkommenden Namen äolisch und jonisch, werden dann in irgend einer Weise auf die beiden anderen Gruppen der dreimal vier Octavengattungen zu vertheilen sein, und es wird sich nur fragen, welcher Seite — ob der Dur- oder Moll-Gruppe jede dieser Bezeichnungen angehört, und ob dem phrygischen das äolische und dem lydischen das jonische als eine andere Form derselben Tonalität zuzugesellen ist, oder umgekehrt.

Den ersten Anhaltspunkt für die Beantwortung dieser Frage bietet eine Erzählung des Plutarch über die Erfindung der mixolydischen, weder in dem einen noch anderen der obigen beiden Schemen der Namen-Trias erwähnten Tonweise. Derselbe berichtet***) nemlich:

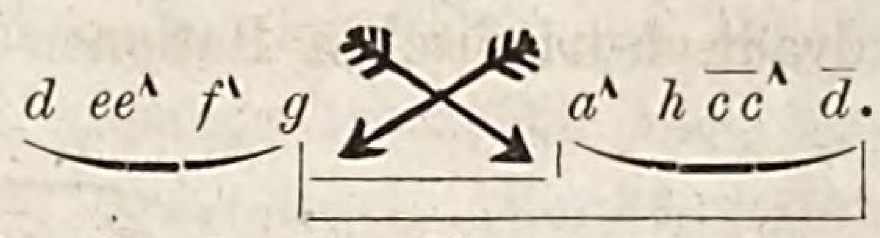
*) Theo Smyrnäus Mathem. c. 1 (Bulliald S. 15): καὶ οἱ Πυθαγορικοὶ δὲ, οἷς πολλαχῇ ἕπεται Πλάτων, τὴν μουσικήν φασι ἐναντίων συναρμογὴν καὶ τῶν πολλῶν ἕνωσιν, καὶ τῶν δίχα φρονούντων συμφρόνησιν. In fast wörtlicher Uebereinstimmung hiermit heisst es in einem (philolaischen) bei Nikomachus Arith. II c. 19 vorkommenden Ausspruche: Ἵνα δὲ καὶ ἐναργῶς πεισθῶμεν περὶ τῶν λεγομένων [es war von den entgegengesetzten Urgründen des Philolaos im Vorhergehenden die Rede], ὅτι ἄρα ἐκ μαχομένων καὶ ἐναντίων συνέστη τὰ ὄντα καὶ εἰκότως ἁρμονίαν ὑπεδέξατο· ἁρμονία δὲ πάντως ἐξ ἐναντίων γίνεται· ἔστι γὰρ ἁρμονία πολυμιγέων ἕνωσις καὶ διχᾶ φρονεόντων σύμφρασις. Die heraklitischen Apophthegmen ganz gleichen Inhaltes zeigen, dass diese Darstellung des eigentlichen Wesens und Begriffes der Harmonie nicht, wie Theo Smyrnäus vorauszusetzen scheint, ein Sondereigenthum der pythagorischen Schule bildete, sondern eines der Grundtheoreme der, so vielen Völkern der Vorzeit gemeinsamen, in harmonikale Symbole eingekleideten Weisheitslehre war.

**) Mathem. c. 4 (Bulliald S. 76): Ἁρμονία δὲ ἐστὶ συστημάτων σύνταξις, οἷον Λύδιος, Φρύγιος, Δώριος.

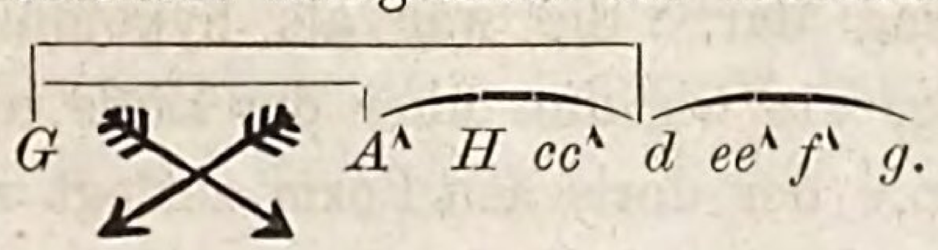
***) De mus. c. 16: Καὶ ἡ Μιξολύδιος δὲ παθητική τίς ἐστι τραγῳδίαις ἁρμόζουσα. Ἀριστόξενος δέ φησι Σαπφὼ πρώτην εὕρασθαι τὴν Μιξολυδιστὶ παρ' ἧς τοὺς τραγῳδοποιοὺς μαθεῖν· λαβόντας γοῦν αὐτοὺς συζεῦξαι τῇ Δωριστί, ἐπεὶ ἡ μὲν τὸ μεγαλοπρεπὲς καὶ ἀξιωματικὸν ἀποδίδωσιν, ἡ δὲ τὸ παθητικόν, μέμικται δὲ διὰ τούτων τραγῳδία. Der mixolydische Tonus VII erhält in der That durch die ihn charakterisirende häufige Ausweichung in die Molltonart seiner Dominante und durch die ihm eigene Modulation in die Molltonart der grossen Ober-Secunde seiner Finalnote ein überaus pathetisches und ausdrucksvolles Gepräge, welches z. B. in der einfachen Psalmen-Intonation dieses Tones auf sehr prägnante Weise hervortritt, wenn für die Harmonisirung derselben die geeigneten Accordfolgen gewählt werden. Wir lassen zum Belege dessen aus der mehrstimmigen Aachener, im 6. Hauptstücke S. 265—267 Note * erwähnten Psalmodie die Canticum's-Intonation Toni VII folgen so wie dieselbe beim Chorgesange, nach  transponirt, vorgetragen wird:

nach einer Angabe des Aristoxenus sei das Mixolydische später als die anderen Tonarten und zwar zuerst von der Sappho aufgefunden worden. Es sei aber diese Tonart um ihres ergreifend-ausdrucksvollen Charakters willen als besonders für die Tragödie geeignet erkannt und deshalb von den Nachfolgern der Sappho dem Dorischen zugesellt worden, da dieses letztere das Majestätisch-Hehre und Würdevolle vertrete, das Mixolydische hingegen dem Empfindungsvollen Ausdruck leihe, aus solcher Mischung aber das Tragische sein Gepräge empfange. An diese Erzählung reiht Plutarch dann die weitere: Lamprocles der Athenienser habe, wie Lysis berichte, der mixolydischen Scala, als er wahrgenommen dass dieselbe den Ganztonschritt nicht da habe, wo die Meisten ihn zu finden glaubten, sondern in der Höhe, eine hiernach bemessene Einrichtung gegeben, wie solche sich zwischen der Paramese und Hypate Hypaton zeige*). Zum Verständnisse dieser, in mehrfacher Hinsicht belehrenden und beachtenswerthen Mittheilung diene Folgendes:

In der Octavenleiter des Tonus VIII, welche wir — weil dieselbe aus den nemlichen Stufen besteht wie der als dorisch befundene Tonus I — auf Grund des von Aristoxenus über die enge Verbindung des Mixolydischen und Dorischen Gesagten wohl mit dem gentilen Namen mixolydisch bezeichnen dürfen, dann aber als die hypomixolydische zu benennen haben, indem in ihr die Octave plagalisch getheilt erscheint, liegt — ausweislich des aus der Harmonia perfecta maxima entwickelten Diagrammes der Dekasscala — der diazeuktische Ton ganz unzweifelhaft in der Mitte der getrennten beiden dorischen Tetrachorde:



In der, durch Versetzung des Ganztonschrittes und oberen Tetrachordes in ihre Unteroctave gebildeten, zugehörigen authentischen Leiter des Tonus VII, welcher hiernach der Name die mixolydische zu geben sein wird, erscheint demgemäss der diazeuktische Ton am unteren Ende:



Den Exoterikern, welchen man die pentadischen Rationen der reinen Terzen, des kleineren Ganztons und des wahren diatonischen Halbtons verbarg, überall statt dieser Intervalle den Ditonus, den grösseren Ganzton und das s. g. pythagorische Limma nehmend, wurde diese Scala nur in folgender, durch Vertauschung der Saiten *H* und *f*˄ mit ihren enharmonischen Nebenformen *H*˄ und *f* gewonnenen Gestalt gezeigt:



*) A. a. O.: Λύσις δέ (φησι) Λαμπροκλέα τὸν Ἀθηναῖον συνιδόντα, ὅτι (ἡ Μιξολύδιος) οὐκ ἐνταῦθα ἔχει τὴν διάζευξιν, ὅπου σχεδὸν ἅπαντες ᾤοντο, ἀλλ᾽ ἐπὶ τὸ ὀξύ, τοιοῦτον αὐτῆς ἀπεργάσασθαι τὸ σχῆμα, οἷον τὸ ἀπὸ παραμέσης ἐπὶ ὑπάτην ὑπατῶν.

G A^ H^ c d e^ f g.

Ganz aus denselben Saiten und Stufenschritten bestand aber auch die hypojonische Octavenleiter (Tonus XII gregorianus) des lydischen Tetrachordsystemes, wenn auch aus dieser die pentadischen Rationen fern gehalten und in derselben allerwärts nur das Limma, der grössere Ganzton und die ditonische Terze gebraucht wurde. Gleichwie, unter der nemlichen Voraussetzung, die hypodorische Doppeloctave und die äolische (lokrische) der phrygischen Tetrachordordnung des s. g. Systema maximum:

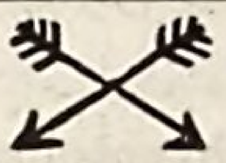
*A^ H^ c d e^ f g a^ h^ c̄ d̄ ē^ f̄ ḡ ā^*

aus solchen Saiten und Stufenschritten sich zusammensetzen welche beiden gemeinsam und sowohl der dorischen, von uns über der Linie durch Klammern angedeuteten Tetrachordeintheilung, als der phrygisch-äolischen, unter der Linie vermerkten fähig sind — weshalb, wie wir weiter unten sehen werden, dieser Doppeloctave des Systema maximum auch der Name „das Gemeinsame“, τὸ κοινόν, gegeben worden ist — ganz ebenso bot sich die aus blossen dyadisch-triadischen Rationen geformte Doppeloctave des lydisch-jonischen Tetrachordsystemes

G A^ H^ c d e^ f g a^ h^ c̄ d̄ ē^ f̄ ḡ

einer zwiefachen tonalen Deutung dar. Sie war als hypojonische einer Zerlegung in Tetrachorde der lydischen Form fähig, wie wir dies über der Linie vermerkt haben. Als mixolydische konnte sie dagegen in Tetrachorde der dorischen Form zerlegt werden, wie dies unter der Linie verzeichnet worden ist. Das dyadisch-triadische System besass daher zwei κοινή-Scalen. Wir finden bei den griechischen Musikschriftstellern der alexandrinischen Zeit aber nur die eine, äolisch-hypodorische Form derselben als κοινὸν angeführt; weil den Späteren jede Vorstellung von dem Vorhandensein einer lydisch-jonischen zweiten, durverwandten Ordnung des Tetrachordsystemes, wie wir im 5. Hauptstücke gesehen haben, seltsamer Weise ja völlig abhanden gekommen war. Zur Zeit des Lysis und des Lamprokles scheinen aber auch die Exoteriker sich noch mit der Betrachtung des Baues dieser durverwandten κοινή-Scala befasst zu haben. Die Mehrzahl derselben hielt an dem Satze fest, dass der diazeuktische Ton der aus dorischen Tetrachorden gebildeten mixolydischen Scala am unteren Ende der Octave gesucht werden müsse. Man hätte hiernach also um jene Zeit im allgemeinen noch eine richtige Vorstellung von den drei Formen des diatonischen Tetrachordes und von der engverschwisterten Beziehung der mixolydischen und dorischen Octavengattungen zu einander bewahrt gehabt. Dem Lamprokles*) würde aber eine solche völlig gefehlt haben. Denn, Anstoss nehmend an derjenigen Auffassung des Baues der mixolydischen Scala, welche doch unmittelbar durch die Abtheilung

*) Volkmann (in den Noten seiner Ausgabe der musica des Plutarch zu dieser Stelle, S. 102) hält den Musiker, auf welchen der Bericht des Lysis sich beziehe, für identisch mit dem atheniensischen Tonkünstler Lampros, der als Zeitgenosse des Sokrates und Musiklehrer des Sophokles genannt wird. Dieses Lampros gedenkt Plato: Menexenus 236 A, aber auf nicht eben schmeichelhafte Weise.

ihrer Saiten in dorische Tetrachorde gegeben war, hätte er, wenn die hier versuchte Deutung des Berichtes die richtige ist, unter Verlegung des diazeuktischen Tones an's obere Ende, vielleicht durch den Namen — μιξολυδιστί „das Gemischt-Lydische“ verleitet, die gedachte Scala mit anderen Worten der hypojonischen Scala des lydischen Tetrachordsystemes gleichgemacht. Die tief eingreifende Versündigung einer solchen Neuerung an den harmonikalen Grundlagen des alten Tonsystemes tritt greller hervor, wenn man die Structur der mixolydischen Scale, wie dies im Sinne der esoterischen Lehre geschehen musste, an ihren enharmonisch, mittelst Hinzunahme der pentadischen Intervalle, abgestuften Saiten betrachtet. Die Verlegung des diazeuktischen Tones an's obere Ende hatte dann die Folge, dass statt der Octavenleiter *G*  *A*^ *H cc*^ *d ee*^ *f*^ *g* die Leiter *G A H c d e f g*, d. i. eine nicht nur durch ihre Tetrachordeintheilung, sondern auch in der Stimmung einzelner Saiten von der mixolydischen wesentlich verschiedene Leiter sich zeigte, obgleich im übrigen in Ansehung der umspannenden Saiten diejenige Tonlage innerhalb der Stufen der natürlichen diatonischen Scala beibehalten war, welche der mixolydischen Octavenleiter zwischen der Hypate Hypaton und Paramese — wohlgemerkt nicht des phrygischen Tetrachordsystemes (Systema maximum) sondern des, der mixolydischen Scala verschwisterten, nach Unterintervallen abgezählten und demgemäss den Proslambanomenos und die Hypate Hypaton am oberen Ende führenden hypodorischen Tetrachordsystemes zukam. Lamprokles hätte auf diese Weise den gleichgewichtlichen Bau des dorisch-mixolydischen Dekachordes der Mitte zerstört. Er hätte sich durch Alterirung der einen, in dieses Doppelsystem eintretenden Stufenordnungen des Vergehens schuldig gemacht der Entstellung eines altüberlieferten geheiligten Symboles, dessen Unantastbarkeit die ernsteren Argiver von Staatswegen durch Strafen zu schützen unlängst noch bestrebt gewesen waren*), für welches aber unter den neuerungsliebenden Athenern kaum noch um jene Zeit ein Verständniss und irgend eine fürsorgliche Theilnahme zu finden gewesen sein wird**).

*) Man vgl. das Citat in Note * auf S. 369.

**) Das bestimmende Gewicht, welches in der Erzählung des Lysis von dem Versuche des Lamprokles für die Normirung der mixolydischen Scala der Ermittelung der Lage des diazeuktischen Tones beigelegt wird, bietet uns eine Veranlassung, hier nochmals die Aufmerksamkeit des Lesers auf die bedeutsame Stellung hinzulenken, welche in der griechischen Harmonik die Lehre vom diazeuktischen Tone einnimmt.

Die charakteristische Eigenthümlichkeit sowohl der drei viergestaltigen Gruppen der phrygisch-äolischen, lydisch-jonischen und dorisch-mixolydischen Tonsysteme, als jeder einzelnen der zu diesen Gruppen gehörigen Octavenleitern wird, wie wir im 5. und im 7. Hauptstücke gesehen haben, in tonaler Beziehung durch die jeder der drei Gruppen eigene Form des diatonischen Tetrachordes, aus eben diesem Grunde und wegen des unzertrennbaren Zusammenhanges in welchem die entsprechende Zerlegung der Scala in Tetrachorde einer bestimmten diatonischen Form mit der besonderen Lage des diazeuktischen Ganztones steht, nothwendig aber auch durch den Ort des letzteren am oberen, oder am unteren Ende der aus verbundenen — oder in der Mitte der aus getrennten phrygischen, oder lydischen, oder dorischen Tetrachorden gebildeten Leiter jedesmal bedingt. Von den vier dem lydischen Tetrachordsysteme angehörigen Octavenleitern trägt die lydische im engeren Sinne 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 ihren diazeuktischen Ton am unteren Ende, die hypojonische 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 dagegen den ihrigen am oberen Ende in sich. Die hypolydische Leiter ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ und die jonische ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ bergen ihren diazeuktischen Ton aber in ihrer Mitte; wobei derselbe sich in der ersteren

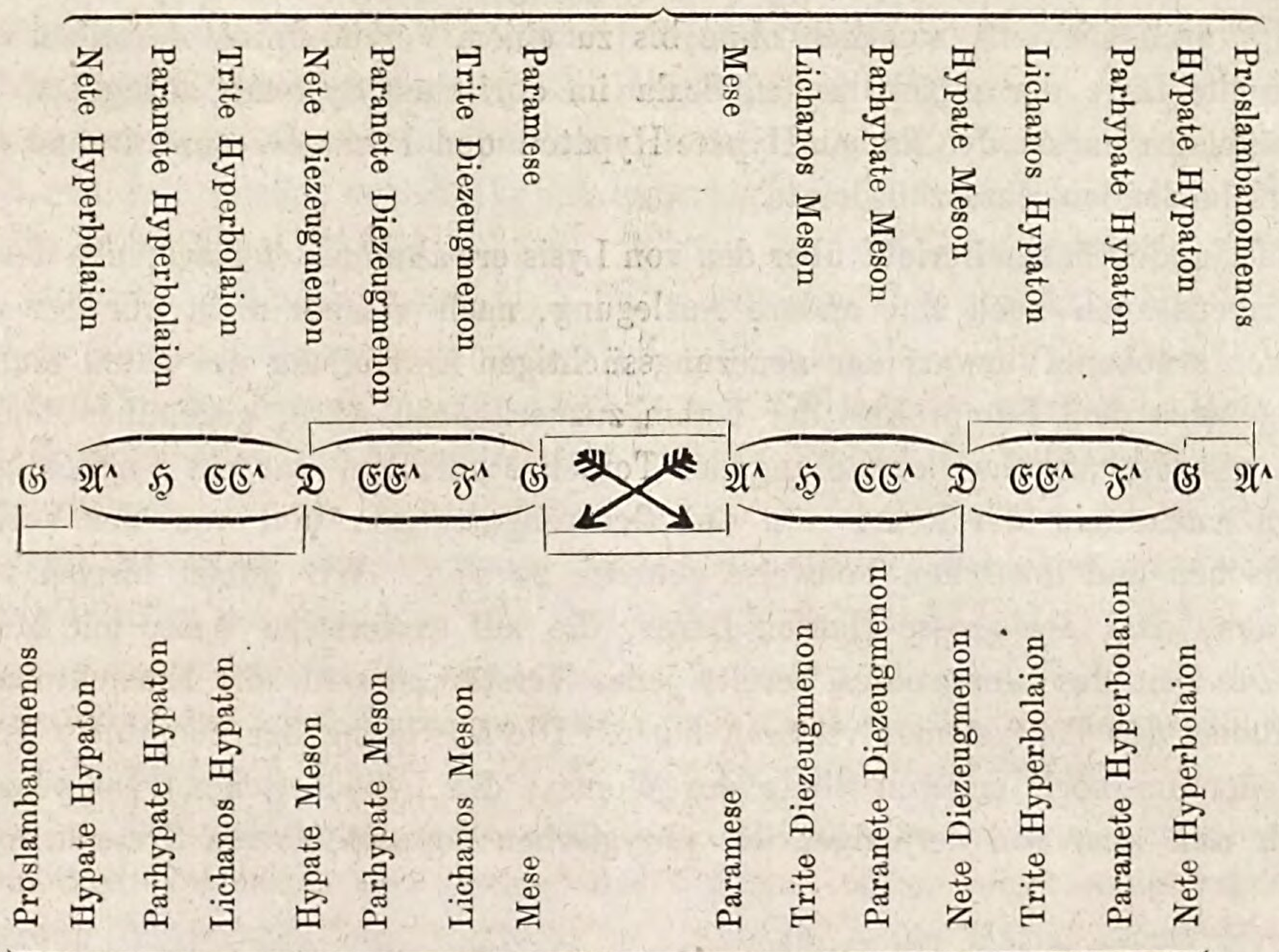
Wir haben die Saitennamen Hypate Hypaton und Paramese in der hier besprochenen Stelle nicht auf die Tetrachord-Eintheilung des phrygischen s. g. Systema immutabile maximum, sondern auf eine hiervon verschiedene, der hypodorischen Doppeloctave eigene Weise der Benen-

mit dem aufwärts anschliessenden Tetrachorde — in der zweitgenannten aber mit dem tieferen Tetrachorde zu einem Pentachorde verbindet und so in dem einen Falle die plagalische, in dem anderen Falle die authentische Theilung der Octave eintritt. In den vier aus phrygischen Tetrachorden zusammengesetzten Leitern liegt der diazeuktische Ton in der hypophrygischen ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ am oberen — in der äolischen 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 am unteren Ende. Die phrygische Leiter 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 und die hypoäolische 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 zeigen ihn in der Mitte; wobei wieder die Verbindung derselben mit dem tieferen, oder aber mit dem höheren Tetrachorde zu einem Pentachord die authentische, oder beziehlich plagalische Theilung der Octave bestimmt. Von den vier aus dorischen Tetrachorden geformten Leitern haben die dorische 𝔇 𝔈𝔈^ 𝔉^ 𝔊 𝔄^ ℌ ℭℭ^ 𝔇 und die hypomixolydische 𝔇 𝔈𝔈^ 𝔉^ 𝔊 𝔄^ ℌ ℭℭ^ 𝔇 den diazeuktischen Ton in ihrer Mitte. In der erstgenannten, als einer authentischen, verbindet er sich mit dem tieferen — in der zweitgenannten, plagalischen Leiter, mit dem höheren Tetrachorde zum Pentachord. Die hypodorische Leiter 𝔄^ ℌ ℭℭ^ 𝔇 𝔈𝔈^ 𝔉^ 𝔊 𝔄^ zeigt denselben am oberen Ende — die mixolydische Leiter 𝔊 𝔄^ ℌ ℭℭ^ 𝔇 𝔈𝔈^ 𝔉^ 𝔊 am unteren.

Die Saiten der beiden Stufen, zwischen denen der diazeuktische Ganztonschritt gefunden wird, erhalten durch ihn mit Nothwendigkeit die Eigenschaft als *chordae stabiles* ihres Systemes. Vergleichen wir die harmonikale Beziehung derselben zur dritten unbeweglichen und zu den vier beweglichen Saiten der betreffenden Octavenleiter, so zeigt sich aber auch in anderer Hinsicht noch der tonale Charakter derselben mit besonderer Würde angethan. In den vier Scalen des lydischen Tetrachordsystemes sind es nemlich jedesmal die Dominante und die Unterdominante der durgeschlechtlichen Gesammttonart der lydischen und hypolydischen, jonischen und hypojonischen Octavengattungen, welche den diazeuktischen Ton umspannen; während die Tonica dieser Durtonart jedesmal die Stellung der dritten *chorda stabilis* der betreffenden Octavenleiter einnimmt. Für die vier molltonalen, der Paralleltonart jener Durtonart angehörigen Scalen der phrygischen und hypophrygischen, äolischen und hypoäolischen Octavengattungen sind die zeugenden Obertöne (die Quinten) des weichen Dominant- und Unterdominant-Accordes der gedachten Paralleltonart Bildner des diazeuktischen Tones. Neben ihnen erscheint als dritte *chorda stabilis* für diese vier Octavenleitern der zeugende Oberton (die Quinte) des tonischen Mollaccordes der erwähnten Tonart. In unseren obigen, der ℭdur-Tonart entnommenen Beispielen liegt in den vier Scalen des lydischen Tetrachordsystemes der diazeuktische Ton daher jedesmal zwischen 𝔉 und 𝔊, und als dritte feste Saite erscheint allemal die tonische Stufe ℭ. In den der parallelen 𝔄moll-Tonart entnommenen vier Scalen des phrygischen Tetrachordsystems spannt sich dagegen jedesmal der diazeuktische Ton zwischen die Quinte ℌ des 𝔈moll- als (weichen) Oberdominant- und die Quinte 𝔄 des 𝔇moll- als Unterdominantaccordes der genannten Tonart. Die Stufe 𝔄 empfängt nemlich hier ihre hervorragende Bedeutung nicht sowohl als Grundton des tonischen 𝔄moll —, wie als Zeugerton des nächstverwandten Unterdominantaccordes 𝔇moll. Dritte feste Saite ist in den in Rede stehenden Scalen dann jedesmal die Quinte der tonischen 𝔄moll-Harmonie 𝔈. In der dorisch-mixolydischen Scalengruppe besitzen die dorische und die hypodorische Leiter den diazeuktischen Ton zwischen den Grundtönen ihres harten Unterdominantaccordes und weichen Oberdominantaccordes (in unseren Beispielen zwischen den Grundtönen 𝔊 und 𝔄^ der Accorde 𝔊dur und 𝔄^moll). Ihre dritte feste Saite ist der Tonus beider Leitern (in unseren Beispielen der Ton 𝔇). Die mixolydische und die hypomixolydische Leiter haben dieselben festen Saiten. Aber für sie erscheinen von den beiden den diazeuktischen Tonschritt umschliessenden Stufen (in unseren Beispielen 𝔊 und 𝔄^) die tiefere (𝔊) als Quinte des harten Unterdominantaccordes (in unseren Beispielen des ℭdur-Accordes) die höhere Stufe (𝔄^) als Quinte des weichen Dominantaccordes (in unseren Beispielen des 𝔇moll-Accordes). Dritte feste Saite ist hier die Quinte des tonischen Duraccordes (in unseren Beispielen 𝔇 als Quinte des 𝔊dur-Accordes). Damit jeder der drei Hauptaccorde der mixolydischen beiden Octavleitern in den festen Saiten dieser Scalen ver-

nung der Tetrachorde und ihrer Saiten im dorisch-mixolydischen Systeme bezogen. Dass das dorisch-mixolydische System zum Gebrauche der Esoteriker einer besonderen Ordnung der Tetrachordnamen bedurfte, folgt trotz des Schweigens der griechischen Musikschriftsteller schon aus der verschiedenen Lage des diazeuktischen Ganztones im gedachten Systeme. Der diazeuktische Ganztonschritt zeigt sich sowohl in der Dekachord-Scale der mittleren Decime als in der Erweiterung des Dekachordes zu einem zwei Octaven und einen grösseren Ganzton umfassenden Systeme in der Mitte und am oberen wie am unteren Ende. Der den zweioctavigen Umfang sowohl des phrygischen als des lydischen Tetrachordsystemes um einen grösseren Ganzton übertreffende Umfang des dorisch-mixolydischen Systemes und das Vorhandensein eines solchen grösseren (diazeuktischen) Ganztones an beiden Enden der gleichgewichtlichen Doppelscala dieses Systemes fordert für dasselbe auch mit innerer Nothwendigkeit eine zwiefache Abzählung der Stufen nach Ober- und nach Unterintervallen und — dem entsprechend — eine zwiefache Ordnung der Namen der Tetrachorde und ihrer Saiten, welche nicht wohl eine andere als die im nachstehenden Schema angedeutete gewesen sein kann:

Dorische (und hypodorische) Tetrachordordnung.



Mixolydische (und hypomixolydische) Leiter.

treten sei, muss nemlich die tiefere Stufe des diazeuktischen Ganztones (𝔊) als Quinte des Unterdominantaccordes, nicht als Grundton des tonischen Accordes, 𝔇 als Quinte des tonischen und nicht als Grundton des Dominantaccordes und 𝔄^ als Quinte des Dominantaccordes aufgefasst werden. Vermöge der eigenthümlichen Mischung durtonaler und molltonaler Formen, welche der dorisch-mixolydischen Gruppe der Octavengattungen anklebt, gehorcht nemlich in Ansehung der Beziehungen der festen Saiten zu den drei Hauptharmonien jeder dieser Octavengattungen das dorische mollverwandte Octavenpaar einem durtonalen Bildungsgesetze, das mixolydische durverwandte Octavenpaar einem molltonalen.

Eine Vergleichung der Chordae stabiles der beiden Leitern der Paralleltöne ℭdur und 𝔄moll zeigt, dass als solche von den sieben Stufen der natürlichen diatonischen Leiter drei (ℭ, 𝔉 und 𝔊) der Dur- und drei (𝔈, 𝔄 und ℌ) der Mollleiter angehören. Die siebente dort als 𝔇, hier als $𝔇^v$ auftretende Stufe, wird in der

Die Octavenleitern des mixolydischen Systemes liegen in diesem Schema zwischen der Hypate Hypaton und Nete Diezeugmenon des dorischen Systemes, diejenigen des dorischen zwischen der Hypate Hypaton und Nete Diezeugmenon des mixolydischen. Die dorische Paramese bezeichnet die Stufe, welche mit der dorischen Hypate Hypaton die authentische Leiter des mixolydischen Systemes abgränzt. Umgekehrt liegt die plagalische (hypodorische) Leiter des dorischen Systemes zwischen der mixolydischen Hypate Hypaton und Paramese. Tiefste Saite der authentischen dorischen Octavenleiter ist die Hypate Meson des mixolydischen Systemes; höchste Saite der plagalischen mixolydischen (hypomixolydischen) Octavenleiter umgekehrt die dorische Hypate Meson. Die mixolydische Nete Diezeugmenon bildet die höchste Stufe der authentischen dorischen — die dorische Nete Diezeugmenon die tiefste Stufe der plagalischen mixolydischen (hypomixolydischen) Leiter. Im Dekachorde der Mittelgruppe des dorisch-mixolydischen Systemes erscheint die authentische dorische Octavengattung als das Principale, die plagalische hypomixolydische mehr als das Secundäre. So mag auch zur Bezeichnung der Stufen des Systemes und ihrer Eintheilung vorzugsweise die dorische Tetrachordordnung gedient haben und es kann daher nicht auffallend erscheinen, dass Lysis in seiner Erzählung von der durch Lamprokles versuchten Neugestaltung der mixolydischen Scala, deren Inhalt uns Plutarch mittheilt, sichtlich ohne bis zu einem Verständnisse desselben vorgedrungen zu sein, um die Lage der mixolydischen Scala im dorischen Systeme anzugeben sich einfach für die betreffenden Saiten der Namen Hypate Hypaton und Paramese ohne irgend einen anderweiten unterscheidenden Zusatz bediente.

Plutarch's undeutlicher Bericht über den von Lysis erwähnten Reformversuch des Lamprokles gestattet übrigens auch noch eine andere Auslegung, nach welcher nicht nur der vorhin gegen diesen Musiker erhobene Vorwurf der neuerungssüchtigen Entstellung des Alten nicht begründet sondern umgekehrt dem Lamprokles der Ruhm zuzuerkennen wäre, gegenüber dem Verfalle in welchen die wissenschaftliche Behandlung der Tonlehre gerathen war ein Vertheidiger der richtigen älteren Auffassung der Lehre von den Octavengattungen und von der Verschwisterung der mixolydischen und dorischen Tonweise gewesen zu sein. Wir gehen hierbei von der Voraussetzung aus, dass der grosse Haufen Derer, die auf exoterische Weise mit Musik sich beschäftigten zur Zeit des Lamprokles bereits jedes Verständniss für die Einrichtung des enharmonischen Baues des Tonsystemes verloren hatte. Die Abstufung der Tonschritte innerhalb der dorischen (oder im noch engeren Sinne des Wortes: der hypodorischen) Doppeloctave unterscheidet sich nun aber von derjenigen des phrygischen doppeloctavigen Systema maximum im-

ersteren Form zur tonischen Chorda stabilis des gleichgewichtlichen Systemes der Mitte. Als zweite und dritte Chorda stabilis dieses Systemes verbindet sich dann dort mit ihr der Dominantton G der ihr verschwisterten Cdur- und der Tonus A der ihr verschwisterten Amoll-Tonart.

Wer sich die Tonleitern der zwölf Octavengattungen ganz einfach und ohne alle unterstützende Accordbegleitung, unter rhythmischer Betonung der festen Saiten des diazeuktischen Tones und der beiden getrennten oder verbundenen Tetrachorde in der Weise vorsingt, dass er auf den als feste Saiten sich auszeichnenden Stufen etwa einen viertel oder halben Takt hindurch verweilt, über die beweglichen Stufen aber in Achtel-Tönen hinweg eilt und auf der Final- oder Confinalstufe der Leiter dann abschliesst, wird vermittelst einer solchen lediglich melodischen Uebung, auch ohne alle Beihülfe einer charakterisirenden Harmonisirung, des ganz specifischen tonischen Unterschiedes der einzelnen Stufenordnungen dieser Scalen inne werden. Er wird auf dem Wege der unmittelbaren musikalischen Empfindung gewahren, dass jeder einzelnen dieser charakteristischen Typen melodisch-harmonikaler Gestaltung ein in keiner der übrigen gefundenes Gepräge einer ganz besonderen, für die Erzielung gewisser Effecte überaus geeigneten Ausdrucksweise beiwohnt.

mutabile, wie vorhin schon bemerkt wurde, nur in enharmonischer Beziehung. Das mollverwandte phrygische Systema maximum bedient sich der Saite 𝔄 und liegt der diazeuktische grössere Ganzton (von der Form 9 : 8) daher zwischen den Saiten 𝔄 und ℌ dieses Systemes am unteren Ende desselben. Der Schritt von der zweitobersten Saite 𝔊 zur obersten 𝔄 bildet nur einen kleineren Ganzton (von der Form 10 : 9) und konnte daher nicht als diazeuktischer Tonschritt aufgefasst werden. Im dorischen Systeme, welches sich der Saite 𝔄ᐞ bedient, verhielt die Sache sich umgekehrt. Nachdem der Unterschied des kleineren und des grösseren Ganztones, der grossen Terze und des Ditonus, der Mollterze und des Trihemitoniums, des Limma's und des diatonischen Halbtones, bei den Exoterikern in Vergessenheit gerathen war und diese angefangen hatten, in ihren theoretischen Entwickelungen allerwärts nur mehr des grösseren Ganztones 9 : 8 und des Limma's 256 : 243 für die Rationen ihrer Scalen sich zu bedienen, musste nothwendig auch die Möglichkeit eines Verständnisses der Unterscheidungen der einzelnen Octavengattungen und insbesondere des Unterschiedes zwischen der zweioctavigen Leiter des s. g. Systema maximum immutabile und der innerhalb derselben Stufen liegenden dorischen Leiter des mixolydisch-dorischen Systemes völlig schwinden. Die ausübende Tonkunst hatte seit dem Aufkommen der durch Melanippides, Phrynis, Kinesias und Timotheus vertretenen Geschmacksrichtung aufgehört um die alten Octavengattungen und den Canon der aus dem Baue derselben hervorgehenden Regeln sich irgendwie zu bekümmern. Nur mehr die mit irrigen Rationen rechnende Theorie beschäftigte sich noch, aber nur vom Standpunkte exoterischer Anschauungen aus, mit solchen antiquarischen Ueberbleibseln einer entschwundenen Kunstepoche. Vereinzelte, in absichtliches Dunkel gehüllte, gewiss nur sehr fragmentarische Aeusserungen esoterischen, älteren Ursprunges wurden zu Rathe gezogen aber auf klägliche Weise missverstanden. Die in diesen esoterischen Aussprüchen vorkommenden, auf die dorische Tetrachordordnung sich beziehenden Namen einzelner Saiten und Tetrachorde wurden so gedeutet, als sei von den betreffenden Saiten des Systema maximum die Rede. So behandelte man, ohne sich dessen bewusst zu sein, wie wir sogleich sehen werden im buchstäblichen Sinne des Wortes die Nomenclatur und die ganze Stufenordnung sowohl der Octavengattungen als der s. g. Tropen für die modulatorischen Versetzungen des Systemes gleich einem contrapunktlichen Thema *in motu contrario stricte reverso* (in der „strengen verkehrten Nachahmung"). Es entstand in der Lehre von den Tonarten und Transpositionen jene unbeschreiblich jammervolle Verwirrung welche von Aristoxenus und Euclid herab bis auf Ptolemäus und Boëthius die musikalischen Schriften der Classiker erfüllt und heute noch auch in den neueren musikarchäologischen Forschungen sich wiederspiegelt. Aristoxenus, der übrigens selber nicht wenig zur Vermehrung dieser Verwirrung beigetragen hat, schildert im 2. Buche seiner Harm. Elem. die verworrene Haltlosigkeit der zu seiner Zeit bereits sich bekämpfenden Meinungen in drastischer Weise dahin, dass „auch nicht Einer irgend etwas Zutreffendes über irgend einen Gegenstand der Tonartenlehre vorzubringen gewusst habe, der Widerstreit der Ansichten von dem eigentlichen Wesen, der Bedeutung, Abstufung und Folgeordnung der Tonarten und die Menge der in Aufnahme gekommenen von einander abweichenden Terminologien aber der Buntscheckigkeit zu vergleichen seien der in den einzelnen Städten und Landschaften Griechenlands in Geltung stehenden von einander ganz verschiedenen Bezeichnungen der Calendertage"*). Der mixoly-

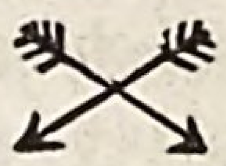
*) A. a. O. Meibom. S. 37: Πέμπτον δ' ἐστὶ τῶν μερῶν, τὸ περὶ τοὺς τόνους, ἐφ' ὧν τιθέμενα τὰ συστήματα μελῳδεῖται. περὶ ὧν οὐδεὶς οὐδὲν εἴρηκεν, οὔτε τίνα τρόπον ληπτέον οὔτε πρὸς τί βλέποντας τὸν ἀριθμὸν αὐτῶν ἀπο-

dischen Octavengattung war in der allgemeinen Namen- und Begriffsverwirrung frühe schon das Schicksal zu Theil geworden, von den übel unterrichteten exoterischen Harmonikern, statt zwischen der Hypate Hypaton und Paramese der hypodorischen (beziehlich dorischen) Tetrachordordnung des Systemes der Mitte, zwischen den gleichnamigen Saiten der phrygisch-äolischen Doppeloctave des Systema maximum immutabile aufgesucht zu werden. Obgleich ihr Name sie, im Gegensatze zur hypomixolydischen Octavenleiter, als eine authentische, der reinen Quinte ihres unteren Primtones wesentlich bedürfende Leiter kennzeichnet, wurde solchergestalt ihr eine Scale von der Form 𝔋 𝔈 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 𝔄 𝔋 zugetheilt. In dieser Anordnung ihrer Stufen werden wir sie sogleich bei Euclid antreffen und finden sie so construirt, von Euclid's Zeiten herab bis zur heutigen Stunde, bei allen Bearbeitern der Geschichte der griechischen Harmonik. Der ältere Bericht des Lysis, aus welchem Plutarch ohne ihn zu verstehen schöpfte, scheint nun von dieser irrigen Auffassung der Regeln für den Bau der mixolydischen Scala und von dem Versuche des Lamprokles, der richtigen Ansicht Geltung zu verschaffen, gehandelt zu haben. Die Worte der Stelle lassen nemlich eine Deutung zu, der gemäss dieselben in folgender Weise wiederzugeben sein würden: „Lysis erwähnt, dass Lamprokles, als er wahrgenommen wie der diazeuktische Ton, wenn an bestimmten Saiten des Systemes die Stufenordnung der mixolydischen Octavengattung nachgewiesen werden soll (in der Doppeloctave der κοινὴ-Scala) nicht dorthin gelegt werden darf, wo fast alle ihn vermutheten, sondern nach oben hin, demgemäss das Schema derselben so hergerichtet habe wie dasselbe (nach jener dorischen Eintheilung der Tetrachorde und Verlegung des diazeuktischen Tones an's obere Ende der κοινὴ-Scala) zwischen den Saiten Hypate Hypaton und Paramese des (so umgestalteten, nun von oben abwärts zu betrachtenden) Systemes gefunden werde“*). Der Umstand, dass Lysis, der wohlunterrichtete Pythagoreer, das Verfahren des Lamprokles keineswegs tadelt, so wie die Weise wie derselbe

δοτέον ἐστὶν, ἀλλὰ παντελῶς ἔοικε τῇ τῶν ἡμερῶν ἀγωγῇ, τῶν ἁρμονικῶν ἡ περὶ τῶν τόνων ἀπόδοσις. οἷον ὅταν Κορίνθιοι μὲν δεκάτην ἄγωσιν, Ἀθηναῖοι δὲ πέμπτην· ἕτεροι δέ τινες ὀγδόην· οὕτω γὰρ οἱ μὲν τῶν ἁρμονικῶν λέγουσι βαρύτατον μὲν τὸν ὑποδώριον τῶν τόνων· ἡμιτονίῳ δὲ ὀξύτερον τούτων τὸν μιξολύδιον, τούτων δὲ ἡμιτονίῳ τὸν δώριον· τοῦ δὲ δωρίου τόνῳ τὸν φρύγιον, ὡσαύτως δὲ καὶ τοῦ φρυγίου τὸν λύδιον ἑτέρῳ τόνῳ· ἕτεροι δὲ πρὸς τοῖς εἰρημένοις τὸν ὑποφρύγιον αὐλὸν προστιθέασιν ἐπὶ τὸ βάρυ. οἱ δ' αὖ πρὸς τὴν τῶν αὐλῶν τρύπησιν βλέποντες τρεῖς μὲν τοὺς βαρυτάτους τρισὶ διέσεσιν ἀπ' ἀλλήλων χωρίζουσι, τόν τε ὑποφρύγιον καὶ τὸν ὑποδώριον καὶ τὸν δώριον, τὸν δὲ φρύγιον ἀπὸ τοῦ δωρίου τόνῳ, τὸν δὲ λύδιον ἀπὸ τοῦ φρυγίου πάλιν τρεῖς διέσεις ἀφίστασιν, ὡσαύτως δὲ καὶ τὸν μιξολύδιον τοῦ λυδίου. τί δ' ἐστί, πρὸς ὃ βλέποντες οὕτω ποιεῖσθαι τὴν διάστασιν τῶν τόνων προτεθύμηνται, οὐδὲν εἰρήκασιν. ὅτι δ' ἐστὶν ἡ καταπύκνωσις ἐκμελὴς καὶ πάντα τρόπον ἄχρηστος, φανερὸν ἐπ' αὐτῆς ἔσται τῆς πραγματείας.

*) Eine dunkle, mit verworrenen Vorstellungen über Sphärenharmonie auf geistlose Weise in Verbindung gebrachte Ueberlieferung von der Nothwendigkeit der Anfügung eines diazeuktischen Tones am oberen Ende des so recht dem natürlichen Gesetze der harmonischen Klangverbindung entsprechenden Systemes klingt nach, mit einseitiger Uebertreibung dessen was in dieser Beziehung wirkliche Lehre der Alten war, in einer Anführung bei Plutarch de anim. procreat. in Tim. p. 1029. Es ist daselbst davon die Rede, dass erst die Neueren den Proslambanomenos am unteren Ende dem Systeme angefügt hätten um dasselbe auf zwei Octaven zu bringen; wodurch die Uebereinstimmung der Anzahl der sieben unbeweglichen Saiten mit der Gesammtzahl der beiden grossen Himmelskörper und der fünf Wandelsterne so wie die natürliche Ordnung der consonirenden Intervalle preisgegeben worden sei, der zufolge die Quarte der Quinte vorhergehen müsse. Plato aber habe, wie man wisse, den Proslambanomenos dem Systeme am oberen Ende angefügt. Der plutarchische Text lautet: ἔτι τοίνυν τοὺς παλαιοὺς ἴσμεν ὑπάτας μὲν δύο, τρεῖς δὲ νήτας, μίαν δὲ μέσην, καὶ μίαν παραμέσην τιθεμένους, ὥστε τοῖς πλάνησιν ἰσαρίθμους εἶναι τοὺς ἑστῶτας· οἱ δὲ νεώτεροι τὸν προσλαμβανόμενον, τόνῳ διαφέροντα τῆς ὑπάτης ἐπὶ τὸ βαρὺ τάξαντες, τὸ μὲν ὅλον σύστημα δὶς διὰ πασῶν ἐποίησαν, τῶν δὲ συμφωνιῶν τὴν κατὰ φύσιν οὐκ ἐτήρησαν τάξιν. τὸ γὰρ διὰ πέντε πρότερον γίνεται τοῦ διατεσσάρων, ἐπὶ τὸ βαρὺ τῇ ὑπάτῃ τοῦ τόνου προσλεφθέντος. ὁ δὲ Πλάτων δῆλός ἐστιν ἐπὶ τὸ ὀξὺ προσλαμβάνων. Plato, der Esoteriker, war wie wir uns mehrfach überzeugen konnten, noch in viele technische Geheimnisse der alten Schule eingeweiht.

vielmehr der herrschend gewordenen Anschauung von der unabänderlichen Lage des diazeuktischen Tones am unteren Ende des doch einer zwiefachen Tetrachordeintheilung fähigen Systemes als einer Meinung der Menge (ὅπου σχεδὸν ἅπαντες ᾤοντο) in missbilligendem Tone gedenkt — sprechen unseres Bedünkens sogar für die überwiegende Richtigkeit dieser zweiten Deutung der plutarchischen Stelle.

Die in den Berichten der griechischen Schriftsteller vorkommenden Aufzählungen der drei Tonarten nennen, wie wir sahen, das einemal die phrygische, lydische und dorische Tonart, das anderemal neben der dorischen die jonische und äolische Tonart. Des Mixolydischen wird in diesen Berichten keiner besonderen Erwähnung gethan. Es scheint dasselbe in früherer Zeit nur als die zweite Phase der doppelgestaltigen dorischen Tonweise aufgefasst worden zu sein und den besonderen Namen mixolydisch erst in der Folge erhalten zu haben. Die Entstehung dieses Namens dürfte sich unseres Bedünkens dadurch erklären lassen, dass in dem vollständig entwickelten dorischen Systeme des Hendekachordes (vgl. S. 359) die diatonisch-enharmonische Stufenfolge ℭℭ˄ 𝔇˅𝔇𝔇˄ 𝔈𝔈˄ 𝔉𝔉˄ 𝔊𝔊˄  𝔄𝔄˄ ℌℌ˄ ℭℭ˄ 𝔇˅𝔇𝔇˄ 𝔈𝔈˄ vermöge der gegebenen Saiten 𝔈, 𝔉 und 𝔄 im Stande ist, die Töne auch einer vollkommen rein gestimmten lydischen oder jonischen Leiter zu liefern. Die mixolydische Octavenleiter 𝔊 𝔄˄ ℌ ℭℭ˄ 𝔇 𝔈𝔈˄ 𝔉˄ 𝔊 kann, je nach Bedarf der modulatorisch beabsichtigten Wendung der Accordfolgen melodisch in die hypojonische Octavenleiter 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 verwandelt werden, wie dies nach der ersten der vorhin besprochenen plutarchischen Stelle gegebenen Deutung in der Theorie Lamprokles gethan haben soll. Man modulirte dann von 𝔊 nach ℭ und von ℭ nach 𝔉, statt auf der Stufe ℭ die enharmonische Rückung nach ℭ˄ auszuführen und von da aus nach 𝔉˄ zu cadenziren. So wurde die häufige Anwendung von Modulationen nach der lydischen Octavengattung 𝔉 𝔊 𝔄 ℌ ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 hin möglich. In ganz ähnlicher Weise bietet die Fülle jener Doppelformen auch die Elemente, um die hypodorische Octavenleiter 𝔄˄ ℌ ℭℭ˄ 𝔇 𝔈𝔈˄ 𝔉˄ 𝔊 𝔄˄ durch Vertauschung der Saiten ℌ und 𝔊 mit ℌ˄ und 𝔊˄ in eine äolische 𝔄˄ ℌ˄ ℭ˄ 𝔇 𝔈˄ 𝔉˄ 𝔊˄ 𝔄˄ umzuwandeln und von dort aus war der modulatorische Weg nach der hypophrygischen Tonweise ℌ˄ ℭ˄ 𝔇 𝔈˄ 𝔉˄ 𝔊˄ 𝔄˄ ℌ˄ gegeben. So zeigt sich die mixolydische Leiter als eine aus dorischer Tonalität hervorgegangene aber in gewissem Sinne nach der lydisch-jonischen Durtonart hinneigende, mit lydischen und jonischen Elementen gemischte; während in der dorischen Leiter, wenn man so will, eine Mischung molltonaler äolisch-phrygischer Elemente mit dem Dorischen sich kund gibt. Man hätte also füglich die hypodorische Octavenleiter auch eine gemischt-äolische oder gemischt-phrygische nennen mögen. Dies ist nicht geschehen, weil der dorische Namen anch für das Hypodorische mit Recht den Vorrang behauptete. Um aber die beiden Formen der Toni VII und VIII vom Dorischen im engeren Wortsinne zu unterscheiden, begann man in einer späteren Zeit wirklich diese, der dorischen Harmonieordnung im weiteren Sinne des Namens angehörigen Octavengattungen die „gemischt-lydische", und die „unter-gemischt-lydische", zu nennen. Die innige Verwandtschaft der hypodorischen und der äolischen Octavengattung fand im übrigen die vollste Beachtung. Bei Athenäus ist das Zeugniss des Heraklides Ponticus aufbewahrt, dass die hypodorische Tonart und die äolische „dieselbe" seien (freilich, wie wir wissen, nur — was dort nicht näher dargelegt wird — der Reihenfolge ihrer Ganz- und Halbtonschritte nach, nicht auch in Beziehung auf die enharmonische Abstufung und auf die Tetrachord-Gruppirung ihrer Saiten)*).

*) Athenäus Deipnosoph. XIV: αὕτη (ἡ ὑποδώριος) γάρ ἐστι, φησὶν ὁ Ἡρακλείδης, ἣν ἐκάλουν αἰολίδα.

Der Bericht des Lysis über die mixolydische Scala, die von Plutarch erwähnte Aussage des Aristoxenus über die enge Beziehung des pathetischen Mixolydischen zum majestätisch-ernsten Dorischen und das Zeugniss des Heraklides Ponticus über die Gleichheit der hypodorischen und äolischen Scala beseitigen denn auch alle Zweifel darüber, welche der übrigen beiden Hauptgruppen der zwölf Octavengattungen dem Sprachgebrauche der Alten zufolge als die der lydischen, beziehlich jonischen Tonalität angehörige, und welche als die der phrygischen, beziehlich äolischen, gegolten habe. Das Zeugniss des Heraklides stempelt den Namen äolisch zu einer Bezeichnung für eine molltonale Octavengattung. Die Beschaffenheit der gemischt-lydischen Scala als Durphase des dorischen Systemes lässt mit Sicherheit erkennen, dass die eigentlich lydische Leiter eine Dur-Tonleiter gewesen sein müsse. Und da in den oben angeführten Aussprüchen der alten Schriftsteller zweifellos das Phrygische als Gegensatz dem Lydischen und das Jonische als Gegensatz dem Aeolischen gegenüber gestellt wird, so ersehen wir aus dieser Gruppirung mittelbar auch, dass die jonische Octavengattung gleich der lydischen der Dur-Tonalität, und die phrygische gleich der äolischen der Moll-Tonalität angehört haben müssen. Es treten somit phrygisch, hypophrygisch, äolisch und hypoäolisch auf die eine Seite — und zwar auf die der Moll-Tonarten der Modi gregoriani III, IV, IX und X — und dagegen lydisch, hypolydisch, jonisch und hypojonisch auf die andere, d. i. auf die Seite der als Dur-Tonarten sich kennzeichnenden Modi gregoriani V, VI, XI und XII. So findet der mittelalterliche, von uns befolgte Sprachgebrauch in unverwerflichen Zeugnissen älterer Quellen seine vollgültige Bestätigung.

In völligem Widerspruche mit dieser Auffassung des Gegenstandes steht allerdings die von den Musikschriftstellern der alexandrinischen Periode gegebene Darstellung der Tonartenlehre. Bei Euclid*), dem frühesten der auf uns gekommenen Theoretiker dieser Periode, finden wir eine Aufzählung von sieben Arten der Octavenleitern unter Angabe der Namen der jedesmal den Anfangs- und Endstufen derselben entsprechenden Saiten des Systema maximum, so wie der jedesmaligen Lage der diatonischen Halbtöne (des Limma's) und des enharmonischen und chromatischen Pyknon's in jeder derselben. Die erste dieser Leitern, heisst es, sei die von den Alten mit dem Namen die mixolydische bezeichnete. Die Saiten Hypate Hypaton und Paramese bildeten die umspannenden Stufen (τὸ περιέχον) derselben, welche im Tetrachordsysteme des enharmonischen und chromatischen Genus βαρύπυκνοι seien. In Ansehung des „ersten Ganztones“ (πρῶτος ὁ τόνος — es ist damit offenbar der diazeuktische Ton gemeint) wird gesagt, dass er am oberen Ende (ἐπὶ τὸ ὀξὺ) liege, von den Halbtonschritten im diatonischen Klanggeschlechte aber, dass sie den ersten und vierten Stufenschritt von unten gezählt bildeten. Die von Euclid beschriebene mixolydische Octavenleiter ist also eine Scala von der Form H C D E F G A H (beziehlich H' C D E' F G A' H'), und die von ihm gemeinte Hypate Hypaton und Paramese können nur die des phrygischen Systema maximum sein. Die zweite Octavengattung, heisst es dann weiter, sei die von den Alten die lydische genannte. Die umspannenden Saiten derselben gehörten der Ordnung der μεσόπυκνοι an, der diazeuktische Ganzton bilde in ihr den zweiten Schritt vom oberen Ende, der diatonische Halbton erscheine als dritter Stufenschritt von unten und als erster von oben gezählt. Ihre Lage wird zwischen den Saiten Parhypate Hypaton und Trite Diezeugmenon angegeben. Es handelt sich im Sinne Euclid's somit von

*) Introduct. harm. S. 15 und 16 Meibom.

einer Scale von der Form ℭ 𝔇 𝔈^ 𝔉 𝔊 𝔄^ ℌ^ ℭ, wobei die Angabe über den Ort des diazeuktischen Tones (𝔄^—ℌ^) und die hieraus sich ergebende Zerreissung des einen Tetrachordes, dessen Stufen nun aus der siebenten und achten — also aus den beiden letzten Saiten am oberen Ende — und aus der zweiten und dritten von unten ergänzend zusammengefügt werden müssen, in jeder Beziehung höchst incongruent erscheinen. Euclid's dritte Leiter wird als die phrygische bezeichnet. Sie liegt zwischen den Saiten Lichanos Hypaton und Paranete Diezeugmenon des Systema maximum, hat ihre Halbtonschritte an zweiter Stelle von unten und zweiter von oben, den diazeuktischen Tonschritt aber an dritter Stelle von oben, und erscheint somit als eine Leiter von der Form 𝔇 𝔈^ 𝔉 𝔊 𝔄^ ℌ^ ℭ 𝔇. Auch hier zeigt sich vermöge der Lage des diazeuktischen Tones zwischen den Stufen 𝔄^ und ℌ^, wie im vorigen Falle, eine störende Zerreissung des einen Tetrachordes. Dabei werden die umspannenden Saiten (𝔇 . . . 𝔇) — ohne dass man ersieht weshalb — als ὀξύπυκνοι bezeichnet. In dieser seltsamen Weise geht es aufwärts von Stufe zu Stufe des phrygischen Systema maximum immutabile weiter fort. Als vierte Octavenleiter erscheint demgemäss die Leiter 𝔈^ 𝔉 𝔊 𝔄^ ℌ^ ℭ 𝔇 𝔈^, von welcher gesagt wird, dass sie die dorische genannt worden sei; als fünfte die Leiter 𝔉 𝔊 𝔄^ ℌ^ ℭ 𝔇 𝔈^ 𝔉, die bei den Alten den Namen die hypomixolydische geführt habe. Die sechste Leiter, die hypophrygische genannt, hat folgende Gestalt 𝔊 𝔄^ ℌ^ ℭ 𝔇 𝔈^ 𝔉 𝔊. Die siebente und letzte endlich zeigt sich in nachstehender Weise gebildet 𝔄^ ℌ^ ℭ 𝔇 𝔈^ 𝔉 𝔊 𝔄^, und wird von derselben gesagt, dass sie die gemeinsame, die lokrische, und die hypodorische genannt worden sei (ἐκαλεῖτο δὲ κοινὸν καὶ λοκριστί, καὶ ὑποδώριον). Die Stufenordnung dieser Leiter, ist, wie man sieht, diejenige der oben auf S. 374 erwähnten, aus dyadisch-triadischen Rationen, mit Ausschluss der pentadischen, gebildeten molltonalen κοινή-Scala. Gleichwie die Doppeloctave dieser κοινή-Scala, dem am a. O. Gezeigten zufolge, einer Zerlegung in ditonäische Tetrachorde sowohl der dorischen als der phrygischen Form fähig ist, in dieser Gestalt sich demgemäss als Type — zunächst der äolischen und der hypodorischen — innerhalb des Umfanges ihrer betreffenden mittleren Tetrachorde aber auch der hypoäolischen und dorischen, und der phrygischen und hypophrygischen Octavengattungen — darstellt und alle vier Moll-Scalen des phrygisch-äolischen Tetrachordsystemes sammt den beiden mollverwandten Leitern des gleichgewichtlich-geschlechtslosen Systemes der Mitte ebenso umfasst, wie in Ansehung der vier Dur-Scalen des lydisch-jonischen Tetrachordsystemes und der beiden durverwandten Leitern des Systemes der Mitte dies bei der anderen, aus den Stufen der mixolydischen und beziehlich hypojonischen Doppeloctave gebildeten (m. vgl. das letzte Diagramm auf S. 374) Scala der Fall ist, so zeigt sich nunmehr hier, im Schema der den Exoterikern dargebotenen Namenordnung der sieben diatonischen Formen der Octavenleitern, diese lokrische (oder äolische) Octavengattung, welche auch die hypodorische oder gemeinsame genannt wurde*), als die einzige, in Beziehung auf welche die verkehrt gestellte exoterische Ordnung sich mit der richtigen esoterischen Terminologie in Einklang fand Lag in dem Namen: τὸ κοινὸν, unter welchem man das Schema dieser Octavenleiter zu zeigen pflegte, vielleicht eine versteckte, den

*) Man verbinde mit dem Berichte Euclid's auch die vorhin S. 831 Note * mitgetheilte Aeusserung des Athenäus über dieselbe.

irregeführten Exoterikern allerdings nicht verständliche Anspielung auf jene ausnahmsweise Uebereinstimmung und eine neckische Bezugnahme auf das Vorhanden sein zweier, einander im übrigen widersprechender Namenordnungen?

Die Worte, deren Euclid sich bei seiner Darlegung der Lehre von den sieben Arten der Octaven bedient, zeigen dass bereits lange vor Gründung der Hochschule zu Alexandrien die Lehre von den Octavengattungen, oder doch wenigstens die auf den Schematismus derselben bezügliche Terminologie, ihre Geltung für die damalige praktische Tonkunst und Tonsatzlehre längst verloren haben musste. In der Beschreibung des Schema's der ersten Octavenleiter heisst es: ἐκαλεῖτο ὑπὸ τῶν ἀρχαίων μιξολύδιον. In ähnlicher Weise drückt Euclid sich bei der Anführung der Namen der übrigen sechs Octavenschemen aus. Die weitläuftigen Auseinandersetzungen über Tonartenlehre, Octavengattungen und deren Tropen, womit die alexandrinischen Schriftsteller ihre musikalischen Abhandlungen füllen, können daher nicht als Zeugnisse über eine zu ihrer Zeit vorhandene Uebung gelten. Sie geben sich, ebenso wie die Arbeiten eines Aristides Quintilian oder Alypius über das Notensystem der Alten, wovon im folgenden Hauptstücke die Rede sein wird, als lediglich retrospective, antiquarisch-historische Arbeiten gelehrter Männer der späteren Schule zu erkennen, denen freilich ein Quellenmaterial noch zu Gebote stand, welches seitdem unwiederbringlich verloren gegangen ist, mit deren musikalischen Befähigung zur Sichtung und Aneignung des technischen Verständnisses des Inhaltes der damals noch zugänglichen musikwissenschaftlichen Arbeiten einer früheren Periode es aber um so schlechter bestellt gewesen zu sein scheint.

Von einer Unterscheidung der authentischen und plagalischen (arithmetischen und harmonischen) Theilung der Octave ist in der sonderbaren euclidischen Aufstellung der Octavengattungen nirgend die Rede, und deshalb erscheinen nur sieben — nicht zwölf besondere Leitern. Ebensowenig finden die drei Formen des diatonischen Tetrachordes (die phrygische, die lydische, und die dorische), auf deren typischen Verschiedenheit doch das ganze System der Unterscheidung der Octavengattungen beruht, eine dem entsprechende Verwendung oder Beachtung; während nichts desto weniger für das Genus enharmonicum und Genus chromaticum Euclid (freilich auch nicht eben auf glückliche Weise) beflissen ist, die Unterscheidung der enharmonischen und chromatischen Tetrachorde in βαρύπυκνοι, ὀξύπυκνοι und μεσόπυκνοι ängstlich festzuhalten. Endlich zeigen sich die drei Octavengattungen des Unterlydischen, Unterphrygischen und Unterdorischen in diesem Systeme der Harmonien jede hübsch um eine Quarte höher als die entsprechende Hauptoctavenleiter gleichen Namens; wie sich dies für die Mährchenwelt der nach exoterischer Art gestalteten griechischen Musik und ihre Wunder ziemt, in der ja, wie wir sahen, ganz consequent die meisten Dinge auf dem Kopfe stehen. Man hatte nemlich den Exoterikern zwar die richtige Reihenfolge der rechten Namen der Scalen und ihrer umspannenden Saiten mitgetheilt, dabei jedoch verschwiegen, dass es neben der phrygischen Tetrachordordnung des Systema maximum noch eine lydische, jener in allem als ihr Widerpart entgegengesetzte Ordnung der Saiten und Tetrachorde gebe. Insbesondere aber hatte man bei den Belehrungen, welche den Neulingen und Akusmatikern ertheilt wurden, noch unerwähnt gelassen, dass für das System einer esoterischen dorisch-mixolydischen Dekasscala ausserdem noch eine dritte zwiefache Namenordnung bestehe — die Eine für die hypodorische Doppeloctave dienend und in Ansehung des Ortes des diazeuktischen Tones sowie der Benennung der Tetrachorde und Saiten mit der lydischen übereinstimmend, vermöge der Ordnung ihrer Ganz- und Halbtonschritte dagegen der phrygischen Tetrachordordnung des Systema maximum verwandt — umgekehrt die andere, für die mixolydische Doppeloctave be-

stimmte, in den Benennungen der Saiten und Tetrachorde und hinsichtlich der Lage des diazeuktischen Tones am unteren Ende der Scala wie das phrygische Tetrachordsystem gebildet, in Ansehung der Lage der Halb- und Ganztonschritte hingegen der Doppeloctave des lydischen Systemes gleich. In absichtlicher Entstellung der, in Wirklichkeit nach der dorischen, abwärts vorzunehmenden Abzählung der Tetracborde und Stufensehritte der κοινή-Scala gemodelten Terminologie des Schema's der Octavengattungen hatte man, auf diese κοινή-Scala verweisend, die Exoteriker verleitet, als vermeintliche Richtschnur für die Auffindung der ihnen namhaft gemachten sieben Gattungen der Octaven und ihrer umspannenden Saiten sich der aufwärts gezählten phrygischen Ordnung der Tetrachorde und Saiten des äolisch(lokrisch)-phrygischen Systema maximum zu bedienen*). So hatte man das esoterische Tonsystem mit seinen Octavengattungen den Nicht-Eingeweihten gleichsam in einer camera obscura gezeigt, aus welcher zuvor schalkhaft eines der Linsengläser entfernt worden war, so dass nun das Wasser oben, die Ufer mit ihren umgekehrten Bergen und auf den Wipfeln stehenden Bäumeu unter demselben, der blaue Himmel endlich und seine Wolken aber ganz zu unterst im Bilde zu stehen kamen. Euclid ist nicht der einzige Schriftsteller der nacharistoxenischen Zeit, bei welchem diese entstellte Ordnung der Octavengattungen mit ihren seltsamen Tetrachordeintheilungen vorkömmt. In ganz übereinstimmender Weise vielmehr wird dieser Gegenstand auch von Aristides Quintilian (De mus. L. I p. 18), Gaudentius (Harm. Introd. p. 19, 20)

*) Die mollverwandte, aus der ditonäischen Abmessung der Terzen und Ganzstufen und aus der Anwendung des Limma's statt des wahren Halbton's hervorgehende κοινή-Scala trug, wie wir wissen, als hypodorische ihren Proslambanomenos und ihre Hypate-Hypaton am oberen Ende — als äolisch-lokrische (beziehlich als phrygisch-äolisches Systema maximum) den Proslambanomenos und die Hypate Hypaton am unteren Ende in sich. Indem man sich in Ansehung der Saiten-Namen auf die Stufenordnung der κοινή-Scala bezog, ohne nähere Angabe ob die hypodorische oder die äolische Folge der Namen gemeint sei, hinterging man die Exoteriker, welche den Doppelsinn der Namen nicht kannten, ohne sich denselben gegenüber — buchstäblich — einer Unwahrheit schuldig gemacht zu haben. Man beobachtete gegen sie das Verfahren, welches die alten Weisen, der bei Plutarch (De Stoicor. repugnant. Xyl. 1055) vorkommenden Aeusserung des Stoikers Chrysippus zufolge, halb im Scherze, halb im Ernste, den Sterblichen gewöhnlichen Schlages gegenüber für ein berechtigtes erklärt hatten. Wie die der Schrift des Chrysippus de possibilibus (περὶ δυνατῶν) entnommene Anführung erkennen lässt, behaupteten dieselben nemlich, dass es ihnen „den schlechten, geringen Leuten" gegenüber erlaubt sei, sich „glaubhaft hergerichteter Trugbilder zu bedienen", mit anderen Worten: „plausibel gemachte Thorheiten vorzutragen", weil ja durch dergleichen „Niemand beizustimmen gezwungen werde" (πολλάκις γὰρ οἱ σοφοὶ ψεύδει χρῶνται πρὸς τοὺς φαύλους καὶ φαντασίαν παριστᾶσι πιθανήν, οὐ μὴν αἰτίαν τῆς συγκαταθέσεως· ἐπεὶ καὶ τῆς ὑπολήψεως αἰτία τῆς ψευδοῦς ἔσται, καὶ τῆς ἀπάτης). Die griechische Musiklehre, wie dieselbe von den Schriftstellern der alexandrinischen Periode der Nachwelt überliefert und von dieser als eine wohlverbürgte gläubig ohne Widerspruch angenommen worden ist, erscheint musikalisch, wie sich allerwärts gezeigt hat, sehr reich an solchen „glaubhaft hergerichteten" Abgeschmacktheiten. Dass ein gleiches auch in Ansehung der traditionellen Auffassung der Zahlenphilosophie der Pythagoreer der Fall sei, wird eben wenig bestritten werden können. Wer übrigens die drei Formen des diatonischen Tetrachordes als gestaltenden Ausgangspunkt für die verschiedenen Scalenbildungen im Auge behielt musste, bei einigem Nachdenken, in unserem Falle des Doppelsinnes des als Räthsel ihm mitgetheilten Theorem's von selber inne werden und so den Schlüssel des Räthsels finden. Er erwarb sich dann Anspruch auf weitere Belehrung, die wohl nicht in gleichem Maasse auch denjenigen gesichert war, die beruhigt und getrost „das plausibel hingestellte Trugbild" als technische Wahrheit entgegennahmen. Im öfteren Wiederholungsfalle mag wohl gar die Gefahr mit letzterem verbunden gewesen sein, das Schicksal zu theilen, dem Perialos, der Thurier, und Kylon, der Sybariter-Fürst, nicht entgangen waren, welche ihrer Geistesträgheit und mangelhaften Fassungskraft wegen nach fruchtlos hingebrachter fünfjähriger Prüfungszeit aus der Schule des Ordens entlassen worden sind; woselbst ihnen, wie Jamblichus De vit. pythagor. c. 17 berichtet, gleichsam als Verstorbenen, ein Grabdenkmal errichtet wurde, nachdem das Lehrgeld, das sie als Mitgift beim Eintritte in das Noviziat des Ordens mitgebracht, vorab mit reichen Zinsen ihnen zurückerstattet worden war.

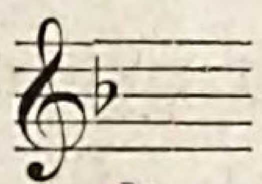
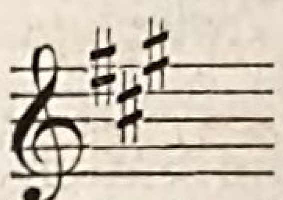
und Bacchius Senior (Introd. artis mus. p. 18, 19 Meibom.) abgehandelt, bei welchen ebenfalls die Reihenfolge von der zweituntersten Stufe des Systema maximum nach der Ordnung desselben in diatonischen Ganz- und Halbtonschritten aufwärts schreitend mit der mixolydischen Octavenleiter beginnt um auf den höchsten Stufen des Systemes mit der unterdorischen abzuschliessen. Aus den Schriften der genannten späteren griechischen Harmoniker ist diese Weise der Behandlung der antiken Tonartenlehre dann endlich auch in die musikgeschichtliche und philologische Literatur des vorigen und gegenwärtigen Jahrhunderts übergegangen und besteht — unseres Wissens bis zur neuesten Zeit — bei den Archäologen in unangefochtener Geltung fort.

Die Unklarheit, in welche sehr frühe schon die Behandlung der Lehre von den drei Haupttonarten und den Systemen der zu jeder derselben gehörigen Octavengattungen gerathen war, musste nothwendig eine gleiche Verwirrung auch in der an diesen Zweig der Harmonik sich anreihenden Lehre von den modulatorischen Transpositionen der Scalensysteme erzeugen. Und in der That beziehen sich die oben erwähnten Klagen des Aristoxenus, der übrigens in der völligen Verkennung des wahren Inhaltes der alten Lehre wie des technischen Wesens der Sache selbst alle Anderen überbot, weniger auf die schwankende Unsicherheit der Terminologien und Meinungen über die Ordnung und Unterscheidung der Octavengattungen, als auf die Buntscheckigkeit und völlige Haltlosigkeit der einander widersprechenden üblichen Darstellungen der Lehre von den Transpositionen innerhalb des Tonsystemes. Indem Aristoxenus die Transpositionen- oder s. g. Tropen-Lehre seiner Theorie von der Theilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne gut oder übel anzupassen suchte, vermehrte und steigerte er nicht wenig die bereits vorhandene Verwirrung. Sein System von nur dreizehn Transpositionen erbte sich, gleich so vielen anderen seiner Irrthümer, wie wir aus den Schriften des Euclid und Aristides Quintilian entnehmen können*), auf die Musik-Theoretiker der zunächst folgenden zwei oder drei Jahrhunderte fort, bis seit dem Erwachen und der zunehmenden Verbreitung der neupythagorischen Richtung — nicht etwa wie Aristides anführt erst „die Neueren" jene Zahl des aristoxenischen Schema's auf fünfzehn Transpositionen gebracht — sondern vielmehr die alte, durch die Gliederung des Tonsystemes selbst, wie wir sogleich sehen werden, gegebene Ordnung der pythagorischen fünfzehn Tropen aus der völligen Vergessenheit in welche dieselbe gerathen war theilweise wieder hervorgezogen worden ist; freilich ohne dass es in Beziehung auf diesen wie so manchen anderen Zweig der Harmonik den neueren Anhängern der untergegangenen Schule gelungen wäre, bei ihren alterthümlenden Forschungen aus den nur fragmentarisch vorhandenen dunkeln Aussprüchen ihrer Vorgänger einen erschöpfenden Einblick in das Wesen der Sache selbst zu gewinnen. Wir enthalten uns hier einer näheren Darlegung des für uns nutzlosen aristoxenischen Systemes. Wer sich über dasselbe zu unterrichten wünscht wird alle erforderliche Belehrung in jedem neueren Werke über die Geschichte der griechischen Musik oder über die Tonartenlehre der Harmoniker des Alterthums finden**). Es möge gestattet sein, statt dessen hier sofort zu einer Entwickelung unserer Anschauungen in Betreff der durch den Bau des altpythagorischen Tonsystemes selbst bedingten Unterscheidung der Tropen in fünfzehn Trans-

*) Euclid Introd. harm. p. 19, 20 Meib.; Aristides Quintilian De mus. p. 23 daselbst.

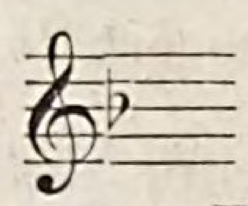
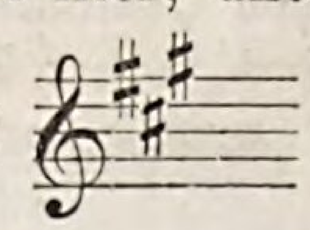
**) Wir verweisen namentlich auf die umfassenden und sehr ausführlichen Darstellungen des Gegenstandes bei Böckh, Bellermann, Fortlage, Westphal und neuerdings bei Ambros.

positionen und der mit der Ordnung der Octavengattungen zusammenhängenden Vertheilung der gentilen Namen auf diese Transpositionen überzugehen.

Die Lehre von den Tropen beruht wesentlich auf der Verwendung des im Tonsysteme vorhandenen **chromatischen** Elementes. Zum Ausgangspunkte unserer Betrachtung wählen wir dasjenige Stadium der Entfaltung dieses Elementes, welches in der S. 355, 356 aus dem Logos der Zwei und den Zahlenwerthen der Buchstaben des h. Namens entwickelten trioditischen Formel der diatonisch - enharmonischen und chromatischen Stufentöne des modulatorischen Heptachordes hervorgetreten ist. Innerhalb des von den beiden Grundsaiten *d* . . . $\bar{d}$ der dorisch-mixolydischen Leiter umspannten Intervalls der Octave können in dem so gestalteten Systeme unter unveränderter Festhaltung der Klanghöhe aber veränderter dynamischer Geltung der Endstufen derselben als Prime, oder grosse Secunde, oder Terze, Quarte, Quinte, Sexte, Septime der Leiter einer bestimmten Tonart*), mittelst des vorhandenen Chroma's Fis$^{\wedge}$, Cis$^{\wedge}$, Gis$^{\wedge}$ und B, Es, As, nicht nur die der dorisch-mixolydischen Tonalität angehörenden vier Octavenleitern der Toni gregoriani I und VIII, II und VII, d. i. die dorische und hypomixolydische, hypodorische und mixolydische Leiter entwickelt werden, von welchen die zwei ersteren schon in der natürlichen diatonischen Leiter, die beiden letzteren aber in der musica ficta der zwei Vorzeichnungen  und  gegeben sind, sondern es erscheint auch die Darstellung der vier durverwandten Scalen der lydisch-jonischen Toni V und VI, XI und XII, und jene der vier mollverwandten phrygisch-äolischen Toni III und IV, IX und X, innerhalb des Intervalls derselben beiden Grundsaiten möglich. Denn im Bereiche der Vorzeichnung  entsteht zwischen *d* und $\bar{d}$ die Scala *d es* $f^{\wedge}$ *g* $a^{\wedge}$ *b* $\bar{c}\,\bar{c}^{\wedge}$ $\bar{d}$, welche authentisch getheilt die transponirte phrygische Leiter des Tonus III, plagalisch getheilt die transponirte hypoäolische des Tonus X darstellt; und mittelst der Vorzeichnung  erscheint die Scala *d es* $f^{\wedge}$ *g as b* $\bar{c}$ $\bar{d}$, welche als die hypophrygische des Tonus IV sich kund gibt. Die Vorzeichnung  aber liefert noch in der authentisch getheilten Scala *d* $e^{\wedge}$ $f^{\wedge}$ *g* $a^{\wedge}$ *b* $\bar{c}^{\wedge}$ $\bar{d}$ die äolische Leiter des Tonus IX, welche für den Aufweg auch die erforderliche Erhöhung ihrer sechsten und siebenten Stufe in den vorhandenen Saiten *h* und $\overline{cis}^{\wedge}$ besitzt. Wählt man die Vorzeichnung  so erhält man die lydische Leiter des Tonus V *d* $e^{\wedge}$ $fis^{\wedge}$ $gis^{\wedge}$ $a^{\wedge}$ *h* $\overline{cis}^{\wedge}$ $\bar{d}$. Die hypojonische Leiter des Tonus XII wird gewonnen, wenn innerhalb der Vorzeichnung der musica

*) Dass diese Weise der modulatorischen Umformung der innerhalb der Spannweite einer Octave in einer bestimmten Tonlage der Klanghöhe gegebenen Saiten den Harmonikern des Alterthumes geläufig war zeigt eine Stelle bei **Aristides Quintilian** am vorhin a. O. S. 18 Meibom. Nach Aufzählung der zwischen den verschiedenen Stufen des Systema maximum liegenden Arten der Scalen wird nemlich daselbst bemerkt, es könne auch mit Festhaltung eines beliebig gewählten Primtones von einer bestimmten absoluten Tonhöhe die Besonderheit der einzelnen Gattungen der Octavenleitern dann deutlich dargelegt werden, wenn der gedachten Primstufe der Leiter vor und nach die durch verschiedene Benennungen (im Tetrachordsysteme) angedeuteten dynamischen tonalen Qualitäten der Reihe nach beigelegt würden: ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὡς καὶ ταὐτὸν ὑποθεμένοις σημεῖον πρῶτον, ἄλλοτε ἄλλῃ δυνάμει φθόγγου κατονομαζόμενον, ἐκ τῆς τῶν ἐφεξῆς φθόγγων ἀκολουθίας τὴν τῆς ἁρμονίας ποιότητα φανερὰν γενέσθαι συμβαίνει.

ficta  die Scala $d\ ee^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g\ a^{\wedge}\ h\ \overline{c}\ \overline{c}^{\wedge}\ \overline{d}$ statt authentisch, was die zur dorisch-mixolydischen Gruppe gehörige Leiter des transponirten Tonus VII ergibt, plagalisch getheilt wird. Die jonische Leiter des Tonus XI und die hypolydische des Tonus VI aber gehen aus der Vorzeichnung  hervor, je nachdem die durch dieselbe bedingte Leiter $d\ ee^{\wedge}\ fis^{\wedge}\ g^{\wedge}\ a\ h\ \overline{cis}^{\wedge}\ \overline{d}$ einer authentischen oder einer plagalischen Theilung unterzogen wird. So erscheint die Tonlage der Octavtöne $d \ldots \overline{d}$ innerhalb der dem modulatorischen Cyclus der sieben Vorzeichnungen eigenen Begränzung der Chromatik befähigt, das ganze zwölfsaitige System der Octavengattungen zu umfassen.

Nicht so vielseitig zeigt sich die zwischen den umspannenden Saiten der Octaven $cc^{\wedge} \ldots \overline{cc}^{\wedge}$ und $ee^{\wedge} \ldots \overline{ee}^{\wedge}$ in denselben Vorzeichnungen mögliche Bildung verschieden gestalteter Scalen. Zwischen den Saiten $cc^{\wedge} \ldots \overline{cc}^{\wedge}$ ist keine phrygische, keine hypophrygische und keine hypoäolische Leiter darstellbar, weil es zur Bildung aller dreier des Chroma's Des — für die zweitgenannte auch noch des Chroma's Ges bedürfte. Für die äolische Octavengattung bietet zwar die Vorzeichnung  das erforderliche Chroma. Aber es fehlt der mittelst desselben dargestellten Leiter $c\ d\ es\ f^{\wedge}\ g\ as\ b\ \overline{c}$ die enharmonisch reine Form ihrer Quarte f. Dagegen gestatten die Vorzeichnungen  und  die Entwickelung der hypojonischen Leiter $c^{\wedge}\ d\ e^{\wedge}\ f^{\wedge}\ g^{\wedge}\ a^{\wedge}\ b\ \overline{c}^{\wedge}$ und der lydischen $c\ d\ e\ fis^{\wedge}\ g\ a^{\wedge}\ h\ \overline{c}$. Wird der diatonischen Stufe $f^{\wedge}$ noch ihre enharmonische Nebenform f beigesellt — und wir werden im nächsten Hauptstücke die Wahrscheinlichkeitsgründe entwickeln welche dafür sprechen dass diese Ergänzung des Systemes, ebenso wie die analoge sogleich zu erwähnende Hinzufügung der Nebenform $h^{\wedge}$ von h, nach der eigenthümlichen Zusammenstellung der Tonwerkzeuge der Alten mit festen Klängen möglich war — so ist alsdann einestheils die vorhin vermisste Form der reinen Quarte der äolischen Leiter gegeben. Im Bereiche aber der natürlichen Tonstufen der in Rede stehenden Octavenlage $cc^{\wedge} \ldots \overline{cc}^{\wedge}$ wird nunmehr auch die Bildung der jonischen und beziehlich hypolydischen Scala $c\ d\ e\ f\ g\ a\ h\ \overline{c}$ in vollkommner enharmonischer Reinheit der Stimmung ihrer Saiten ausführbar. Die durverwandte lydisch-jonische Tonalität ist hier also vollständig vertreten. Zwischen den Endstufen der Octave $ee^{\wedge} \ldots \overline{ee}^{\wedge}$ bieten die Vorzeichnungen  und  die Saiten für die äolische Leiter $e\ fis^{\wedge}\ g\ a\ h\ \overline{c}\ \overline{d}\ \overline{e}$ und für die hypophrygische $e^{\wedge}\ f^{\wedge}\ g\ a^{\wedge}\ b\ \overline{c}^{\wedge}\ \overline{d}\ \overline{e}$ dar. Wird die enharmonische Nebenform $h^{\wedge}$ der diatonischen Stufe h ergänzend zu Hülfe genommen so finden in den Saiten der natürlichen Vorzeichnung $e^{\wedge}\ f^{\wedge}\ g^{\wedge}\ a^{\wedge}\ h^{\wedge}\ \overline{c}^{\wedge}\ \overline{d}\ \overline{e}^{\wedge}$ auch die hypoäolische und die phrygische Octavengattung ihre Tonstufen gegeben. Zwischen den umspannenden Saiten der Octave $\overline{ee} \ldots \overline{ee}^{\wedge}$ herrscht im heptachordischen Systeme also die mollverwandte phrygisch-äolische Tonalität vor; während innerhalb der im Heptachorde der chromatischen Entwickelung gesetzten Gränze wegen Mangels der Halbstufe Dis und beziehlich Ais^ weder die Bildung einer jonischen, noch hypolydischen, noch lydischen Scala möglich ist. Von den durverwandten vier Leitern des lydisch-jonischen Systemes erscheint hier, unter Hinzunahme der Nebenform $h^{\wedge}$ der diatonischen Stufe h, mittelst der Vorzeichnung  nur die Dar-

stellung der hypojonischen Leiter $e^{\wedge}$ $fis^{\wedge}$ $gis^{\wedge}$ $a^{\wedge}$ $h^{\wedge}$ $\overline{cis}^{\wedge}$ d $\overline{}^{\wedge}$ ausführbar. Die Bildung dorischer oder hypodorischer, mixolydischer oder hypolydischer Octavenleitern aber kann in den Tonlagen $cc^{\wedge} \ldots \overline{c}\,\overline{c}^{\wedge}$ und $ee^{\wedge} \ldots \overline{e}\,\overline{e}^{\wedge}$ des heptachordischen Systemes um deswillen ganz und gar nicht stattfinden, weil die enharmonischen Doppelformen, deren diese Leitern bedürfen würden (z. B. die Formen $\mathfrak{B}^{\wedge}\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{Fis}^{\wedge}\mathfrak{Fis}^{\wedge}$) innerhalb der hier der chromatisch-enharmonischen Entwickelung des Tonsystemes gezogenen Schranke nicht gefunden werden.

Noch enger begränzt ist der Cyclus der innerhalb der Octaven $cis^{\wedge} \ldots \overline{cis}^{\wedge}$ und $es \ldots \overline{es}$ mittelst des Chroma's des Heptachordes möglichen Transpositionen. Zwischen den umspannenden Saiten $cis^{\wedge} \ldots \overline{cis}^{\wedge}$ wird nur die mollverwandte Scala $cis^{\wedge}$ d $e^{\wedge}$ $fis^{\wedge}$ $gis^{\wedge}$ $a^{\wedge}$ h $\overline{cis}^{\wedge}$ gefunden, welche authentisch getheilt eine phrygische — plagalisch getheilt eine hypoäolische Octave darstellt, und die ebenfalls mollverwandte hypophrygische Leiter $cis^{\wedge}$ d e $fis^{\wedge}$ g $a^{\wedge}$ h $\overline{cis}^{\wedge}$. Alle durverwandten lydisch-jonischen und die geschlechtslosen Octavengattungen der dorisch-mixolydischen Gruppe fehlen. Die Endtöne $es \ldots \overline{es}$ haben umgekehrt nur die durverwandte hypolydische oder beziehlich jonische Octavenleiter es $f^{\wedge}$ g as b $\overline{c}$ d $\overline{es}$ und die ebenfalls durverwandte lydische Leiter es $f^{\wedge}$ g $a^{\wedge}$ b c $\overline{d}$ $\overline{es}$ aufzuweisen.

Die Betrachtung des vorbeschriebenen Schematismus der von den Grundsaiten-Paaren $d \ldots \overline{d}$, $cc^{\wedge} \ldots \overline{c}\,\overline{c}^{\wedge}$, $ee^{\wedge} \ldots \overline{e}\,\overline{e}^{\wedge}$ der Dekas-Scala und den Paaren der Halbstufen $cis^{\wedge} \ldots \overline{cis}^{\wedge}$ und $es \ldots \overline{es}$ umschlossenen Transpositionen (τρόποι auch wohl τόνοι genannt) der innerhalb der Gränzen der chromatischen Abstufungen des modulatorischen Heptachordes für diese Tonlagen möglichen Octavengattungen (εἴδη, σχήματα, ἁρμονίαι, *toni, modi* im neueren beziehlich mittelalterlichen Sinne des Wortes) führt auf den Gedanken, jeder der bezeichneten fünf Schichten des Tonsystemes eine charakterisirende Benennung beizulegen, welche denjenigen Tonarten — dies Wort hier im Sinne von Octavengattungen genommen — entspräche, die für den Heptachord der sieben Paralleltöne innerhalb der absoluten Tonhöhe eines jeden der erwähnten fünf Paare von umspannenden Octav-Endtönen gefunden werden. Die Octave der Mitte $d \ldots \overline{d}$ besitzt, wie wir sahen alle zwölf Formen der Harmonien. Sie mag daher als Ehrennamen ihre ursprüngliche Bezeichnung als dorische behalten, welcher Name im weiteren Sinne in alter Zeit ja allemal auch das hypodorische und die beiden mixolydischen Harmonien mitumfasste. Die Tonlage zwischen den Endstufen $cc^{\wedge} \ldots c\,\overline{c}^{\wedge}$ besitzt vollständig die durverwandten Harmonien der jonischen und hypojonischen, lydischen und hypolydischen Octaven. Ihr fehlen drei Octaven der mollverwandten Gruppe; denn sie umschliesst von deren Harmonien nur die äolische. Sie wird daher nach der jonisch-lydischen Tonalität zu benennen sein, und mag die jonische heissen, weil ihre natürlichen Stufen, authentisch getheilt, ja die jonische Octave ergeben. Die Tonlage aber zwischen den Endstufen $ee^{\wedge} \ldots \overline{e}\,\overline{e}^{\wedge}$, welche die vier mollverwandten Scalen: die hypoäolische und äolische, die hypophrygische und phrygische vollständig — dagegen von den durverwandten nur die hypojonische besitzt, wollen wir die äolische nennen. Ihre natürlichen Stufen stellen nemlich, plagalisch getheilt, eine hypoäolische Octave dar. In ihr, als mollverwandten Scala, erscheint die plagalische Theilung, der zahlenharmonikalen Natur der Mollreihen entsprechend, als das Principale, und es darf daher das äolische Element in ihr als das überwiegende betrachtet werden.

Zwischen dem Chroma $cis^{\wedge} \ldots \overline{cis}^{\wedge}$ hatte sich uns das mollverwandte phrygisch-äolische Element als das vorherrschende gezeigt. Diese Tonlage mag daher eine tiefere äolische,

oder eine phrygische, oder auch — weil wir die Octavenlage zwischen $ee^{\wedge} \ldots \bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ als eine phrygische hätten bezeichnen können — eine tiefere phrygische heissen. Die einfache Benennung phrygisch empfiehlt sich aber als die natürlichste, weil von den drei Octavengattungen welche in dieser Tonlage gefunden werden zwei (die phrygische und hypophrygische) diesen gentilen Namen tragen. Aus analogen Gründen kann die Octavenlage $es \ldots \overline{es}$ eine höhere jonische, oder eine lydische, oder auch eine höhere lydische heissen. Von diesen drei Benennungen aber wird die zweite sich als die passendste für diese Schichte des Tonsystemes empfehlen.

Das Tonsystem der Alten barg trioditisch, wie wir in den vorhergegangenen Ausführungen gesehen haben, die Stufenleiter des Dekachordes der Mitte in dreifach ausgeprägter Gestalt ihrer melodischen und modulatorischen Typen in sich. Eine Erweiterung des Umfanges der Stufenreihe bis auf zwei Octaven und einen diazeuktischen Ganzton kann dadurch gewonnen werden, dass modulirend die tonische zwischen den Stufentönen $cc^{\wedge} \ldots \bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ entwickelte zehnsaitige Scala durch Versetzung in ihre Oberquarte in die Tonart der Unterdominante — durch Versetzung in ihre Unterquarte aber nach der Tonart ihrer Oberdominante hinübergeführt wird. Dem unteren Ende der Scala reihen sich auf solche Weise noch die zwischen $GG^{\wedge}$ und $cc^{\wedge}$ — dem oberen Ende aber die zwischen $\bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ und $\bar{a}\bar{a}^{\wedge}$ liegenden Stufen und Halbstufen der diatonisch - chromatischen Scala mit ihren enharmonischen Nebenformen ergänzend an. Innerhalb der fünf Octavenpaare eines jeden dieser beiden Scalenstücke muss vermöge der stattgehabten Transposition ganz dieselbe Folge dur- und mollverwandter und neutraler Octavenleitern jonisch-lydischer, äolisch-phrygischer und dorischer Gattung gefunden werden, welche der vorhin entwickelte Schematismus in der so eben betrachteten Ordnung für die tonische Dekachord-Scala der Mitte ergeben hat. Zwischen den Saiten $GG^{\wedge} \ldots gg^{\wedge}$ des tieferen, und beziehlich zwischen den Saiten $ff^{\wedge} \ldots \bar{f}\bar{f}^{\wedge}$ des höheren Systemes herrschen, wenn die dem Chroma des dort um ein ♯ weiter nach der Seite der chromatischen Erhöhungen — hier um ein ♭ mehr in der Richtung der chromatischen Erniedrigungen verschobenen Heptachordes gesetzten Gränzen nicht überschritten werden sollen, ganz wie zwischen den Saiten $cc^{\wedge} \ldots \bar{c}\bar{c}^{\wedge}$ des primitiven tonischen Systemes, die jonisch-lydischen Octavengattungen vor. Zwischen den Saiten $HH^{\wedge} \ldots hh^{\wedge}$ des tieferen und den Saiten $aa^{\wedge} \ldots \bar{a}\bar{a}^{\wedge}$ des höheren finden sich, der Tonlage $ee^{\wedge} \ldots \bar{e}\bar{e}^{\wedge}$ des Mittelsystemes analog, vorzugsweise die äolisch-phrygischen Leitern. Die Saiten $A^{\wedge} \ldots a^{\wedge}$ und $g \ldots \bar{g}$ der transponirten Systeme umschliessen, wie die Saiten $d \ldots \bar{d}$ des Hauptsystemes, alle zwölf Gattungen der Octaven. Die chromatischen Saiten $Gis^{\wedge} \ldots gis^{\wedge}$ links bergen nur eine hypophrygische Leiter, die Halbstufen $fis^{\wedge} \ldots \overline{fis}^{\wedge}$ rechts nur phrygisch - äolische Octaven. Zwischen den chromatischen Halbstufen $as \ldots \overline{as}$ rechts wird nur eine lydische Leiter, zwischen $B \ldots b$ auf der linken Seite werden nur lydisch-jonische Octavengattungen gefunden.

Man erhält sonach folgenden Schematismus der innerhalb der Gränzen des Dreiwegs der sieben Vorzeichnungen für die verschiedenen Octavengattungen möglichen Tonlagen:

Die fünf Octavenlagen der Oberdominant-Tonart.					*Die fünf Octavenlagen der tonischen Tonart.*					*Die fünf Octavenlagen der Unterdominant-Tonart.*				
	$gis^{\wedge}$					$\overline{cis}^{\wedge}$		$\overline{es}$			$\overline{fis}^{\wedge}$		$\overline{as}$	
$gg^{\wedge}$		$a^{\wedge}$		$hh^{\wedge}$	$\bar{c}\,\bar{c}^{\wedge}$		$\bar{d}$		$\bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$	$\bar{f}\bar{f}^{\wedge}$		$\bar{g}$		$\bar{a}\,\bar{a}^{\wedge}$
	$Gis^{\wedge}$		B			$cis^{\wedge}$		es			$fis^{\wedge}$		as	
$GG^{\wedge}$		$A^{\wedge}$		$HH^{\wedge}$	$cc^{\wedge}$		d		$ee^{\wedge}$	$ff^{\wedge}$		g		$aa^{\wedge}$
Hypojonische	Hypophrygische	Hypodorische	Hypolydische	Hypoäolische	Jonische	Phrygische	Dorische	Lydische	Aeolische	Hyperjonische	Hyperphrygische	Hyperdorische	Hyperlydische	Hyperäolische

Als natürlichste Benennung der um eine Quarte tiefer stehenden in die Tonart der Oberdominante transponirten Octaven bietet sich nemlich die Wiederholung der vorhin für die fünf tonischen Octavenlagen der Mitte gewählten Namen mit den Vorsylben Hypo- (Hypodorisch, Hypojonisch, Hypoäolisch u. s. w.) dar. Den fünf Octavenlagen der in der Oberquarte erscheinenden unterdominantischen Scalen werden passend dieselben Namen mit den Vorsylben Hyper- (Hyperdorisch, Hyperjonisch, Hyperäolisch u. s. w.) gegeben werden. Die Grundsaiten der drei Hauptformen der Octaven, der dorischen, jonischen und äolischen Leitern nemlich, bilden wie man sieht in ihren drei verschiedenen Tonlagen — als dorische, hypodorische und hyperdorische, jonische, hypojonische und hyperjonische, äolische, hypoäolische und hyperäolische — eine Scala, welche die Stufenfolge der natürlichen diatonischen Tonleiter darstellt. Die sechs chromatischen Halbstufen erscheinen — den schwarzen Tasten der Clavier-Tastatur vergleichbar — an ihren entsprechenden Stellen zwischen diesen diatonischen Stufen. Dreie derselben sind ♯ erhöhte: Fis^, Cis^ und Gis^ — dreie durch ♭ vertieft: B, Es und As. Aus zwei Octaven und einem grösseren Ganztone setzt sich das ganze System dieser Saiten, dem Baue der aus der Harmonia perfecta maxima hervorgegangenen Doppel-Scala entsprechend, zusammen. Jede der drei Gruppen zählt, vermöge des Hinzutrittes von je zwei chromatischen Nebenformen, fünf Lagen der möglichen Octavenscalen. Der Abstand des tiefsten von dem höchsten Endtone der umspannenden Octavenpaare beträgt für jede der drei Gruppen eine grosse, aus den Endtönen der betreffenden Dekas-Scala ($GG^{\wedge} \ldots hh^{\wedge}$, $cc^{\wedge} \ldots \bar{e}\,\bar{e}^{\wedge}$, $ff^{\wedge} \ldots \bar{a}\,\bar{a}^{\wedge}$) gebildete Decime. Jede der fünf Lagen der mittleren Gruppe stellt mit den, denselben gentilen Namen tragenden Lagen der linken und der rechten Seite eine Trias dar, in welcher der Abstand des Mittelgliedes von jedem der beiden äusseren eine Quarte misst. Es setzt sich das System der Primtöne dieser Octaven daher gleichsam aus den umspannenden Saiten von fünf ineinander geschobenen Paaren je zweier verbundener Tetrachorde zusammen:

$GG^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; cc^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; ff^{\wedge}$

$Gis^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; cis^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; fis^{\wedge}$

$A^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; d \;.\;.\;.\;.\; g$

$B \;.\;.\;.\;.\; es \;.\;.\;.\;.\; as$

$HH^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; ee^{\wedge} \;.\;.\;.\;.\; aa^{\wedge}$

Die Gesammtzahl der Saitenpaare umspannender Octaven der fünf ursprünglichen tonischen und zweimal fünf transponirten Lagen aber beläuft sich auf fünfzehn.

Dies System der Transpositionen der genau bestimmten Formen der Harmonien der Octavengattungen bildete gewiss Jahrhunderte lang die Grundlage des die Modulationslehre betreffenden Zweiges der griechischen Musikwissenschaft. Um ihrer Bedeutung für die ausübende Tonkunst willen konnte die Lehre von den fünfzehn Transpositionen in älterer Zeit ein Gemeingut auch der gewöhnlichen Musiker werden. Als aber die Wissenschaft der alten Enharmonik zu Grabe getragen und die aus der s. g. gleichschwebenden Temperatur hervorgehende Theilung der Octave in zwölf gleiche Halbtöne zum obersten Canon für die exoterische Musiktheorie geworden war, hatte insbesondere die von den Alten festgehaltene Unterscheidung zwischen der hypophrygischen Lage $Gis^{\wedge} \ldots gis^{\wedge}$ und der hyperlydischen $as \ldots \overline{as}$ ihre innere Bedeutung verloren. Auch über die in der Unterscheidung der zwiefachen enharmonischen Spannung der Doppelstufen diatonischer oder Doppelhalbstufen chromatischer Saiten wurzelnde dynamische Verschiedenheit der äolischen und der hypodorischen Scala, und somit der hyperäolischen Transposition nach $aa^{\wedge} \ldots a\overline{a}^{\wedge}$ und der hypodorischen nach $A^{\wedge} \ldots a^{\wedge}$, vermochte man nicht mehr sich recht klar zu werden. Die Scalen der hyperlydischen und hyperäolischen Octavenlage erschienen als pure Reproductionen der hypophrygischen und hypodorischen in deren Oberoctaven. Man schnitt also die beiden obersten Typen der Transpositionen als überflüssig ab und bediente sich in den theoretischen Darlegungen wie in der ausübenden Musik fortan eines auf den Umfang einer Doppeloctave beschränkten Systemes von nur dreizehn in der Transpositionslehre zu unterscheidenden Tonlagen.

Noch viel grösser aber war die Verwirrung, in welche man in Betreff der Vertheilung der gentilen Namen auf diese dreizehn Tonlagen gerieth. Wir erinnern an Aristoxen's drastische Schilderung derselben. Die in den neueren Geschichtswerken und Bearbeitungen der griechischen Musiklehre für die Namen der dreizehn und beziehlich fünfzehn Tonlagen befolgte Terminologie haben Euclid, Aristides Quintilian und Alypius uns überliefert. Die beiden ersteren geben an, dass die Bezeichnung der dreizehn Tonlagen von Aristoxenus geordnet worden sei. Es ist nicht ohne Interesse die aristoxenischen Namen mit denen des vorhin entwickelten Schema's der Transpositionen zu vergleichen. Die hypodorische wird, nach dem Vorgange des Aristoxenus, sowohl von Euclid als von Aristides Quintilian die tiefste der Tonlagen*) genannt, als höchste aber die um eine Octave höher stehende hypermixolydische bezeichnet, welche auch die hyperphrygische heisse. Abwärts von dieser, und zwar jedesmal um einen Halbton weiter nach der Tiefe hin, folgen dann der Reihe nach zwei mixolydische, von welchen die höhere auch die hyperjonische — die tiefere die hyperdorische — genannt werden, hierauf zwei lydische Töne, deren tieferer auch den Namen äolischer Ton führt, zwei phrygische, wovon der tiefere auch jonischer heisst, ein dorischer, zwei hypolydische, deren tieferer auch den Namen der hypoäolische trägt, zwei hypophrygische, von welchen der tiefere auch der hypojonische genannt wird, und schliesslich der so eben als tiefster Tropus bezeichnete hypodorische Ton. Diese

*) Euclid: Introd. harm. p. 19 u. 20; Aristides Quintil. De Mus. p. 23 Meibom. In der Euclid'schen Stelle steht: τούτων (sc. τριςκαίδεκα τόνων) ὀξύτατος μὲν ὑποδώριος. In Anbetracht der bald nachher folgenden Worte: ὁ δὲ ὑπερμιξολύδιος τοῦ ὑποδορίου τῷ διὰ πασῶν ἐστιν ὀξύτερος . . . ist mit Meibom aber βαρύτατος statt ὀξύτατος zu lesen.

Ordnung der Namen liefert, wenn man für den Proslambanomenos der tiefsten Trope den modernen Namen 𝔊 setzt, folgendes Schema:

Oberdominantische Lage in der Unterquarte.					*Tonische Lage.*					*Unterdominantische Lage in der Oberquarte.*				
	gis-as		*ais-b*			$\overline{cis}$-$\overline{des}$		$\overline{dis}$-$\overline{es}$			$\overline{fis}$-$\overline{ges}$			
g		*a*		*h*	$\overline{c}$		$\overline{d}$		$\overline{e}$	$\overline{f}$		$\overline{g}$		
	Gis-As		*Ais-B*			*cis-des*		*dis-es*			*fis-ges*			
G		*A*		*H*	*c*		*d*		*e*	*f*		*g*		
Hypodorisch	Hypophrygisch (auch hypojonisch)	Hypophrygisch	Hypolydisch (auch hypoäolisch)	Hypolydisch	Dorisch	Phrygisch (auch jonisch)	Phrygisch	Lydisch (auch äolisch)	Lydisch	Mixolydisch (auch hyperdorisch)	Mixolydisch (auch hyperjonisch)	Hypermixolydisch (auch hyperphrygisch)	(vacat)	(vacat)

Das System der Anwendung desselben gentilen Namens auf drei, jedesmal um eine Quarte von einander entfernte Tropen, der Gebrauch der unterscheidenden Vorsylben Hypo- für die um eine Quarte unter der Mittelgruppe, und der Vorsylben Hyper- für die um eine Quarte über der Mittelgruppe sich anreihenden Tonlagen, haben sich auch hier erhalten. Nur hat der sich wiederholende Gebrauch eines und des nemlichen Namens für zwei nebeneinander liegende Stufen die innere Ordnung und Folgerichtigkeit der Terminologie auch nach dieser Seite hin gestört. Die Einmischung der Benennung mixolydisch als Bezeichnung für die beiden unteren Octavenlagen der Transpositionen in die Oberquarte erscheint in jeder Hinsicht als eine völlig unmotivirte. Dasselbe ist in Ansehung des der obersten dieser dreizehn Tropen gegebenen Namens hypermixolydisch der Fall. Die dorische Octave ist aus ihrer centralen Lage an das untere Ende der Mittelgruppe hingedrängt. Sie liegt nun unterhalb der mit den gentilen Namen phrygisch und lydisch bezeichneten Saitenpaare *cis-des* . . . $\overline{cis}$-$\overline{des}$, *d* . . . $\overline{d}$, *dis-es* *dis*-$\overline{es}$ und *e* . . . $\overline{e}$. Weil demgemäss auch die fünf Octavenlagen der in die Unterquarte versetzten Tropen sich ordnen, gelangt auf solche Weise dann glücklich die hypodorische Octave an's untere Ende des ganzen Schema's hin. Der Umstand, dass im s. g. Systema immutabile der Proslambanomenos der äolisch-lokrischen κοινή-Scala die unterste Stelle einnimmt, hat um der äusserlichen Aehnlichkeit dieser Scala mit der hypodorischen willen, unverkennbar die missverständliche Veranlassung gegeben zur Aufstellung dieser, alles inneren technischen Zusammenhanges entbehrenden Terminologie. Die völlige System- und Planlosigkeit derselben zeigt, dass es Aristoxenus, dem dreisten Tadler seiner grossen pythagorischen Vorgänger, auch auf diesem Gebiete der wissenschaftlichen Harmonik an jeder Einsicht und Ahnung eines Verständnisses dessen, worüber er schrieb, gänzlich gebrach.

Den Schematismus, dessen sich die späteren alexandrinischen Harmoniker für die aus der Vergessenheit wieder hervorgeholten fünfzehn Tropen der Octavengattungen bedienten, lernen wir aus der Reihenfolge der Namen kennen, unter welchen Alypius in seiner Introductio musica die Notenzeichen der Griechen durch alle drei Geschlechter — das diatonische, chromatische und enharmonische — für alle fünfzehn Tropen der Transpositionen des s. g. Systema maximum immutabile aufführt*). Es geht aus der Darstellung des Alypius die nachstehende Ordnung der Namen hervor:

Die fünf Lagen der Versetzung in die Unterquarte.					*Die fünf Tonlagen der Mitte.*					*Die fünf Lagen der Versetzung in die Oberquarte.*				
	$\overline{gis}$-$\overline{as}$		$\overline{ais}$-$\bar{b}$			$\overline{\overline{cis}}$-$\overline{\overline{des}}$		$\overline{\overline{dis}}$-$\overline{\overline{es}}$			$\overline{\overline{fis}}$-$\overline{\overline{ges}}$		$\overline{\overline{gis}}$-$\overline{\overline{as}}$	
$\bar{g}$	:	$\bar{a}$	:	$\bar{h}$	$\bar{\bar{c}}$	:	$\bar{\bar{d}}$	:	$\bar{\bar{e}}$	$\bar{\bar{f}}$	:	$\bar{\bar{g}}$	:	$\bar{\bar{a}}$
:	*Gis-As*	:	*Ais-B*	:	:	*cis-des*	:	*dis-es*	:	:	*fis-ges*	:	*gis-as*	:
G	:	*A*	:	*H*	*c*	:	*d*	:	*e*	*f*	:	*g*	:	*a*
Hypodorisch	Hypojonisch	Hypophrygisch	Hypoäolisch	Hypolydisch	Dorisch	Jonisch	Phrygisch	Aeolisch	Lydisch	Hyperdorisch	Hyperjonisch	Hyperphrygisch	Hyperäolisch	Hyperlydisch

Die unpassende Einmischung des Namens mixolydisch ist, wie man sieht, aus diesem wieder auf die Vollzahl von fünfzehn Tropen gebrachten Schematismus entfernt. Der wider-

*) Auch Martianus Capella De nupt. Philolog. IX p. 181 Meib. gibt die Anzahl der Tropen zu fünfzehn an, fünfen derselben einen Vorrang vor den zehn übrigen beilegend, von welchen letztern auch bei ihm je zweie, unter Vorsetzung der bekannten Vorsylben, allemal denselben gentilen Namen mit einer jener fünfe tragen. Er beginnt die Reihenfolge der Namen, wie Euclid, Aristides Quintilian und Alypius (ohne Zweifel von oben) mit der lydischen, beziehlich hyperlydischen, um wie jene (in der Tiefe) mit der dorischen, beziehlich hypodorischen, zu schliessen. Im übrigen aber ist die Vertheilung und Folge der Namen bei ihm wieder eine von derjenigen jener Schriftsteller verschiedene und liefert ein Zeugniss mehr in Betreff der bereits seit den Zeiten des Aristoxenus in diesem Theile der Musiklehre herrschenden Namenverwirrung. Nachdem er zuerst der verwandtschaftlichen Verbindung gedacht welche jedesmal zwischen einer der fünf mittleren Tropen und den betreffenden beiden gleichnamigen der zwei anderen Gruppen stattfinde, weiset er auf eine „gewisse befreundete Eintracht und Verschwisterung“ hin, die sich ausserdem noch unter den fünf verschiedenen Tropen jeder einzelnen Gruppe paarweise zeige. So bringt er seine hypodorische und hypophrygische, ferner seine hypojonische und hypolydische, dann seine hypophrygische und hypoäolische als einander entsprechend und durch ein besonderes Band mit einander verbunden zusammen. Welcher Art die von ihm erwähnte *amica concordia* und *conveniens aptaque responsio* sei, durch welche diese Verschwisterung begründet werde, sagt er nicht. Schöpfte Martian vielleicht aus einer, von ihm nur halb verstandenen Quelle, in welcher von der Eintheilung der Scalen in dur- und mollverwandte, und von den gegenseitigen Beziehungen der parallelen Dur- und Mollscalen und mittleren neutralen Scalen jeder einzelnen der drei fünfgliedrigen Gruppen des Tropensystemes im Sinne der älteren Schule die Rede war? Seine Worte sind folgende: „Tropi vero sunt *XV.* sed principales quinque, quibus bini tropi cohaerent . id est, Lydius, cui cohaerent ὑπολύδιος et ὑπερλύδιος. Secundus Jastius, cui sociatur ὑποιάστιος et ὑπεριάστιος. Item Aeolius, cum ὑποαιολίῳ et ὑπεραιολίῳ. Quartus Phrygius cum duobus ὑποφρυγίῳ et ὑπερφρυγίῳ. Quintus Dorius cum ὑποδωρίῳ et ὑπερδωρίῳ. Verum inter hos tropos est quaedam amica concordia, quâ sibi invicem germani sunt, ut inter ὑποδώριον et ὑποφρύγιον; et item inter ὑποιάστιον et ὑπολύδιον. Item conveniens aptaque responsio inter ὑποφρύγιον et ὑποαιόλιον, qui tantum duplices copulantur.

sinnige Gebrauch zweier verschiedener Namen für eine und die nemliche Trope, und desselben Namens für zwei nebeneinanderliegende, durch welchen in der aristoxenischen Schablone jede innere Bedeutung der Namenvertheilung aufgehoben und die Verwirrung bei der praktischen Anwendung derselben gewiss nicht wenig vermehrt worden ist, erscheint hier als beseitigt. Wir folgern hieraus, dass die „Neueren", von welchen Aristides Quintillian als Urhebern der Vermehrung der Tropen bis auf fünfzehn redet, aus pythagorischen älteren Traditionen und aus besseren Quellen schöpften, als der in den esoterischen Lehren der alten Schule so schlecht unterrichtete Aristoxenus. Die falsche Reihenfolge der fünf gentilen Namen ist indessen auch bei diesen, relativ gesprochen besser unterrichteten Späteren geblieben. Das Phrygische nimmt fälschlich die Mitte ein; das Dorische steht irriger Weise auf der tiefsten Stufe, und das Jonische und Aeolische sind zu Bezeichnungen für die Tropen der beiden die Mittelsaite einschliessenden chromatischen Nebensaiten geworden, während sie in dem esoterischen Schema der Alten, wie sich vorhin zeigte, die Bezeichnungen für die den beiden Hauptsaiten ℭℭ^ und ℭℭ^ entsprechenden Tonlagen gebildet haben, für die Tropen der Nebensaiten ℭis^ und 𝔈s aber die Benennungen phrygisch und lydisch verwendet wurden.

Die neuere archäologische und historiographische Bearbeitung der griechischen Musik hat in der Lehre von den Tropen sich durchweg die vorbeschriebenen Terminologien des Aristoxenus und des Alypius angeeignet. Zu einer richtigen Einsicht über die wahre Bedeutung der fünfzehn Abstufungen dieses Schematismus konnte aber weder das verstümmelte System der dreizehn Tropen des Erstgenannten, noch das irriger Weise aus fünfzehn ganz gleichförmigen Versetzungen der Mollscala des Systema maximum immutabile gebildete und hierdurch völlig entstellte Tropensystem des Alypius und der übrigen spätclassischen Bearbeiter dieses archäistischen Zweiges der Harmonielehre, den Weg bahnen. Es konnte dies umsoweniger der Fall sein, als die Begriffe Tonart, Octavengattung und Trope (Tonlage) von den alexandrinischen Schriftstellern vielfach miteinander vermischt, der in der Reihenfolge der Namen der in Vergessenheit gerathenen Octavengattungen und der ebenfalls verklungenen alten gentilen Bezeichnungen der Tropen obwaltende Unterschied unbeachtet gelassen worden ist. In der neueren Literatur hat, auch nachdem der englische Gelehrte Haskins Eyles Stiles*) und Boeckh in seiner unerachtet mannigfacher Irrthümer so belehrenden Abhandlung über die Musik der Griechen im 3. Buche *De metris Pindari* auf den völligen Unterschied der Formeneigenthümlichkeit der Stufenordnungen der Octavengattungen und der Verschiedenheit der Tropen als besonderer Abstufungen für die Versetzungen der Tonleiter eines Systemes in eine höhere oder tiefere Tonlage hingewiesen hatten, die Darstellung dieses, so lange verkannten Zweiges der alten Musiklehre noch nicht zu rechter Klarheit sich hindurchzuarbeiten vermocht.

Die Beachtung des dreifachen Unterschiedes erstens: des in der Verschiedenheit der drei Formen diatonischer Tetrachorde wurzelnden Begriffes Tonart — dies Wort in dem Sinne genommen, in welchem auch die moderne Harmonielehre dasselbe freilich nur auf den tongeschlechtlichen Dualismus ihrer melodischen und modulatorischen Formen anzuwenden pflegt — hier also der gegensätzlichen Scheidung der drei Tonalitäten der Dur- und Moll- und der gleichgewichtlich-neutralen Klangverbindungen der Mitte; zweitens: der dreimal vier Octavengattungen als Typen besonderer, innerhalb der Dreiung einer coordinirten Dur- und Moll- und neutralen Tonart durch die Wahl der Tetrachordform und die Lage des dia-

*) In den Philosophical transactions, an. 1760 vol. 51. P. 2.

zeuktischen Tonschrittes nach Verschiedenheit der arithmetischen oder harmonischen Theilung der Octave bedingter Formen der melodischen und modulatorischen Gestaltung; drittens: des, entsprechend der modulatorischen Verwandtschaft der Tonica mit ihrer Ober- und Unterdominante geordneten trioditischen Schema's der Klanghöhen der dreimal fünf Abstufungen besonderer Tropen für die Versetzungen der einzelnen Scalen der Octavengattungen in eine andere Tonlage — erscheint ganz wesentlich, neben der richtigen Erfassung des Sinnes der von den Alten aufgestellten Dreitheilung der Klangverbindungen nach der Verschiedenheit eines diatonischen, eines chromatischen und eines enharmonischen Klanggeschlechtes, als die unerlässliche Voraussetzung und Grundlage des Verständnisses der meisten, den Inhalt der Musikwissenschaft des Alterthumes bildenden Theoreme.

In der Anwendung der die Dreigestaltung der harmonikalen Gebilde nach diesen verschiedenen Richtungen betreffenden Formeln, Begriffe und Lehrsätze, einmal auf das enger umgränzte System des in der Chromatik ursprünglich auf drei ♯ erhöhte und drei ♭ vertiefte Halbstufen beschränkten, in seiner demnächstigeu Entwickelung aber um drei weitere ♯ erhöhte und drei weitere ♭ erniedrigte Zwischenstufen vermehrten modulatorischen Heptachordes, sodann zweitens auf das chromatisch und enharmonisch ganz vollendete System des Hendekachordes (beziehlich Dodekachordes) der Modulationen, liegt nicht minder der Schlüssel für die Erklärung der Einrichtung des altgriechischen — oder vielmehr des altsemitischen, auch zu den Griechen gelangten, zwiefachen Notensystemes. Doch die nähere Entwickelung und Begründung dieses Satzes erfordert eine eingehendere Untersuchung. Wir wollen derselben das neunte, folgende Hauptstück widmen.

Berichtigungen und Zusätze.

Seite 2, Zeile 16 v. u. statt: *wit* lies: *with.*

» 4, » 21 v. o. st.: Constantin l.: Constantius.

» 12, » 3 v. u. st.: Verwächterinnen l.: Vorwächterinnen.

» 15, » 15 v. o. st.: Quintillian l.: Quintilian.

» 15, » 4 bis 1 v. u. l.: erheblich älter als Ptolemäus und die weit jüngeren Musikschriftsteller: Bacchius der ältere, Martianus Capella und Boëthius gewesen sei; neben welchen von Meibomius am angeführten O. auch noch Nikomachus von Gerasa als jünger wie Aristides und Ptolemäus genannt wird. Es haben jedoch Fabricius (*Biblioth. graec.* IV p. 3) und Meibomius selbst (Vorwort zur Ausgabe des Nikomachus) erhebliche Gründe dafür beigebracht, dass Nikomachus noch im Augusteischen Zeitalter oder unter Tiberius, jedenfalls vor Ptolemäus lebte, sonach wohl nicht in eine jüngere Zeit zu setzen ist als Aristides Quintilian. Das Alter der Schriften des Jamblichus, dessen wissenschaftliche Thätigkeit in die erste Hälfte des 4. Jahrhunderts fällt, würde durch dasjenige des Musikwerkes des Aristides nach obiger Annahme wohl um drei Jahrhunderte übertroffen.

» 21, » 1 v. o. l.: Worte des Satzes zeigen, zunächst . . .

» 21, » 9 v. o. st.: Deren l.: Derer.

» 26, » 1 v. u. und S. 27, Zeile 1 v. o. l.: seiner Schrift *De Musica* in folgenden Worten: Namque magnitudinis . . .

» 30, » 16 v. o. st.: Marchetto von Padua und hinab l.: Marchetto von Padua, Johannes de Muris und hinab . . .

» 30, » 26 v. o. st.: Sorgen l.: Sorge.

» 33, » 2 v. o. st.: Intervallenrationen l.: Intervallrationen.

» 75, » 20 v. o. st.: ἀρτι ΄κις-ἄρτιοι l.: ἀρτιάκις-ἄρτιος.

» 76, » 15 v. u. st.: 2 c l.: 2 $\overline{\overline{c}}$

» 91, » 5 v. o. st.: (= $^{727}/_{1}$) l.: (= $^{720}/_{1}$).

» 96, » 3 und 4 l.: Im Hinblicke auf diese Vierung wird in den Theologum. arithm. περὶ πεντάδος (Ast S. 24) gesagt, sie werde . . .

» 96, » Note * Zeile 1 sind die Worte: (ἡ πεντὰς sc.) zu löschen.

» 116, » 9 v. o. fehlt vor dem Kolon das Wort: nicht.

» 128, » 4 v. u. ist hinzuzufügen: M. vgl. auch Aristoxenus: Harmon. Element. I S. 26 Meibom. und Euclid: Introd. Harm. S. 3 Meibom.

» 135, » 1 v. u. ist hinzuzufügen: Das Lambdoma findet sich mit den richtigen Zahlen abgebildet bei Boëthius: De Mus. III, 19 (So im Kölner Manuscript und in der Glarean'schen Ausgabe). Es wird von Boëthius, mit Berufung auf Nikomachus, zu Vergleichungen der musikalischen Consonanzen verwendet, hierbei aber ganz irrig verfahren, indem nemlich der Oberduodecime nicht die Unterduodecime, sondern die Quinte, der Ober-Doppeloctave nicht die Unter-Doppeloctave, sondern die Quarte, gegenüber gestellt werden.

» 136, » 6 v. u. st.: ¼ $\underline{c}$ l.: ¼ $\underline{C}$.

» 141, » 13 v. u. st.: Bmoll-Accorde l.: B^{v}moll-Accorde.

» 141, » 12 v. u. st.: Desmoll-Accorde l.: Des^{v}moll-Accorde.

Seite 142, Zeile 18 v. o. st.: 𝔅$^{\wedge}$moll l.: 𝔅$^{\vee}$moll.

» 154, » 24 v. o. l.: die Unentbehrlichkeit.

» 157, » 2 v. o. l.: Verhältnissmaasse, welche nun in der platonischen Stelle folgt, erweiset sich so wie sie dort . . .

» 160, » 4 v. u. st.: theilhaftigen l.: theilhaftige.

» 163, » 14 v. o. st.: enharmonischen l.: anharmonischen.

» 172, » 2 der Note * l.: am Schlusse des 2. Theiles.

» 174, » 19 v. u. st.: nemlich l.: endlich.

» 175, » 3 v. o. st.: [Gis] l.: [Gis$^{\wedge}$].

» 175, » 2 und Zeile 1 v. u. st.: zu vergleichenden l.: zu vergleichen den . . .

» 176, » 12 v. u. st.: Oberoctave l.: Unteroctave.

» 176, » 11 v. u. st.: Unteroctave l.: Oberoctave.

» 186, » 16 v. o. st.: ἀφανῆς l.: ἀφανὴς.

» 186, » 14 v. u. st.: derselben l.: denselben.

» 187, » 7 der Note * st.: ipsus l.: ipsius.

» 188, » 20 v. u. st.: das Symbol l.: des Symbols.

» 199, » 10 v. u. st.: (oder DA[1]) l.: (oder AD[1]).

» 199, » 9 v. u. st.: gesetzt werden l.: gesetzt werde.

» 204, » 10 v. o. st.: $^{40}/_{4}\,\bar{e}$ l.: $^{10}/_{4}\,\bar{e}$.

» 204, Die Note * gehört auf S. 205, dagegen muss Note * der S. 205 auf S. 204 stehen.

» 207, » 8 und 9 v. o. st.: aufsteigenden l.: oberharmonikalen . . .

» 207, » 10 v. o. st.: absteigenden l.: unterharmonikalen . . .

» 207, » 11 v. o. st.: Die aufsteigende Moll-Leiter entspricht u. s. w. l.: Die oberharmonikale Moll-Leiter entspricht u. s. w.

» 207, » 12 bis 14 v. o. l.: Die unterharmonikale Dur-Leiter erweist sich als eine in der Gegenbewegung durchgeführte Inversion der vorerwähnten Moll-Leiter.

» 208, » 1 v. u. st.: verzüglicheren l.: vorzüglicheren.

» 212, » 9 v. o. st.: (oder $^{1}/_{1}$ c und $^{4}/_{1}\,\bar{\bar{c}}$) l.: (oder $^{4}/_{4}$ c und $^{4}/_{1}\,\bar{\bar{c}}$).

» 212, » 11 v. o. st.: $^{3}/_{1}\,\bar{g}$ l.: $3\,\bar{g}$.

» 218, » 8 v. u. l.: Der dritten (von den genannten Classikern an zweiter Stelle erwähnten) diatonischen . . . Tetrachordform.

» 230, » 19 v. o. st.: ℌ ℌ$^{\wedge}$ ℭ ℭis ℭis$^{\wedge}$ 𝔇 𝔇$^{\vee}$ 𝔈 l.: ℌ ℌ$^{\wedge}$ ℭ ℭis ℭis$^{\wedge}$ 𝔇$^{\vee}$ 𝔇 𝔈.

» 233, » 18 v. o. st.: . . . ℌ—𝔉is$^{\vee}$ l.: . . . ℌ—𝔉is$^{\wedge}$.

» 266, » 3 v. u. st.: ℭis$^{\wedge}$ l.: ℭis.

» 267, » 19 v. o. st.: 𝔇is$^{\wedge}$ l.: 𝔇is.

» 274, » 10 v. o. l.: zwiefach den Bogen spannenden Harmonie der Lyra.

» 279, » 5 v. o. st.: Tetrachordenpaaren l.: Tetrachordpaaren.

» 279, » 2 v. u. st.: des Traktys l.: der Tetraktys.

» 279, » 1 v. u. st.: a l.: a$^{\wedge}$.

» 280, » 13 v. u. st.: Stufen der Octave d . . . d zunächst eine authentische Leiter l.: Stufen der Octave d . . . $\bar{d}$ zunächst als authentische Leiter . . .

» 286, » 15 v. o. l.: Sie bedient sich der 𝔄$^{\wedge}$dur-Harmonie nur zur Bildung . . .

» 306, » 17 v. o. st.: der urältesten Weisheitslehre l.: seiner urältesten Weisheitslehre . . .

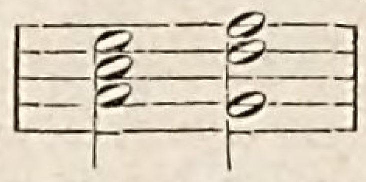
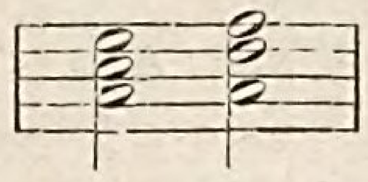
» 307, » 16 v. o. st.: dupla (subdupla) l.: dupla (beziehlich subdupla).

» 308, » 22 v. o. Zu den Worten: und demselben den Namen des Tones $\underline{C}$ unseres Tonsystemes beilegen — gehört die nachstehende Note:

*) Die chinesischen Harmoniker aus der Zeit der Han und Ming bedienen sich, dem auf der vorigen Seite Gesagten zufolge, als Ausgangspunkt für ihre Lu-Berechnungen eines zeugenden Oberprimtones, dessen Pfeifenlänge als gleich dem 81. Theile der Länge der 9 Zoll messenden Pfeife des Hoang-tchoung genommen wird. Sie beginnen folgeweise ihre, in Pfeifenlängen nach Multipeln dieses kleinsten Maasses auszuführende Rechnung mit einem imaginären Zeugertone der Höhe, der zum Stammton einer abwärts nach dem Gesetze der Mollreihe geordneten Stufenfolge von Unterharmonikal-Tönen werden muss. Das ihrer Rechnung zum Grunde liegende System erscheint, wenn consequent durchgeführt, somit als ein lediglich molltonales. Es fehlen demselben in dieser Gestalt, wie dem Systema maximum immutabile der griechischen Musikschriftsteller, die durtonalen Formen. Dass aber die esoterische chinesische Musiklehre einer früheren Periode, welche „zwei Arten der tonalen Zeugung, eine absteigende und eine aufsteigende“ unterschied (m. vgl. das desfalls so eben im Texte Angeführte), nothwendig neben der absteigenden Stufenfolge der molltonalen Gebilde auch eine aufsteigende der durtonalen Tonverbindungen gekannt haben müsse, deren Rationen für die

Rechnung nach Pfeifenlängen in den Aliquottheilen des grössten Lu-Maasses eines tiefsten Zeugertones ihren Ausdruck fanden, kann unseres Bedünkens auf keine Weise bezweifelt werden. Neben jenem Hoang-tchoung der Höhe von angeblich 9 Zoll Pfeifenlänge, dessen 81. Theil das Maass des Zeugertones der Höhe bildete, wird folgeweise das esoterische System der alten Chinesen auch einen Hoang-tchoung der Tiefe besessen haben, dessen Pfeifenlänge mit 81 multiplicirt werden musste, um das imaginäre Lu-Maass des idealen Zeugertones der Tiefe zu finden. Legt man dem Hoang-tchoung der Tiefe den modernen Ton-Namen $\underline{C}$ bei, so würde das 81fache der Pfeifenlänge dieses Tones auf die siebente Unteroctave des Unterditonus $\underline{\underline{As}}^{v}$ von $\underline{C}$, nemlich auf einen Ton $\underline{\underline{\underline{\underline{\underline{As}}}}}^{v}$, hinweisen. Wird dem Hoang-tchoung der Höhe nach Anleitung des gleichfolgenden Diagrammes der moderne Ton-Namen $\overline{\overline{\overline{e}}}^{\wedge}$ gegeben, so würde die imaginäre Oberstufe $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{gis}}}}}^{\wedge}$ den einheitlichen idealen Zeugerton der Höhe bezeichnen, dessen imaginäre Pfeifenlänge gleich dem 81. Theile der Pfeifenlänge dieses Tones $\overline{\overline{\overline{e}}}^{\wedge}$ wäre. Dafür, dass im altchinesischen Systeme ein Hoang-tchoung der Tiefe als Unterprimstufe vorkam, spricht der Umstand, dass Hoai-nan-tse in seiner Anleitung zum temperirten Stimmen nach alternirenden Oberquinten und Unterquarten die Abmessung der Stufen von einer Unterprimstufe aus beginnt, der er den Namen Hoang-tchoung beilegt. Wollte man die Methode Hoai-nan-tse's auf ein abwärts, von einem Hoang-tchoung der Höhe aus, nach Unterquinten- und Oberquartenschritten zu berechnendes Verfahren anwenden, so würde für eine solche Oberprimstufe der moderne Tonnamen 𝔈 der passendste sein. In der Reihenfolge der Tonschritte von 𝔈 nach 𝔄, von 𝔄 nach 𝔇, von 𝔇 nach 𝔊 u. s. w. erschiene an neunter Stelle dann für die Lu-Stufe Y-tse das Chroma der Halbstufe des modernen Systemes 𝔄𝔰.

Seite 308, Zeile 25 v. o. fehlt über dem Bruche $^{81}/_{72}$ die Tonbezeichnung $\underline{D}$.

» 310, » 10 v. u. im neunten Takte des Basses, st.:  l.: 

» 313, » 3 v. o. st.: und $a^{\wedge}$ l.: und $\overline{\overline{a}}^{\wedge}$.

» 313, » 22 und 23 v. o. l.: findet ihre Erklärung, weil unter Hoang-tchoung hier als Unterprimstufe der Hoang-tchoung der Tiefe verstanden werden muss, in sich selbst.

» 318, » 7 v. u. st.: phlolaische l.: philolaische . . .

» 319, » 17 v. o. st.: $^{6}/_{1}$ ω ($a^{\wedge}$) l.: $^{6}/_{1}$ ω ($\overline{\overline{\overline{a}}}^{\wedge}$).

» 322, » 6 v. u. st.: מִיר l.: מִ־.

» 327, » 3 des Textes v. u. l.: machte er alles Gebilde . . .

» 341, » 6 v. o. st.: Quintilian l.: Quinctilian.

» 342, » 14 v. u. st.: und l.: auch.

» 376, » 9 v. o. st.: derselben l.: desselben.

Staatl. Bibliothek Bamberg

Druck von F. A. Brockhaus in Leipzig.

Staatl. Bibliothek Bamberg

Tafel I.

Fig. I.

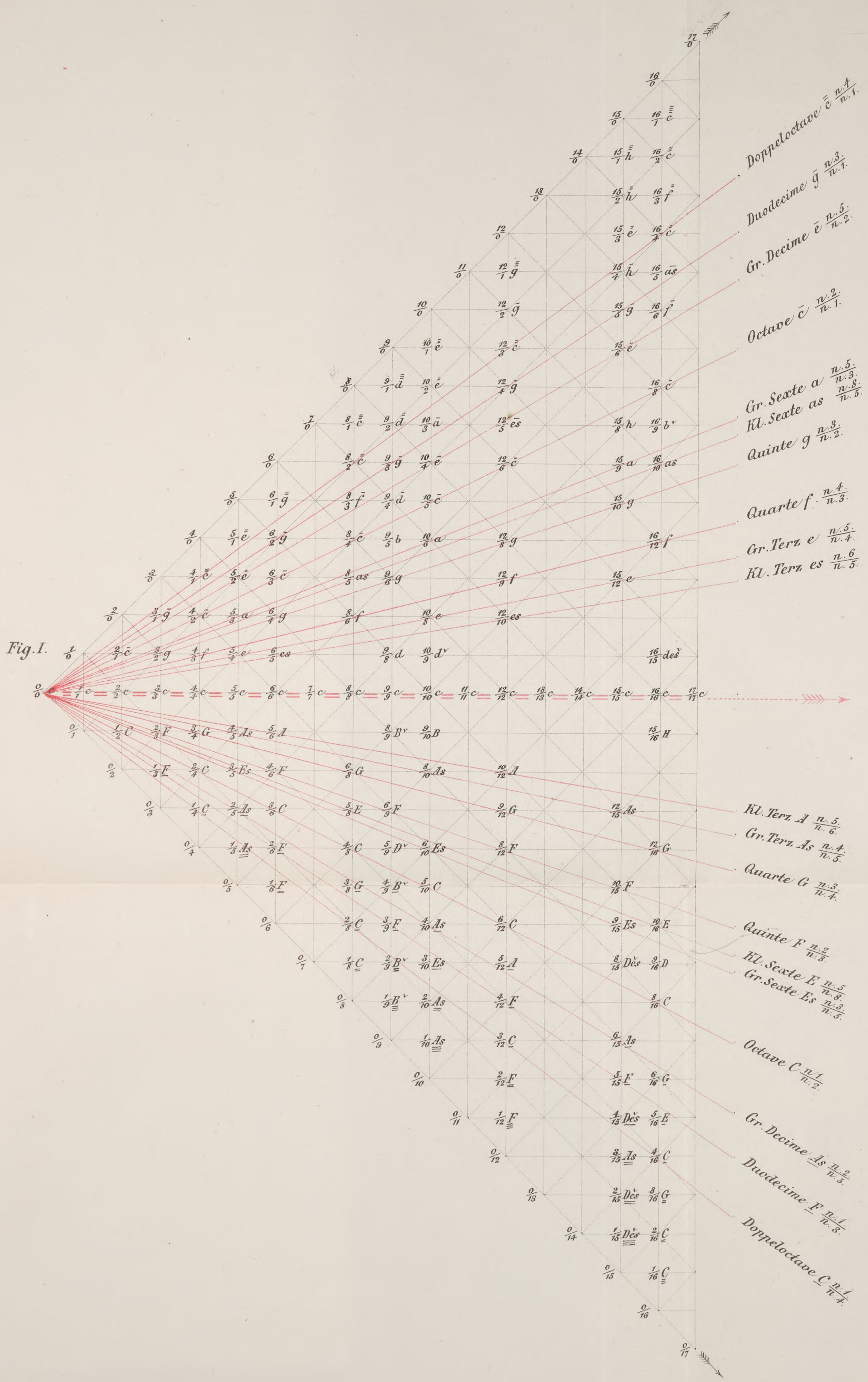
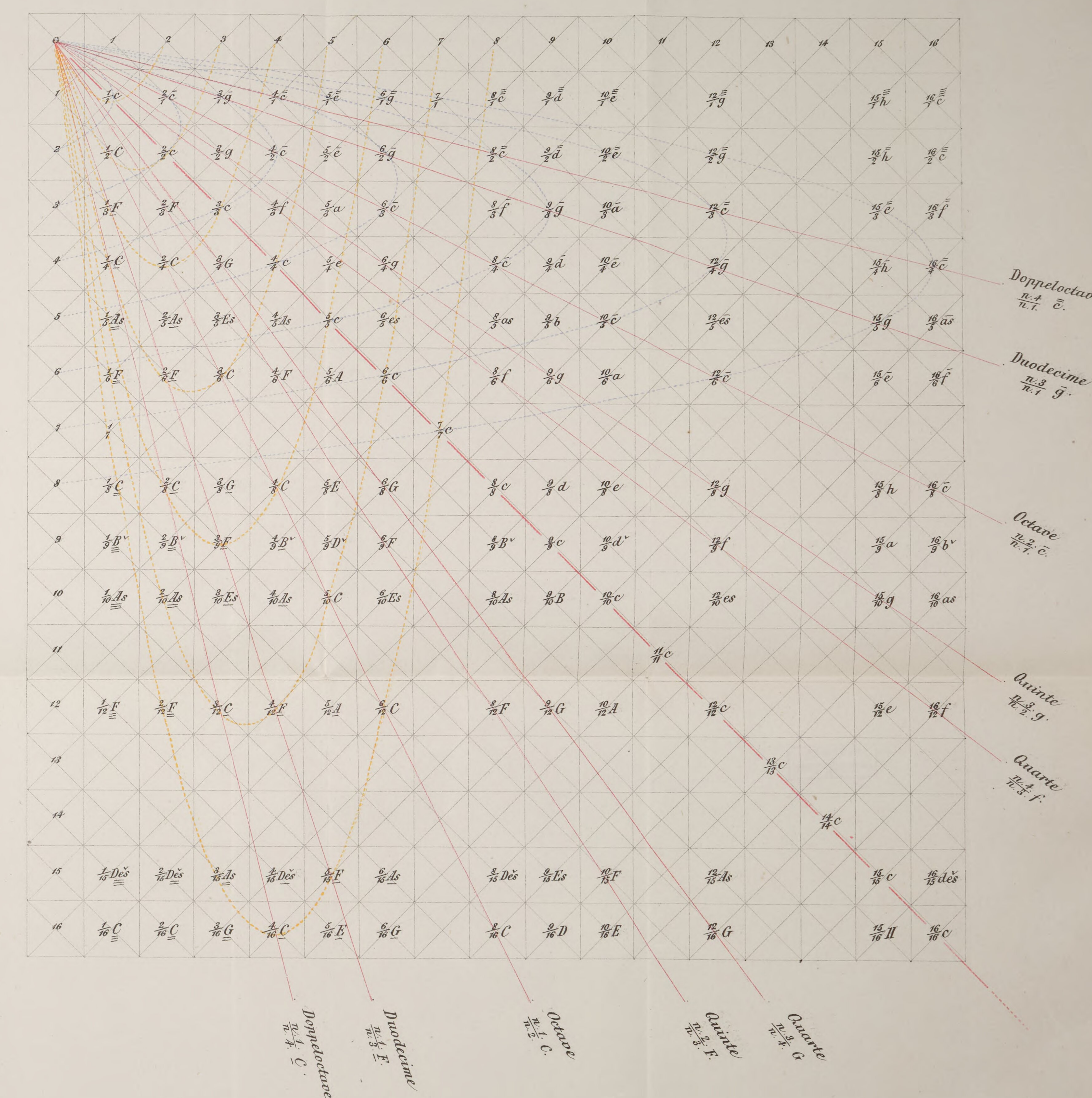


Fig. II.



Lith. Anst. v. Winckelmann & Söhne (H. Porsch). Berlin.

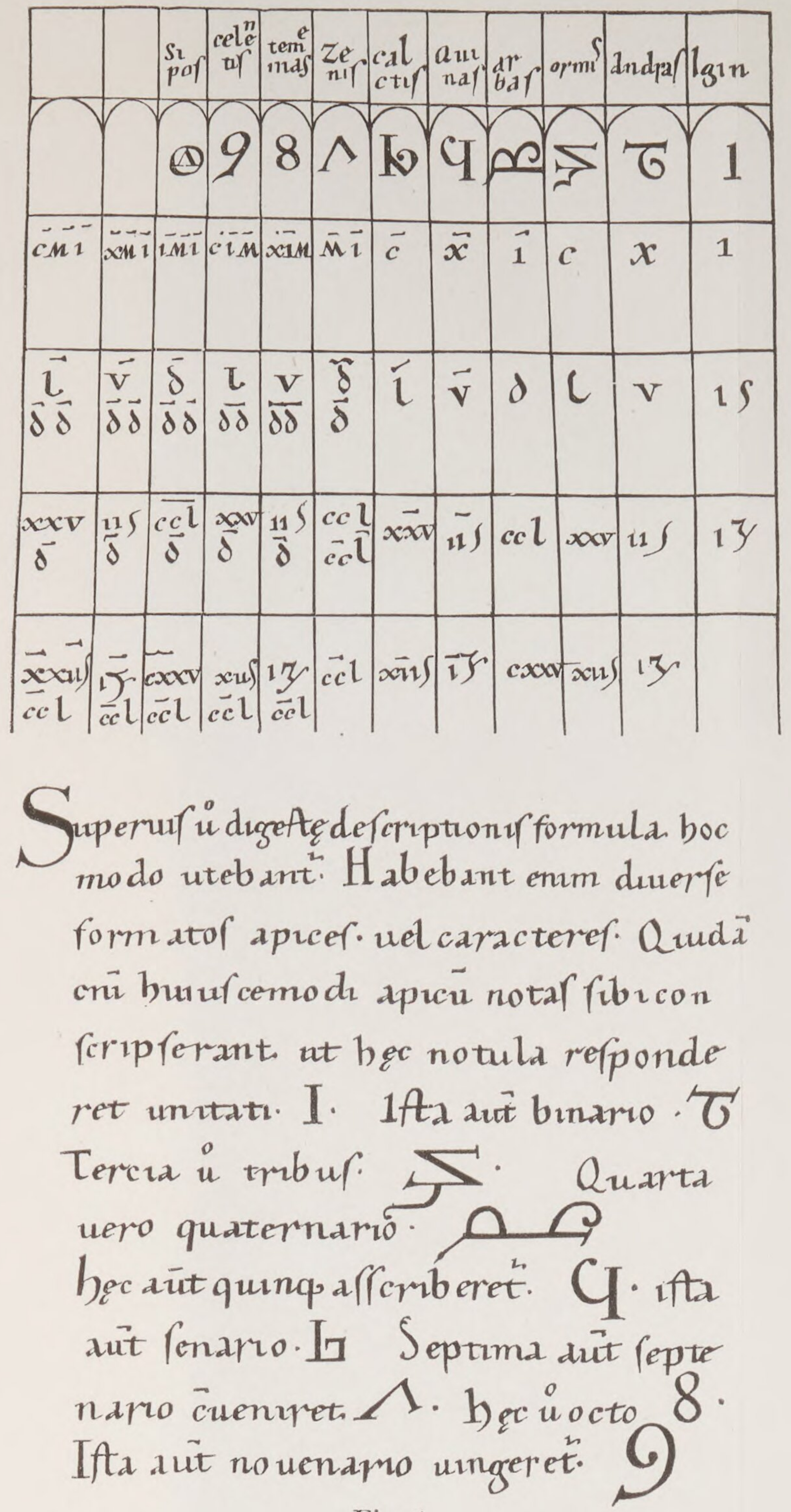

Superius û digeste descriptionis formula. hoc modo utebant. Habebant enim diuerse formatos apices. uel caracteres. Quidã enim huiuscemodi apicũ notas sibi conscripserant. ut hec notula responderet unitati. I. Ista aũt binario. Tercia û tribus. Quarta uero quaternario. hec aũt quinque asscriberet. ista aũt senario. Septima aũt septenario cueniret. hec û octo 8. Ista aũt nouenario iungeret. 9

Fig. 1.

ARISTIDES QUINTILIANUS, pag. 15.

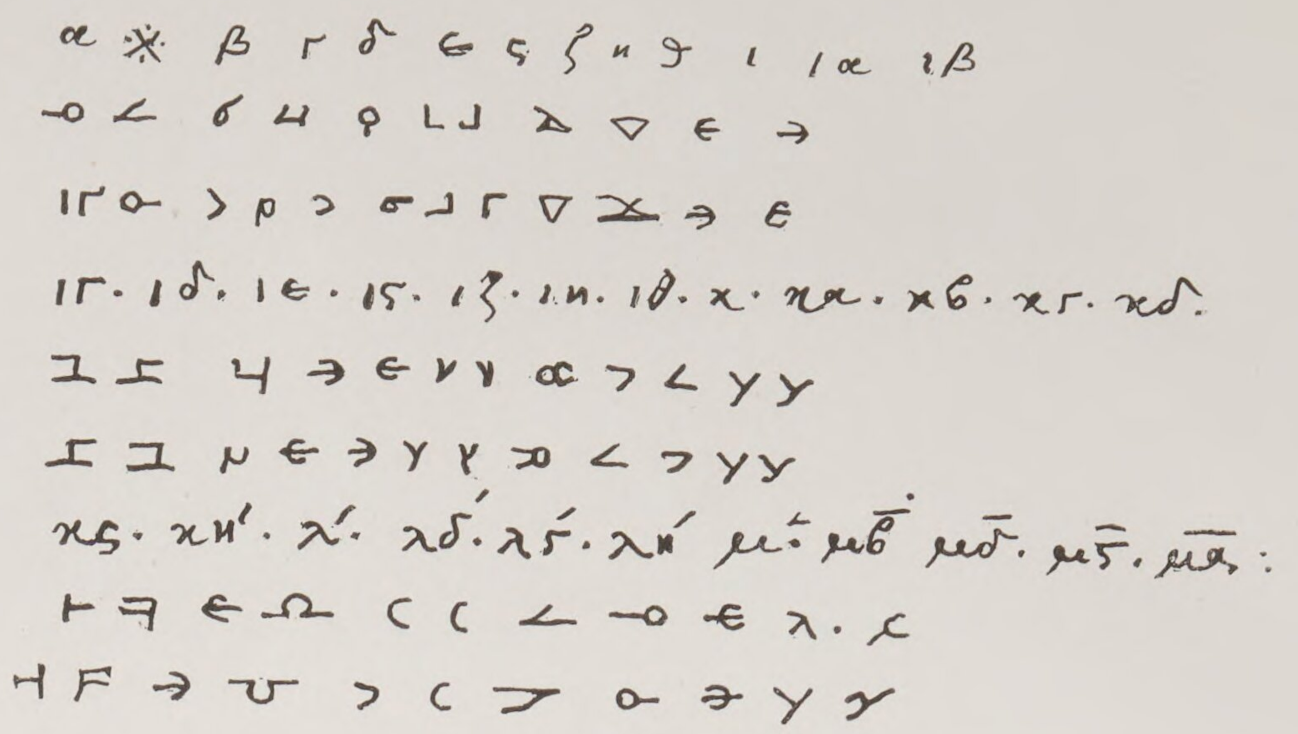


Fig. 2.

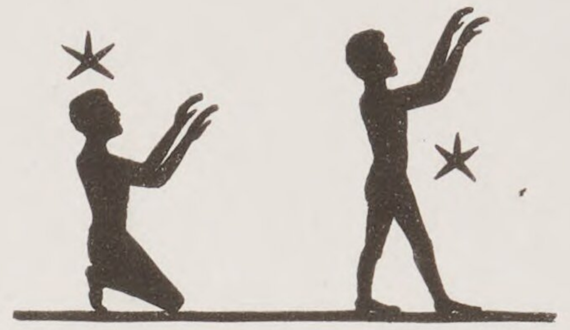


Fig. 3.

Staatl. Bibliothek Bamberg

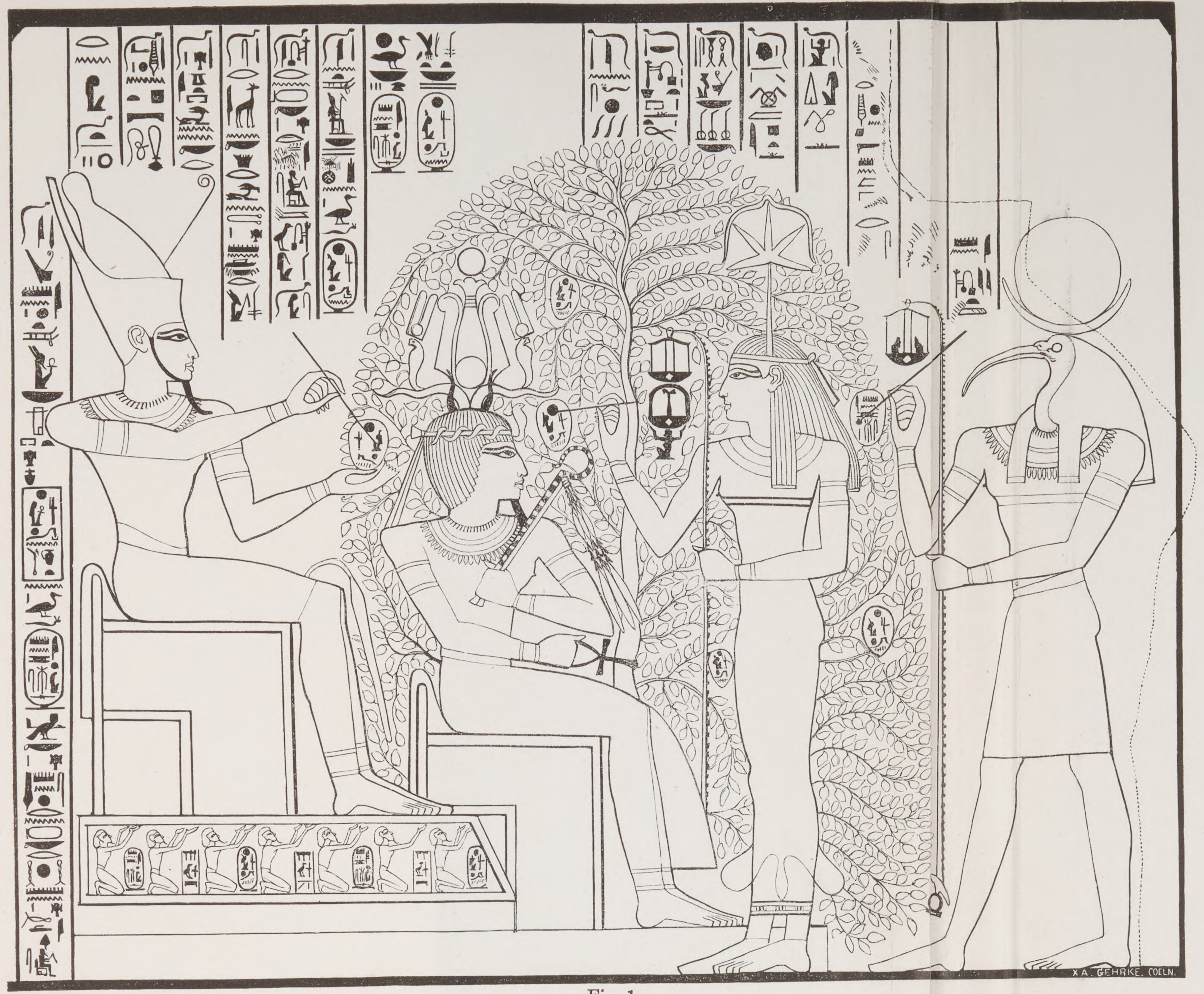


Fig. 1.

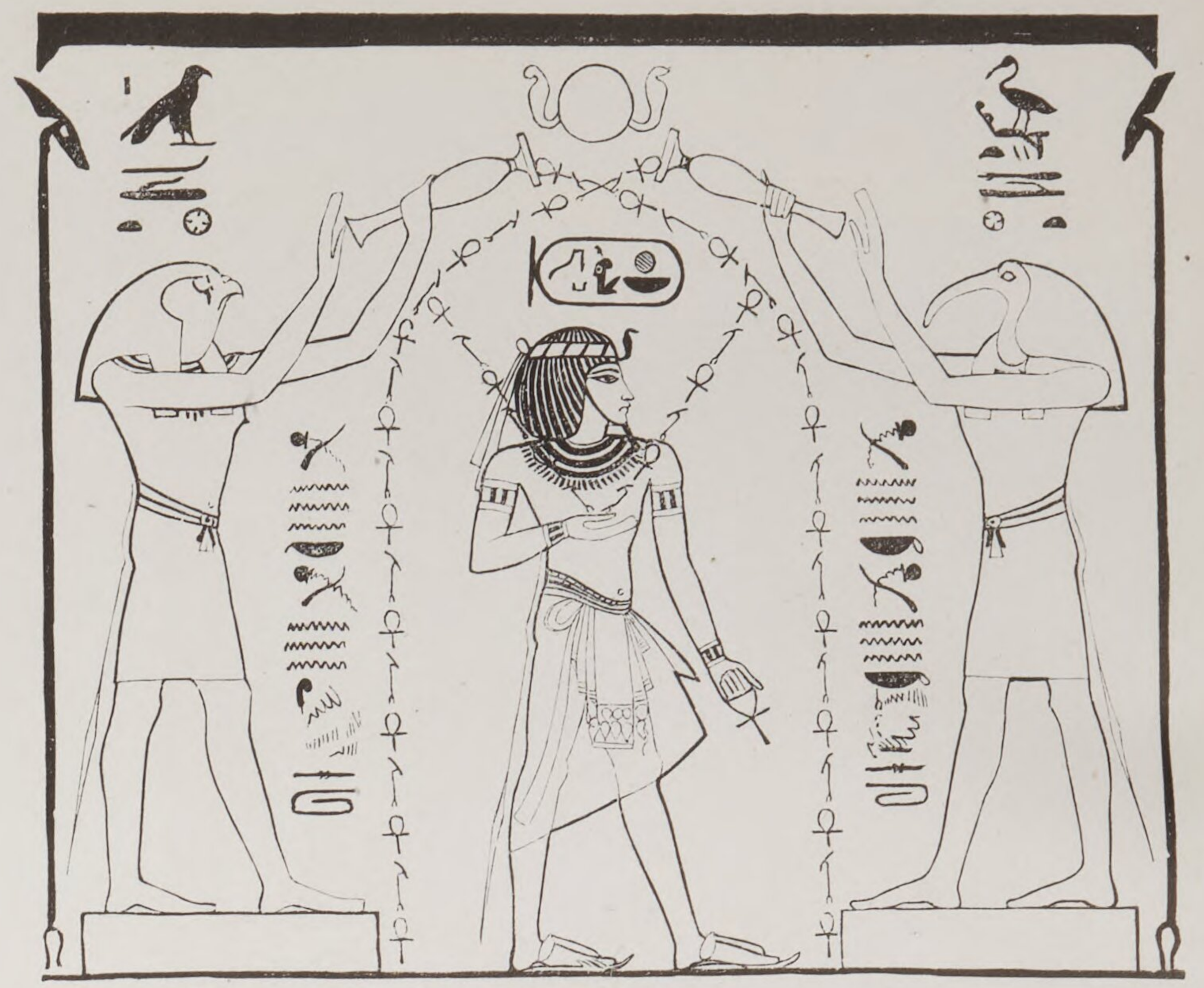


Fig. 2.

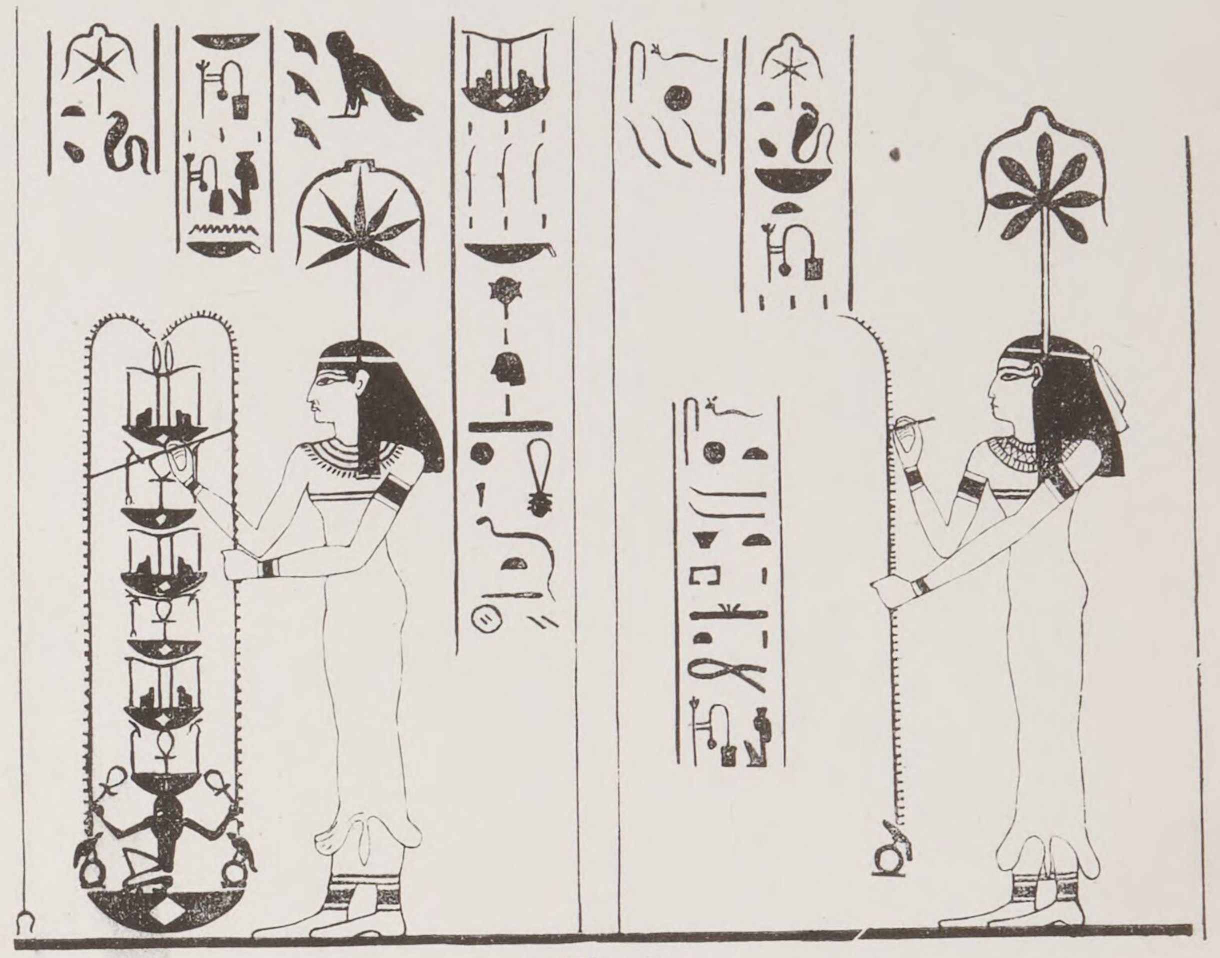


Fig. 3.

Staatl. Bibliothek Bamberg

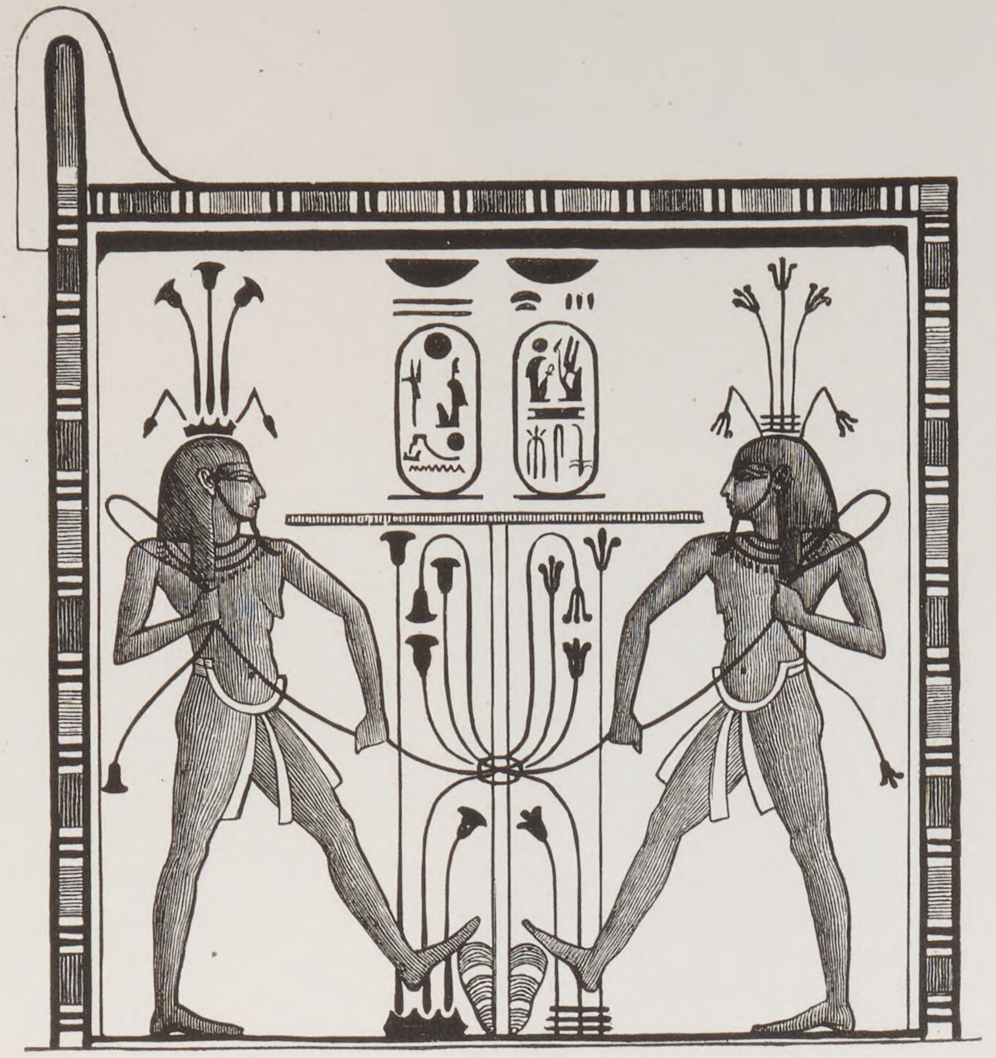


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

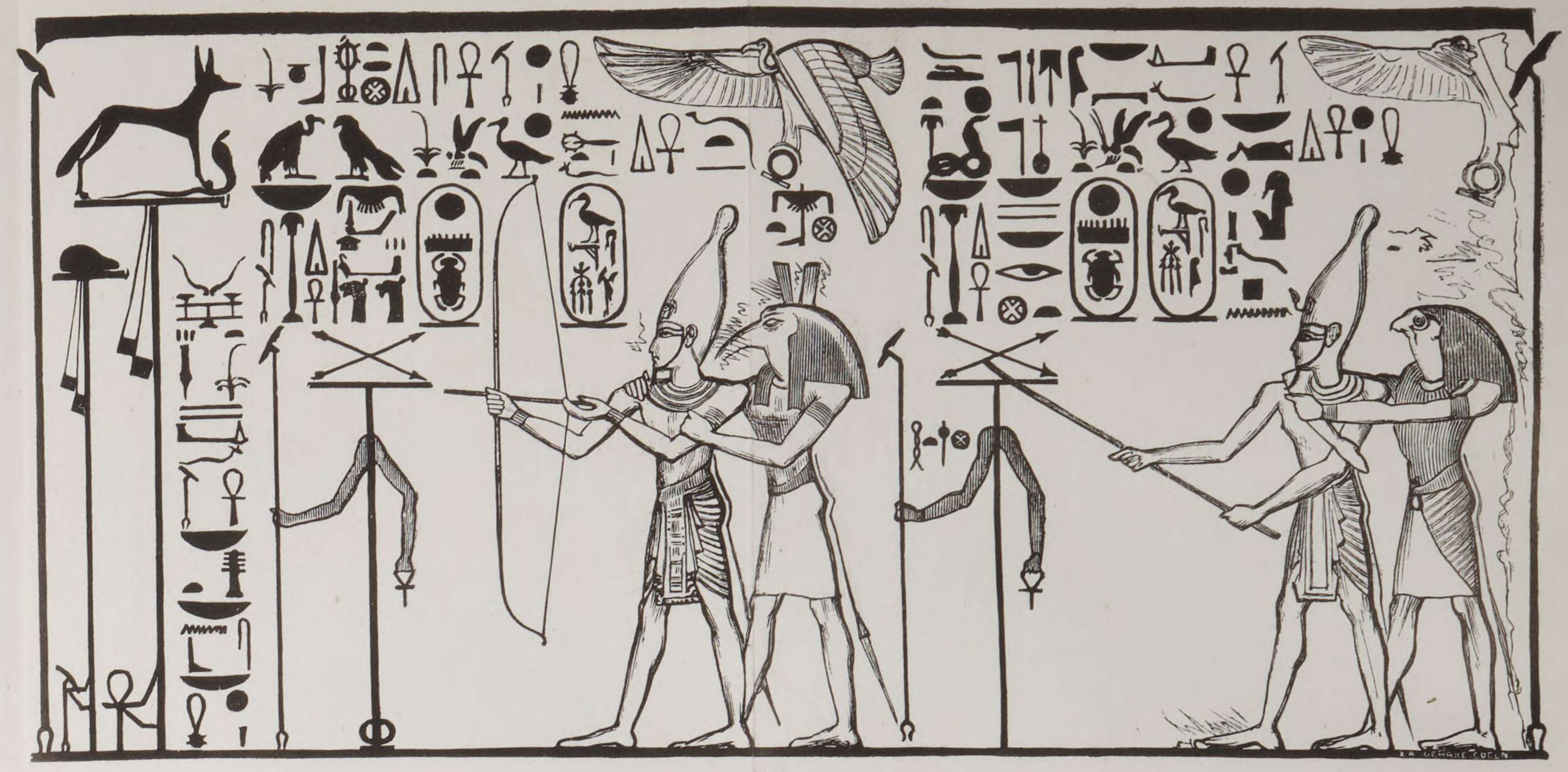


Fig. 4.

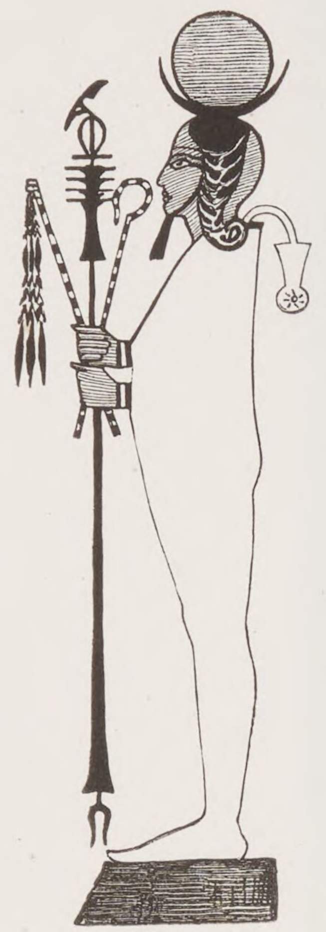


Fig. 5.

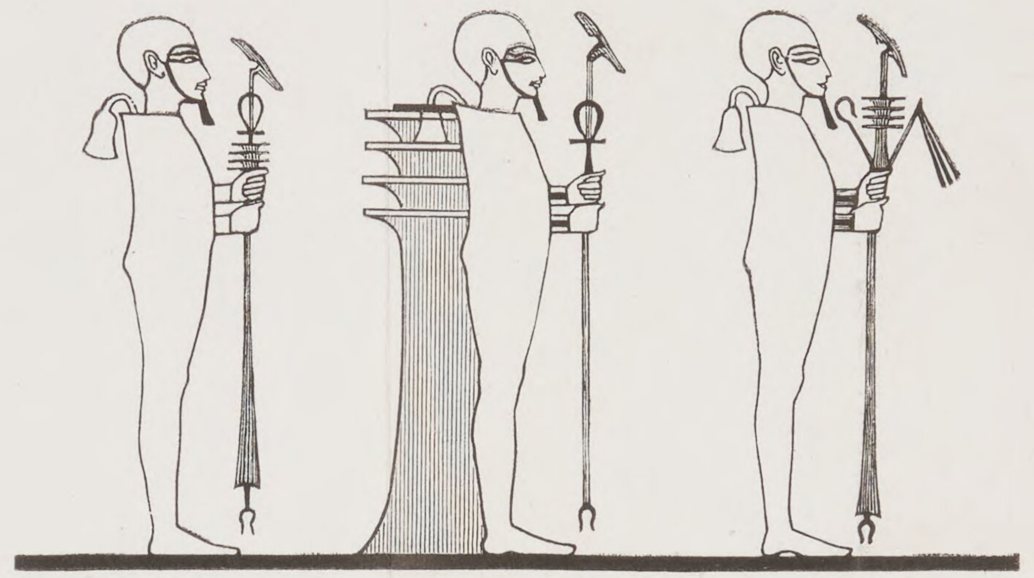


Fig. 6.

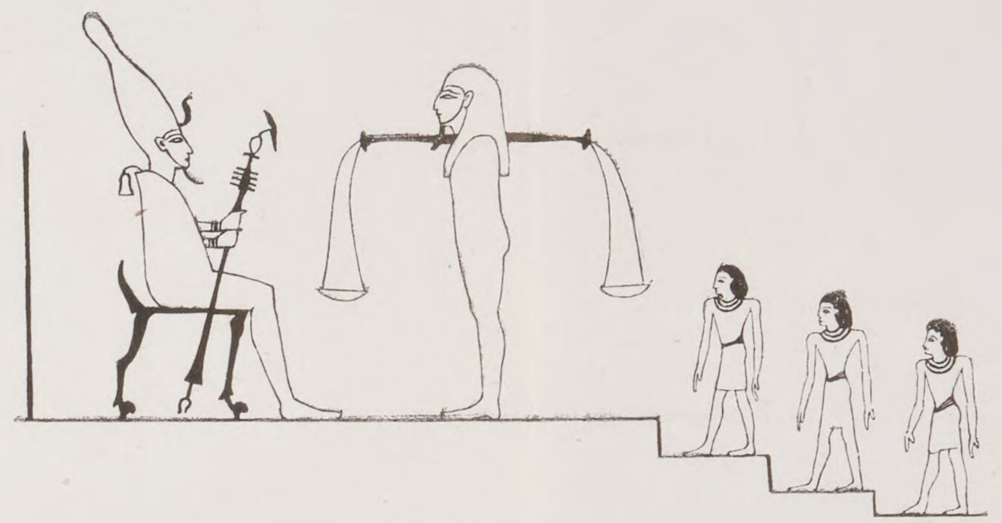


Fig. 7.



Fig. 8.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Thimus, Albert <<von>>,

Die harmonikale Symbolik des Alterthums

Bd.: 1

Köln 1868

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ph.q.99(1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11761511-8